



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA
UNAN – LEON
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

DIDACTICA DE LA LINEA RECTA

ELABORADO POR:
BRA. MARTHA ENMA LOPEZ ALTAMIRANO
BRA. VICENTA DEL SOCORRO TERCERO DELGADO
BRA. AZUCENA DE LOS ANGELES HERNANDEZ DAVILA
BRA. NORMA HAYDEE GUIDO ESCALANTE

PARA OPTAR AL TITULO DE:
LICENCIADA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MENCION EN MATEMATICAS.

TUTOR:
M.Sc. BOANERGE MENDEZ CAJINA

LEON, SEPTIEMBRE, 2003

La presente Unidad Didáctica tiene como principal propósito dotar a los docentes de Quinto Año de Educación Secundaria de una guía que le permita mejorar el proceso de Enseñanza – Aprendizaje de la Línea Recta, mediante la implementación de una metodología activa participativa en donde el docente asume el papel de facilitador que orienta y guía a los estudiantes en la construcción de los nuevos conocimientos.

Mediante el estudio de la Línea Recta pretendemos que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento, comprensión, generalización, deducción, inducción, etc., así como destrezas en el manejo de instrumentos geométricos. También, fomentaremos el trabajo en equipo, solidaridad, compañerismo, estética y responsabilidad en las tareas asignadas como parte de su formación.

La Línea Recta es un contenido de la Geometría Analítica, la cual se desarrolla en el segundo semestre del quinto año de educación secundaria, siendo los temas que le preceden, distancia entre dos puntos, división de un segmento en una razón dada. Para el desarrollo de este contenido se necesitan 14 horas clases. Además, hay que enfatizar la relación con el Algebra y la Geometría Euclideana, permitiendo usar los conocimientos previos que poseen los estudiantes para que el aprendizaje de los nuevos conocimientos sea significativo y funcional; siendo estos:

CONOCIMIENTOS BÁSICOS:

- ◆ Operaciones aritméticas.
- ◆ Operaciones algebraicas.
- ◆ Ecuaciones lineales con una incógnita.
- ◆ Sistemas lineales con dos ecuaciones y dos incógnitas.
- ◆ Gráfica de ecuaciones lineales.

- ◆ Conocimientos de Geometría Euclidea:
 - Punto. Recta. Plano.
 - Segmento.
 - Angulos: Definición. Clasificación.
 - Perpendicularidad y paralelismo.
 - Triángulos: Definición. Clasificación. Rectas y puntos notables.
 - Polígonos.

- ◆ Trigonometría:
 - Sistemas de medidas (Sexagésima y Cíclico).
 - Definición de las funciones circulares.
 - Valores de las funciones circulares para ángulos conocidos $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \text{ y } \frac{\pi}{3}\right)$.
 - Fórmulas de reducción.

- ◆ Geometría Analítica:
 - Distancia entre dos puntos.
 - División de un segmento en una razón dada.
 - Fórmula del punto medio.

Para el desarrollo de esta Unidad Didácticas hay que contar con los siguientes materiales y recursos didácticos:

- ◆ Libro de texto.
- ◆ Folletos.
- ◆ Marcadores permanentes y acrílicos.
- ◆ Papelógrafo.
- ◆ Regla graduada.
- ◆ Escuadra.

- ◆ Transportador.
- ◆ Compás.
- ◆ Calculadora.
- ◆ Papel bond blanco.
- ◆ Borrador.
- ◆ Lápices de colores.
- ◆ Lápices de grafito.
- ◆ Papel milimetrado.

Siendo los responsables para la utilización, manejo y elaboración de algunos materiales y recursos de esta Unidad Didáctica, son los profesores de matemáticas que imparten clases en quinto año de educación secundaria, y los estudiantes mismo como participantes.

Además, nos proponemos con el presente trabajo, proveer a los docentes del área de matemática de nuevas estrategias de enseñanza de la Línea Recta, que conduzcan a que el aprendizaje de los nuevos contenidos sea significativo y gratificante para los estudiantes.

I N D I C E

INTRODUCCION.....	1
OBJETIVOS.....	3
PRESENTACION DE LA UNIDAD DIDACTICA.....	4
OBJETIVOS DIDACTICOS.....	7
CONTENIDOS.....	8
FUNDAMENTO TEORICO.....	9
ESTRATEGIAS METODOLOGICAS.....	15
ACTIVIDADES.....	18
SISTEMA DE EVALUACION.....	62
PLANIFICACION.....	64
BIBLIOGRAFIA.....	72
ANEXOS.....	i

TABLA DE CONTENIDOS

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
1. Pendiente de una recta. 2. Angulo entre dos rectas. 3. La Línea Recta. 3.1. Definición. 3.2. Otras formas de la ecuación de la Línea Recta. 4. Ecuación General de la Línea Recta. 4.1. Posiciones relativas de dos rectas. 4.2. Ecuación normal de la Línea Recta. 4.3. Reducción de la forma general a la forma normal. 4.4. Distancia de un punto a una recta.	1. Utilización correcta de los instrumentos geométricos en el trazado de figuras geométricas. 2. Deducción de la fórmula de la pendiente de una Línea Recta. 3. Deducción de la fórmula para obtener el ángulo entre dos rectas. 4. Deducción de las otras formas de la ecuación de la Línea Recta. 5. Deducción de la forma normal de la Recta. 6. Obtención de la forma normal de la Línea Recta a partir de su ecuación general. 7. Deducción de la fórmula de la distancia de un punto a una Línea Recta. 8. Aplicación de la fórmula de la pendiente en la resolución de ejercicios. 9. Aplicación de las formas de la ecuación de la Línea Recta en la resolución de ejercicios. 10. Aplicar la fórmula de la distancia de un punto a una Línea Recta en la resolución de ejercicios. 11. Utilización correcta de los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos.	1. Valore la importancia del estudio de la Línea Recta. 2. Disposición en la realización de trabajos asignados: individuales, grupales y extraclase. 3. Orden, estética, claridad y científicidad en la presentación de los trabajos asignados. 4. Muestre claridad, orden, estética, en la exposición y defensa de las conclusiones obtenidas en los trabajos asignados. 5. Desarrollo de habilidades y destrezas en el uso y manejo de los instrumentos geométricos. 6. Muestre hábitos de cortesía, solidaridad y responsabilidad en el trato con sus compañeros. 7. Mantenga el diálogo alumno – maestro – alumno.

El proceso de Enseñanza – Aprendizaje requiere, de entre los múltiples factores que inciden en él es, contar con los medios y materiales de enseñanza necesarios, para que el docente sea un facilitador – orientador , que le permita contribuir a que cada uno de los estudiantes logre su autonomía y construya sus propios conocimientos a través de un aprendizaje significativo y funcional.

El estudio de la Línea Recta radica su importancia, por cuanto es un tema que permite ampliar los conocimientos geométricos, aritméticos y algebraicos en cuanto al uso de ecuaciones en donde se combina tanto el lenguaje verbal como el algebraico. Pretendemos que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento, de comprensión, de generalización, de deducción, de inducción, etc. Además, fomentaremos en los estudiantes el espíritu del trabajo colectivo, solidario, estético y responsabilidad en el cumplimiento de sus deberes escolares y extraescolares como parte de su formación.

Este trabajo lo hemos adecuado al programa oficial del V Año de Educación Secundaria del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (MECD), aplicado en todos los Centros de Secundaria del país.

Hemos elaborado esta Unidad Didáctica con el objetivo de proporcionar a los docentes de matemáticas de V año de educación secundaria de un material de trabajo, que le sea de utilidad al momento de impartir los contenidos referentes a la Línea Recta, así como a los estudiantes.

La Unidad Didáctica proporciona a los docentes un material que consta de:

- Teoría actualizada sobre la Línea Recta.
- Estrategias metodológicas o acciones para el desarrollo de la unidad didáctica.
- Una distribución temporizada de los contenidos de la Línea Recta.

- Actividades de fijación, de conocimiento y práctica de los mismos.
- Un sistema de evaluación ajustada a la evaluación de proceso y formativa.

Con nuestro trabajo no estamos queriendo cambiar el desarrollo del contenido, sino que es un avance al desarrollo lógico de los conocimientos científicos y pedagógicos que como docentes debemos mejorar para que el estudiante pueda asimilarlo a través de la aplicación de procedimientos prácticos, de descripción y análisis de situaciones concretas.

Es por eso que nuestro aporte va dirigido a los jóvenes y a los docentes que imparten Matemáticas en Educación Secundaria, para que este material sea una herramienta eficaz, y así lograr los objetivos propuestos en esta etapa de su formación.

OBJETIVO GENERAL

Contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza – aprendizaje de la Línea Recta, proponiendo alternativas metodológicas desde una perspectiva constructivista.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

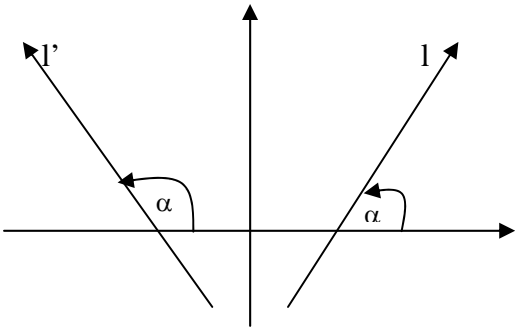
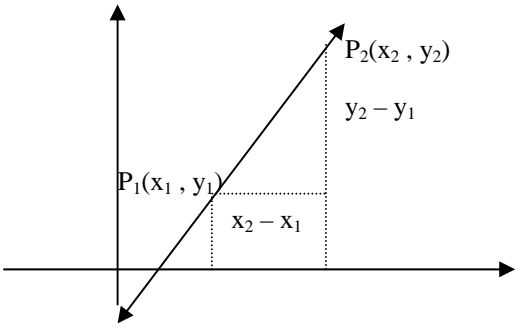
1. Elaborar una Unidad Didáctica sobre el estudio de la Línea Recta.
2. Aplicar el modelo Constructivista – Humanista para el desarrollo de la Unidad Didáctica.
3. Proponer estrategias de enseñanza - aprendizaje que permita a [los estudiantes](#) apropiarse de los conocimientos relativos de Línea Recta.

TABLA DE OBJETIVOS DIDACTICOS

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
<ol style="list-style-type: none"> 1. Definir ángulo de inclinación. 2. Definir pendiente de una recta. 3. Definir ángulo entre dos rectas. 4. Definir Línea Recta. 5. Conocer las distintas formas de expresar la ecuación de la recta. 6. Conocer las posiciones relativas de dos rectas. 7. Conocer la ecuación normal de la recta. 8. Explicar el concepto de distancia de un punto a una recta. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representar geoméricamente líneas rectas en el plano real, conociendo un punto por donde pasa, su ángulo de inclinación o su pendiente. 2. Deducir la fórmula de la pendiente de una línea recta. 3. Obtener las distintas formas de expresar la ecuación de la línea recta. 4. Deducir la forma normal de la ecuación de la línea recta. 5. Deducir la fórmula de la distancia de un punto a una línea recta. 6. Resolver ejercicios referentes a pendiente de una recta, ángulo entre dos rectas, formas de expresar la ecuación de una línea recta, forma normal de una recta y distancia de un punto a una recta. 7. Interpretar geoméricamente la solución de los ejercicios planteados. 8. Desarrollar habilidades de razonamiento lógico – matemático en la interpretación y resolución de ejercicios. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Valorar la importancia de la Línea Recta en su formación profesional. 2. Fomentar en los estudiantes la participación activa desde un enfoque constructivista – humanista para obtener una mejor interacción alumnos – maestro – alumnos. 3. Colaborar con sus compañeros en la comprensión de las distintas situaciones prácticas que se les presenten. 4. Responsabilizarse en el trabajo grupal e independiente que le ayuden a consolidar sus conocimientos acerca de la Línea Recta.

La Geometría Analítica es el estudio de la Geometría por medio de los métodos analíticos del Álgebra. El procedimiento de la Geometría Analítica consiste en separar los elementos esenciales de cada problema y ponerlos en forma de ecuaciones, y después de resolver algebraicamente las ecuaciones se interpretan geoméricamente. Una ventaja de este procedimiento consiste en resolver problemas más prácticos para lo cual es necesario tener en cuenta sólo unas cuantas fórmulas básicas, Pero la mayor ventaja del método analítico es la de ser directo, rápido y efectivo.

Hay que tener siempre presente que la solución de un problema geométrico no se ha efectuado por Geometría Analítica si no se ha empleado un sistema de coordenadas rectangulares.

PENDIENTE DE UNA RECTA	
<p>Se llama ángulo de inclinación de una recta al formado por la parte positiva del eje X y la recta, cuando esta se considera dirigida hacia arriba.</p> <p>El valor del ángulo de inclinación de una recta oscila entre 0^0 y 180^0.</p> <p>Se llama pendiente o coeficiente angular de una recta a la tangente de su ángulo de inclinación.</p>	 <p>α y α' son ángulos de inclinación. $0^0 \leq \alpha \leq 180^0$; $0^0 \leq \alpha' \leq 180^0$ $m = \tan \alpha$, donde m representa la pendiente de la recta l.</p>
<p>Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son dos puntos cualesquiera de una recta l, entonces la pendiente se determina mediante la fórmula</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad x_2 \neq x_1$ <p>donde m representa la pendiente o coeficiente angular de la recta l.</p>	

ANGULO ENTRE DOS RECTAS

Un ángulo especificado θ formado por dos rectas está dada por la fórmula

$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}; \quad m_1 \cdot m_2 \neq -1$$

en donde m_1 es la pendiente de la recta inicial, y m_2 es la pendiente de la recta final.

