

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León
Área del Conocimiento de Ciencias de la Educación y Humanidades
Área Específica de Ciencias de la Educación
Carrera Matemática Educativa y Computación



**Aplicación de Pólya en la Resolución de Problemas de Sistema de Ecuaciones
Lineales en Estudiantes de Octavo Grado de Secundaria**

**Monografía para Optar al Título de Licenciado en Ciencias de la Educación,
Mención Matemática Educativa y Computación**

Autores:

- ❖ **Br. María de los Ángeles Navarrete Martínez**
- ❖ **Br. William José Vargas Mendoza**
- ❖ **Br. Santos Ramón González Hernández**

Tutor: Domingo Felipe Aráuz Chévez Ph.D.

León, Nicaragua, julio, 2025

2025: 46/19 ¡Siempre más allá! ¡Avanzando en la Revolución!

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León
Área del Conocimiento de Ciencias de la Educación y Humanidades
Área Específica de Ciencias de la Educación
Carrera Matemática Educativa y Computación



**Aplicación de Pólya en la Resolución de Problemas de Sistema de Ecuaciones
Lineales en Estudiantes de Octavo Grado de Secundaria**

**Monografía para Optar al Título de Licenciado en Ciencias de la Educación,
Mención Matemática Educativa y Computación**

Autores:

- ❖ **Br. María de los Ángeles Navarrete Martínez**
- ❖ **Br. William José Vargas Mendoza**
- ❖ **Br. Santos Ramón González Hernández**

Tutor: Domingo Felipe Aráuz Chévez Ph.D.

León, Nicaragua, julio, 2025

2025: 46/19 ¡Siempre más allá! ¡Avanzando en la Revolución!



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
NICARAGUA, LEÓN
FUNDADA EN 1812

Carta Aval

León 14 de julio 2025

MSc. Francisco Javier Parajón
Director
Área de conocimiento Ciencias de la Educación y Humanidades
UNAN-León

Estimado maestro Parajón reciba saludos fraternos.

Por medio hago constar que el informe final del trabajo monográfico titulado **“Aplicación de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de octavo grado de secundaria”** de la carrera **Matemática Educativa y Computación** está listo para ser defendida ante el tribunal.

Autores/Número de carnet: Br. María de los Ángeles Navarrete, 20-01068-6
Br. William José Vargas Mendoza, 20-05672-6
Br. Santos Ramón González Hernández, 20-05795-6

Tutor: PhD. Domingo Felipe Aráuz Chévez
Área temática: Población, educación, inclusión social e interculturalidad
Línea: Currículo y programación didáctica
Sub línea de Investigación: Implementación del método de resolución del problema para el aprendizaje de las matemáticas.
Nombre del director Área Específica: MSc. Nicolás Manuel Sánchez Pérez

Sin más a que hacer referencia.
Cordialmente,

Cro. Domingo Felipe Aráuz Chévez
Coordinador de Unidad de Evaluación y Sistema de Gestión
Dirección de Gestión de la Calidad
UNAN-León



Dedicatorias

A Dios: por darnos la vida, el amor y la sabiduría para alcanzar esta meta soñada de ser profesionales.

A nuestros padres: por educarnos e instruirnos en el camino del bien. Gracias a ellos somos profesionales de la educación en matemática.

A nuestros maestros: por ser el faro de luz del conocimiento que hemos adquirido en estos años de formación profesional.

A nuestra Alma Mater: a la UNAN-León, por ser la universidad que nos formó como profesionales capacitados y dedicados en la labor docente; con el fin de contribuir a la sociedad en general. De manera especial a la carrera de Matemática Educativa y Computación.

Br. María de los Ángeles Navarrete Martínez

Br. William José Vargas Mendoza

Br. Santos Ramón González Hernández

Agradecimientos

A Dios: le damos gracias infinitas a Dios por ser la fuerza que nos sostuvo en estos años de desarrollo profesional.

