

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, LEÓN
ÁREA DE CONOCIMIENTO DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
ÁREA DE CONOCIMIENTO ESPECÍFICO DE MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICA



MONOGRAFÍA PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA
COMPARATIVA DE LOS MODELOS DE CRECIMIENTO LOGÍSTICO
PARA EL CULTIVO DEL CAMARÓN BLANCO LITOPENAEUS VANNAMEI

ELABORADO POR:

Br. Oscarely de Jesus Muñoz Nuñez

Br. Angelica Dominga Paz Martínez

TUTORA:

M.Sc. Lissette Del Carmen Quintero Vargas

León, 18 de junio de 2024

45/19: La Patria, La Revolución!

ÍNDICE GENERAL

1. ASPECTOS INTRODUCTORIOS	1
1.1. Introducción	1
1.2. Objetivos	5
2. MARCO TEÓRICO	6
2.1. Generalidades de la Acuicultura	6
2.1.1. Camaronicultura	7
2.1.2. Sistema de cultivo	9
2.2. Proceso Productivo	10
2.2.1. Preparación de los estanques	10
2.2.2. Aclimatación	11
2.2.3. Siembra	11
2.2.4. Alimentación	12
2.2.5. Factores Físicoquímicos	12
Parámetros Poblacionales	12
Factor de conversión alimenticio	12
Sobrevivencia.	12
2.2.6. Producción del camarón con modelos matemáticos	13
2.2.7. Variables Ambientales	14
Temperatura	14
Salinidad	14
Turbidez	14
PH	15
Oxígeno Dsisuelto	15
2.3. Modelos Matemáticos	16
2.3.1. Modelo Bioeconómico	16

2.3.2. Submodelo Biológico	17
2.3.3. Submodelos Tecnológicos	17
2.3.4. Submodelos de variables ambientales y de manejo	18
2.3.5. Validación del modelo bioeconómico	19
2.4. Análisis Comparativo de Modelos Logísticos	20
2.4.1. Modelo logístico	20
2.4.2. Análisis de la curva del modelo logístico	22
2.4.3. Obtención del modelo logístico	24
2.4.4. Modelo de von Bertalanffy	27
2.4.5. Obtención del modelo de von Bertalanffy	28
Análisis de la curva del modelo de von Bertalanffy.	30
2.4.6. Modelo de Gompertz	35
2.4.7. Análisis de la curva del Modelo de Gompertz.	36
3. DISEÑO METODOLÓGICO	39
3.1. Tipo de investigación	39
3.2. Área de estudio	39
3.3. Fuentes de información	40
3.4. Plan de Análisis	40
4. RESULTADOS	41
5. CONCLUSIONES	53
6. RECOMENDACIONES	55
BIBLIOGRAFÍA	56

DEDICATORIA

Este proyecto investigativo se lo dedicamos con amor a nuestras familias que nos han brindado su apoyo y colaboración en cada momento, quienes han creído en nosotras dándonos ejemplos de superación, humildad y sacrificio, enseñándonos a valorar todo lo que tenemos fomentado el deseo de superación y triunfo en la vida.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios poder terminar una etapa más de nuestras vidas.

A nuestra tutora de tesis M.Sc. Lissette del Carmen Quintero Vargas, por la paciencia y ayuda que nos ha brindado, además por la motivación y experiencia en compartir sus conocimientos. Gracias por apoyar nuestro trabajo investigativo.

También damos gracias a estudiantes y compañeros de la carrera de matemáticas y estadísticas por su ayuda en consolidar nuestro documento y a la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, en especial a todos los docentes de la carrera de Matemática, quienes reafirmaron nuestros conocimientos de la aplicación de las matemáticas.

¡Gracias a todos!

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo general comparar y presentar modelos de crecimiento logístico que nos permita describir el comportamiento del cultivo del camarón blanco *litopenaeus Vannamei*. Este trabajo pretende construir un modelo de crecimiento para estudiar diferentes variables y parámetros asociados al proceso de siembra, cultivo y engorde del camarón blanco *litopenaeus Vannamei*, pues este permitirá conocer cuáles son los aspectos negativos y los momentos idóneos en que el camarón se mantiene en las mejores condiciones para obtener los máximos resultados en su producción y generar grandes beneficios pues la aplicación de un modelo matemático en esta área tiene la trascendencia de poder inferir en el comportamiento de la producción de dicho cultivo.

Palabras Claves: **Modelo Logístico, Optimización, *litopenaeus Vannamei*, población.**

CAPÍTULO 1

ASPECTOS INTRODUCTORIOS

1.1. Introducción

Las poblaciones cambian con el tiempo y el espacio a medida que los individuos nacen o inmigran (llegan de fuera de la población) a una zona y otros mueren o emigran (salen de la población a otro lugar). Las poblaciones crecen y se contraen y la composición de edad y género también cambia a través del tiempo y en respuesta a las cambiantes condiciones ambientales. Zehnder y cols. (2018)

Charles Darwin, en su teoría de la selección natural, fue muy influenciado por el clérigo inglés Thomas Malthus. Malthus publicó un libro (*An Essay on the Principle of Population*) en 1798 el cual afirma que las poblaciones con recursos naturales ilimitados crecen muy rápidamente. Según el modelo de Malthus, una vez que el tamaño de la población supera los recursos disponibles, el crecimiento poblacional disminuye drásticamente. Este patrón acelerado de aumento del tamaño de la población se denomina crecimiento exponencial, lo que significa que la población está aumentando en un porcentaje fijo cada año. Zehnder y cols. (2018)

Se han estudiado los modelos de crecimiento de Gompertz, Richards, Logístico, Brody, Bertalanffy y Monod porque tienen un sentido biológico; estos son modelos que se obtienen a partir de consideraciones sobre la forma del crecimiento dentro de los cuales están el crecimiento de una población de manera exponencial y logística, el segundo introducido por Pierre Francois Verhulst en 1838, uno de los modelos más básicos e importantes de crecimiento de la población, que describe el crecimiento de una población como exponencial. Ambos son modelos para un sistema cerrado, es decir, no consideran las migraciones. (Trinidad, 2014)

Otro modelo de tipo exponencial pero para el crecimiento individual es el modelo de crecimiento propuesto por Von Bertalanffy (1934) para Bertalanffy el crecimiento se basa en la acción encontrada de procesos anabólicos y catabólicos. Es decir que el organismo crece cuando la formación sobrepasa a la degradación y se detiene cuando se equilibran ambos procesos. El catabolismo en muchos organismos, es proporcional al volumen (peso) y el anabolismo es proporcional a la superficie. Del Valle (1986)

Un gran número de funciones matemáticas han sido diseñadas para describir el crecimiento, entre ellas también está el modelo de Gompertz (Turner et al., 1976; Frace y Thornley, 1984). Benjamin Gompertz originalmente diseñó la función para la Royal Society en 1825 para detallar su ley de mortalidad humana. La ley se basa en el supuesto a priori de que la resistencia de una persona a la muerte disminuye a medida que aumentan sus años. Casas, Rodríguez, y Afanador Téllez (2010)

Winsor (1932) propuso usar el modelo de Gompertz para la descripción de fenómenos biológicos y económicos asociados al crecimiento. Este modelo asume que la tasa de crecimiento postnatal se incrementa monótonicamente hasta cuando alcanza un máximo y después decrece en forma monótona asintóticamente. Casas y cols. (2010)

En la actualidad las matemáticas son una herramienta fundamental para llevar a cabo la producción camaronera pues estas permite a los productores conocer cada situación ocurrida en su cultivo desde el crecimiento de los camarones hasta la supervivencia de los mismos, donde en dependencia del entorno este se pueden adaptar a diferentes modelos matemáticos para estudiar el crecimiento del cultivo.

Nicaragua se encuentra en constante crecimiento y trabaja arduamente con miras a ampliar exponencialmente la producción de camarones pues es uno de los rubros del mar que actualmente reporta más ingresos ya que se aprovecha el potencial que el país posee, sin embargo aún con los protocolos ya establecidos para la siembras, cultivo y engorde de camarones existen parámetros como la salinidad, oxígeno y temperatura que aún es necesario estudiar para obtener la máxima producción posible sin descuidar la calidad.

A pesar que los modelos matemáticos son una gran herramienta para el estudio de un gran abanico de fenómenos en múltiples campos, estos deben ser elegidos de manera cuidadosa para simular el fenómeno de la manera más precisa posible, al estudiar el cultivo de camarones es posible escoger dentro de una variedad de modelos los cuales se pueden seleccionar y/o construir atendiendo a las condiciones ambientales, cantidad de especies en estudio, volúmen de producción y el objetivo del modelo.

En el presenta trabajo se pretende construir un modelo de crecimiento para el estudiar diferentes variables y parámetros asociados al proceso de siembra, cultivo y engorde del camarón pues este permitirá conocer cuáles son los aspectos negativos y los momentos idóneos en que el camarón se mantiene en las mejores condiciones para obtener los máximos resultados en su producción y generar grandes beneficios pues la aplicación de un modelo matemático en esta área tiene la trascendencia de poder inferir en el comportamiento de la producción de dicho cultivo.

A continuación se presentan algunos trabajos previos relacionados con la camaricultura y la aplicación de las matemáticas en este ramo.

Juan Carlos Sarango Cuenca, de la Universidad de las Fuerzas Armadas, Ecuador, en su tesis de fin de máster *Modelo matemático y simulación de la dinámica de crecimiento del camarón de agua dulce* (Carlos, 2020) estudia el cultivo y crecimiento del camarón blanco (*Litopenaeus vannamei*) mediante la aplicación del modelo matemático de Ludwig Von Bertalanffy fundamentado en una función no lineal considerando el proceso de crecimiento. Para aplicar el modelo hace uso del método iterativo de tal forma que se pueda analizar la convergencia de la función, con los datos recolectados y mediante el método experimental obtiene la estimación de parámetros. Además de ello realiza el análisis de las ecuaciones diferenciales de Difusión-Reacción de Fisher-Kolmogorov para poder determinar la transformación local, crecimiento, interacciones y cambio de estado de la especie.

Eugenio Alberto Aragón Noriega del Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, Sonora, México en su artículo de investigación titulado *Crecimiento individual de camarón blanco Litopenaeus vannamei (Boone, 1931) y camarón azul Litopenaeus stylirostris (Stimpson, 1874) (Decapoda: Penaeidae) con un enfoque multi-modelo*, (Aragón-Noriega, 2016), estudió el crecimiento individual de dos especies de camarones de la familia Penaeidae, el camarón blanco (*Litopenaeus vannamei*) y camarón azul (*Litopenaeus stylirostris*) con el supuesto de que ambas especies tendrían un crecimiento de tipo asintótico y de forma sigmoidea, para corroborar este supuesto analiza los datos sobre longitud promedio respecto a la edad mediante tres modelos asintóticos: Von Bertalanffy, Gompertz y Logístico. Obtiene los parámetros mediante iteraciones usando como función objetivo la máxima verosimilitud y se selecciona el mejor modelo siguiendo el criterio de información de Akaike con lo cual concluye que

para ambas especies el modelo que mejor describió el crecimiento fue el de Gompertz, por lo tanto se concluyó que la forma de crecimiento de ambas especies debe ser sigmoidea.

Samhita Das y Pritha Das en su artículo de investigación *Coastal shrimp aquaculture and agriculture: a mathematical model on soil salinity*, (Das y Das, 2022), aplican un modelo matemático para el estudio de invasión de salinidad en tierras agrícolas adyacentes a cuerpos de agua costeros de cultivo de camarón a partir del cual deducen resultados analíticos que pueden servir como precursores de cualquier modelo similar y la solución matemática se compara con los resultados de la simulación numérica. Además, estudian el cambio en los niveles de salinidad debido a la temperatura y al cambio de distribución y proponen algunas observaciones basadas en los resultados.

1.2. Objetivos

Objetivo General.

- Comparar y presentar modelos de crecimiento logístico que nos permita describir el comportamiento del cultivo del camarón blanco *litopenaeus Vannamei*.