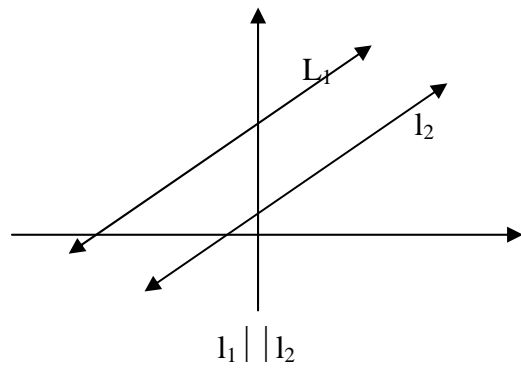
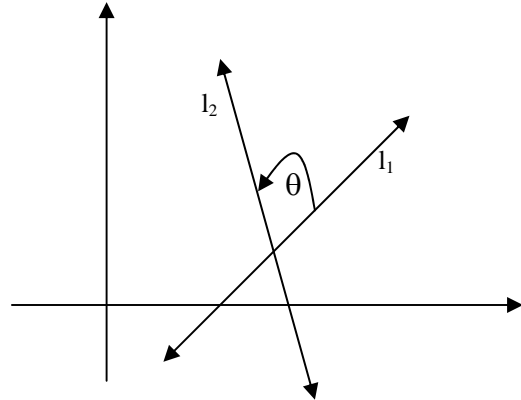
De la fórmula anterior, deducimos las condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas, conocidas sus pendientes. Ellas son:

Dos rectas l_1 y l_2 son paralelas, lo que se denota por $l_1 \parallel l_2$, si y sólo si, sus respectivas pendientes son iguales; es decir, si m_1 y m_2 son las pendientes de l_1 y l_2 , respectivamente, entonces diremos que

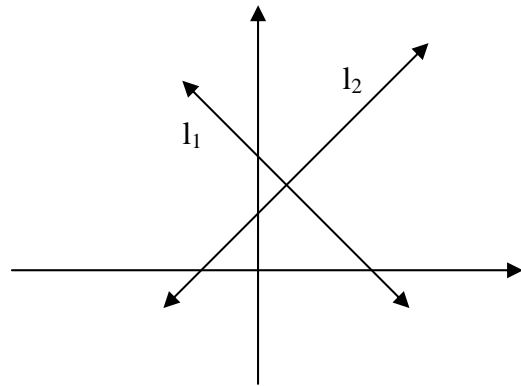
$$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

Dos rectas l_1 y l_2 son perpendiculares, lo que se denota por $l_1 \perp l_2$, si y sólo si, el producto de sus respectivas pendientes es igual a -1 ; es decir, si m_1 y m_2 son las pendientes de l_1 y l_2 , respectivamente, entonces diremos que

$$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$



$l_1 \parallel l_2$



$l_1 \perp l_2$

LA LINEA RECTA

Lugar geométrico: es el conjunto de los puntos y solamente de aquellos puntos cuyas coordenadas satisfacen una ecuación $[f(x, y) = 0]$. También se le conoce como gráfica de la ecuación.

Cualquier punto cuyas coordenadas satisfacen la ecuación $f(x, y) = 0$, pertenece a la gráfica de la ecuación.

Llamamos **Línea Recta** al lugar geométrico de los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, del lugar geométrico correspondiente a la Línea Recta, el valor de la pendiente m está dado por

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad x_2 \neq x_1,$$

y es constante.

FORMAS DE LA ECUACION DE LA LINEA RECTA

Ecuación de la recta en la forma punto – pendiente

Si la recta l tiene pendiente m , y pasa por el punto $P(x_1, y_1)$, su ecuación está dada por

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuación de la recta en la forma pendiente – intercepto

Si la recta l tiene pendiente m , y cuyo intercepto con el eje Y es, b , su ecuación está dada por

$$y = mx + b$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos distinto

Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son dos puntos distintos de una recta l , entonces su ecuación está dada por

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

si $x_2 \neq x_1$.

Ecuación simétrica de la recta

La ecuación de la recta en forma simétrica está dada por

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

donde $a \neq 0$, $b \neq 0$, son las intersecciones de la recta con los ejes X e Y , respectivamente.

ECUACION GENERAL DE LA RECTA

La ecuación de una recta cualquiera en el plano real está dada por

$$Ax + By + C = 0,$$

en donde A o B deben ser diferentes de cero y C puede o no ser cero, se llama forma general de la ecuación de una recta.

Dada la ecuación $Ax + By + C = 0$, se presentan los siguientes casos:

a. $B = 0$. Si $B = 0$, entonces $A \neq 0$, y la ecuación se reduce a la forma

$$x = -\frac{C}{A}$$

que representa la ecuación de una recta paralela al eje Y.

b. $B \neq 0$. Si $B \neq 0$, podemos dividir los términos de la ecuación $Ax + By + C = 0$ por B, y entonces por trasposición de términos se reduce a la forma

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

que corresponde a la ecuación de la forma pendiente – intercepto, cuya pendiente es $-\frac{A}{B}$, y

cuya ordenada en el origen (intercepto en el eje Y) es $-\frac{C}{B}$.

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS

Sean $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C' = 0$ ecuaciones de las rectas l y l', respectivamente. Entonces,

PARALELISMO	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$ O BIEN $AB' - A'B = 0$
PERPENDICULARIDAD	$AA' + BB' = 0$
COINCIDENCIA	$A = kA'$; $B = kB'$; $C = kC'$
INTERSECCION EN UNO Y SOLAMENTE UN PUNTO	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$ O BIEN $AB' - A'B \neq 0$

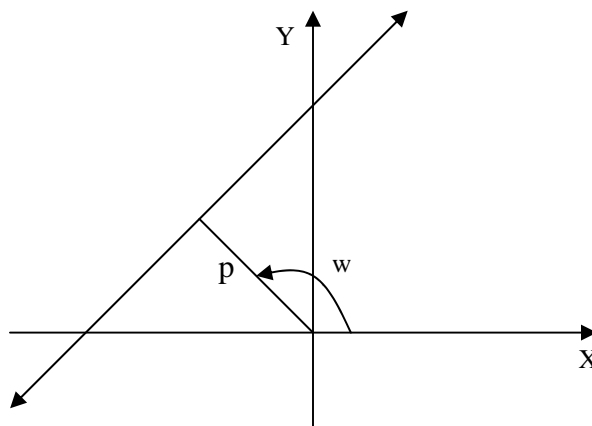
ECUACION NORMAL DE LA RECTA

La forma normal de la ecuación de una recta es

$$x \cdot \cos w + y \cdot \sin w - p = 0$$

en donde, p es un número positivo, numéricamente igual a la longitud de la normal trazada desde el origen a la recta, y w es el ángulo positivo menor que 360^0 medido a partir de la parte positiva del eje X a la normal.

Ilustraremos, el caso en que la recta corte a ambos ejes en la dirección negativa del eje X , y en la dirección positiva del eje Y .



REDUCCION DE LA FORMA GENERAL A LA FORMA NORMAL

La forma general de la ecuación de una recta

$$Ax + By + C = 0$$

Puede reducirse a la forma normal

$$x \cdot \cos w + y \cdot \sin w - p = 0$$

dividiendo cada término de $Ax + By + C = 0$, por $r = \pm\sqrt{A^2 + B^2}$, en donde el signo que precede al radical r se escoge como sigue:

- (i) Si $C \neq 0$, r es de signo contrario a C .
- (ii) Si $C = 0$ y $B \neq 0$, entonces r y B tienen el mismo signo.
- (iii) Si $C = B = 0$, entonces r y A tienen el mismo signo.

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

La distancia d del punto $P_1(x_1, y_1)$ a la recta de ecuación $Ax + By + C = 0$ está dada por

$$d = \frac{|A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

La distancia dirigida d de la recta cuya ecuación es

$$Ax + By + C = 0$$

al punto $P_1(x_1, y_1)$ se obtiene por la fórmula

$$d = \frac{A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

en donde el signo del radical se elige según el signo de C . Si C es positivo elegimos el radical negativo, y si C es negativo elegimos el radical positivo.

Si la recta dada no pasa por el origen, d es positivo si el punto P_1 y el origen están en lados opuestos; y d es negativa si el punto P_1 y el origen están del mismo lado de la recta.

Si la recta dada pasa por el origen, d es positivo si el punto P_1 está arriba de la recta; y d es negativo si el punto P_1 está debajo de la recta.

Nuestro trabajo está fundamentado principalmente en el enfoque Constructivista – Humanista, por lo cual el docente es facilitador de la responsabilidad fundamental del estudiante, el aprendizaje. Por tal razón, se debe considerar una metodología adecuada, analizando aquellos factores que condicionan e inciden favorablemente en el aprendizaje de los estudiantes. Necesariamente se deben seleccionar adecuadamente las estrategias metodológicas para tal fin.

Las estrategias metodológicas son recomendaciones básicas para poner en práctica una metodología; éstas tienen en cuenta las condiciones favorables y los factores negativos que le brinda el medio. Una estrategia metodológica es una técnica bien planificada que favorece el aprendizaje de los nuevos conocimientos, aprovechando todos los medios y recursos disponibles.

Para lograr un aprendizaje significativo de los temas relacionados con la Línea Recta, proponemos una metodología diferente en la que se debe tener en cuenta:

1. Los conocimientos previos de los estudiantes.
2. Tiempo disponible para el desarrollo de cada tema.
3. Uso correcto de materiales y medios de enseñanza para la construcción de los nuevos conocimientos.
4. Uso y manejo correcto de los instrumentos geométricos.
5. Importancia y aplicación de la Línea Recta.

Las acciones didácticas que llevaremos a cabo se realizan principalmente en el aula. El trabajo en el aula consta de tres elementos básicos: las intervenciones del docente, las intervenciones de los grupos de trabajo y, los debates y discusiones en grupo de las situaciones planteadas.

Antes de dar inicio al estudio de la Línea Recta, indagaremos acerca de los conocimientos previos que poseen los estudiantes y aquellos en los cuales presentan dificultades, con el objetivo de tomar decisiones al momento de introducir los nuevos conocimientos.

Para el estudio de la Línea Recta, proponemos la interpretación y el análisis de las definiciones de ángulo de inclinación de una recta, pendiente de una recta, lugar geométrico y la línea rectas, así como su interpretación geométrica en un sistema de coordenadas rectangulares. Deduciremos las fórmulas de la pendiente de una recta y de la distancia de un punto a una recta, así como las distintas formas (punto – pendiente, pendiente – intercepto, ecuación de la recta que pasa por dos puntos, forma simétrica, forma general y forma normal) de expresar la ecuación de una recta. Se propondrán también la resolución de ejercicios en donde se apliquen las fórmulas y ecuaciones deducidas, insistiendo además en la actitud y habilidad que deben adquirir los estudiantes para diferenciar los distintos conceptos y ecuaciones a utilizar, así como la capacidad para interpretar y resolver dichas situaciones.

La Unidad Didáctica presenta la siguiente organización:

- a. Interpretación de las definiciones correspondientes.
- b. Presentación de situaciones sencillas que induzcan a los estudiantes a deducir las fórmulas y ecuaciones correspondientes a los temas referentes a Línea Recta.
- c. Impulsaremos el trabajo colectivo en la discusión y resolución de ejercicios que conlleve a la consolidación de los nuevos conocimientos.
- d. Orientaremos la realización de trabajo independiente con la finalidad de que los estudiantes consoliden los nuevos conocimientos, y demuestren el desarrollo de sus habilidades.

- e. Propiciaremos el trabajo individual y colectivo con el propósito de que los estudiantes desarrollen habilidades en el uso y manejo de instrumentos geométricos.
- f. Fomentaremos en los estudiantes la aplicación del conocimiento lógico – matemático en la interpretación y resolución de ejercicios.
- g. Insistiremos en que, al final de la discusión de una situación propuesta, establezcamos los conceptos y elementos más destacados de los diferentes contenidos que vamos desarrollando, y a la vez resumiendo.

En esta unidad didáctica, la forma de evaluación que utilizaremos nos ayudará a constatar el progreso de los estudiantes en relación al logro de los objetivos propuestos en esta unidad. Esta actividad estará dirigida tanto a profesores como a estudiantes, observando directamente lo que ocurre en la clase, revisando sus trabajos, haciendo pruebas y evaluando otros aspectos que influyen indirectamente como son las estrategias metodológicas que utiliza el profesor así como los recursos con que se disponen.

Para el cumplimiento de esta actividad proponemos los tres tipos de evaluación: diagnóstica o inicial, formativa o de proceso y sumativa o final.

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Este tipo de evaluación nos permitirá conocer como fueron construyendo los estudiantes los conocimientos matemáticos impartidos en años anteriores, necesarios para el aprendizaje de los nuevos conocimientos. También, nos permitirá conocer el grado de dominio que los estudiantes poseen de ellos, así como el de conocer, que capacidades, habilidades y destrezas adquirieron en años anteriores, las cuales serán necesarias para la construcción de los nuevos conocimientos. Por último, conocer las actitudes que los estudiantes tienen hacia el aprendizaje de las matemáticas. Para este tipo de evaluación proponemos la aplicación de una prueba escrita (Ver Anexo No. 1).