A nuestros padres: el agradecimiento infinito a nuestros padres, por ser los que nos forjaron y educaron en el camino del bien. Sin ellos, no habiésemos logrado este sueño y meta de ser profesionales de la educación matemática.

A nuestros maestros: agradecemos de manera especial a los docentes de la carrera de Matemática Educativa y Computación: A Ph.D. Domingo Felipe Aráuz Chévez por ser nuestro tutor de monografía; y por ser un gran maestro, al darnos sus sugerencias y orientarnos metodológicamente en la realización de este trabajo investigativo.

A la UNAN-León: por ser la universidad que nos formó como profesionales capaces para servir a la sociedad. De manera especial agradecemos al Área del Conocimiento de Ciencias de la Educación y Humanidades.

Br. María de los Ángeles Navarrete Martínez

Br. William José Vargas Mendoza

Br. Santos Ramón González Hernández

Resumen

El avance de la educación matemática en el siglo XXI involucra la formación de competencias específicas en los estudiantes, basadas en el pensamiento crítico y la solución de conflictos, contribuyendo a formar ciudadanos críticos y competentes. Dentro de este marco, esta investigación acción que tuvo el propósito de implementar el Método de Pólya para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables en estudiantes de 8vo grado de un colegio nicaragüense. Las habilidades se identificaron con una evaluación diagnóstica (prueba inicial) y una entrevista al docente, los resultados indicaron que los estudiantes se les dificultaba la aplicación de Pólya por las habilidades en la traducción del lenguaje común al algebraico, lo que provocaba planteamientos de los sistemas de ecuaciones de forma errónea y la no reflexión de sus resoluciones. Para poder abordar estos casos, se llevaron a cabo el desarrollo de estrategias metodológicas enfocándose dentro del aula para reforzar los temas que dificultaban la aplicación del método de Pólya. La aplicación de estas estrategias muestra un avance significativo en la aplicación del método de Pólya por parte de los estudiantes, resultados verificados mediante la aplicación de una prueba final.

Palabras claves: Resolución de Problemas, Método de Pólya, Sistema de Ecuaciones Lineales, Estudiantes, Estrategias.



Índice

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes de la investigación.....	2
1.2. Planteamiento del problema	6
1.3. Justificación de la investigación	8
2. Hipótesis Acción.....	10
3. Objetivos de la investigación	11
3.1. Objetivo General.....	11
3.2. Objetivos Específicos	11
4. Marco Teórico.....	12
4.1. ¿Qué es el método de Pólya?	12
4.2. El Método de Pólya en la Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales	16
5. Diseño Metodológico.....	22
5.1. Tipo de estudio	22
5.2. Enfoque de Investigación	25
5.3. Área de Estudio	25
5.4. Línea de Investigación	25
5.5. Población y Muestra	26
5.5.1. Tipo de muestreo	26
5.6. Fuentes de la investigación.....	26
5.6.1. Fuentes primarias.....	27
5.6.2. Fuentes secundarias.....	27
5.7. Instrumentos aplicados en la investigación	28
5.7.1. Instrumentos aplicados en el diagnóstico.....	29
5.7.2. Instrumentos aplicados en la ejecución y evaluación del plan acción.....	31
5.7.3. Instrumentos aplicados después de la implementación del plan acción.....	33
5.8. Procedimiento de recolección de datos	35
5.9. Plan de análisis.....	35
5.10. Operacionalización de las variables	38
5.11. Consideraciones para garantizar los aspectos éticos.....	39
6. Resultados de la investigación acción	40