Objetivos Específicos.

- Exponer el modelo de crecimiento logístico que incorpore elementos a partir de las bases de datos del cultivo del camarón.
- Identificar los modelos logísticos al aplicables comportamiento del cultivo del camarón blanco *litopenaeus Vannamei*.
- Evaluar los tiempos observados durante el aumento de peso y crecimiento de población del Camarón blanco *litopenaeus Vannamei*.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1. Generalidades de la Acuicultura

La acuicultura, es sin duda alguna el sector de producción de alimentos de mayor crecimiento actual en el mundo. El rol importante de esta actividad es que provee proteína animal para compensar la disminución de las pesquerías silvestres y posee un rol socioeconómico proveyendo oportunidades a los seres humanos, así como contribuir a la seguridad económica, particularmente en las regiones menos desarrolladas del mundo, como es reconocido actualmente. Las granjas en pequeña escala representan la columna vertebral de muchas comunidades rurales, tanto en países no industrializados como industrializados. En Asia, este aspecto es desarrollado con énfasis en muchos de sus países. Durante las últimas tres décadas, la Acuicultura se ha expandido intensificado y diversificado, a tal punto que las prácticas modernas de acuicultura encierran a menudo, una cantidad significativa de especies de animales vivos y de productos animales. En pequeña escala, es necesario prevenir enfermedades que produzcan grandes pérdidas, con un manejo suficientemente cuidado, mantener un medio ambiente acuático apropiado, reduciendo los riesgos y las pérdidas de producción y promoviendo los sistemas productivos sanitariamente óptimos. La prevención en el mejoramiento, así como el control de enfermedades es solo el resultado de un entendimiento claro del productor sobre las causas diferentes que pueden producir el

problema de la mortalidad.

Prevención

- Prevenir la entrada de agua de inundaciones.
- Secar y encalar los estanques.
- Remover los fondos en los estanques viejos.
- Usar agua de calidad.
- Sacar los peces silvestre introducidos en los estanques.
- Desinfectar redes y otros equipos con sal.
- Desinfectar botas y pies.
- Mantener un buen fitoplancton en estanques.
- Encalar Periodicamente.
- Aplicar tratamiento ccuando existan parasitos.

La acuicultura se divide en grandes grupos debido a su taxonomía de las especies que se cultivan, una de ellas es la camaronicultura.

2.1.1. Camaronicultura

La camaronicultura es una técnica de acuicultura que consiste en la cría de camarones para consumo humano. Debido al uso de lenguaje coloquial para denominar distintas especies, puede generarse cierta confusión sobre todo en lo que respecta a camarones y a langostinos, ya que no se sigue un mismo criterio en todos los países. Lo que en España se conoce como langostinos se corresponden a los camarones de países de América y de Asia.

La cría de camarones para propósitos comerciales comenzó en la década de 1970, y experimentó un rápido crecimiento, particularmente para satisfacer las demandas del mercado de Estados Unidos, Japón y Europa Occidental.

En Nicaragua es una actividad que se inició en la década de los 80, con el apoyo de la FAO en la costa del pacífico se realizó la primera aproximación evaluativa de los terrenos aptos para esta actividad de los cuales se determinó el complejo estuarino del estero real en el golfo de Fonseca, los terrenos cercanos a los esteros de Aserradores, padre ramos y Río tamarindo de la costa del pacífico están aptas para la camaronicultura.

Por sus condiciones naturales Nicaragua posee un gran potencial para el desarrollo del cultivo del camarón y a pesar de esta tardía aparición durante los últimos años ha experimentado un crecimiento vertiginoso, lo cual ha provocado gran interés entre cooperativas, inversionistas privados, nacionales y extranjeros para impulsar esta actividad productiva.

Camarón *Litopenaeus vannamei*

La acuicultura se divide en grandes grupos debido a su taxonomía de las especies que se cultivan, una de ellas es la camaronicultura. Dentro de la clase Crustácea se incluyen varias especies de camarones:

La especie a estudiar es el camarón *litopenaeus vannamei* nombre común camarón blanco. Donde su Origen y distribución, crece o es nativo de la costa oriental del Océano Pacífico, se encuentra distribuido desde el Alto Golfo de California hasta Perú. Su morfología es conformada por un cefalotórax, abdomen y cola.

Taxonomía Camarón Blanco *L. Vannamei*

Phylum	Arthropoda
Clase	Crustásea
Sub-clase	Eumalacostraca
Orden	Decápoda
Sub-orden	Natantia
Super familia	Penaeoidea
Familia	Penaeidae
Género	Litopenaeus

Figura 2.1Camarón Blanco *L. Vannamei*

Fuente Propia.

2.1.2. Sistema de cultivo

Los sistemas de cultivo se clasifican de la siguiente manera: Extensivo, semi-intensivo, intensivo e hiper-intensivo. Dicha clasificación está acorde a la densidad y tecnificación (aireación, porcentaje de recambio de agua, entre otros) utilizada en la producción.

- **Sistema Extensivo:** Se caracteriza por tener una baja densidad de camarones por unidad de superficie, sin suplemento de alimento artificial y mantener una alta fertilización a partir de fertilizantes inorgánicos. El sistema de recambio de agua se encuentra reducido para mantener solamente niveles adecuados de oxígeno y salinidad.

- **Sistema Semi-Intensivo:** Este sistema se caracteriza por tener una densidad más alta que el sistema extensivo, la tasa de recambio de agua es mayor y además de fertilizar como en el caso anterior se requiere ofrecer alimentación suplementaria pues el alimento natural se hace limitante al aumentar la densidad de camarones.

- **Sistema Intensivo:** En este sistema se utilizarán fertilizantes, alimento artificial y aireación dentro de los estanques por medio de aireadores que permitan mantener condiciones adecuadas de oxígeno en el cultivo.

2.2. Proceso Productivo

2.2.1. Preparación de los estanques

En general, en la preparación de precriaderos y estanques de engorde se sigue el siguiente esquema:

- Se seca el fondo al sol, una vez seco se ara con el fin de airear y distribuir homogéneamente la materia orgánica presente.

- En casos que el suelo sea ácido efectuar los agregados correspondientes de cal (CaO) disuelta en agua, en cantidades que pueden variar entre 100 y 2.000 kg por Ha, de acuerdo con el grado de acidez.

- En caso de tener que adicionar selladores o bentonita, deben agregarse en ese

momento en las cantidades indicadas en el capítulo correspondiente.

- Los estanques deben ser fertilizados entre 7 y 10 días antes de la colocación de los animales.
- El día anterior para colocar las postlarvas en los precriaderos, o los camarones juveniles en los estanques de engorde se debe elevar la columna de agua al nivel deseado.
- El agua que se coloca en los estanques debe filtrarse, colocando en la compuerta de entrada marcos con redes filtrantes de un tamaño de red de 0.54 mm de malla aproximadamente. Se aconseja utilizar además una malla más grande que actúe como prefiltros con el mismo fin; en ciertos casos, es conveniente la construcción de un cerco de malla antes de la compuerta de entrada.

2.2.2. Aclimatación

Antes de realizar la siembra de los organismos, se ejecuta la aclimatación debido a que los factores físico-químicos como el oxígeno disuelto, temperatura pH y salinidad variaron de manera significativa, se colocó la bolsa plástica que contenían las postlarvas en los recipientes plásticos que contenían agua del reservorio, y cada 10 min se sacaba agua de la bolsa y se introducía agua de la tinas a la bolsa, luego se tomó el oxígeno para observar que no tuvieran diferencias y así se procedió a sembrar.

2.2.3. Siembra

Una vez que ha pasado el proceso de aclimatación, se hizo la siembra de las postlarvas colocándolas en recipientes plásticos. La densidad de siembra en los recipientes plásticos fue de 35 postlarvas/m² de 0.53gr por un periodo de 25 días.

2.2.4. Alimentación

La alimentación estuvo basada en alimento comercial al 35 % de proteína. El bodyway (% en peso) inicial fue de 20 % y posteriormente se acondiciono de acuerdo al desarrollo del cultivo. La frecuencia de alimentación se realizó 3 veces al día en la mañana a las 7:00 AM y por la tarde a la 2:00 PM y a las 6:00 PM.

2.2.5. Factores Fisicoquímicos

Oxígeno disuelto y Temperatura. Para medir el oxígeno disuelto y la temperatura, se utilizó el Oxigenómetro marca YSI (550A) la unidad de medida es mg/L (miligramos por litro). Este se utilizó de la siguiente manera: se ingresó el dato de salinidad actual, luego se introdujo el electrodo en el agua, sumergiendo este a 15 cm de profundidad en el centro del recipiente plástico, después de un minuto y medio obtuvimos el resultado en la pantalla, el dato obtenido fue el oxígeno disuelto en el agua y temperatura de la misma.

Parámetros Poblacionales

$$Px = \sum \frac{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n}{x_t} \quad (2.1)$$

Factor de conversión alimenticio

$$\text{F.A.C} = \frac{\text{Alimento suministrado}}{\text{Producción neta de biomasa}} \quad (2.2)$$

Sobrevivencia.

$$\text{Sobrevivencia \%} = \frac{\text{camarones contados}}{\text{camarones sembrados}} \times 10 \quad (2.3)$$

2.2.6. Producción del camarón con modelos matemáticos

Javier Marcial de Jesús Ruiz Velazco Arce doctor en ciencias bioeconómicas de la universidad Autónoma de Nayarit (UAN) ha logrado mediante modelos matemáticos la prevención de enfermedades del camarón e incrementar su rendimiento, comercialización y en general su sistema productivo en granjas de tipo semiintensivo con un 95 % de efectividad.

El especialista, explico que, con el acopio de datos y variables diarias de granjas camaroneras como el peso de los crustáceos, talla, alimentación, clima y otras cuestiones que se sistematizan a partir de una fórmula matemática, se puede advertir, por ejemplo, cuanto sembrar, cuanto cosechar, conocer incluso cuando cambiar el agua de los estanques. Con esto los productores pueden tomar mejores decisiones para el manejo de la producción acuícola.

“Generalmente pedimos datos a productores, detalles del cultivo del camarón en granjas intensivas y semiintensivas; requerimos información de como crecen los organismos, el peso, la talla semanal, cuanto alimento les ofrecen, también variables ambientales como temperatura, oxígeno disuelto, PH, turbidez, transparencia, datos fisicoquímicos y otros que nos permiten crear un modelo y representar esta información de manera matemática” detalló.

Explicó que la sistematización permite conocer el comportamiento, por ejemplo, de 100 a 200 camarones por metro cuadrado, sobre ese rango calibran y validan las variables, incrementado o disminuyendo el número de crustáceos: el resultado, dijo, sirve para hacer predicciones sobre lo que sucederá, como cambian de una semana a otra, como es la sobrevivencia, todo con un 95 % de confianza y un 5 % de fallas.

En un modelo, apunto el académico, se describe con ecuaciones, variables, constantes y parámetros, son estos los que permiten reflejar una situación real.

2.2.7. Variables Ambientales

Temperatura

La temperatura tiene un efecto muy grande sobre los procesos químicos y biológicos. En general, cuando la temperatura sube de 10°C provoca una elevación de 2 a 3 veces de los procesos químicos y biológicos, así el camarón va a consumir 2 a 3 veces más de oxígeno a 35°C. Entonces, la necesidad en oxígeno disuelto del camarón y de los demás organismos aeróbicos del estanque es mucho más crítica en agua caliente, que en agua más fría. La separación del volumen de agua en dos capas se llama Estratificación Térmica; la capa caliente superior lleva el nombre de Epilimnio y la capa fría inferior Hipolimnion, la fina separación donde la temperatura cambia rápidamente, entre el Epilimnio y el Hipolimnion, se llama Termoclina. El rango óptimo de temperatura en cultivo de camarones es entre 28 a 34 °C. (Martínez, 2006).