Esta prueba nos permitirá conocer en los estudiantes la presencia o ausencia de aquellos conocimientos necesarios para la construcción de los nuevos conocimientos, y sobre la base de las deficiencias encontradas al orientar actividades (trabajo extraclase, grupos de estudio, visitas a la biblioteca, etc.) que nos lleven a superarlas.

Esta prueba diagnóstica será aplicada antes de dar inicio al estudio de la Línea Recta.

EVALUACIÓN FORMATIVA

Esta forma de evaluación nos permitirá darle seguimiento en forma constante y sistemática a todo el proceso de aprendizaje de los alumnos con el objetivo de incidir positivamente en él, para que el aprendizaje por parte de los estudiantes sea significativo y funcional.

En esta evaluación destacaremos los siguientes aspectos: apropiación y comprensión de los nuevos conocimientos, habilidades y destrezas en el uso y manejo de los instrumentos geométricos, desarrollo de habilidades matemáticas, valoración de los estudiantes acerca de la función de la matemática en el quehacer cotidiano, en la ciencia y en la tecnología y, por último, valoraremos la capacidad que tienen los estudiantes para trabajar individualmente y en colectivo, así como la preferencia para una determinada actividad. En este tipo de evaluación utilizaremos los siguientes instrumentos: guía de observación (Ver Anexo No. 2) para los trabajos grupales, los trabajos de los alumnos (trabajos escritos o exposiciones), utilizaremos procedimientos de autoevaluación de aspectos concretos y evaluación por parte de los compañeros, así como cuestionario de preguntas concretas (Ver Anexo No. 3) dirigida a los estudiantes señalando aquellos aspectos que pueden incidir negativamente en el proceso de enseñanza – aprendizaje, todo con el objetivo de ir mejorando nuestra práctica educativa. También proponemos la elaboración de pruebas orales las cuales nos permitirá ir conociendo lo que han captado los estudiantes tras la finalización de cualquier actividad planteada en clase o extraclase.

EVALUACIÓN SUMATIVA

Con este tipo de evaluación mediremos el grado de adquisición que han tenido los estudiantes con respecto a los contenidos impartidos. Propondremos evaluar mediante la resolución de ejercicios la capacidad de interpretar, aplicar definiciones y ecuaciones, uso y manejo de los instrumentos geométricos, así como la de razonar lógicamente las distintas formas de resolver ejercicios. Este tipo de evaluación la realizará el docente por medio de una prueba escrita (Ver Anexo No. 4).

TEMA 1: PENDIENTE DE UNA RECTA. ANGULO ENTRE DOS RECTAS

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Definir ángulo de inclinación. 2. Definir pendiente de una recta. 3. Explicar el concepto de ángulo entre dos rectas. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretar Geométricamente cada uno de los conceptos (ángulo de inclinación, pendiente, ángulo entre dos rectas y paralelismo y perpendicularidad). 2. Deducir la fórmula de la pendiente de una recta. 3. Deducir la fórmula del ángulo entre dos rectas. 4. Deducir las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas, conociendo sus pendientes. 	<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Definición de ángulo de inclinación de una recta. 2. Definición de pendiente de una recta. 3. Angulo entre dos rectas. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretación geométrica de cada uno de los conceptos (ángulo de inclinación, pendiente, ángulo entre dos rectas y paralelismo y perpendicularidad). 2. Dedución de la fórmula de la pendiente de una recta. 3. Dedución de la fórmula de ángulo entre dos rectas. 4. Dedución de las condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas conociendo sus pendientes. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Inducir a los estudiantes a que formulen las definiciones de ángulo de inclinación, pendiente de una recta y ángulo entre dos rectas. 2. Inducir a los estudiantes a que deduzcan las fórmulas de pendiente de una recta, ángulo entre dos rectas y las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas. 3. Trabajo en grupo consistente en la resolución de ejercicios, así como su interpretación geométrica. 4. Exposición del profesor para orientar las actividades a realizar y aclarar dudas que sirvan en el desarrollo de ella. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Folleto. 2. Hoja de ejercicios. 3. Papel bond blanco. 4. Marcadores. 5. Papelógrafos. 6. Regla graduada. 7. Escuadra. 8. Transportador. 9. Calculadora. 10. Papel milimetrado. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. En el trabajo grupal, evaluar orden, aseo, estética, responsabilidad, participación, compañerismo y científicidad en los resultados obtenidos. 2. Presentar, exponer y defender de manera individual y grupal las conclusiones obtenidas de los trabajos asignados. 3. Clase Práctica. 4. Prueba Corta. 	<p>2</p>

TEMA 1: PENDIENTE DE UNA RECTA. ANGULO ENTRE DOS RECTAS (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>5. Aplicar las fórmulas de pendiente de una recta, ángulo entre dos rectas y las condiciones de paralelismo y perpendicularidad en la resolución de ejercicios.</p> <p>6. Aplicar el conocimiento lógico – matemático en la interpretación y resolución de ejercicios.</p> <p>7. Aplicación correcta de los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios.</p> <p>ACTIDUINALES</p> <p>1. Mostrar habilidades y destrezas en el uso y manejo de los instrumentos geométricos.</p> <p>2. Fomentar el trabajo cooperativo.</p> <p>3. Fomentar el compañerismo, solidaridad y respeto con sus compañeros.</p> <p>4. Adquirir habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios.</p>	<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>5. Aplicación de las fórmulas de pendiente de una recta, ángulo entre dos rectas y las condiciones de paralelismo y perpendicularidad en la resolución de ejercicios.</p> <p>6. Aplicación del conocimiento lógico – matemático en la interpretación y resolución de ejercicios.</p> <p>7. Aplicación correcta de los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios.</p> <p>ACTIDUINALES</p> <p>1. Desarrollo de habilidades y destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos.</p> <p>2. Entusiasmo y participación en los trabajos asignados.</p> <p>3. Adquisición de habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios.</p>				3

TEMA 2: LA LINEA RECTA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Definir lugar geométrico. Definir línea recta. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Interpretar geoméricamente la definición de línea recta. Deducir las distintas formas de expresar la ecuación de la línea recta. Aplicar las distintas formas de expresar la ecuación de la línea recta en la resolución de ejercicios. Aplicar el razonamiento lógico – matemático en la interpretación y resolución de ejercicios. Aplicar los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios. 	<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Definición de lugar geométrico. Definición de línea recta. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Interpretación geométrica de la definición de la línea recta. Deducción de las distintas formas de expresar la ecuación de la línea recta. Aplicación de las distintas formas de expresar la ecuación de la línea recta en la resolución de ejercicios. Aplicación del razonamiento lógico – matemático en la resolución de ejercicios. Aplicación de los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios. 	<ol style="list-style-type: none"> Trabajo en grupo consistente en la interpretación geométrica de la definición de la línea recta, así como el significado de su pendiente, de su ángulo de inclinación a través de su representación geométrica. Trabajo en grupo consistente en la obtención de las distintas formas de expresar la ecuación de la línea recta. Trabajo en grupo consistente en la resolución de ejercicios, así como su interpretación. Búsqueda de información acerca de la importancia de la línea recta en otros campos del saber humano. Exposición por parte del profesor para orientar las actividades a desarrollar y aclarar dudas que se presenten. 	<ol style="list-style-type: none"> Folleto. Hoja de ejercicios. Papel bond blanco. Marcadores. Papelógrafos. Regla graduada. Escuadra. Transportador. Calculadora. Papel milimetrado. 	<ol style="list-style-type: none"> Preguntas de comprobación. Evaluar en los trabajos asignados, orden, estética, responsabilidad, participación, compañerismo y científicidad en los resultados obtenidos. Presentar, exponer y defender de manera individual y grupal las conclusiones obtenidas en los trabajos asignados. Clase Práctica. Prueba Corta. 	<p>3</p>

TEMA 2: LA LINEA RECTA (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>ACTITUDINALES</p> <p>1. Mostrar habilidades y destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos.</p> <p>2. Fomentar el trabajo cooperativo.</p> <p>3. Fomentar el compañerismo, solidaridad y respeto con sus compañeros.</p> <p>4. Adquirir habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios.</p>	<p>ACTITUDINALES</p> <p>1. Desarrollo de habilidades y destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos.</p> <p>2. Entusiasmo y participación en los trabajos asignados.</p> <p>3. Adquisición de habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios.</p> <p>4. Reconocimiento de la importancia de la Línea Recta en otros campos del saber humano.</p>				

TEMA 3: ECUACIÓN GENERAL DE LA LINEA RECTA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Explicar el concepto de distancia de un punto a una recta. Explicar las condiciones que deben cumplir dos rectas para que sean paralelas, perpendiculares, coincidentes o se intercepten en un punto y solamente un punto. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Deducir la ecuación general de la recta. Deducir la ecuación normal de la recta. Obtener la forma normal de una recta a partir de su forma general. Determinar la posición relativa de dos rectas cualesquiera. Deducir la fórmula de la distancia y distancia dirigida de un punto a una recta- 	<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Distancia de un punto a una recta. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Deducción de la ecuación general de la recta. Deducción de la ecuación normal de la recta. Obtención de la forma norma de una recta a partir de su forma general. Determinación de la posición relativa de dos rectas cualesquiera. Deducción de la fórmula de la distancia y distancia dirigida de un punto a una recta. 	<ol style="list-style-type: none"> Trabajo en grupo consistente en la deducción de las formas general y normal de la ecuación de la línea recta. Trabajo en grupo consistente en la obtención de la fórmula de la distancia y la distancia dirigida de un punto a una recta. Trabajo en grupo consistente en la interpretación geométrica de las posiciones relativas de dos rectas cualesquiera. Trabajo en equipo consistente en la interpretación geométrica de la forma normal de la ecuación de una recta. Trabajo en grupo consistente en la interpretación y resolución de ejercicios. Exposición por parte del profesor para orientar cada actividad y aclarar dudas que se presenten. Inducir a los estudiantes a que interpreten las fórmulas de la distancia y distancia dirigida de un punto a una recta. 	<ol style="list-style-type: none"> Papelógrafo. Marcadores. Papel bond blanco. Lapiceros. Borrador. Regla graduada. Escuadra. Calculadora. Folleto. Hoja de Ejercicios. 	<ol style="list-style-type: none"> Preguntas de comprobación. Evaluar en los trabajos asignados, orden, estética, responsabilidad, participación, compañerismo y científicidad en los resultados obtenidos. Presentar, exponer y defender de manera individual y grupal las conclusiones obtenidas. Clase Práctica. Prueba Corta. 	<p>8</p>

TEMA 3: ECUACIÓN GENERAL DE LA LINEA RECTA (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>6. Aplicar las formas general y normal de la ecuación de la recta en la resolución de ejercicios.</p> <p>7. Aplicar las fórmulas de la distancia y la distancia dirigida de un punto a una recta en la resolución de ejercicios.</p> <p>8. Aplicar el razonamiento lógico – matemático en la resolución de ejercicios.</p> <p>9. Aplicar correctamente los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios.</p>	<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>6. Aplicaciones de las formas general y normal de la ecuación de la recta en la resolución de ejercicios.</p> <p>7. Aplicación de las fórmulas de la distancia y la distancia dirigida de un punto a una recta.</p> <p>8. Aplicación del razonamiento lógico – matemático en la interpretación y resolución de ejercicios.</p> <p>9. Aplicación correcta de los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios.</p>				

TEMA 3: ECUACIÓN GENERAL DE LA LINEA RECTA (CONTINUACIÓN)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>ACTITUDINALES</p> <p>10. Mostrar habilidades y destrezas en el uso de los instrumentos geométricos.</p> <p>11. Fomentar el trabajo cooperativo.</p> <p>12. Adquirir habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios.</p> <p>13. Fomentar el compañerismo, solidaridad y respeto con sus compañeros.</p>	<p>ACTITUDINAKLES</p> <p>10. Desarrollo de habilidades y destrezas en el uso de instrumentos geométricos.</p> <p>11. Entusiasmo y participación en los trabajos asignados.</p> <p>12. Adquisición de habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios.</p>				

Para el logro de los objetivos propuestos y para que el aprendizaje de los contenidos por parte de los estudiantes sea significativo y funcional, nos proponemos implementar actividades que les permita a ellos construir los nuevos conocimientos sobre la base de la discusión y el análisis teniendo en cuenta, también los conocimientos previos que ellos poseen.

Para el desarrollo de cada actividad a realizar proponemos formar grupos de estudiantes no mayor de cinco.

DISTRIBUCIÓN TEMPORIZADA DE LAS ACTIVIDADES

Act. No.	Contenidos	Horas clases
LA LINEA RECTA		
1	Pendiente de una recta.	1
2	Angulo entre dos rectas	1
3	Ejercicios sobre Actividades 1 y 2.	1
4	La línea recta. Definición. Ecuación de la recta en las formas: punto – pendiente, pendiente – intercepto.	1
5	La línea recta. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos, ecuación simétrica de la recta.	1
6	Ejercicios sobre Actividades 4 y 5.	1
7	Ecuación general de la recta.	1
8	Posiciones relativas de dos rectas.	1
9	Ejercicios sobre Actividades 7 y 8.	1
10	Ecuación normal de la recta.	1
11	Reducción de la forma general a la forma normal	1
12	Ejercicios sobre Actividades 10 y 11.	1
13	Distancia de un punto a una recta.	1
14	Ejercicio sobre Actividad 13.	1
Total		14

ACTIVIDAD No. 1

Objetivos

1. Definir ángulo de inclinación.
2. Definir pendiente de una recta.
3. Deducir la fórmula de pendiente de una recta.

Tema

Pendiente de una recta.