6.1. Diagnóstico	40
6.1.1. Resultados de la entrevista realizada a la docente	40
6.1.2. Resultados de resolución por parte de estudiantes del problema n°1	42
6.1.2. Resultados de resolución de los estudiantes del problema n°2	44
6.1.3. Resultados de resolución de los estudiantes del problema n°3	45
6.2. Porcentaje de estudiantes que emplearon el método de Pólya en la prueba inicial	47
6.3. Conclusiones del diagnóstico	55
6.4. Resultados de la ejecución del plan de acción	57
6.4.1. Narración de las actividades del plan de acción	58
6.4.1.1. Reunión con estudiantes monitores y docentes de matemáticas del centro educativo	58
6.4.1.2. Primera sesión áulica	59
6.4.1.3. Segunda sesión áulica	61
6.4.1.4. Tercera sesión áulica	62
6.5. Conclusiones de la ejecución del plan de acción	63
6.6. Resultados de la prueba final	64
7. Conclusiones de la Investigación	67
8. Recomendaciones	69
8.1. Limitaciones	69
9. Referencias Bibliográficas	70
10. Anexos	74
Anexo 1: Prueba de Resolución de Problemas	74
Anexo 2: Entrevista Aplicada al Docente	75
Anexo 3: Lista de Cotejo	76
Anexo 5: Hoja de Trabajo N° 1	81
Anexo 6: Plan de Clase N°1	82
Anexo 7: Hoja de Trabajo N°2	85
Anexo 8: Plan de Clase N° 2	86
Anexo 9. Hoja de Trabajo N° 3	89
Anexo 10: Plan de Clase N° 3	90

1. Introducción

La educación en el área de matemática plantea nuevas necesidades para este siglo; poniendo el acento en el desarrollo de ciertas competencias por parte de los estudiantes. Por eso, la calidad de un programa de formación viene dirigida, tanto por la relevancia de las competencias que se proponen, su eficacia y respondiendo al modo que éstas se logran.

En este sentido, la asignatura de matemática pretende desarrollar en el estudiantado habilidades cognitivas y conocimientos matemáticos que le sean de utilidad en el ciclo académico y en situaciones del entorno. Dado que, en el proceso de enseñanza y aprendizaje se incentiva el razonamiento lógico a través de la resolución de problemas, proporcionando herramientas que permitan la formación de ciudadanos críticos.

En este contexto, la resolución de problemas matemáticos es el centro del desarrollo de las actividades realizadas en el salón de clase, el cual, el Método de Pólya es una estrategia esencial para resolver problemas. Por lo tanto, el presente estudio tiene como objetivo aplicar el Método de Pólya en la resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales de dos variables en estudiantes de octavo grado de un colegio nicaragüense. Para ello, se analizó primeramente a un grupo de estudiantes a través de una prueba inicial que contenía tres problemas de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables. En la prueba, se determinó que los estudiantes presentaban dificultades en los pasos de este método, como la comprensión del problema, en el cual, tenían que transformar el lenguaje común al algebraico para formar el sistema. Además, se realizó

una entrevista al docente que permitió examinar los conocimientos que tenían acerca de la implementación del Método de Pólya en el contenido matemático en estudio.

Ante estas dificultades en la aplicación de los pasos del Método de Pólya por parte de los estudiantes, se recurrió a buscar una solución a partir de la aplicación de estrategias y una serie de actividades como los encuentros pedagógicos, que nos permitieron contrarrestar las dificultades encontradas en la prueba inicial.

Después de realizar dichas actividades, se aplicó una prueba final que contenía los mismos ejercicios de la prueba inicial, con el propósito de verificar los avances de los estudiantes producto de la intervención educativa denominada: “Reforzamiento de la aplicación del Método de Pólya”. De modo que, al aplicar estas estrategias permitió mejorar la enseñanza y aprendizaje del sistema de ecuaciones lineales de dos variables, contribuyendo con las propuestas de la “Estrategia Nacional de Educación Bendiciones y Victorias 2024-2026”.

1.1. Antecedentes de la investigación

En este apartado se presentan las investigaciones previas a este estudio, dividiéndolas en dos subapartados: En primer lugar, aquellos estudios relacionados a problemas con sistema de ecuaciones lineales con dos variables, y el segundo sobre investigaciones en el que se han implementado el Método de Pólya.