Salinidad

La salinidad es la cantidad total de sales disueltas en el Agua de mar, esta salinidad varía según la intensidad de la evaporación o el aporte de agua dulce de los ríos aumente con relación a la cantidad de agua. Esta cantidad de sales es expresada en partes por miles (ppm). Los rangos de tolerancia de la salinidad para los camarones son muy amplios y pueden sobrevivir de 0 ppm hasta 50 ppm sin embargo, el rango de crecimiento óptimo es de un promedio de 15 a 25 ppm. En un estanque tanto la salinidad como la temperatura pueden producir una estratificación del agua, debido a que la densidad del agua sube con la salinidad. Una lluvia fuerte puede producir una capa de agua dulce más liviana sobre el agua del fondo más salada. Los rangos óptimos de salinidad en las aguas del medio de cultivo varían entre 15 y 25 ppm. (Martínez, 2006).

Turbidez

Turbidez es el grado de opacidad producido en el agua por las partículas en suspensión. En acuicultura, buscamos la turbidez relacionada con los organismos planctónicos; las

partículas minerales son generalmente negativas para los camarones. Esta turbiedad se mide con el disco Secchi. El rango óptimo de turbidez del agua en cultivo de camarón medido con un disco Secchi debe ser de 35 cm – 40 cm.

PH

El pH del agua del estanque depende de la concentración en oxígeno y de los demás elementos ácidos. La fotosíntesis con un consumo de dióxido de carbono (CO₂) conduce a un aumento del pH y la producción de CO₂ con la respiración conduce a una baja del pH. Agua con pH de 6,5 hasta 9 es considerada como buena para el cultivo de camarones. Si el pH es inferior a 5 todo el tiempo, generalmente el agua contiene ácido sulfúrico de la oxidación del sedimento con sulfides. Hay que hacer un tratamiento del suelo con CAL. (Martínez, 1999).

Oxígeno Disuelto

Es la variable de la calidad del agua más crítica en la cría del camarón, muchas veces la mortalidad de los camarones en estanques puede ser relacionada con una falta de oxígeno. La solubilidad del oxígeno en agua depende de la temperatura, de la presión atmosférica y de la salinidad. La fuente de oxígeno en un estanque de cría semiintensivo cuando no se utiliza aereador, es el fitoplancton durante el día y el recambio de agua. En un estanque, la fotosíntesis debe producir más oxígeno que lo que se consume. Sin embargo, la cantidad de oxígeno producido por el fitoplancton disminuye con la profundidad. A cierta profundidad la producción de oxígeno es igual al consumo. Esta profundidad se llama “punto de compensación”. (Barreto, F. 2003). La profundidad del “punto de compensación” depende de la turbidez del agua. En general hay suficiente oxígeno para los camarones hasta una profundidad igual a tres veces el valor del Secchi. Es decir, que con un Secchi de 35 no tenemos problemas de oxígeno hasta 105 cm de profundidad. Los rangos óptimos de oxígeno disuelto en el medio de cultivo varían entre 3 a 9 mg/l. (Martínez, 2006).

2.3. Modelos Matemáticos

Un principio fundamental es aportar a la comprensión de los fenómenos del mundo que nos rodea, sin embargo, al comenzar a modelar, es necesario saber seleccionar y definir de manera sistemática las variables. En efecto, debido a que los fenómenos reales en cuestión son tan complejos, su estudio requiere diferentes enfoques y ha dado lugar a diferentes ciencias que han evolucionado a lo largo de los años y siglos hasta alcanzar la cúspide de la expresión actual. El modelado matemático es el proceso lógico de crear modelos matemáticos para representar fenómenos de la humanidad. (Cervantes Gómez, 2015, pág. 2).

Un modelo matemático se define como un modelo simplificado de un escenario real. Para poder estudiarlo, la modelización matemática comienza por identificar los puntos primitivos o deterministas del sistema y caracterizarlos con expresiones matemáticas. (Bocco, 2010, pág. 34).

Las matemáticas permiten el desarrollo de modelos que permitan una mejor comprensión, simulación y predicción del fenómeno en estudio. Los modelos se pueden construir en términos generales, tales como: expresiones o fórmulas numéricas, gráficas o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas de computadora y más. Por otro lado, una vez que se propone un modelo, es el resultado de estimaciones realizadas para tener una mejor comprensión del fenómeno, sin embargo, dichas estimaciones no corresponden a la realidad para siempre. (Salett Biembegut & Hein, 1999, pág. 15)

2.3.1. Modelo Bioeconómico

El modelo bioeconómico se integra por cuatro tipos de submodelos: un submodelo biológico, submodelos tecnológicos (de factor de conversión alimenticia, y de aireación),

submodelos de variables ambientales y de manejo y un submodelo económico.

2.3.2. Submodelo Biológico

El modelo de Stock (Leung & El-Gayar) para predecir la biomasa (b_t) en función del tiempo mediante la ecuación:

$$b_t = w_t n_t \quad (2.4)$$

donde w_t es el peso individual de los organismos y n_t es el número de organismos sobrevivientes al tiempo t . Para el cálculo del peso individual se utilizó el modelo:

$$w_t = w_i + (w_f - w_i) \left(\frac{1 - k^t}{1 - k^c} \right)^3 \quad (2.5)$$

donde w_i es el peso inicial; w_f es el peso final, k se refiere a la velocidad a la cual el peso cambia de su valor inicial a su valor final y c es el tiempo de duración del cultivo. Esta ecuación es una modificación al modelo de crecimiento en peso propuesto por Hernandez-Llamas & Ratkowsky (2004).

Para determinar el número de sobrevivientes en los ciclos en los que no se presenta alguna enfermedad se utilizó la ecuación:

$$n_t = n_0 e^{-zt} \quad (2.6)$$

donde n_0 es el número de individuos al momento de la siembra, t es el tiempo y z es la tasa instantánea de mortalidad.

2.3.3. Submodelos Tecnológicos

Se construyeron dos submodelos, uno para el factor de conversión alimenticia (FCA: razón entre el peso del alimento balanceado proporcionado y el peso del camarón pro-

ducido) y otro para la aireación, tanto para operaciones normales como con presencia de la enfermedad. Para los casos con operaciones normales, el factor de conversión alimenticia en función del tiempo se calculó de acuerdo con la ecuación lineal:

$$FCA_t = a_F t + b_F \quad (2.7)$$

donde a_F y b_F son coeficientes de regresión.

2.3.4. Submodelos de variables ambientales y de manejo

Segun (Arce y de Jesús, 2011) se utilizaron modelos de regresión lineal multiples para relacionar, a excepción de W_i , n_0 y A_0 , cada uno de los parámetros de los submodelos biológicos (designando por Q) con las variables ambientales del agua de los estanques (de calidad del agua) y las del manejo del cultivo. Entre las primeras se analizaron temperatura (T), Oxigeno Disuelto (OD) y salinidad (S); y entre las segundas: Densidad de siembra(D), tamaño de estanques(TE), Duracion de Cultivo(DC) e inicio de aireación (IA)

$$Q = a_0 + a_1 T + a_2 OD + a_3 S + a_4 D + a_5 TE + a_6 DC + a_7 IA \quad (2.8)$$

donde a_0 hasta a_7 son coeficientes de regersión, mismos que estimaron a partir de los casos registrados en la base de datos. Posteriormente el componente estocástico en los valores de cada uno de los parámetros Q, se incluyó modificando el valor determinista de Q que se predice con la ecuación anterior, utilizando:

$$Q_e = Q + r \quad (2.9)$$

Donde Q_e es el valor estocástico que puede adquirir el parámetro y r es el valor residual calculado a partir de una distribución normal ajustada a los valores residuales resultantes de la regresión multiple correspondiente. Asi mismo, el oxigeno disuelto se hizo depender, en relación inversamente proporcional y mediante regresion lineal

simple, del tiempo en que dio inicio la aireación. El valor del oxígeno calculado de esa manera se modificó para simular variaciones aleatorias añadiendo, de forma similar a lo expresado en la ecuación 10, valores calculados a partir de una distribución normal ajustada a los valores estocásticos residuales obtenidos del análisis de regresión lineal simple.(Arce y de Jesús, 2011)

2.3.5. Validación del modelo bioeconómico

El modelo bioeconómico se especificó para efectuar predicciones descriptivas y prescriptivas, y para su validación se utilizaron los criterios descritos por Naylor(1982) para modelos de simulación de sistemas económicos. Para las predicciones descriptivas se usó la validación empírica mediante la predicción retrospectiva de datos históricos disponibles en las bases de datos aportados por los productores de las granjas.(Arce y de Jesús, 2011)

El criterio para la aceptación del modelo fue la significación de las pruebas de hipótesis (análisis de variancia de la regresión y pruebas de equivalencia) implicadas en los análisis descritos previamente. En el caso de las prescriptivas, se pronosticó el comportamiento de ciclos de producción a operar en el futuro, con la finalidad de seleccionar los mejores resultados obtenidos.(Arce y de Jesús, 2011)

La validación de las predicciones prescriptivas, de acuerdo con Overton (1977), sólo pueden ser teóricas y se fundamentaron en la compatibilidad del comportamiento del modelo con el conocimiento general existente del cultivo de camarón, y en particular, con la información contenida en las bases de datos utilizadas para la interpolación de los diferentes niveles de manejo.(Arce y de Jesús, 2011)

2.4. Análisis Comparativo de Modelos Logísticos

2.4.1. Modelo logístico

(Trinidad, 2014) Una de las críticas al modelo de Malthus radica en que supone que los recursos del medio son inagotables y la población puede crecer de manera indefinida. Con un sentido más realista, puede decirse que efectivamente los recursos están limitados y que las poblaciones de ninguna manera pueden crecer indefinidamente al ritmo malthusiano. Quetelet y su pupilo Verhulst enfocaron sus estudios a este problema y dedujeron un nuevo modelo a partir del modelo de Malthus, consideraron que la tasa de crecimiento intrínseca, r , depende de dos parámetros: b_1 y d_1 . El primero determina la tasa de natalidad y el otro la tasa de mortalidad, esto es:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (b_1 - d_1)N(t) \quad (2.10)$$

donde, a su vez, b_1 y d_1 dependen linealmente del tamaño de la población al tiempo t , donde la tasa de natalidad decrece y la tasa de mortalidad crece conforme el tamaño de la población:

$$b_1 = b - aN(t) \quad (2.11)$$

$$d_1 = d + cN(t) \quad (2.12)$$

Aquí se tiene que a , b , c , d , b_1 y d_1 son números positivos y para los efectos anteriores se necesita que la población sea pequeña y se genere un mínimo del crecimiento de la población, los nacimientos y las muertes van a estar comportadas como denso dependientes. Incorporando la diferencia de b_1 y d_1 , se puede escribir el modelo como:

$$\frac{dN(t)}{dt} = [(b - aN(t)) - (d + cN(t))] N(t) \quad (2.13)$$

reagrupando de términos se obtiene:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (b - d)N(t) \left[\frac{(b - d)}{(b - d)} - \frac{(a + c)}{(b - d)}N(t) \right], \quad (2.14)$$

ahora se considera a $K = b - d$ y $A = \frac{b - d}{a + c}$ para obtener:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right] \quad (2.15)$$

Llegando a este punto, es importante hacer unas observaciones:

1. Cabe destacar que un nuevo parámetro hace acto de presencia en la ecuación logística si se compara con el modelo Malthusiano $N'(t) = KN(t)$. Se trata de la constante positiva A que se refiere al crecimiento máximo de la población, y a grandes rasgos representa el número máximo de individuos admisible. (Nótese que en esta constante aparecen resumidas un buen número de circunstancias que influyen de manera decisiva en el modo de desarrollo de la población, a saber: factores climatológicos, disponibilidad de nutrientes, recursos del medio, etc.)
2. Comparando de nuevo con la ecuación de Malthus, en el caso logístico la tasa de crecimiento definida como: Tasa de crecimiento = $\frac{N'(t)}{N(t)}$ deja de ser constante para pasar a autorregularse según el tamaño de la población en cada instante. En efecto, ahora se tiene que: Tasa de crecimiento = $K \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right]$
3. La solución explícita de la ecuación diferencial está dada por la siguiente expresión conocido como modelo logístico:

$$N(t) = \frac{A}{1 + Be^{-Kt}} \quad (2.16)$$

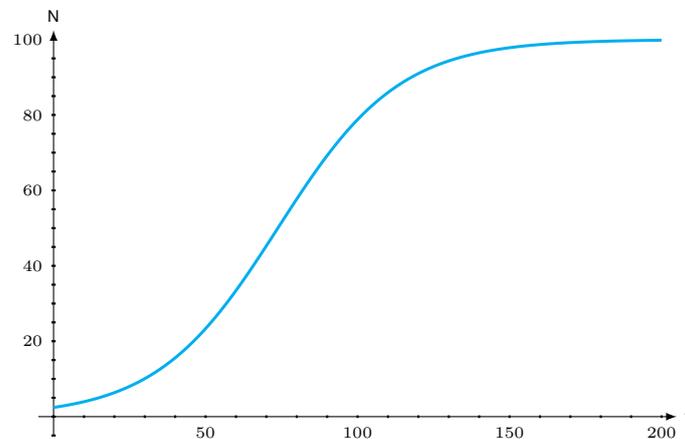
donde:

1. B es cualquier número real positivo que depende de la condición inicial $N(0)$.
2. A es el valor del crecimiento máximo de la población.