Sumario

1. Angulo de inclinación.
2. Pendiente de una recta.

Materiales

1. Papel milimetrado.
2. Papel bond blanco.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Transportador.
6. Lápices.
7. Calculadora.

Introducción

Formularle a los estudiantes las siguientes preguntas:

1. Enuncien el concepto de recta.
2. Expliquen el concepto de ángulo.

Desarrollo

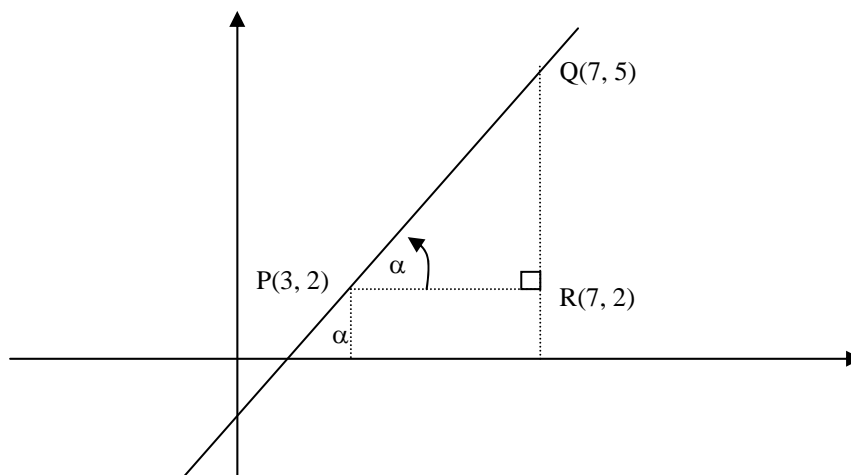
Orientar a los grupos de trabajo que realicen las siguientes actividades con el propósito de que lleguen a formular las definiciones de ángulo de inclinación y pendiente de una recta, así como la obtención de la fórmula de la pendiente de una recta.

A. En una hoja de papel milimetrado:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Trace una recta que pase por los puntos $P(3, 2)$ y $Q(7, 5)$ dirigida hacia arriba.
3. Mida con el transportador el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje X.

Orientar a los estudiantes que el ángulo que midieron recibe el nombre de ángulo de inclinación.

4. Trace una perpendicular desde el punto Q hacia el eje X. Proyecte el punto P hacia la perpendicular trazada. Designe por R el punto de intersección. ¿Cuáles son las coordenadas del punto R?
5. ¿Qué figura geométrica se ha formado?
6. ¿Cuál es la medida de $\angle QPR$?
7. ¿Por qué la medida del ángulo de inclinación de la recta y $\angle QPR$ son iguales?



8. En ΔPQR , ¿qué elementos se conocen?
9. ¿Qué razón trigonométrica puede emplearse?

Los resultados que obtendrán, serán:

$$\alpha = 37^{\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\tan 37^{\circ} \cong 0.755$$

Entonces,

$$\tan 37^{\circ} \cong \frac{3}{4}$$

El cociente de diferencias se le llama pendiente o coeficiente angular y se representa por m .

10. Formule la definición de pendiente de una recta.

11. Escriba la fórmula de la pendiente de una recta.

Solicitarle a los grupos de trabajo que presenten las conclusiones obtenidas en una tabla que presente el siguiente formato:

ANGULO DE INCLINACION		
DEFINICIÓN	DIAGRAMA	
PENDIENTE DE UNA RECTA		
DEFINICIÓN	FORMULA	DIAGRAMA

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en las tareas asignadas.
2. Presentación, científicidad y coherencia de las conclusiones obtenidas.

ACTIVIDAD No. 2

Objetivos

1. Definir ángulo entre dos rectas.
2. Deducir la fórmula del ángulo entre dos rectas.
3. Establecer las condiciones que deben cumplir dos rectas para que sean perpendiculares o paralelas.

Tema

Angulo entre dos rectas.

Sumario

1. Definición.
2. Fórmula del ángulo entre dos rectas.
3. Rectas paralelas y perpendiculares.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Papel milimetrado.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Lapiceros.
6. Borrador.

Introducción

Realizar las siguientes preguntas:

1. ¿A qué se le llama ángulo de inclinación?
2. ¿A qué se le llama coeficiente angular?

Desarrollo

Recordemos que dos rectas al cortarse forman dos pares de ángulos opuestos por el vértice. Por tanto, la expresión. “el ángulo comprendido entre dos rectas” es ambigua, ya que tal ángulo puede ser α , o bien, su suplemento, β (Ver figura 1). Para hacer una distinción, consideramos que las rectas están dirigidas.

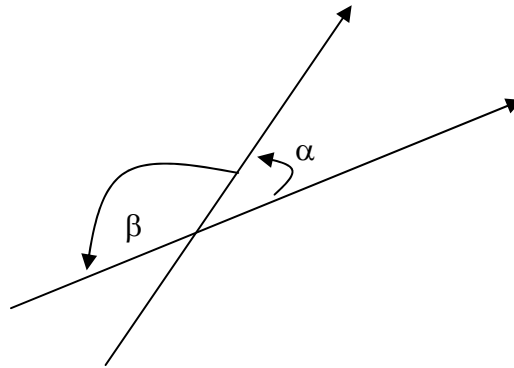


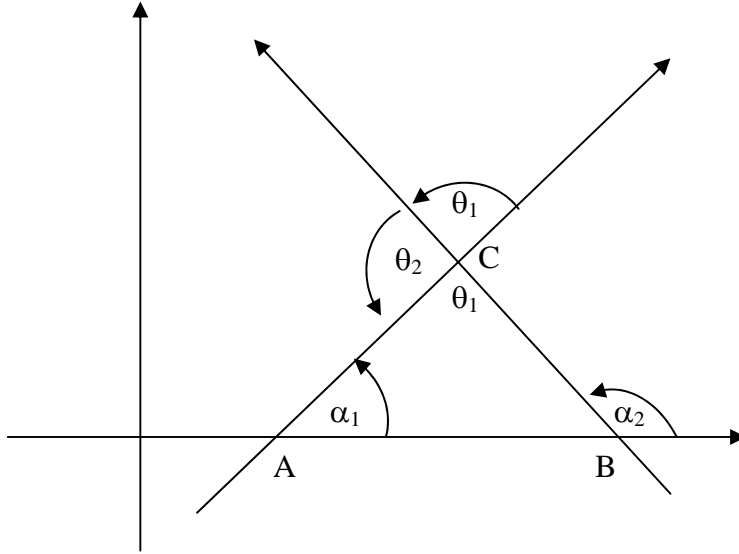
Figura 1

A continuación, solicitarle a cada grupo de trabajo que formulen la definición de ángulo entre dos rectas dirigidas.

Orientar a cada grupo de trabajo que deduzcan la fórmula de ángulo entre dos rectas y las condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas, mediante la realización de las siguientes actividades.

A. En un papel milimetrado:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Tracen dos rectas l_1 y l_2 dirigidas hacia arriba y que se corten en un punto en el primer cuadrante, y que corten a la parte positiva del eje X.
3. Designen por C al punto de intersección de ambas rectas; y por A y B a los puntos donde las rectas l_1 y l_2 cortan al eje X.
4. Designemos por α_1 y α_2 , los ángulos de inclinación de las rectas l_1 y l_2 , respectivamente.
5. Designemos por θ_1 y θ_2 los ángulos suplementarios que forman las rectas l_1 y l_2 .



Los ángulos aquí considerados se miden en sentido positivo. La recta a partir del cual se mide el ángulo se llama recta inicial, la recta hacia la cual se dirige el ángulo se llama recta final. Las pendientes de la recta inicial y final, se llaman pendiente inicial y final, respectivamente.

6. Designen por m_1 la pendiente de la recta inicial l_1 , y por m_2 la pendiente de la recta final l_2 .
7. Para el ángulo θ_1 :
¿Cuál es la recta inicial y final?
8. Para el ángulo θ_2 :
¿Cuál es la recta inicial y final?

A continuación, induciremos a los estudiantes a que calculen los valores de los ángulos θ_1 y θ_2 , cuando se conocen las pendientes de los lados que forman estos ángulos.

9. En ΔCAB :
 $\angle ACB = \angle \theta_1$ (¿Por qué?)
 $\alpha_2 = \alpha_1 + \theta_1$ (¿Por qué?)

Despeje θ_1 , y obtendrán:

$$\theta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$$

Aplique tangente a ambos miembros de la igualdad

$$\tan \theta_1 = \tan (\alpha_2 - \alpha_1)$$

Aplique la fórmula de tangente de la diferencia de dos ángulos

$$\tan \theta_1 = \frac{\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1}{1 + \tan \alpha_1 \cdot \tan \alpha_2}$$

Sustituya $\tan \alpha_1$ y $\tan \alpha_2$ por m_1 y m_2 , respectivamente. (Por qué?)

$$\tan \theta_1 = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} \quad (1)$$

10. Para ΔABC , con θ_2 por ángulo exterior, tenemos

$$\theta_2 = \alpha_1 + (180^\circ - \alpha_2)$$

11. Tomando tangente a ambos miembros, obtendrán

$$\tan \theta_2 = \tan [\alpha_1 + (180^\circ - \alpha_2)]$$

$$\tan \theta_2 = \frac{\tan \alpha_1 + \tan (180^\circ - \alpha_2)}{1 - \tan \alpha_1 \cdot \tan (180^\circ - \alpha_2)} \quad \text{¿Por qué?}$$

$$\tan \theta_2 = \frac{\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2}{1 + \tan \alpha_1 \cdot \tan \alpha_2} \quad \text{¿Por qué?}$$

Sustituya $\tan \alpha_1$ y $\tan \alpha_2$ por m_1 y m_2 , respectivamente. (Por qué?)

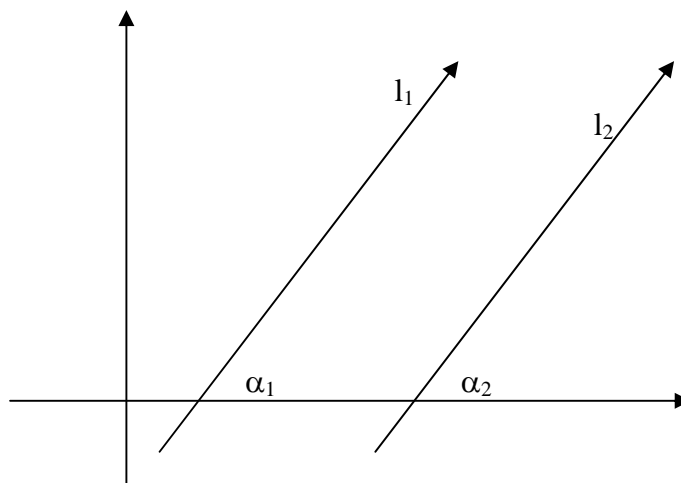
$$\tan \theta_2 = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \quad (2)$$

Al comparar (1) y (2), ¿existe analogía o diferencia? ¿por qué?

B. En papel milimetrado:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Tracen dos rectas paralelas, y désígnenlas por l_1 y l_2 , respectivamente.
3. Designen por α_1 y α_2 los ángulos de inclinación de las rectas l_1 y l_2 , respectivamente.

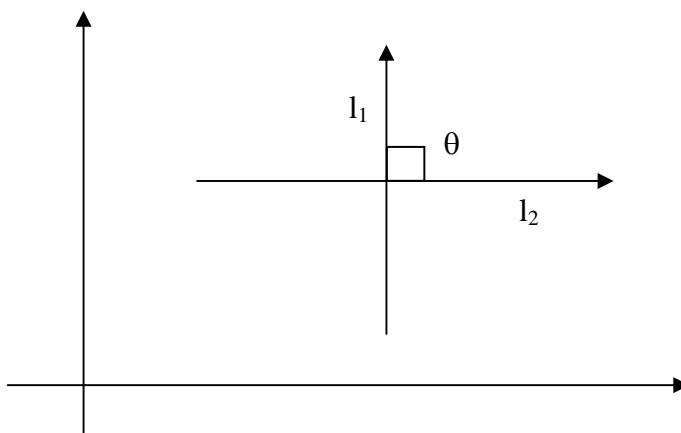
Un esquema gráfico, es:



4. ¿Es $\alpha_1 = \alpha_2$? ¿Por qué?
5. ¿ $\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2$? ¿Por qué?
6. ¿Qué podemos decir acerca del valor de sus pendientes?
7. Enuncie la condición que deben cumplir dos rectas l_1 y l_2 , para que sean paralelas.

C. En un papel milimetrado:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Tracen dos rectas l_1 y l_2 perpendiculares entre sí.