Con relación a las investigaciones sobre problemas con sistemas de ecuaciones lineales de dos variables en estudiantes de octavo grado de secundaria, tenemos al estudio de Rocerau y Vilanova (2008) que analiza el interés de Pólya en realizar un estudio que se enfoque directamente en la solución de problemas matemáticos donde

pueda utilizarse el razonamiento lógico, psicológico y matemático. Su objetivo fue el de generar un cambio en la enseñanza de la matemática en docentes que imparten dicho curso. Este estudio denominado “¿Cómo plantear y resolver problemas?”, constó de cuatro fases: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan, comprobar el resultado. En el proceso de su investigación Pólya logró convertirlo en un método aceptado y de gran impacto en la heurística moderna, generando un cambio en el proceso de la enseñanza de la matemática al lograr el uso y la aplicación de su método en la resolución de problemas matemáticos.

Por otro lado, Calvo (2008) describe las dificultades de los estudiantes de sexto grado de educación primaria para la resolución de problemas matemáticos. Los resultados obtenidos indican que las dificultades manifestadas por los discentes al no resolver correctamente los problemas no radican en el estudiante mismo, sino, por otros aspectos, tales como la metodología empleada por el docente o la actitud que éste tenga hacia la materia.

Espinoza y Domínguez (2019) desarrollaron una investigación con el objetivo de potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento a través de la implementación del método heurístico en estudiantes de 3° básico de primaria. Su estudio se realizó desde un paradigma positivista, aplicando un cuestionario en dos tiempos: prueba inicial y prueba final a 67 estudiantes. Permitiendo potenciar la resolución de problemas matemáticos, en contraste con los resultados del grupo de estudiantes, confirmando la hipótesis planteada.

Así mismo, Sarmiento (2022) en su investigación, tuvo como objetivo general el analizar las incidencias de la aplicación del Método de Pólya en las competencias

señaladas con estudiantes. Lo cual, en la recolección de la información se utilizó las técnicas de la entrevista y la observación directa y, para realizar los análisis se basaron en el método de la teoría fundamentada. Los resultados obtenidos muestran la mejora de las competencias matemáticas ante la resolución de los problemas matemáticos con estructuras multiplicativas; un mayor análisis y planificación del proceso realizado para una solución a los problemas planteados, permitiendo a los estudiantes mayor comprensión y confianza en la realización de las operaciones básicas, además, del apoyo de los padres de familia.

Con respecto a las investigaciones sobre la aplicación del Método de Pólya, éstas han estado dirigidas por dos líneas importantes: la primera cuando los sujetos son estudiantes de educación primaria y la segunda con estudiantes de educación secundaria en contenidos matemáticos diversos. Por ejemplo, Tamara (2015) en su investigación evidencia que los estudiantes tenían dificultades en el uso de estrategias para la resolución de problemas en los procesos de comprensión, planificación, ejecución y evaluación. Para la recolección de datos, se utilizaron la técnica de la entrevista, pruebas pedagógicas y cuestionarios, logrando de esta manera mejorar por medio del método de resolución de problemas la forma de análisis e interpretación de los problemas en los estudiantes.

Quispe y Altamirano (2019) encontraron que los estudiantes no lograban hacer un buen análisis en problemas de polinomios y ecuaciones. Estos datos fueron recopilados a través de la aplicación de un test y un post test relacionados al Método de Pólya. Los resultados revelan que se logró elevar el nivel cognitivo en la resolución de problemas de ecuaciones y polinomios en los estudiantes, dado que, al ejecutar los pasos del

Método de Pólya, lograron resolver los problemas con los conocimientos previos y aplicar una visión retrospectiva al realizar su análisis.

Por su parte, Lara-Freire et al. (2022) implementaron una propuesta didáctica en el que se aplicaba el Método de Pólya en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales. Se utilizaron instrumentos como cuestionarios en dos momentos de pre-test y post-test. Se evidenció que, al ejecutar la estrategia del Método de Pólya, los estudiantes mejoraron sus habilidades lingüísticas y críticos-reflexivas, permitiendo la mejora de su rendimiento académico.