3. K es la tasa de crecimiento intrínseco. (Trinidad, 2014)

Figura 2.2

La gráfica que representa el modelo logístico está representada por la siguiente figura:



Fuente Propia.

2.4.2. Análisis de la curva del modelo logístico

Etapa 1: Cálculo de los puntos de equilibrio de la ecuación logística. Se trata de encontrar todas las soluciones cuya derivada es igual a cero. Por lo tanto se tiene que:

$$N'(t) = KN(t) \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right] = 0$$

$$\Rightarrow N(t) = 0 \quad \text{o bien} \quad N(t) = A$$

Entonces los dos únicos puntos de equilibrio de la ecuación logística son $N(t) = 0$ y $N(t) = A$.

Etapa 2: Estudio del crecimiento de las soluciones. En este caso, los dos puntos de equilibrio de la ecuación logística dividen el plano en tres regiones: R_1 (valores de $N(t)$ por encima de A , en cuyo caso se dice que la situación es de sobre población), R_2 (para tamaños poblacionales $N(t)$ entre 0 y A , que es el caso biológico estándar), R_3 (para tamaños poblacionales $N(t) < 0$) donde la ecuación carece de sentido biológico

Dada la ecuación , el interior de la región R_2 la derivada no puede cambiar de signo,

dado que $0 < N(t) < A$, entonces se tiene que, $\left[1 - \frac{N(t)}{A}\right] < 0$ y $KN(t) \left[1 - \frac{N(t)}{A}\right] > 0$, lo cual $N(t)$ ha de ser creciente en R_2 .

Etapa: 3 **Estudio de la concavidad de las soluciones.** La información la proporciona en este caso la derivada de segundo orden de $N(t)$. Para la ecuación logística se obtiene la siguiente expresión de $N''(t)$:

$$\begin{aligned} N''(t) &= \left[KN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right)\right]' = KN'(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right) + KN(t) \left(-\frac{N'(t)}{A}\right) \\ &= KN'(t) \left(1 - 2\frac{N(t)}{A}\right) = K^2N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right) \left(1 - 2\frac{N(t)}{A}\right) = 0 \end{aligned}$$

que únicamente se anula cuando $N(t) = 0$, $N(t) = A$, o bien $N(t) = \frac{A}{2}$. Las dos primeras opciones no conducen a candidatos a punto de inflexión, pues no son más que los puntos de equilibrio del modelo. Por tanto, de existir algún punto de inflexión éste habría de ser $N(t) = \frac{A}{2}$.

Por otra parte, para estudiar el signo de $N''(t)$ en R_2 y poder concluir de ese modo si $N(t) = \frac{A}{2}$ es o no un punto de inflexión, basta con elegir un punto cualquiera entre 0 y $\frac{A}{2}$ (ejemplo, $N(t) = \frac{A}{4}$), otro entre $\frac{A}{2}$ y A (ejemplo, $N(t) = \frac{3A}{4}$), evaluar $N''(t)$ en ambos puntos y verificar si se produce o no un cambio de signo. Caso de producirse, podríamos ya asegurar que en $\frac{A}{2}$ hay en efecto un punto de inflexión y se tiene que:

$$\begin{aligned} N''(t) &= K^2\frac{A}{4} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{2}{4}\right) = \frac{3K^2A}{32} > 0 \quad \text{si } N(t) = \frac{A}{4} \\ N''(t) &= K^2\frac{3A}{4} \left(1 - \frac{3}{4}\right) \left(1 - \frac{6}{4}\right) = -\frac{3K^2A}{32} < 0 \quad \text{si } N(t) = \frac{3A}{4} \end{aligned}$$

luego en el nivel $N''(t) = \frac{A}{2}$, la solución pasa de ser convexa ($N''(t) > 0$) a ser cóncava ($N''(t) < 0$), por lo que $\frac{A}{2}$ es un punto de inflexión.

2.4.3. Obtención del modelo logístico

La ecuación diferencial logística está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right), \quad (2.17)$$

dado que $N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right) \neq 0$ y usando el método de separación de variables, se tiene que

$$\frac{1}{N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right)} \frac{dN(t)}{dt} = k, \quad (2.18)$$

Integrando ambos lados de la ecuación con respecto a t , se tiene:

$$\int \frac{1}{N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A}\right)} \frac{dN(t)}{dt} dt = \int K dt \quad (2.19)$$

realizando un cambio de variable para la integral del lado izquierdo de la ecuación, se tiene que:

$$\begin{aligned} W &= N(t) \\ dW &= \frac{dN(t)}{dt} dt \end{aligned}$$

sustituyendo los valores W y dW en la integral, se obtiene:

$$\int \frac{dW}{W \left(1 - \frac{W}{A}\right)} = \int K dt \quad (2.20)$$

Para resolver la integral del lado izquierdo se utilizó el método de fracciones parciales

obteniendo así:

$$\frac{1}{W \left(1 - \frac{W}{A}\right)} = \frac{P}{W} + \frac{Q}{1 - \frac{W}{A}} \quad (2.21)$$

$$P \left(1 - \frac{W}{A}\right) + QW = 1, \quad (2.22)$$

para que dos polinomios del mismo grado sean iguales deben de tener todos sus coeficientes iguales, por lo cual para el polinomio de W se tiene que:

$$\begin{aligned} \left(Q - \frac{P}{A}\right)W + P = 1 &\Rightarrow P = 1 \left(Q - \frac{P}{A}\right) = 0 \\ &\Rightarrow P = 1 \quad \text{y} \quad Q = \frac{1}{A} \end{aligned}$$

sustituyendo el valor de P y Q la integral toma la siguiente forma y resolviendo se tiene que:

$$\Rightarrow \int \frac{dW}{W \left(1 - \frac{W}{A}\right)} = \int \left(\frac{1}{W} + \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} \right) dW = \int \frac{dW}{W} + \int \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} dW,$$

la solución para la primer integral es:

$$\int \frac{dW}{W} = \ln(W) + C_1,$$

para la segunda integral se tiene que:

$$\int \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} dW \quad (2.23)$$

haciendo un cambio de variable se obtiene que:

$$U = 1 - \frac{W}{A}, dU = -\frac{1}{A}dW$$

se sustituyen los valores de U y dU en la integral y resolviendo, se tiene que:

$$-\int \frac{dU}{U} = -\ln(U) + C_2, \quad (2.24)$$

dado que $U = 1 - \frac{W}{A}$, entonces la solución es:

$$\begin{aligned} -\ln(U) + C_2 &= -\ln\left(\frac{A-W}{A}\right) + C_2 \\ &= -\ln(A-W) + \ln(A) + C_2 \\ &= -\ln(A-W) + C_3 \end{aligned}$$

donde C_1 , C_2 y $C_3 = \ln(A) + C_2$ son constantes de integración. Entonces se tiene la solución de las integrales:

$$\begin{aligned} \int \frac{dW}{W} + \int \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} dW &= \ln(W) - \ln(A-W) + C_4 \\ &= \ln\left(\frac{W}{A-W}\right) + c_4, \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde $C_4 = C_1 + C_3$, constante de integración. La solución de la integral del lado derecho de la ecuación (1.7) es:

$$\int K dt = Kt + c_6 \quad (2.26)$$

donde C_6 es una constante de integración, ya obteniendo las soluciones (1.7) y (1.8),

se llega a la solución para la ecuación diferencial logística, que esta dada por:

$$\ln\left(\frac{W}{A-W}\right) = Kt + C_7, \quad (2.27)$$

donde $C_7 = C_4 + C_6$, es una constante de integración. Aplicando la función exponencial de ambos lados de la ecuación (2.27) se obtiene:

$$\frac{N}{A-N} = C_8 e^{kt}, \quad (2.28)$$

donde $C_8 = e^{C_7}$, es una constante de integración y ahora despejando W se tiene que:

$$W = \frac{A}{\frac{1}{C_8 e^{Kt}} + 1}$$

haciendo $B = \frac{1}{C_8}$ se tiene

$$W = \frac{A}{1 + B e^{-Kt}}$$

dado que $W = N(t)$, entonces se tiene la solución de la ecuación logística como:

$$N(t) = \frac{A}{1 + B e^{-Kt}} \quad (2.29)$$

2.4.4. Modelo de von Bertalanffy

El crecimiento individual de muchos organismos, ya sea en longitud o en peso, como la longitud de un pez, crustaceo o molusco, se esbozan graficamente en función de la edad y en la mayora de los casos se obtiene una curva cuya pendiente disminuye continuamente despues de cierta edad, aproximandose a una asíntota máxima. (Trinidad, 2014) Una ecuación que se ajusta a este comportamiento es la propuesta por von Bertalanffy, cuya ecuación es:

$$L(t) = A\left(1 - e^{-k(t-t_0)}\right) \quad (2.30)$$

donde:

- $L(t)$: es la longitud del individuo al tiempo t ,
- A : es longitud máxima del individuo (asíntota máxima),
- K : es el parámetro de curvatura que expresa qué tan rápido la longitud alcanzan su valor máximo.
- t : es el tiempo,
- t_0 : es el valor teórico del tiempo en el cual la longitud es cero.

Este modelo tiene como suposiciones fundamentales:

1. El organismo crece isométricamente.
2. La tasa de crecimiento de un individuo no está influida por tamaño de la población. (Trinidad, 2014)

2.4.5. Obtención del modelo de von Bertalanffy

Segun (Trinidad, 2014) Von Bertalanffy dedujo la ecuación basándose en hipótesis fisiológicas. Consideró que el crecimiento en volumen en el tiempo t es el resultado de la diferencia entre factores de superficie de resorción y el volumen del organismo. Esta relación expresada matemáticamente es:

$$\frac{dV(t)}{dt} = hS(t) - KV(t) \quad (2.31)$$

donde:

- h : es el coeficiente anabólico,
- $S(t)$: es la superficie de resorción del animal en el tiempo t ,

- k : es el coeficiente catabólico,
- $V(t)$: es el volumen o peso del animal al tiempo t .

Esta expresión establece que el incremento en volumen por unidad de tiempo, $\frac{dV(t)}{dt}$, es igual al peso sintetizado por unidad de tiempo de manera proporcional a la superficie de absorción del individuo, menos la destrucción del mismo, en proporción con el volumen del animal.