3. Por definición de rectas perpendiculares, ¿cuál es la medida del ángulo θ ?
4. ¿Por qué?

$$\cot \theta = \frac{1 + m_1 \cdot m_2}{m_2 - m_1} ?$$

5. Enuncie la condición que deben cumplir dos rectas l_1 y l_2 , para que sean perpendiculares.

Solicitarle a los grupos de trabajos que presenten en una hoja de papel bond blanco, las conclusiones obtenidas en una tabla que presente el siguiente formato

ANGULO ENTRE DOS RECTAS		
DEFINICION	FORMULA	DIAGRAMA
RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES		

Evaluación

1. Participación, compañerismo, solidaridad, orden y estética en las tareas asignadas.
2. Presentación, científicidad y coherencia en el trabajo presentado.

ACTIVIDAD No. 3
CLASE PRACTICA No. 1

Objetivos

1. Aplicar las fórmulas de la pendiente de una recta y ángulo entre dos rectas en la resolución de ejercicios.
2. Aplicar las condiciones de paralelismo y perpendicularidad en la resolución de ejercicios.

Sumario

1. Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapicero.
3. Borrador.
4. Calculadora.
5. Regla graduada.
6. Escuadra.
7. Transportador.

Introducción

El profesor presentará los conceptos a utilizar en el desarrollo de la clase práctica en la siguiente tabla:

ANGULO DE INCLINACION		
DEFINICIÓN	DIAGRAMA	
PENDIENTE DE UNA RECTA		
DEFINICIÓN	FORMULA	DIAGRAMA
ANGULO ENTRE DOS RECTAS		
DEFINICIÓN	FORMULA	DIAGRAMA

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo que de los siete ejercicios planteados, resuelvan los números impares, y los restantes presentarlo resuelto en la próxima actividad.

1. Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(5, -3)$.
2. Una recta de pendiente -2 pasa por el punto $(2, 7)$ y por los puntos A y B. Si la ordenada de A es 3 y la abscisa de B es 6, ¿cuál es la abscisa de A, y cuál es la ordenada de B?
3. Tres de los vértices de un paralelogramo son $(-1, 4)$, $(1, -1)$, $(6, 1)$. Si la ordenada del cuarto vértice es 6, ¿cuál es su abscisa?
4. Una recta pasa por los dos puntos $(-2, -3)$ y $(4, 1)$. Si un punto de abscisa 10 pertenece a la recta, ¿cuál es su ordenada?
5. Encontrar el ángulo agudo que forma la recta que pasa por los puntos $(1, -2)$ y $(-4, 1)$ con la recta que pasa por los puntos $(2, 4)$ y $(6, 5)$.
6. Demuestre que las diagonales del rectángulo cuyos vértices son los puntos $(2, 4)$, $(7, 3)$, $(6, -2)$ y $(1, -1)$ son perpendiculares.
7. Una recta r pasa por los puntos $(3, 2)$ y $(-4, -6)$, y otra recta s pasa por el punto $(7, 1)$ y el punto A cuya ordenada es -6 . Hallar la abscisa del punto A, sabiendo que r es perpendicular a s .

PRUEBA CORTA:

Determinése la medida del ángulo BAC en el triángulo cuyos vértices son los puntos A(1, 3), B(5, 4) y C(3, 0).

Evaluación

1. Participación, compañerismo, solidaridad, orden, estética, científicidad en la realización de los ejercicios propuestos.
2. Mediante la aplicación de una prueba corta medir el grado de asimilación que adquirieron los estudiantes en los temas impartidos.
3. Presentar la resolución de los ejercicios pares en la próxima actividad.

ACTIVIDAD No. 4

Objetivos

1. Definir lugar geométrico.
2. Definir Línea Recta.
3. Deducir la ecuación de la recta en las formas: punto – pendiente y pendiente – intercepto.

Tema

La Línea Recta

Sumario

1. Definición.
2. Ecuación de la recta en la forma punto – pendiente.
3. Ecuación de la recta en la forma pendiente – intercepto.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lápices.
3. Borrador.
4. Regla graduada.
5. Escuadra.
6. Papelógrafo.
7. Marcadores.

Introducción

Esta actividad se desarrollará en la siguiente forma:

- a. Un momento dirigido a aclarar las dudas que surgieron en la resolución de los ejercicios pares propuesto en la actividad anterior.
- b. Un segundo momento estará a cargo del profesor y consistirá en la explicación de los conceptos de lugar geométrico y línea recta, los cuales son necesarios para deducir la ecuación de la línea recta en las formas: punto – pendiente y pendiente – intercepto.
- c. Se organizará un conjunto de actividades dirigidas a los grupos de trabajos, las cuales les permitirá deducir la ecuación de la recta en las formas punto – pendiente y pendiente – intercepto.

Desarrollo

A. El profesor enunciará y explicará las siguientes definiciones:

Definición (Lugar geométrico)

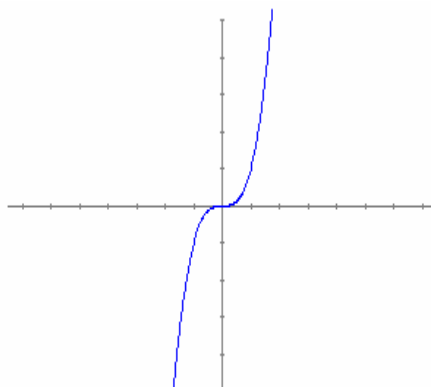
El conjunto de los puntos y solamente de aquellos puntos cuyas ordenadas satisfacen una ecuación $[f(x, y) = 0]$, se llama gráfica de la ecuación, o bien, su lugar geométrico.

Definición

Cualquier punto cuyas coordenadas satisfacen la ecuación $f(x, y) = 0$, pertenece a la gráfica de la ecuación.

Debemos resaltar que lo importante es que si las coordenadas de un punto satisfacen una ecuación, ese punto pertenece a la gráfica de esa ecuación y. Recíprocamente, si un punto está sobre la gráfica de una ecuación, sus coordenadas satisfacen la ecuación.

Por ejemplo, la ecuación $y - x^3 = 0$, su lugar geométrico está representado en la siguiente figura



y el punto $(3, 27)$ está en la gráfica de la ecuación puesto que sus coordenadas la satisfacen. la ecuación..

Esto es, $27 - 3^3 = 27 - 27 = 0$

Definición (Línea recta)

Llamamos línea recta al lugar geométrico de los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, del lugar geométrico correspondiente a la línea recta, el valor de la pendiente m está dado por la siguiente fórmula

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad x_2 \neq x_1,$$

y es constante.

Antes de que empiecen a deducir las formas de la ecuación de la recta, realicemos a los grupos de trabajo la siguiente pregunta:

“Geoméricamente, una recta está perfectamente determinada por uno de sus puntos y su dirección. Analíticamente, ¿cuándo una recta está perfectamente determinada?”

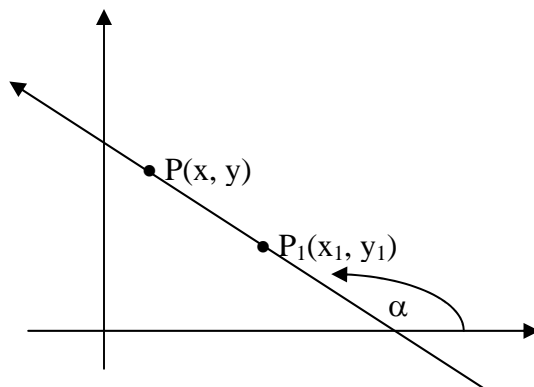
B. Dedución de la ecuación de la recta en las formas: punto – pendiente y pendiente – intercepto.

Dedución de la ecuación de la recta en la forma punto – pendiente.

I. En una hoja de papel bond blanco:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Trace una recta l que pase por un punto $P_1(x_1, y_1)$ y tenga un ángulo de inclinación obtuso, y denótenlo por α .
3. Ubique un punto $P(x, y)$ distinto de $P_1(x_1, y_1)$ en la recta l .

Una ilustración de 1., 2. Y 3., es:



4. Aplique la definición de línea recta que pasa por los puntos $P(x, y)$ y $P_1(x_1, y_1)$, y resulta

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}; \quad x \neq x_1$$

5. Quite el denominador de la expresión anterior, y resulta la ecuación de la recta en la forma punto – pendiente

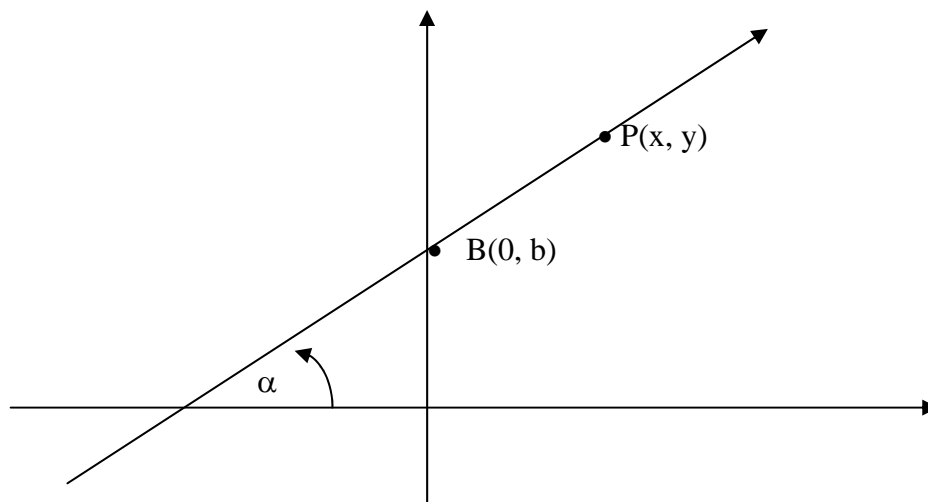
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Deducción de la ecuación de la recta en la forma pendiente – intercepto.

II. En una hoja de papel blanco:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Trace una recta l que corte a ambos ejes, y tenga un ángulo de inclinación agudo, y denótelo por α .
3. Ubique un punto $P(x, y)$ en la recta l .
4. Denote por A y B , los puntos donde la recta l corta al eje X e Y , respectivamente.
5. Denote por b la longitud del segmento cuyos extremos son el origen del sistema y el punto B
6. ¿Cuáles son las coordenadas del punto B ?

Una ilustración de lo realizado de 1. a 6., es:



7. Aplique la definición de línea recta, y simplifique. Obtendrá la ecuación de la recta en la forma pendiente – intercepto, la cual es

$$y = mx + b$$

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden y estética en la realización de las tareas asignadas.
2. Presentación, científicidad, coherencia en las respuestas obtenidas en las preguntas de la parte c.

ACTIVIDAD No. 5

Objetivos

1. Deducir la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.
2. Deducir la ecuación de la recta en la forma simétrica.

Tema

La Línea Recta.

Sumario

1. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.
2. Ecuación de la recta en la forma simétrica.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lápices.
3. Borrador.
4. Regla graduada.
5. Escuadra.

Introducción

Realizar a los estudiantes las siguiente preguntas:

¿Cuál es la ecuación de la recta paralela al eje X? ¿Cuál es la ecuación de la recta paralela al eje Y?

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo la realización de las siguientes actividades con el fin de que deduzcan las ecuaciones de la línea recta que pasa por dos puntos y la simétrica.

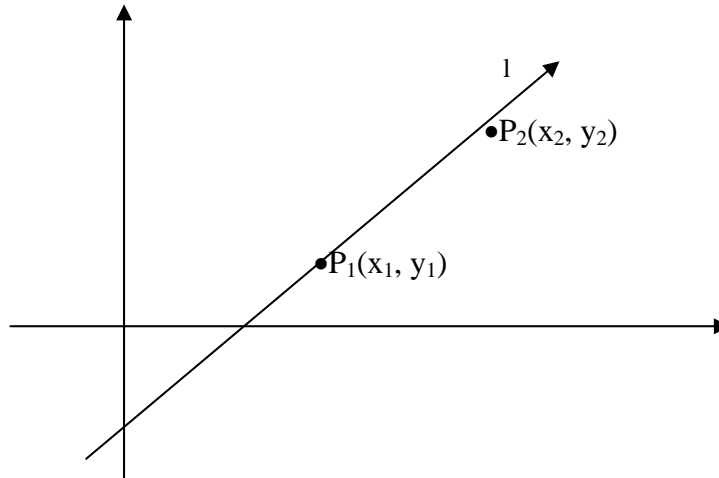
Dedución de la ecuación de una recta que pasa por dos puntos.

A. En una hoja de papel bond blanco:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Trace una recta l que corte a la parte positiva del eje X, y con un ángulo de inclinación agudo.

3. Ubique dos puntos distintos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ en la recta l .

Una ilustración de lo realizado en 1., 2. y 3., es:



4. Escriba la ecuación de la recta en la forma punto – pendiente.
5. Determine la pendiente m de la recta l que pasa por los puntos P_1 y P_2 .
6. Sustituya la expresión de la pendiente obtenida en 5., en la ecuación de la recta en la forma punto – pendiente, obtenida en 4.

La fórmula que se obtendrá, es:

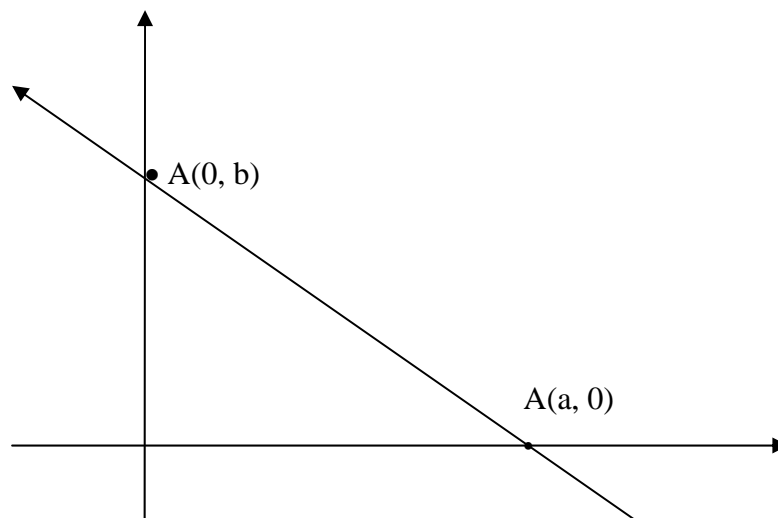
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1); \quad (x_2 \neq x_1)$$

Deducción de la ecuación simétrica de la recta.

B. En una hoja de papel blanco:

1. Trace un sistema de coordenadas rectangulares.
2. Trace una recta l que corte a las partes positivas de los ejes X e Y , respectivamente.
3. Designe por A y B , los puntos donde la recta l corta a los ejes X e Y , respectivamente.
4. Denote por a y b , las longitudes de los segmentos cuyos extremos son el origen y los puntos A y B , respectivamente.
5. Determine las coordenadas de los puntos A y B , respectivamente.

Una ilustración de lo realizado en 1. a 5., es:



6. Aplique la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, simplifique, y obtendrá:

$$\frac{b}{a}x + y = b$$

7. Multiplique por $\frac{1}{b}$ a ambos miembros de la ecuación anterior, y se tendrá:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

que es la forma simétrica de la ecuación de una recta.

En la fórmula obtenida, al número $a \neq 0$, y al número $b \neq 0$ a se les llaman intersecciones con los ejes X e Y, respectivamente.

C. Solicitarle a los grupos de trabajo que discutan y analicen la siguiente pregunta.

Una recta queda perfectamente determinada por dos cualesquiera de sus puntos, ¿cuál es la manera más conveniente de trazar una recta a partir de su ecuación?

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de los trabajos asignados.
2. Presentación, científicidad y coherencia en las conclusiones que obtuvieron en la parte C.

ACTIVIDAD No. 6
CLASE PRACTICA No. 2

Objetivos

Aplicar las distintas formas de la ecuación de la recta en la resolución de ejercicios.

Tema

La Línea Recta.

Sumario

1. Ejercicios sobre actividades 4 y 5.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Regla graduada.
3. Escuadra.
4. Calculadora.
5. Lapiceros.
6. Borrador.
7. Papelógrafo.
8. Marcadores.

Introducción

El profesor expondrá un resumen de las actividades anteriores, las cuales serán de mucha utilidad en el desarrollo de la clase práctica. Este contendrá los siguientes aspectos:

ECUACION DE LA RECTA EN LA FORMA PUNTO - PENDIENTE
ECUACION DE LA RECTA EN LA FORMA PENDIENTE – INTERCEPTO
ECUACION DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS
ECUACION DE LA RECTA EN LA FORMA SIMETRICA

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo que resuelvan los ejercicios pares:

1. Determinar la ecuación de la recta que pasa por:
 - (a) (1, 5) con pendiente 3.
 - (b) (-3, 5) con inclinación de 45° .
 - (c) (2, 1) y es paralela al eje Y.
2. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 , y cuyo intercepto con el eje Y, -2 .
3. Los segmentos que una recta determinan sobre los ejes X e Y son 2 y -3 , respectivamente. Hallar su ecuación.
4. Una recta pasa por los puntos A(-3, -1) y B(2, -6). Hallar su ecuación en la forma simétrica.
5. Una recta pasa por el punto A(7, 8) y es paralela a la recta que pasa por los puntos C(-2, 2) y D(3, -4). Hallar su ecuación.
6. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$.
7. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -4 , y que pasa por el punto de intersección de las rectas $2x + y - 8 = 0$ y $3x - 2y + 9 = 0$.
8. El punto P de ordenada 10 está sobre la recta cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto A(7, -2). Calcular la abscisa de P.

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de ejercicios.
2. Presentación, exposición y defensa de los resultados obtenidos.
3. Presentar resueltos los ejercicios impares en la próxima actividad.

ACTIVIDAD No. 7

Objetivos

1. Comprobar que la ecuación $Ax + By + C = 0$ representa siempre una recta.
2. Resolver ejercicios relacionados a la ecuación general de la recta.

Tema

La Línea Recta.

Sumario

1. Ecuación general de la recta.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Borrador.
4. Calculadora.
5. Marcadores.
6. Papelógrafo.

Introducción

Aclaración de las dudas surgidas en la resolución de los ejercicios impares, propuesto en la actividad anterior.

Desarrollo

En las actividades anteriores, obtuvimos que la ecuación de una recta cualesquiera, en el plano real, es de la forma lineal

$$Ax + By + c = 0, \quad (*)$$

en donde A o B debe ser diferente de cero y C puede ser o no ser cero. La ecuación (*) se llama forma general de la ecuación de una recta.

Consideremos el problema recíproco; es decir, la ecuación (*), ¿representa siempre una línea recta? Para que puedan responder esta pregunta examinaremos las dos formas

posibles de la ecuación (*) con respecto al coeficiente de y; es decir, las formas $B = 0$ y $B \neq 0$.

I. Para $B = 0$. Entonces,

$$A \neq 0 \quad \text{¿Por qué?},$$

y la ecuación (*), ¿a qué forma se reduce?

Un resumen de lo que obtendrán, es:

$$Ax + By + C = 0 \Rightarrow Ax + C = 0$$

$$\Rightarrow Ax = -C$$

$$\Rightarrow x = -\frac{C}{A} \quad (**)$$

Geoméricamente, ¿qué representa la ecuación (**) que obtuvieron?

II. Para $B \neq 0$.

Divida ambos miembros de la ecuación $Ax + By + C = 0$ por B y, exprese y en términos de x , ¿a qué forma se reduce la forma general?

El procedimiento orientado lo conducirán a la siguiente ecuación:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

¿A qué forma de ecuación corresponde?. ¿Qué representa $-\frac{A}{B}$ y $\frac{C}{B}$?

Según lo discutido en I y II, ¿a qué conclusión llegan?

A continuación, solicitarle a cada grupo de trabajo que resuelvan el siguiente ejercicio.

“Hallar los valores que deben tener los coeficientes de la ecuación general $Ax + BY + C = 0$ de una recta que pasa por los puntos $(-1, 4)$ y $(3, -2)$. Hallar la ecuación de la recta.”

Para la resolución del ejercicio, orientar a cada grupo lo siguiente:

1. Sustituya las coordenadas de dichos puntos en la ecuación $Ax + By + C = 0$ ¿por qué?, y se obtienen dos ecuaciones.
2. Resuelva el sistema en términos de A y de B , o sea, expresar A y B en términos de C .

3. Sustituya A y B en la ecuación $Ax + By + C = 0$, resuelva y encuentre los valores de A, de B y de C en la ecuación $Ax + By + C = 0$ de la recta que pasa por los puntos $(-1, 4)$ y $(3, -2)$.

Dichos valores encontrados, son

$$A = 3, \quad B = -2, \quad C = -5$$

Evaluación

1. Participación, compañerismo, solidaridad, orden y estética en las tareas asignadas.
2. Presentación, exposición y defensa del ejercicio propuesto.

ACTIVIDAD No. 8

Objetivos

1. Deducir las condiciones analíticas de dos rectas cualesquiera en el plano real bajo las cuales estas dos rectas son: paralelas, perpendiculares, coincidentes o se interceptan en uno y solamente un punto.

Tema

Ecuación general de la recta.

Sumario

1. Posiciones relativas de dos rectas.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Regla graduada.
3. Escuadra.
4. Papelógrafo.
5. Marcadores.
6. Lapiceros.
7. Borrador.

Introducción

Mencionen las distintas posiciones relativas en que se encuentran dos rectas cualesquiera.

Desarrollo

A cada grupo de trabajo orientarle a que discutan, analicen e infieran conclusiones acerca de la relación existente entre los coeficientes de las variable x e y , junto con los términos independientes de los siguientes pares de recta. (Grafique dichas rectas en un sistema de coordenadas rectangulares)

(a) $3x - 2y + 5 = 0$

$9x - 6y - 7 = 0$

(c) $2x - 3y + 1 = 0$

$-4x + 6y - 2 = 0$

(b) $x + 2y - 7 = 0$

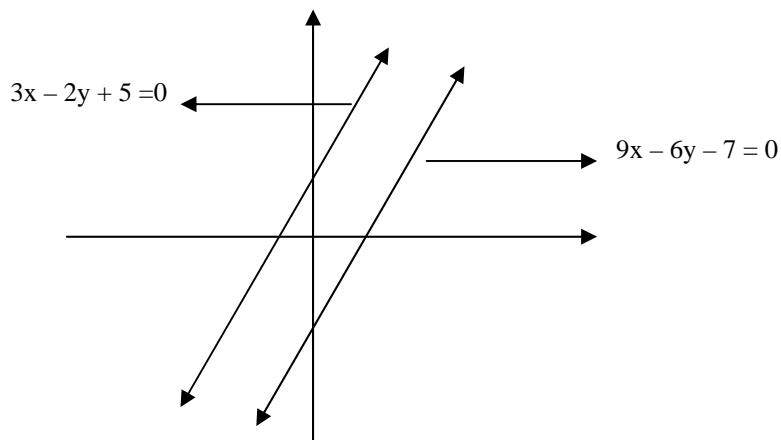
$2x - y + 3 = 0$

(d) $3x + 2y - 3 = 0$

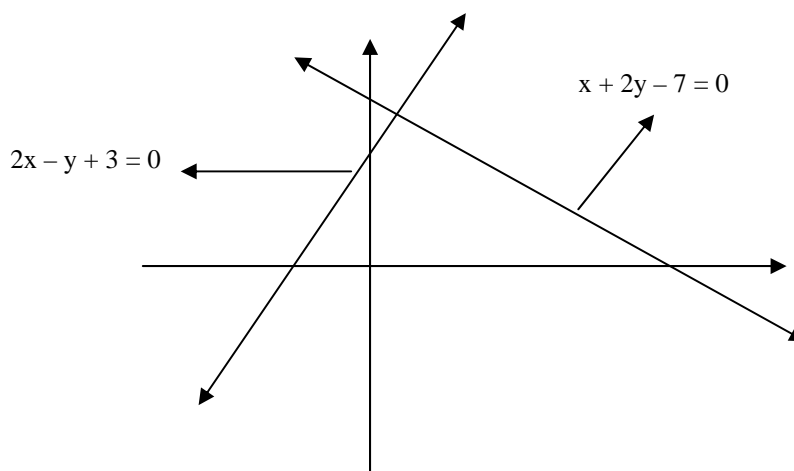
$x + y + 1 = 0$

Las conclusiones que obtendrán los grupos de trabajo, son:

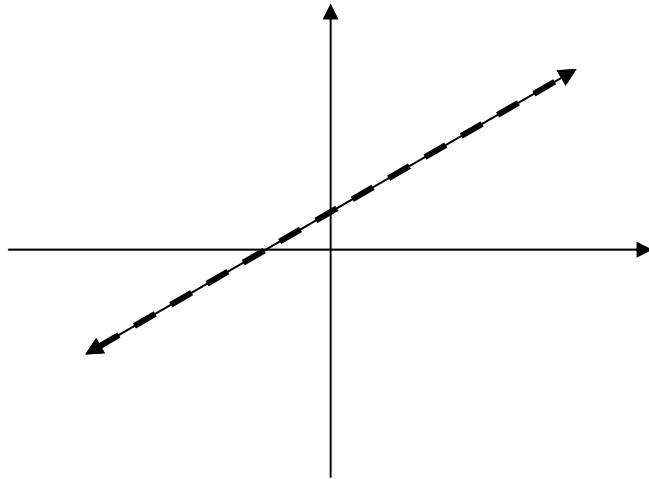
- (i) Para el par de rectas en (a) los coeficientes de x y de y en sus ecuaciones son proporcionales, excepto los términos independientes, y ellas son paralelas, a como se muestra en la siguiente figura.



- (ii) Para el par de rectas en (b) los coeficientes de x y de y , junto con los términos independientes en sus ecuaciones, son no proporcionales; además, la suma de los productos de los coeficientes de x y los coeficientes de y es igual a cero y, por lo tanto, ellas son perpendiculares, tal como se muestra en la siguiente figura.

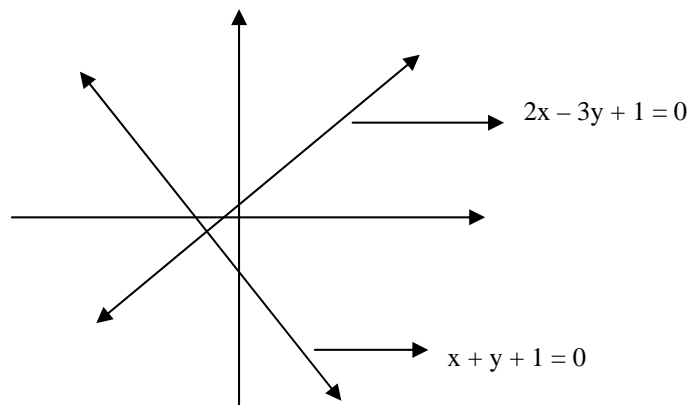


- (iii) Para el par de rectas en (c) los coeficientes de las variables y los términos independientes de sus ecuaciones son proporcionales, y las rectas son coincidentes, tal como se muestra en la siguiente figura.