Para postular su modelo, von Bertalanffy se basó en los argumentos de Pütter (1920), quien establece que, en un organismo que crece isométricamente, la tasa de anabolismo es proporcional a la potencia $\frac{2}{3}$ del peso, en tanto que la tasa de catabolismo lo es al peso mismo. De acuerdo con lo anterior von Bertalanffy supuso que el área de la superficie involucrada con el anabolismo era proporcional a una dimensión lineal al cuadrado, y que el volumen relacionado con el proceso catabólico era proporcional a la misma dimensión lineal, pero elevada al cubo. De esta manera, si L es la longitud del animal, entonces:

$$\begin{aligned} S(t) &= pL(t)^2 \\ V(t) &= qL(t)^3, \end{aligned}$$

con p y q constantes mayores que cero. La tasa de cambio $\frac{dV(t)}{dt}$ en términos de la longitud es:

$$\frac{dV(t)}{dt} = hpL(t)^2 - kqL(t)^3 \quad (2.32)$$

Despejando L de la ecuación ?? y sustituyendo en la ecuación ?? resulta

$$S(t) = \frac{p}{q^{\frac{2}{3}}} \cdot V(t)^{\frac{2}{3}}$$

y sea $r = \frac{p}{2q^{\frac{2}{3}}}$ entonces:

$$S(t) = r \cdot V(t)^{\frac{2}{3}} \quad (2.33)$$

Valor que se sustituye en la ecuación diferencial 2.31 y dado que el crecimiento es isométrico, entonces para arribar a los argumentos de Puter:

$$\frac{dV(t)}{d(t)} = hrV(t)^{\frac{2}{3}} - kV(t) \quad (2.34)$$

Ahora bien, como se desea expresar la ecuación de von Bertalanffy en función de la longitud L , derivando la ecuación 2.34 con respecto a la variable L resulta:

$$\frac{dV}{dt} = 3qL^2(t) \frac{dL}{dt} \quad (2.35)$$

igualando las ecuaciones 2.32 y 2.35 resulta:

$$\frac{dL(t)}{dt} = \frac{hp}{3q} - \frac{k}{3}L(t)$$

sea $H = \frac{hp}{3q}$, $K = \frac{k}{3}$ y $A = \frac{H}{K}$ entonces se tiene que:

$$\frac{dL(t)}{dt} = H - KL(t) = K \left(\frac{H}{K} - L(t) \right) = K(A - L(t))$$

$$L(0) = L_0. \quad (2.36)$$

Análisis de la curva del modelo de von Bertalanffy.

Eta 1: Cálculo de los puntos de equilibrio de la ecuación de Bertalanffy . Se trata de encontrar todas las soluciones cuya derivada es igual a cero. Por lo tanto, ha

de ser

$$L'(t) = K(A - L(t)) = 0 \Rightarrow L(t) = A$$

Por lo tanto el único punto de equilibrio de la ecuación de Bertalanffy es $L(t) = A$.

Etapla 2: Estudio del crecimiento de las soluciones. En este caso, el punto de equilibrio de la ecuación de Bertalanffy dividen el plano en dos regiones: R_1 , para valores de $L(t)$ por encima de A , en cuyo caso se dice que la situación es de valores de longitud mayores al máximo; R_2 , para valores de longitud $L(t)$ menores que A , que es el caso biológico estándar.

Analizando la ecuación 2.35, se aprecia que en el interior de la región R_2 la derivada no puede cambiar de signo, ya que si $0 < L(t) < A$ entonces se tiene que $K[A - L(t)] > 0$, lo cual implica que $L(t)$ es creciente en R_2 .

Etapla 3: Estudio de la concavidad de las soluciones. La información la proporciona la derivada de segundo orden de $L(t)$. Para la ecuación de Bertalanffy se obtiene la siguiente expresión de $L''(t)$:

$$\begin{aligned} L''(t) &= K(A - L(t))' = -KL'(t) \\ &= -K^2(A - L(t)) = 0 \\ &\Rightarrow L(t) = A; \end{aligned}$$

que únicamente se anula cuando $L(t) = A$, este valor no es candidato a punto de inflexión, dado que no es más que un punto de equilibrio del modelo, por tanto no existe punto de inflexión. Por otra parte, para estudiar el signo de $L''(t)$ en R_2 y poder concluir la concavidad de $L(t)$, se toma un valor por ejemplo $L(t) = \frac{A}{2}$ entonces

$$L''(t) = \frac{-K^2A}{2} < 0, \quad (2.37)$$

por lo tanto la función $L(t)$ es cóncava. La ecuación diferencial de Bertalanffy viene

dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dL(t)}{dt} = K(A - L(t)) \quad (2.38)$$

dado que $(A - L(t)) \neq 0$ y usando el método de separación de variables, se tiene

$$\frac{1}{(A - L(t))} \frac{dL(t)}{dt} = K; \quad (2.39)$$

Integrando ambos lados de la ecuación 2.36 con respecto a t , se tiene:

$$\int \frac{1}{A - L(t)} \cdot \frac{dL(t)}{dt} \cdot dt = \int K \cdot dt, \quad (2.40)$$

Realizando un cambio de variable para la integral del lado izquierdo de la ecuación 2.39 se tiene que:

$$\begin{aligned} W &= L(t); \\ dW &= \frac{dL(t)}{dt} \cdot dt, \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores W y dW en la integral, se obtiene:

$$\int \frac{dW}{A - W} = \int K \cdot dt, \quad (2.41)$$

Para encontrar la solución de la integral del lado izquierdo de la ecuación 2.40, se realiza un cambio de variable:

$$U = A - W; dU = -dW;$$

Sustituyendo los valores de U , dU y resolviendo la integral se obtiene:

$$-\int \frac{dU}{U} = -\ln(U) + C_1 = -\ln(A - W) + C_1 : \quad (2.42)$$

dado que $U = A - W$ se tiene que:

$$-\int \frac{dU}{U} = -\ln(U) + C_1 = -\ln(A - W) + C_1 \quad (2.43)$$

La solución de la integral del lado derecho de la ecuación 2.39 es:

$$\int K dt = Kt + C_2 \quad (2.44)$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración.

Ya obteniendo las soluciones 2.42 y 2.43, se llega a la solución de la ecuación diferencial de Bertalanffy, que esta dada por:

$$\ln(A - W) = -Kt + C_3 \quad (2.45)$$

donde $C_3 = C_1 + C_2$ es la constante de integración

Aplicando la función exponencial de ambos lados de la ecuación 2.42 se obtiene:

$$A - W = C_4 e^{-Kt} \quad (2.46)$$

Por otro lado se verifica que $W = L(t)$ entonces,

$$L(t) = A - C_4 e^{-Kt} \quad (2.47)$$

Aplicando la condición inicial: $L(0) = A - C_4 = L_0 \implies C_4 = L_0 - A$; y sustituyendo el valor C_4 en la ecuación 2.47 resulta

$$L(t) = A - (L_0 - A)e^{-Kt}; \quad (2.48)$$

dado que se tiene el tiempo hipotético t_0 cuando el crecimiento en longitud es $L(t_0) = 0$ y sustituyendo t_0 2.48 se tiene que:

$$L(t_0) = A - (L_0 - A)e^{-Kt_0} = 0;$$

ahora despejando L_0 , entonces $L_0 = A + Ae^{Kt_0}$; y sustituyendo L_0 en la ecuación 2.48 se tiene que:

$$\begin{aligned} L(t) &= A - (A + Ae^{Kt_0} - A)e^{-Kt} \\ &= A - Ae^{-K(t-t_0)} \end{aligned}$$

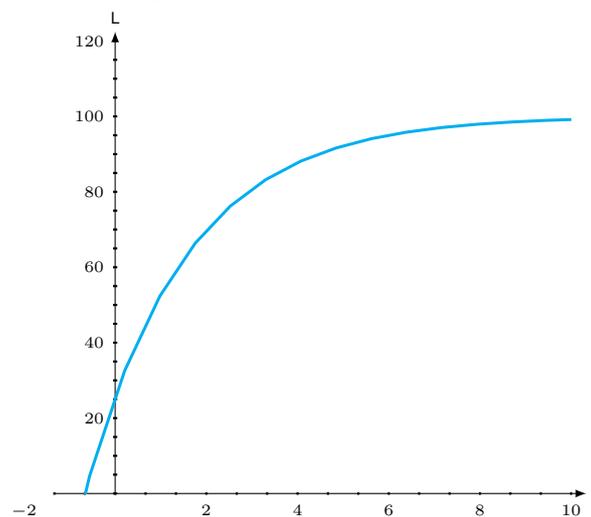
Finalmente se llega al modelo propuesto por von Bertalanffy:

$$L(t) = A(1 - e^{-K(t-t_0)}) \quad (2.49)$$

La curva que representa el modelo de von Bertalanffy esta representada en la siguiente figura:

Figura 2.3

Curva de modelo Von Bertalanffy $A = 100$; $K = 0,3$; $t_0 = -1$



Fuente Propia

El parámetro $A = \frac{hp}{qk}$ es el valor del crecimiento máximo que depende de los coefi-

cientes de anabolismo y catabolismo, $K = \frac{k}{3}$ que representa una tercera parte del coeficiente de catabolismo y a la vez representa la rapidez con que el crecimiento en longitud alcanza su máximo valor y t_0 representa un tiempo hipotético donde $L(t_0) = 0$ y carece de significado biológico.

2.4.6. Modelo de Gompertz

La ecuación diferencial de Gompertz viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dN(T)}{dt} = KN(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) \quad (2.50)$$

que incluye los mismos parámetros biológicos que el modelo logístico, la tasa intrínseca de crecimiento K y A como el crecimiento máximo. La tasa de crecimiento del modelo, definida como:

$$\text{Tasa de crecimiento} = K \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right), \quad (2.51)$$

es, por tanto, de orden logarítmico. La ecuación diferencial de Gompertz puede resolverse explícitamente y sus soluciones son:

$$N(t) = Ae^{-Be^{-Kt}} \quad (2.52)$$

donde:

1. $N(t)$: es el tamaño de la población al tiempo t ,
2. A : es el valor del máximo crecimiento y además determina un punto de inflexión en $\frac{A}{e}$,
3. B : número positivo que desplaza el modelo a la izquierda o derecha,
4. K : establece la tasa intrínseca de crecimiento.

La curva que representa el modelo de Gompertz está representada por la siguiente figura:

Usando la regla de L'Hôpital, según la cual $f(N(t))$, puede escribirse como un cociente de la siguiente forma:

$$f(N(t)) = N(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) = \frac{\ln \left(\frac{A}{N(t)} \right)}{\frac{1}{N(t)}} = \frac{\left(\ln(A) - \ln(N(t)) \right)}{\left(\frac{1}{N(t)} \right)}$$

aplicando la regla de L'Hôpital se tiene que:

$$\lim_{N(t) \rightarrow 0} f(N(t)) = \lim_{N(t) \rightarrow 0} \frac{\left(\ln(A) - \ln(N(t)) \right)'}{\left(\frac{1}{N(t)} \right)'} = \lim_{N(t) \rightarrow 0} \frac{\frac{-1}{N(t)}}{\frac{-1}{N(t)^2}} = 0$$

en consecuencia, la cantidad $f(0)$ que parecía una indeterminación resulta no serlo ya que en cero se comporta igual que lo hace $N(t)$, es decir, $f(0) = 0$.

Etap 2: Estudio del crecimiento de las soluciones. Como en el caso de la ecuación logística, los dos puntos de equilibrio $N(t) = 0$ y $N(t) = A$ dividen el plano cartesiano en tres regiones: R_1 , para valores de tamaños poblacionales $N(t)$ por encima de A ; R_2 , para tamaños poblacionales $N(t)$ entre 0 y A ; R_3 , para valores negativos de $N(t)$ que carece de significado biológico.

Haciendo análisis de ecuación diferencial 2.50, en el interior de la región R_2 , la derivada no puede cambiar de signo, si $0 < N(t) < A$, entonces se tiene que $\frac{A}{N(t)} > 1$, por lo tanto $\ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) > 0$ y $K N(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) > 0$, lo que implica que $N(t)$ debe ser creciente en R_2 .