La curva continua corresponde a la recta cuya ecuación es $2x - 3y + 1 = 0$; y la curva punteada corresponde a la recta cuya ecuación, es $-4x + 6y - 2 = 0$.

- (iv) Para el par de rectas en (d) los coeficientes de x y de y , junto con los términos independientes en sus ecuaciones, son no proporcionales; además, la suma de los productos de los coeficientes de x y los coeficientes de y es distinto de cero y, por lo tanto, ellas se interceptan en uno y solamente un punto, tal como se muestra en la siguiente figura.



Solicitarle a los grupos de trabajo que presenten en la siguiente actividad, las conclusiones que obtuvieron, en una tabla que presente el siguiente formato

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS	
Sean $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C = 0$ ecuaciones de dos rectas l y l' , respectivamente. Entonces,	
POSICIÓN	CONDICION
PARALELAS	
PERPENDICULARES	
COINCIDENTES	
INTERSECCION EN UN PUNTO Y SOLAMENTE UN PUNTO	

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de los trabajos asignados.
2. Presentación, científicidad y coherencia en las conclusiones que obtuvieron.

ACTIVIDAD No. 9
CLASE PRACTICA No. 3

Objetivos

Aplicar la ecuación general de la recta y las condiciones analíticas que deben cumplir dos rectas para que sean paralelas, perpendiculares, coincidentes y se intercepten en un punto y solamente en un punto.

Tema

Ecuación general de la recta.

Sumario

Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Borrador.
4. Regla.
5. Escuadra.
6. Calculadora.
7. Papelógrafo.
8. Marcadores.

Introducción

El profesor presentará aquellos aspectos necesarios para el desarrollo de la clase práctica, y que verifiquen lo realizado por ellos.

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS	
Sean $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C = 0$ ecuaciones de dos rectas l y l' , respectivamente. Entonces,	
POSICIÓN	CONDICION
PARALELAS	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$, o bien, $AB' - A'B = 0$
PERPENDICULARES	$AA' + BB' = 0$
COINCIDENTES	$A = kA'$; $B = kB'$; $C = kC'$
INTERSECCION EN UN PUNTO Y SOLAMENTE UN PUNTO	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$, o bien, $AB' - A'B \neq 0$

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo que resuelvan los siguientes ejercicios.

1. Hallar la ecuación de la recta, determinando los coeficientes de la forma general que pasa por el punto $(-2, 4)$ y tiene una pendiente igual a -3 .
2. Hallar la ecuación de la recta, determinando los coeficientes de la forma general, que es perpendicular a la recta cuya ecuación es $3x - 4y + 11 = 0$, y pasa por el punto $(-1, -3)$.
3. Hallar el valor de k para que la recta $kx + (k - 1)y - 18 = 0$ sea paralela a la recta $4x + 3y + 7 = 0$.
4. Determinar el valor de k para que la recta $k^2x + (k + 1)y + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta $3x - 2y - 11 = 0$.
5. En las ecuaciones $ax + (2 - b)y - 23 = 0$ y $(a - 1)x + by + 15 = 0$, hallar los valores de a y de b , para que representen rectas que pasan por el punto $(2, -3)$.

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de ejercicios.
2. Presentación, exposición y defensa de los resultados obtenidos.
3. Verificar la correcta aplicación de las condiciones que deben cumplir dos rectas paralelas, perpendiculares, que se corten en uno y sólo un punto y coincidente.

ACTIVIDAD No. 10

Objetivos

1. Deducir la ecuación normal de la recta.
2. Aplicar la ecuación normal de la recta.

Tema

Ecuación general de la recta.

Sumario

1. Ecuación normal de la recta..
2. Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Papelógrafo.
3. Marcadores.
4. Lapiceros.
5. Borrador.
6. Regla graduada.
7. Escuadra.
8. Transportador.
9. Calculadora.

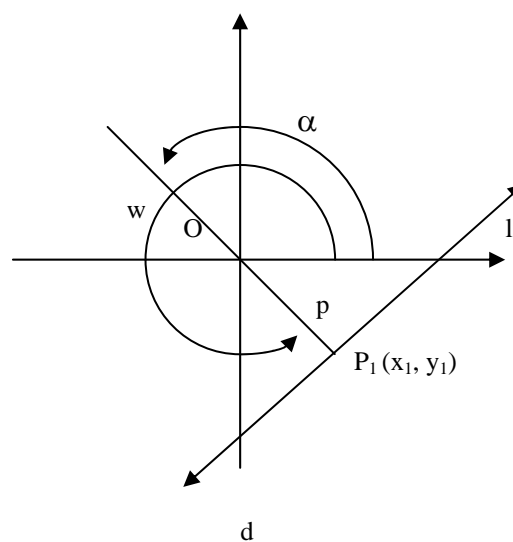
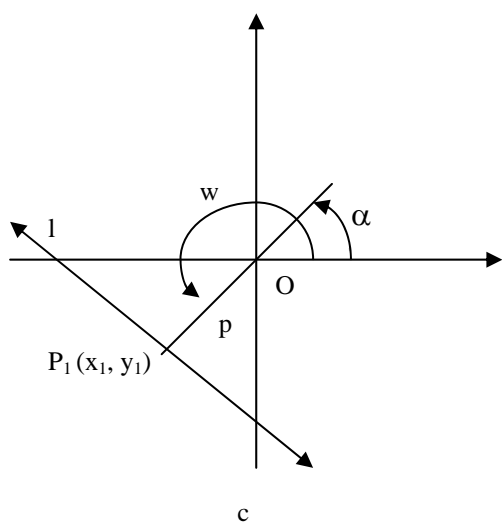
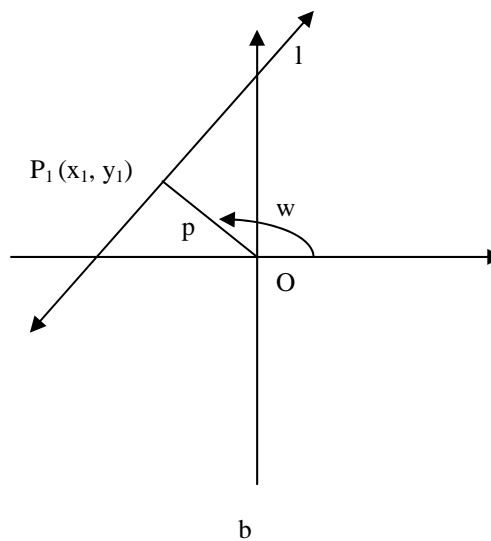
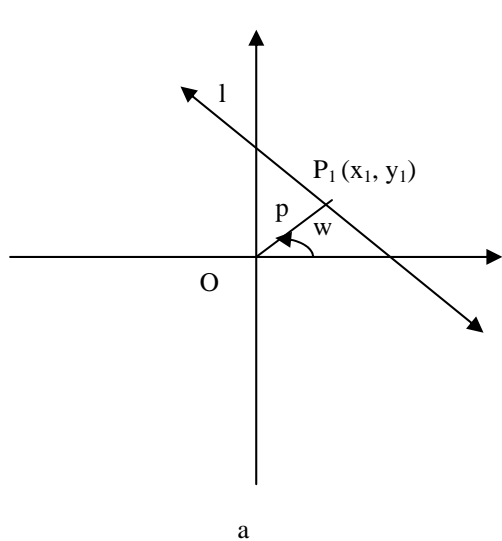
Introducción

Esta actividad será desarrollada en conjunto, guiada y orientada por el profesor.

Desarrollo

En vista de que este contenido es un poco complejo la explicación del tema corresponderá en su mayor parte al profesor. La resolución de los dos ejercicios que se plantean en esta actividad estará a cargo de los grupos de trabajo.

Consideremos un segmento OP_1 de longitud p y con uno de sus extremos siempre en el origen, tal a como se muestra en las siguientes figuras.



¿Quiénes determinan la posición exacta del segmento OP_1 ? Para un par cualquiera de valores dados de p y de w , la recta l trazada por $P_1(x_1, y_1)$ perpendicular a OP_1 queda perfectamente determinada por un punto y tiene una pendiente dada.

Se verifica que

$$x_1 = p \cdot \cos w \quad y_1 = p \cdot \sin w \quad (1)$$

¿Cuáles son las coordenadas del punto P_1 ?

$$P_1(p \cdot \cos w, p \cdot \sin w)$$

Para las posiciones (a) y (b) el ángulo de inclinación del segmento OP_1 es w , y por tanto, ¿cuál es su pendiente? Es $\tan w$.

Para las posiciones (c) y (d) el ángulo de inclinación del segmento OP_1 es α , y por tanto, tenemos que $\tan w = \tan (180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$.

Para todas las posiciones del segmento OP_1 , su pendiente está dada por $\tan w$. Como la recta l es perpendicular a OP_1 , su pendiente para todas las posiciones, es

$$m = -\cot w \quad \text{¿Por qué?}$$

$$m = -\frac{\cos w}{\sin w} \quad (2) \quad \text{¿Por qué?}$$

Aplique la ecuación de la recta en la forma punto – pendiente, y simplifíquese, y obtendrá la forma normal de la ecuación de la recta l , la cual es:

$$x \cdot \cos w + y \cdot \sin w + p = 0$$

en donde p es un número positivo, numéricamente igual a la longitud de la normal trazada desde el origen a la recta, y w es el ángulo positivo menor que 360° medido a partir de la parte positiva del eje X a la normal.

Orientar a cada grupo de trabajo que resuelvan los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación de la recta en la forma normal, siendo $w = 60^\circ$ y $p = 6$.
2. En un círculo de centro el origen y radio igual a 5, hallar la forma normal de la ecuación de su tangente en el punto (3, 4).

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de ejercicios.
2. Presentación, exposición y defensa de los resultados obtenidos.

ACTIVIDAD No. 11

Objetivos

1. Reducir la forma general a la forma normal de la ecuación de la línea recta.

Tema

Ecuación general de la recta.

Sumario

1. Reducción de la forma general a la forma normal.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Borrador.

Introducción

Dada la ecuación de la recta en la forma normal

$$x \cos w + y \operatorname{sen} w - p = 0$$

preguntarle a los estudiantes, el significado de w y p .

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo a que realicen las siguientes actividades, las cuales les van a permitir obtener la forma normal de una recta a partir de su forma general.

1. Escriban la forma general de una recta, y denótela por (a)

$$Ax + By + C = 0 \quad (a)$$

2. Escriban la forma normal de una recta, y denótela por (b).

$$x \cdot \cos w + y \cdot \operatorname{sen} w - p = 0 \quad (b)$$

3. Considérese que ambas ecuaciones representan la misma recta. Entonces, ¿cuál es la relación que guardan los coeficientes de las variables y los términos independientes?

$$\cos w = k \cdot A \quad (c)$$

$$\text{sen } w = k \cdot B \quad (d)$$

$$-p = k \cdot C \quad (e)$$

4. Eleven al cuadrado ambos miembros de (c) y (d):

$$\cos^2 w = k^2 \cdot A^2 \quad (f)$$

$$\text{sen}^2 w = k^2 \cdot B^2 \quad (g)$$

5. Sume miembro a miembro en (f) y (g):

$$\cos^2 w + \text{sen}^2 w = k^2 \cdot A^2 + k^2 \cdot B^2 \quad (h)$$

6. De (h) resulta,

$$1 = k^2 \cdot (A^2 + B^2) \quad \text{¿Por qué?} \quad (i)$$

7. De (i) despeje k:

$$k = \frac{1}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} \quad A^2 + B^2 \neq 0 \quad (j)$$

8. Sustituyan el valor de k encontrado en (j) en (c), (d) y (e), y obtendrán las relaciones buscadas entre los coeficientes correspondientes de las formas (a) y (b).

$$\cos w = \frac{A}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}; \text{sen } w = \frac{B}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}; p = -\frac{C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

9. ¿Cuál es la forma normal de la recta cuya ecuación es $Ax + By + C = 0$.

$$\frac{A}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} \cdot x + \frac{B}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} \cdot y + \frac{C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} = 0$$

10. Determine el signo que debe tener el radical, analizando:

- (i) Cuando $C \neq 0$, ¿qué signos tienen k y C ?
- (ii) Cuando $C = 0$ y $B \neq 0$, ¿qué signos tienen k y B ?
- (iii) Cuando $C = B = 0$, ¿qué signos tienen k y A ?

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de las tareas asignadas.

ACTIVIDAD No. 12
CLASE PRACTICA No. 4

Objetivos

1. Resolver ejercicios relativos a las formas general y normal de la ecuación de la línea recta.

Tema

Ecuación general de la recta.

Sumario

1. Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Borrador.
4. Calculadora.
5. Regla.
6. Escuadra.

Introducción

- ◆ Forma general de la ecuación de la recta: $Ax + By + C = 0$
- ◆ Forma normal de la ecuación de la recta: $x \cdot \cos w + y \cdot \sin w + p = 0$
- ◆ Forma normal de la ecuación de la recta: Para reducir la forma general de la ecuación de una recta

$$Ax + By + C = 0$$

a la forma normal

$$x \cdot \cos w + y \cdot \sin w + p = 0$$

se divide cada término de la forma general de la ecuación de la recta por

$$r = \pm \sqrt{A^2 + B^2},$$

en donde el signo que precede al radical r se escoge como sigue:

Si $C \neq 0$, r es de signo contrario a C ; si $C = 0$ y $B \neq 0$, r y b tiene el mismo signo; y si $C = B = 0$, r y A tienen el mismo signo.