Etap 3: Estudio de la concavidad de las soluciones. Para conocer la concavidad del modelo de Gompertz se hace uso del criterio de la segunda derivada de $N''(t)$:

$$\begin{aligned}
N''(t) &= \left[KN(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) \right]' = KN'(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) + KN(t) \left((\ln(A))' \right) - \left(\ln(N(t)) \right)' \\
&= KN'(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) - KN(t) \left(\frac{N'(t)}{N(t)} \right) \\
&= KN'(t) \left(\ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) - 1 \right) \\
&= K^2 N(t) \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) \left(\ln \left(\frac{A}{N(t)} \right) - 1 \right)
\end{aligned}$$

esta expresión se anula cuando $N(t) = 0$, $N(t) = A$ o bien $N(t) = \frac{A}{e}$, donde e es el número de Euler. Las dos primeras opciones no conducen a candidatos a puntos de inflexión, pues son los puntos de equilibrio del modelo. Por tanto, de existir algún nivel de inflexión este habría de ser $N(t) = \frac{A}{e}$. Para estudiar el signo de $N(t)$ en la región R_2 y poder concluir de ese modo si $N(t) = \frac{A}{e}$ es o no un punto de inflexión, basta con elegir un punto cualquiera entre 0 y $\frac{A}{e}$ (por ejemplo, $N(t) = \left(\frac{A}{2e}\right)$) y otro entre $\frac{A}{e}$ y A , (por ejemplo, $N(t) = \left(\frac{A}{2}\right)$) y evaluar $N(t)$ en ambos puntos para verificar si se produce o no un cambio de signo. Caso de producirse, podría asegurarse que en $\frac{A}{e}$ es un punto de inflexión.

Se realiza el análisis y se tiene que:

$$\begin{aligned}
N''(t) &= K^2 \frac{A}{2e} \ln(2e)(\ln(2e) - 1) > 0 \text{ si } N(t) = \frac{A}{2e} \\
N''(t) &= K^2 \frac{A}{2} \ln(2)(\ln(2) - 1) < 0 \text{ si } N(t) = \frac{A}{2}
\end{aligned}$$

CAPÍTULO 3

DISEÑO METODOLÓGICO

La comparación de los modelos de crecimiento y la selección del mejor modelo que describa muy bien cierto fenómeno de crecimiento, junto con su significado de dichos parámetros, son tareas importantes, todos estos aspectos son útiles para comprender la dinámica del crecimiento en longitud o peso de una población en este caso de camarones.

3.1. Tipo de investigación

Esta investigación es de tipo aplicado por lo que consiste en la adaptación del modelo de crecimiento logístico para el cultivo de camarón, también de carácter descriptivo debido a que los datos recolectados se obtuvieron directamente de la fuente.

3.2. Área de estudio

El área a estudiar dentro de una empresa camaronera es en el sector de producción donde se desarrolla y se observa el proceso de crecimiento de este cultivo y los factores que puedan influir en éste.

3.3. Fuentes de información

En este estudio, dentro de las fuente de información primaria esta las granjas que se dedican al cultivo del camarón donde se ha obtenido la información recolectada y entre las fuentes secundarias de información están: artículos publicados sobre modelos de crecimiento, monografías y tesis, Artículos sobre la producción de camarón con el objetivo de llegar a una información concreta que nos permita desarrollar la investigación. Seguidamente se obtuvo una base de datos que especifica las variables que se incorporan el modelo de crecimiento Logístico que mejor se adapta al estudio.

3.4. Plan de Análisis

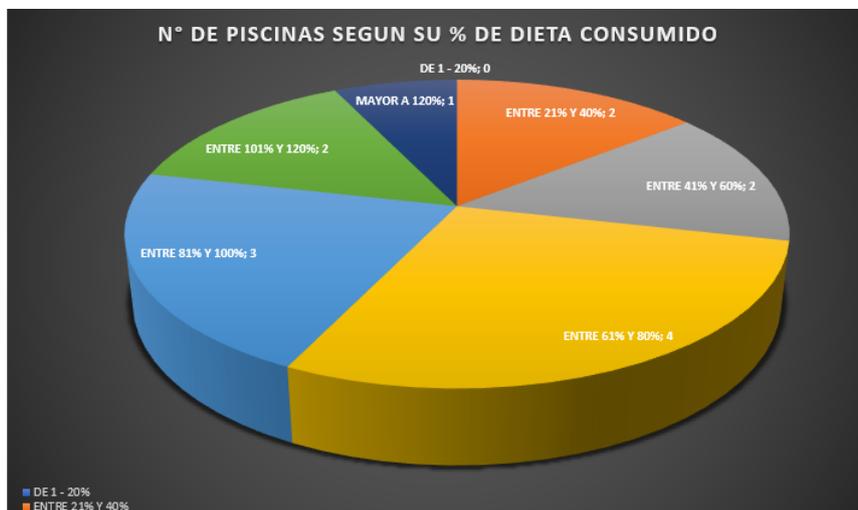
Con la base de datos obtenida se dispone a crear un modelo de crecimiento logístico en un programa donde se incluye las variables que influyen en el cultivo de camarón como lo es el peso, incremento, edad que pueda llegar a tener este cultivo.

CAPÍTULO 4

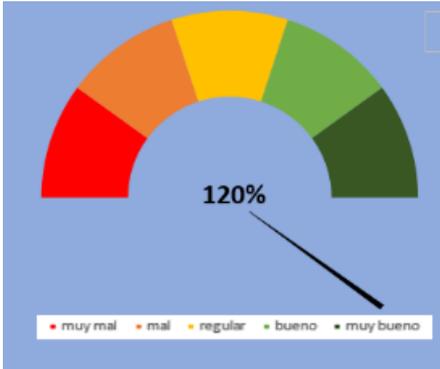
RESULTADOS

En el presente trabajo se realizó la recopilación de la base de datos de alimentación de camarón donde se incluyen elementos específicos como el peso, incremento, población, ración de alimento consumida en un determinado tiempo.

- Número de piscinas distribuidas en el rango de alimento consumido, establece cuanto kg de alimento consume cada piscina en un día.



- Consumo total de alimento de una piscina en un día según un límite de alimento establecido



- Se nos detalla los Pesos, Incremento, Edad del cultivo, la sobrevivencia con la que se cuenta y la biomasa que se tiene en un determinado momento,

HA	PX	PESO PROYE	DIAS DE CULTIVO	INCREM NTO	PLS SIEMBRA	D/S	SOV. PROX	PLS ACTUAL PROY	BIOMASA
9.66	9.82	11.32	33	2.17	1545600	16	75%	1159200	11383
8.68	1.04	2.54	8	0.4	1302000	15	95%	1236900	1286
6	9.45	10.95	33	2.14	960000	16	75%	720000	6804
8.84	10.2	11.7	41	1.92	1414400	16	75%	1060800	10820
3.41	1.9	3.4	9	1.26	545600	16	85%	463760	881
7.69	1.97	3.47	9	1.33	1230400	16	85%	1045840	2060
7.72	2.35	3.85	9	1.71	1235200	16	85%	1049920	2467
8.39	2.5	4	9	1.86	1342400	16	85%	1141040	2853
7.53	22.5	24	74	1.5	624990	8	70%	437493	9844
18.09	8.81	10.31	33	1.06	2532600	14	85%	2152710	18965
11.15	10.3	11.8	41	2.1	1672500	15	80%	1338000	13781
17.57	7.28	8.78	33	1.53	2459800	14	90%	2213820	16117
9.72	11.45	12.95	41	2.05	1360800	14	75%	1020600	11686
9.81	9.89	11.39	41	1.79	1569600	16	80%	1255680	12419

Figura 4.1
Incremento del peso del camarón por días

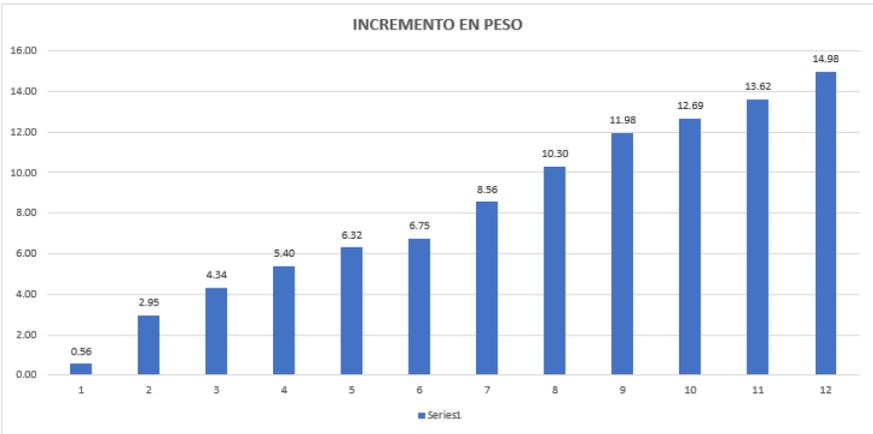


Figura 4.2

Peso del camarón en cada semana



- Se realiza una comparativa del comportamiento del Modelo de Gompertz expresando la relación de los días de cultivos con el peso que va adquiriendo cada día del ciclo de producción, también se muestra la relación entre los días de cultivo y la población dentro de 3 estanques en producción.