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo que resuelvan los ejercicios impares, y los pares serán entregados en la próxima actividad.

1. Hallar la ecuación de la recta en la forma normal, siendo $w = 60^0$ y $p = 6$.
2. Una recta es tangente a un círculo de centro en el origen y radio 3. Si el punto de tangencia es $(2, -\sqrt{5})$, hállese la ecuación de la tangente.
3. Reducir la ecuación $12x - 5y - 52 = 0$ a la forma normal, y hallar los valores de p y w .
4. Hallar la distancia del origen a la recta $2x - 3y + 9 = 0$.
5. Determinar el valor de k para que la distancia del origen a la recta $x + ky - 7 = 0$ sea 2.
6. Hallar la ecuación de la recta cuya distancia del origen es 5 y que pasa por el punto $(1,7)$.
7. El ángulo de inclinación de una recta es de 45^0 . Hallar su ecuación si su distancia del origen es 4.

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de ejercicios.
2. Presentación, exposición y defensa de los resultados obtenidos.
3. Presentar los ejercicios pares resueltos en la próxima actividad.

ACTIVIDAD No. 13

Objetivos

1. Deducir las fórmulas de la distancia y la distancia dirigida de un punto a una línea recta.

Tema

Ecuación general de la línea recta.

Sumario

1. Distancia de un punto a una recta.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Marcadores.
3. Papelógrafo.
4. Regla.
5. Escuadra.

Introducción

Expliquen el significado de la distancia de un punto a una recta.

Desarrollo

La fórmula de la distancia de un punto $P_1(x_1, y_1)$ a una recta cuya ecuación es:

$$Ax + By + C = 0,$$

está dada por:.

$$d = \frac{[A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + C]}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

La fórmula de la distancia dirigida de un punto $P_1(x_1, y_1)$ a una recta cuya ecuación es:

$$Ax + By + C = 0,$$

está dada por:.

$$d = \frac{A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

en donde el signo del radical se elige según el signo de C . Si C es positivo elegimos el radical negativo, y si C es negativo elegimos el radical positivo.

Orientar a los grupos de trabajo a que resuelvan los siguientes ejercicios aplicando las fórmulas de la distancia y de la distancia dirigida de un punto a una recta.

1. Calcule la distancia d de un punto $(-1, 3)$ a la recta cuya ecuación es $3x - 2y + 3 = 0$.
2. Hallar la distancia dirigida de la recta $3x - 4y + 12 = 0$ al punto $(4, -1)$. Interpretar el signo de la distancia como segmento dirigido.
3. Hallar la distancia comprendida entre las rectas paralelas cuyas ecuaciones son $3x + 5y - 2 = 0$ y $9x + 15y + 1 = 0$

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de ejercicios.
2. Presentación, exposición y defensa de los resultados obtenidos en la resolución de ejercicios.

ACTIVIDAD No. 14
CLASE PRACTICA No. 5

Objetivos

1. Aplicar las fórmulas de la distancia y de la distancia dirigida de un punto a una recta en la resolución de ejercicios.

Tema

Ecuación general de la recta.

Sumario

1. Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Borrador.
4. Papelógrafo.
5. Marcadores.
6. Regla graduada.
7. Escuadra.
8. Transportador.
9. Calculadora.

Introducción

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA
La distancia d del punto $P_1(x_1, y_1)$ a la recta de ecuación $Ax + By + C = 0$ está dada por $d = \frac{[A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + C]}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
DISTANCIA DIRIGIDA DE UN PUNTO A UNA RECTA
La distancia dirigida d de la recta cuya ecuación es $Ax + By + C = 0$ al punto $P_1(x_1, y_1)$ es $d = \frac{A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$ en donde el signo del radical se elige según el signo de C . Si C es positivo elegimos el radical negativo, y si C es negativo elegimos el radical positivo.

Desarrollo

Orientar a los grupos de trabajo que resuelvan los siguientes ejercicios.

1. Determine la distancia del punto $(-2, 6)$ a la recta $3x - 4y - 10 = 0$.
2. Hallar la distancia dirigida de la recta $3x - 4y + 12 = 0$ al punto $(4, -1)$. Interpretar el signo de la distancia como segmento dirigido.
3. Hallar la distancia comprendida entre las rectas paralelas cuyas ecuaciones son $3x - 4y + 6 = 0$ y $6x - 8y + 9 = 0$.
4. Hallar la ecuación de la paralela a la recta $5x + 12y - 12 = 0$, y distante 4 unidades de ella.
5. La distancia dirigida de la recta $2x + 5y - 10 = 0$ al punto P es -3 . Si la abscisa de P es 2, hállese su ordenada.
6. En la ecuación $kx + 3y + 5 = 0$, hallar el valor del coeficiente k de manera que la distancia dirigida de la recta al punto $(2, -2)$ sea igual a -1 .
7. Hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas $x + y - 1 = 0$ y $2x - y + 1 = 0$.

Evaluación

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de ejercicios.
2. Presentación, exposición y defensa de los resultados obtenidos

- ◆ Antúnez, S. (1992). **Del Proyecto Educativo al Aula**. Editorial Graó. Barcelona, España.
- ◆ García, J.M. **Bases Pedagógicas de la Evaluación**. Ministerios de Educación, Cultura y Deporte (MECD)
- ◆ Gil, D. Y otros. **La Enseñanza de la Ciencia en la Educación Secundaria**.
- ◆ Lam, E. Gómez, J.A. y otros. (1994). **Gemetría Analítica**. Prentice – Hall Hispanoamericana, S.A. México, D.F.
- ◆ Leithold, L. (1989). **Matemáticas Previas al Cálculo**. Editorial Harla, S.A. México, D.F.
- ◆ Oakley, C.O. **Geometría Analítica**. Editorial Continental. México, D.F.
- ◆ Sullivan, M. (1997). **Trigonometría y Geometría Analítica**. Prentice – Hall Hispanoamericana, S. A. México, D.F.
- ◆ Swokwoski, E. (1989). **Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica**. Editorial Iberoamerica.
- ◆ Yakovliev, E. (1985). **Geometría**. Editorial MIR. Moscú.

INTRODUCCION

OBJETIVOS

*PRESENTACION
DE LA
UNIDAD DIDÁCTICA*

*OBJETIVOS
DIDÁCTICOS*

CONTENIDOS

*FUNDAMENTO
TEORICO*

*ESTRATEGIAS
METODÓLOGICAS*

ACTIVIDADES

*SISTEMA
DE
EVALUACIÓN*

PLANIFICACIÓN

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

ANEXO No. 1
PRUEBA DIAGNOSTICA

Colegio o Instituto: _____ **Fecha:** _____

Nombre del estudiante: _____

Año académico: _____ **Semestre:** _____ **Sección:** _____

I. Englobe la respuesta correcta.

1. Al simplificar la expresión $\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right)$ resulta:

(a) $-\frac{1}{8}$

(b) 8

(c) $\frac{3}{8}$

(d) $\frac{1}{8}$

(e) Ninguna de las anteriores

2. Al simplificar $(x^6 y^8)^{\frac{1}{4}}$ resulta

(a) $x^2 \sqrt{y^3}$

(b) $y^2 \sqrt{x^3}$

(c) $x\sqrt{y}$

(d) $x^3 \sqrt{y}$

(e) Ninguna de las anteriores

3. La solución de $\frac{5}{2y} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$ es

(a) 2

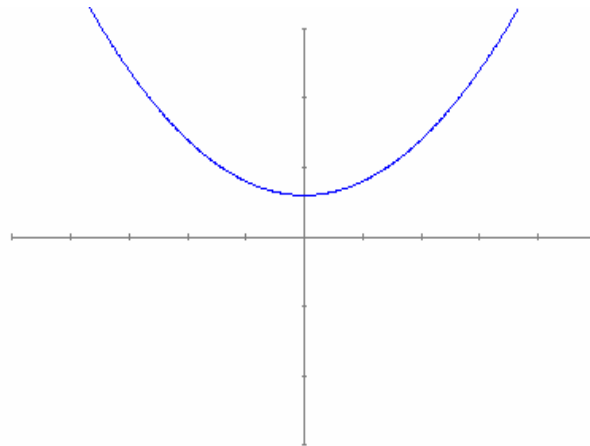
(b) -2

(c) 3

(d) 1

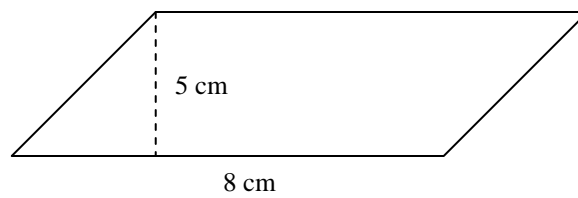
(e) Ninguna de las anteriores

4. La siguiente figura ilustra la gráfica



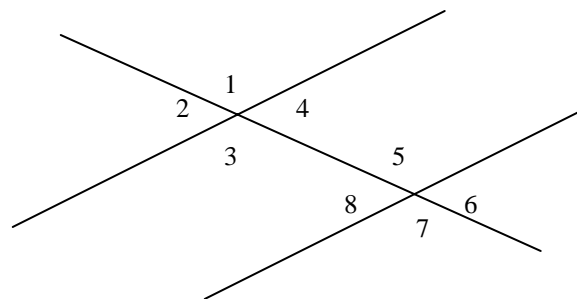
- (a) $y = x^2 + 1$ (b) $y = x^2 + 2$ (c) $y = -x^2 + 2$
 (d) $y = x^2 + 3$ (e) Ninguna de las anteriores

5. El área del romboide que se muestra en la siguiente figura



- (a) 13 cm^2 (b) 20 cm^2 (c) 40 cm^2
 (d) 31 cm^2 (e) Ninguna de las anteriores

II. Complete el cuadro siguiente de acuerdo a la figura



Alternos internos	Alternos externos	Correspondientes	Opuestos por el vértice
$\angle 3$ y $\angle 5$	$\angle 1$ y $\angle 7$	$\angle 1$ y $\angle 5$	$\angle 1$ y $\angle 3$

ANEXO No. 2
GUIA DE OBSERVACION

Colegio o Instituto: _____ **Fecha:** _____

Año académico: _____ **Semestre:** _____ **Sección:** _____

Nombre del estudiante: _____

#	Parámetros a evaluar	1	2	3	4	5
1	Aplica los conocimientos aprendidos					
2	Participa en clase oportunamente					
3	Muestra entusiasmo ante los trabajos					
4	Es solidario y coopera con sus compañeros					
5	Sabe trabajar en grupo					
6	Presenta ordenadamente los trabajos					
7	Entrega a tiempo los trabajos					
8	Es inactivo en el grupo					
9	Se expresa con espontaneidad					
10	Se deja influenciar por sus compañeros					
11	Impone sus criterios					
12	Participa en clase (debates y exposiciones)					
13	No contesta al preguntarle					
14	Discute con sus compañeros las actividades propuestas					
15	Vacila en el momento de responder					

CLAVES:

- 1. Excelente.**
- 2. Muy Bueno.**
- 3. Bueno.**
- 4. Regular.**
- 5. Deficiente**

ANEXO No. 3
CUESTIONARIO

El siguiente cuestionario tiene por objetivo conocer la opinión que tienen acerca de su profesor. Marque con una X el número que más se aproxime al criterio que te has formado acerca de él.

Domina la materia	1	2	3	4	5
Expone con claridad los conceptos básicos del tema	1	2	3	4	5
Las actividades están bien orientadas	1	2	3	4	5
Relaciona la asignatura con cuestiones de interés	1	2	3	4	5
Da oportunidad para plantear dudas	1	2	3	4	5
Promueve la participación en clase	1	2	3	4	5
Reconoce los errores señalados	1	2	3	4	5
Sigue de cerca las tareas propuestas (corrige y comenta)	1	2	3	4	5
Muestra interés en la asignatura	1	2	3	4	5
Valora positivamente las intervenciones	1	2	3	4	5
La clase la desarrolla en un ambiente agradable	1	2	3	4	5
Se relaciona solo con los mejores estudiantes	1	2	3	4	5
Propicia la colaboración entre los estudiantes	1	2	3	4	5

CLAVES:

- 1. Excelente.**
- 2. Muy Bueno.**
- 3. Bueno.**
- 4. Regular.**
- 5. Deficiente**

ANEXO No. 4
PRUEBA FINAL

Colegio o Instituto: _____ **Fecha:** _____

Año académico: _____ **Semestre:** _____ **Sección:** _____

Nombre del estudiante: _____

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. Si el ángulo formado por la recta m con la recta que pasa por $(2, 3)$ y $(-4, 6)$ es 120° , determínese la pendiente de la recta m .
2. Los puntos $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$ y $C(6, -3)$ son los vértices de un triángulo. Halle la ecuación de la recta que pasa por el vértice A y es paralela al lado BC .
3. Hallar la forma normal de la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $2x - 3y + 7 = 0$, y determina sobre el eje x el segmento -9 .
4. Hallar la distancia entre las rectas paralelas cuyas ecuaciones están dadas por $2x - 3y = 6$ y $2x - 3y - 9 = 0$,