Figura 4.3

Peso vs Días de Cultivo, Estanque 1

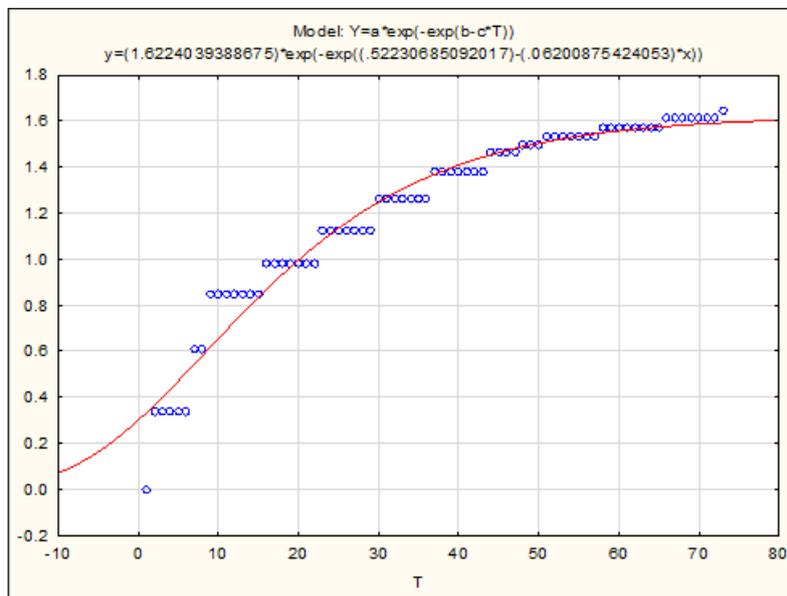


Figura 4.4
Población vs Días de cultivo, Estanque 1

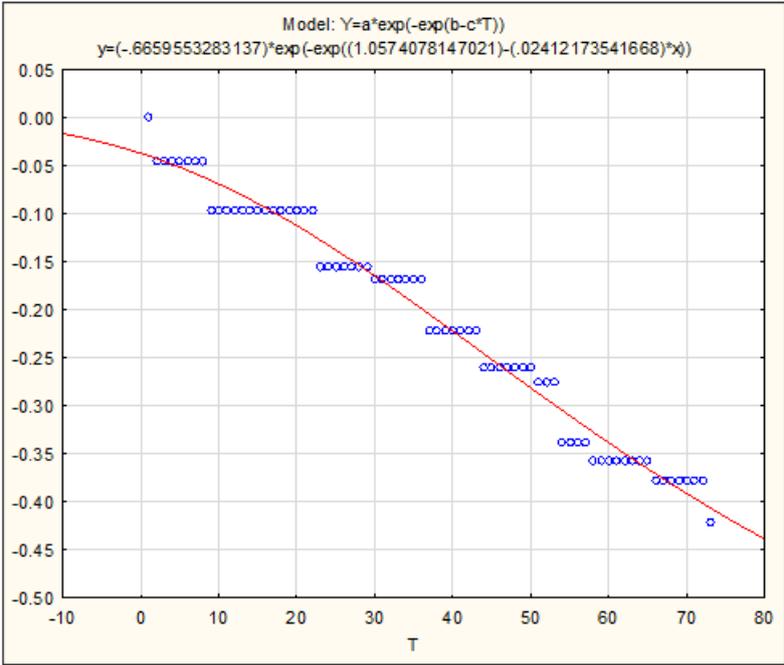


Figura 4.5
Peso vs Días de Cultivo, Estanque 2

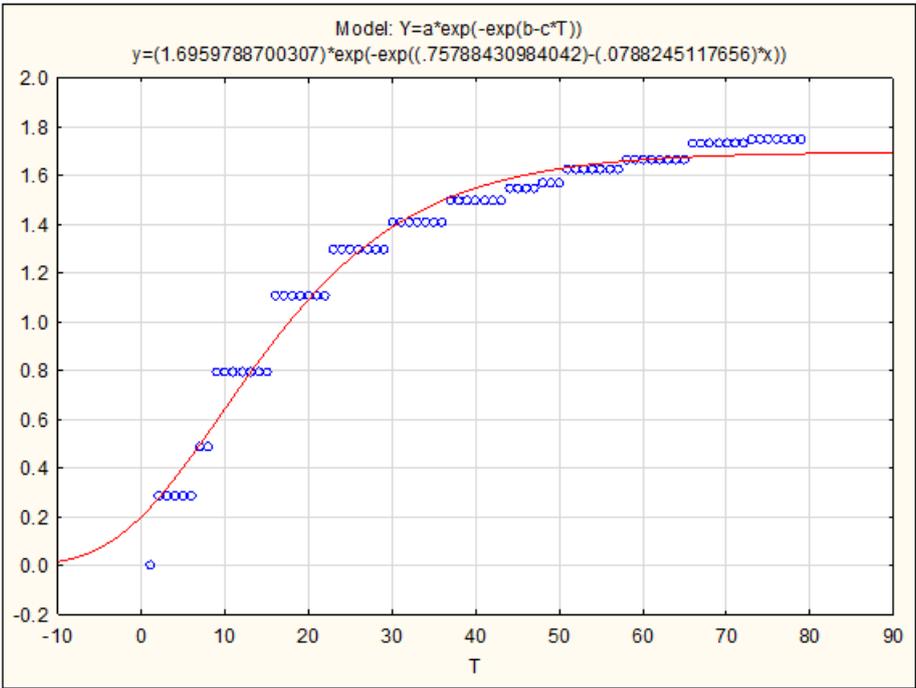


Figura 4.6
Población vs Días de cultivo, Estanque 2

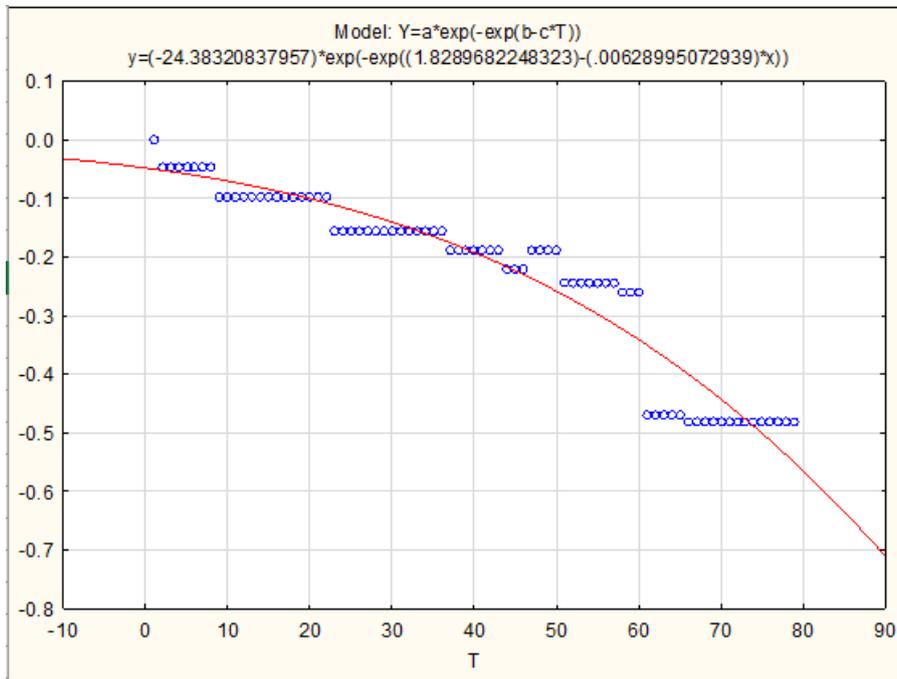


Figura 4.7
Peso vs Días de Cultivo, Estanque 3

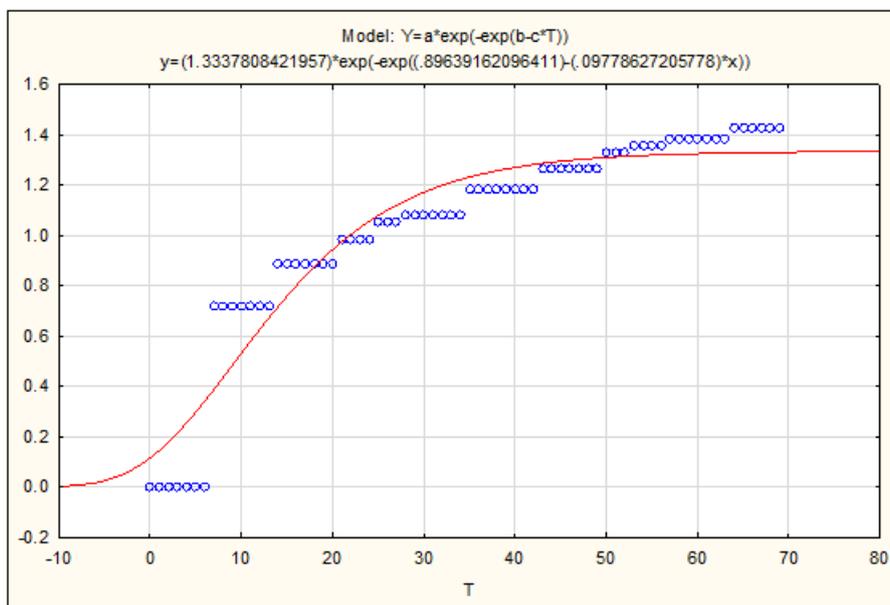


Figura 4.8
Población vs Días de cultivo, Estanque 3

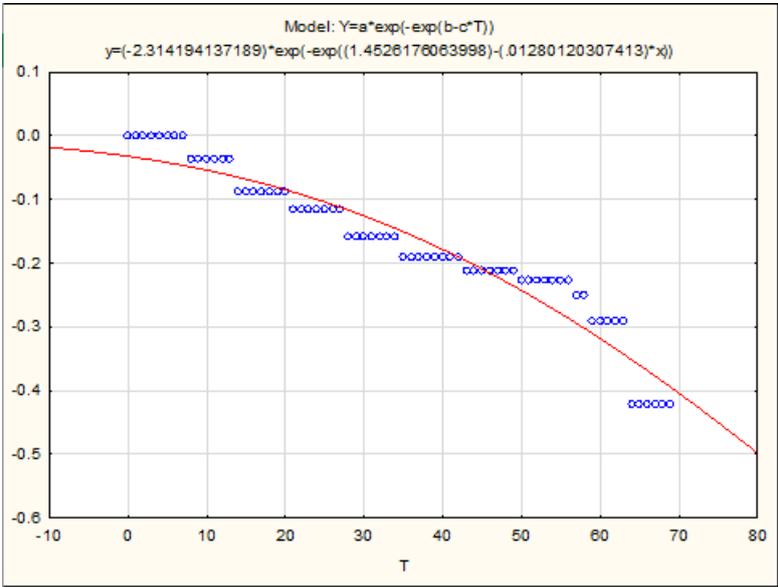


Figura 4.9
Modelo de Bertalanffy. Días vs Peso. Estanque 1

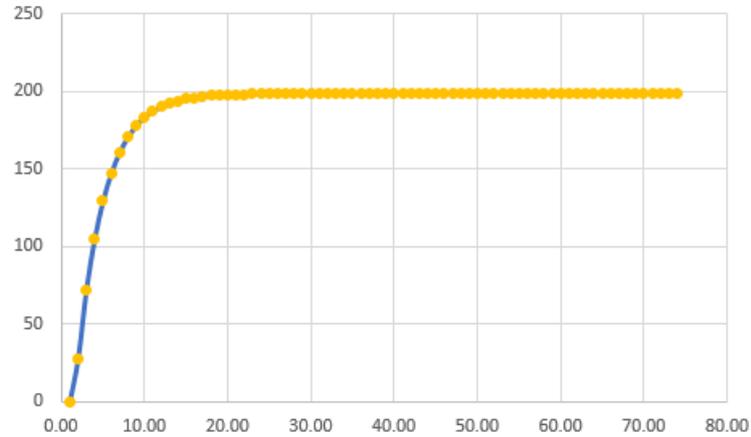


Figura 4.10
Modelo de Bertalanffy. Datos para el estanque 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	PX	DIAS DE CULTIVO	PL ACTUAL PROY	vBGF	Residual	residu squ						
1												
2	0.40	1	1678398	27.6495094	-27.25	742.5357634174380						
3	0.87	2	1510558.2	71.9309231	-71.06	5049.6547894225300						
4	0.87	3	1510558.2	104.735401	-103.87	10788.0215592018000			Linf =	198.500307		
5	0.87	4	1510558.2	129.037556	-128.17	16426.9224746666000			K =	0.3		$Lt=Linf(1-e^{-k(t-t_0)})$
6	0.87	5	1510558.2	147.041036	-146.17	21365.9716295941000			t0 =	0.5		
7	0.87	6	1510558.2	160.378341	-159.51	25442.9108573602000						
8	1.63	7	1510558.2	170.25886	-168.63	28435.6924082615000		sum of squared residuals =				
9	1.63	8	1510558.2	177.578528	-175.95	30957.8846456696000		2433464.9				
10	2.82	9	1342718.4	183.001072	-180.18	32465.2187626945000						
11	2.82	10	1342718.4	187.018191	-184.20	33928.9737043450000						
12	2.82	11	1342718.4	189.994146	-187.17	35034.1611110128000						
13	2.82	12	1342718.4	192.198788	-189.38	35864.3254394137000						
14	2.82	13	1342718.4	193.832027	-191.01	36485.5944754712000						
15	2.82	14	1342718.4	195.04196	-192.22	36949.2819449345000						
16	2.82	15	1342718.4	195.938301	-193.12	37294.6780091698000						
17	3.84	16	1342718.4	196.602326	-192.76	37157.3142845088000						
18	3.84	17	1342718.4	197.094248	-193.25	37347.2043570153000						
19	3.84	18	1342718.4	197.458673	-193.62	37488.1904567328000						
20	3.84	19	1342718.4	197.728645	-193.89	37592.8067981517000						
21	3.84	20	1342718.4	197.928646	-194.09	37670.4024849619000						

Figura 4.11
Modelo de Bertalanffy. Días vs Peso. Estanque 2

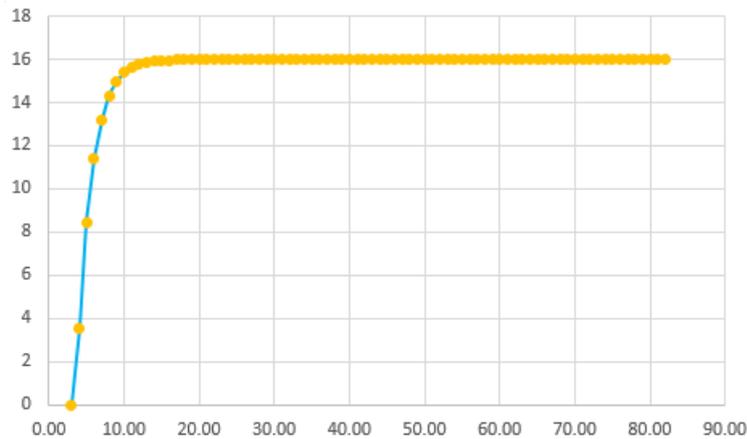


Figura 4.12
 Modelo de Bertalanffy. Datos para el estanque 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3	PX	DIAS DE CULTIVO	PL ACTUAL PROY	VBGF						
4	0.26	1	616187	3.539187471					Linf =	16
5	0.50	2	554568.3	8.442135156					K =	0.5
6	0.50	3	554568.3	11.41592325					t0 =	0.5
7	0.50	4	554568.3	13.2196169						
8	0.50	5	554568.3	14.31361241						
9	0.50	6	554568.3	14.97715422						
10	0.80	7	554568.3	15.37961267						
11	0.80	8	554568.3	15.62371607						
12	1.61	9	492949.6	15.77177226						
13	1.61	10	492949.6	15.86157288						
14	1.61	11	492949.6	15.91603971						
15	1.61	12	492949.6	15.94907551						
16	1.61	13	492949.6	15.96911273						
17	1.61	14	492949.6	15.98126593						
18	1.61	15	492949.6	15.98863721						
19	3.31	16	492949.6	15.99310812						
20	3.31	17	492949.6	15.99581986						
21	3.31	18	492949.6	15.99746462						
22	3.31	19	492949.6	15.99846221						
23	3.31	20	492949.6	15.99906729						

$$L_t = L_{inf}(1 - e^{-k(t-t_0)})$$

SEMANA DE CULTIVO	PESO(Grms)	BW MIN	BW MAX
1	0.30	13%	15%
2	1.00	11%	15%
3	2.00	10%	13%
4	3.00	8.50%	10%
5	4.00	8.50%	10%
6	5.00	5%	7%
7	6.00	3.50%	5%
8	7.00	3%	3.50%
9	8.00	3%	3.50%
10	9.00	3%	3.50%
11	10.00	3%	3.50%
12	11.00	3%	3.50%
13	12.00	3%	3.50%
14	13.00	2.50%	3.00%
15	14.00	2.50%	3.00%
16	15.00	2.50%	3.00%
17	16.00	2.50%	3.00%
18	17.00	2.50%	3.00%
19	18.00	2%	2.50%
20	19.00	2%	2.50%
21	20.00	2%	2.50%
22	21.00	2%	2.50%
23	22.00	2%	2.50%
24	23.00	2%	2.50%

PILA	PX	DIAS DE CULTIVO	PL ACTUAL PROY
01	0.40	1	1678398
01	0.87	2	1510558.2
01	0.87	3	1510558.2
01	0.87	4	1510558.2
01	0.87	5	1510558.2
01	0.87	6	1510558.2
01	1.63	7	1510558.2
01	1.63	8	1510558.2
01	2.82	9	1342718.4
01	2.82	10	1342718.4
01	2.82	11	1342718.4
01	2.82	12	1342718.4
01	2.82	13	1342718.4
01	2.82	14	1342718.4
01	2.82	15	1342718.4
01	3.84	16	1342718.4
01	3.84	17	1342718.4
01	3.84	18	1342718.4
01	3.84	19	1342718.4
01	3.84	20	1342718.4
01	3.84	21	1342718.4
01	3.84	22	1342718.4
01	5.32	23	1174878.6
01	5.32	24	1174878.6
01	5.32	25	1174878.6
01	5.32	26	1174878.6
01	5.32	27	1174878.6

PILA	PX	DIAS DE CULTIVO	PL ACTUAL PROY
01	5.32	28	1174878.6
01	5.32	29	1174878.6
01	7.32	30	1141310.64
01	7.32	31	1141310.64
01	7.32	32	1141310.64
01	7.32	33	1141310.64
01	7.32	34	1141310.64
01	7.32	35	1141310.64
01	7.32	36	1141310.64
01	9.62	37	1007038.8
01	9.62	38	1007038.8
01	9.62	39	1007038.8
01	9.62	40	1007038.8
01	9.62	41	1007038.8
01	9.62	42	1007038.8
01	9.62	43	1007038.8
01	11.62	44	923118.9
01	11.62	45	923118.9
01	11.62	46	923118.9
01	11.62	47	923118.9
01	12.54	48	923118.9
01	12.54	49	923118.9
01	12.54	50	923118.9
01	13.67	51	889550.94
01	13.67	52	889550.94
01	13.67	53	889550.94
01	13.67	54	772063.08

PILA	PX	DIAS DE CULTIVO	PL ACTUAL	PROY
02	0.26	1	616187	
02	0.50	2	554568.3	
02	0.50	3	554568.3	
02	0.50	4	554568.3	
02	0.50	5	554568.3	
02	0.50	6	554568.3	
02	0.80	7	554568.3	
02	0.80	8	554568.3	
02	1.61	9	492949.6	
02	1.61	10	492949.6	
02	1.61	11	492949.6	
022	1.61	12	492949.6	
02	1.61	13	492949.6	
02	1.61	14	492949.6	
02	1.61	15	492949.6	
02	3.31	16	492949.6	
02	3.31	17	492949.6	
02	3.31	18	492949.6	
02	3.31	19	492949.6	
02	3.31	20	492949.6	
02	3.31	21	492949.6	
02	3.31	22	492949.6	
02	5.15	23	431330.9	
02	5.15	24	431330.9	
02	5.15	25	431330.9	
02	5.15	26	431330.9	
02	5.15	27	431330.9	
02	5.15	28	431330.9	

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

La comparación de los modelos de crecimiento y la selección del mejor modelo que describa muy bien cierto fenómeno de crecimiento, junto con su significado de dichos parámetros, son tareas importantes en Biología Pesquera.

Modelo Logístico

Dentro de la producción de camarón este modelo constituye una parte medular en la producción acuícola, se comparó el comportamiento de los días de cultivos relacionados con la población actual y el peso en relación con los días de cultivo, se considerarán las poblaciones y el crecimiento que se obtuvo en cada instante del tiempo de lo que dura un cultivo.

Modelo Bertalanffy

Para este modelo el crecimiento es individual y se toman en cuenta variables como el peso, días de cultivo y las poblaciones en cada día del ciclo de producción lo que indica que cuando se llega a una edad determinada se genera una disminución en el crecimiento, las condiciones donde se desarrolla el cultivo, la temperatura y otros factores en el sistema es un factor que tiene influencia en la transformación y aceptación del alimento que ayuda al crecimiento del mismo.

Modelo Gompertz

Este modelo es similar al modelo logístico, aquí también se hacen presente las mismas variables pero los resultados se representan de manera logarítmica haciendo uso del peso en proporción con la edad del cultivo.

Los modelos de crecimientos analizan el comportamiento que tiene el cultivo de camarón durante todo el ciclo de producción, las variables que pueden influir mencionando algunas de las más importantes son: La temperatura que en marcaciones en °C muy elevadas no permiten la conversión del alimento en peso, el oxígeno que cuando es muy bajo las consecuencias que puede tener es una tasa de mortalidad en el cultivo o cuando no existe crecimiento alguno se procede a realizar una cosecha parcial o raleo como se le conoce, que consiste en sacar un porcentaje de la población del estaque lo que permite que en la población restante se genere un crecimiento continuo hasta el fin de su ciclo.

Se puede concluir que el estudio realizado mediante los modelos de crecimiento nos ayudan a predecir el comportamiento en peso, incremento y población que va teniendo la especie en cautiverio en cada día de su ciclo, esto permite a los técnicos que están pendientes de cultivo tener un estimado de la población que se tiene en cada estanque en producción.

CAPÍTULO 6

RECOMENDACIONES

Para un mayor uso de los modelo de crecimiento es necesario evaluar las condiciones físico químicas del agua y el estado de salud cuando se siembran las larvas, es decir realizar un tratamiento de agua y medicar la población de juveniles en caso de tener alguna deficiencia futura en el desarrollo de la producción de la especie siendo este último una variable que dependerá del tipo de alimentación.

La investigación se enfocó en el crecimiento del camarón blanco *L. vannamei* en Peso y Longitud, debido al consumo del está especie y la demanda que tiene tanto fuera como dentro del país.

Tanto la producción como el consumo de esta especie y considerando los cambios climáticos, se recomienda realizar proyectos innovadores en donde la implementación de modelos matemáticos nos ayuden a predecir y estimar el crecimiento de especies en cautiverio y sobre todo cuidar nuestro medio ambiente además de eso también recomendamos realizar un estudio de crecimiento poblacional pero esta vez dentro del cultivo de los peces.

BIBLIOGRAFÍA

- Aragón-Noriega, E. A. (2016). Crecimiento individual de camarón blanco *litopenaeus vannamei* (boone, 1931) y camarón azul *litopenaeus stylirostris* (stimpson, 1874)(decapoda: Penaeidae) con un enfoque multi-modelo. *Latin american journal of aquatic research*, 44(3), 480–486. Descargado de https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-560X2016000300006&script=sci_arttext&tln=pt
- Arce, R. V., y de Jesús, J. M. (2011). *Modelo bioeconomico para el análisis de riesgo del cultivo intensivo de camarón blanco (litopenaeus vannamei)* (Tesis Doctoral no publicada). Instituto Politécnico Nacional. Centro Interdisciplinario de Ciencias Marinas.
- Carlos, S. C. J. (2020). Modelo matemático y simulación de la dinámica de crecimiento del camarón de agua.
- Casas, G. A., Rodríguez, D., y Afanador Téllez, G. (2010). Propiedades matemáticas del modelo de gompertz y su aplicación al crecimiento de los cerdos. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 23(3), 349–358.
- Das, S., y Das, P. (2022). Coastal shrimp aquaculture and agriculture: a mathematical model on soil salinity. *Modeling Earth Systems and Environment*, 8(3), 3293–3304.
- Del Valle, J. I. (1986). La ecuación de crecimiento de von bertalanffy en la determinación de la edad y el crecimiento de árboles tropicales. *Revista Facultad Nacional de*

Agronomía Medellín, 39(1), 14.

- López, V. (2000). *Ecuaciones diferenciales: Cómo aprenderlas, cómo enseñarlas*. Universidad de Murcia. Descargado de <https://books.google.com.ni/books?id=qWvBHNZFs1UC>
- Lucero Búrquez, F. (2020). *Optimización bioeconómica del cultivo de camarón blanco *litopenaeus vannamei* en aguas de baja salinidad en baja california sur, méxico* (Tesis Doctoral no publicada). Instituto Politécnico Nacional. Centro Interdisciplinario de Ciencias Marinas.
- Maeda Martínez, A. N., Gullian Klanian, M., y cols. (2022). Bioeconomía del proceso de engorda de tilapia (*oreochromis niloticus*) en un sistema de producción intensivo con tecnología biofloc en el altiplano mexicano.
- Mendoza Altamirano, P., y Pichardo López, A. M. (2008). *Aplicación de modelos de series de tiempo para la predicción a corto plazo de la producción de post-larvas de camarón en la empresa farallon acuaculture sa., las peñitas, león* (Tesis Doctoral no publicada).
- Poersch, L. H., Milach, A. M., Cavalli, R. O., Wasielesky Jr, W., Moeller, O., y Castello, J. P. (2014). Use of a mathematical model to estimate the impact of shrimp pen culture at patos lagoon estuary, brazil. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 86, 1063–1076.
- Stewart, J. (2006). *Cálculo: Conceptos y contextos*. Cengage Learning. Descargado de https://books.google.com.ni/books?id=qC_iwAEACAAJ
- Trinidad, A. (2014). Modelos de crecimiento en biología, su significado biológico y selección del modelo por su ajuste. *Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa*.

Zehnder, C., Manoylov, K., Mutiti, S., Mutiti, C., VandeVoort, A., y Bennett, D. (2018).
Introduction to environmental science.