En torno a los problemas de sistema de ecuaciones lineales con dos variables, tenemos el estudio de Briones y González (2012) que indagaron las concepciones que tienen los estudiantes sobre la resolución e interpretación del objeto matemático sistema de ecuaciones lineales de dos variables reales. En el análisis, los estudiantes al plantear el sistema de ecuación aplicaban procedimientos de forma mecánica y de diferentes técnicas sin tener comprensión del contenido.

Figuerola (2013) detalla la elaboración, aplicación y análisis de los resultados de una secuencia didáctica orientada a estimular en los estudiantes de cuarto año de secundaria. Su estudio se enfocó en el desarrollo de la capacidad de resolver problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables y contribuir a que superen las dificultades que suelen presentar.

El indagar las investigaciones previas de este estudio, éstas muestran la importancia de estudiar el aprendizaje de problemas de sistema de ecuaciones lineales, no obstante, con relación al Método de Pólya, no se han realizado suficientes estudios

que analicen este aprendizaje en sistema de ecuaciones lineales con dos variables, permitiendo a este trabajo de investigación profundizar dicha temática.

1.2. Planteamiento del problema

Anteriormente, se ha descrito las investigaciones sobre sistemas de ecuaciones lineales y el método de resolución de problemas de Pólya. En este contexto, la resolución de problemas ha adquirido relevancia en el ámbito educativo como un pilar fundamental en el desarrollo de competencias matemáticas y de otras disciplinas de la ciencia.

De este modo, la resolución de problemas se convierte en una habilidad y capacidad que deberían de tener los estudiantes para desarrollar su pensamiento crítico, lógico y creativo; relacionando siempre la capacidad de aprender matemáticas y de resolver problemas. Debido a que, el sistema de ecuaciones lineales de dos variables es un tópico que requiere la capacidad de resolver problemas concretos o de la vida cotidiana.

Sin embargo, cuando los estudiantes se enfrentan a este tipo de problemas sobre sistema de ecuaciones, éstos potencialmente pueden tener ciertos obstáculos que impidan buscar alternativas de resolución. Entre estas dificultades se pueden mencionar: el no encontrar una solución y dificultad en enunciar el problema (Cuello et al., 2021). En otras palabras, los estudiantes no tienen un método o estrategias que les permitan resolverlos de forma sistemática, organizada y coherente.

Por otro lado, en los contextos escolares, la metodología de enseñanza que imparten los docentes respecto a la resolución de problemas está centrada en la aplicación de algoritmos o procedimientos; haciendo que los estudiantes resuelvan los

problemas, pero, de forma mecánica sin una comprensión del problema en sí. También, se puede añadir que, los profesores asumen un papel de trasmisor del conocimiento y no dan la oportunidad a los estudiantes de resolver problemas por su propia cuenta. Es así como, Pólya (1989) enfatiza la necesidad de que un estudiante al momento de enfrentarse a un problema debe adquirir un trabajo personal, pero también añade que el estudiante no lo debe hacer siempre solo, sino con la ayuda del docente; aunque no debe ayudarle demasiado.

Ante lo dicho, esta investigación trata de analizar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje del sistema de ecuaciones lineales; poniendo en énfasis el uso de la resolución de problemas de forma sistemática. Por ello, es necesario un conjunto de estrategias que permitan ofrecer alternativas de solución para mejorar el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales de dos variables y, fomentar la capacidad de los estudiantes en la resolución de problemas.

En esta investigación nos planteamos las siguientes interrogantes:

¿Qué evidencias sobre la aplicación del Método de Pólya se puede observar en los estudiantes de octavo grado de secundaria cuando resuelven tareas sobre problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables?

¿Qué estrategias metodológicas se pueden implementar para la aplicación correcta del Método de Pólya con estudiantes de octavo grado al resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos variables?

1.3. Justificación de la investigación

Esta investigación es pertinente de realizarse, ya que parte del hecho de que el uso del material concreto en la enseñanza de las matemáticas permite al estudiante concebir un concepto matemático desde la estimulación de sus sentidos, logrando llegar a interiorizarlos a partir de la manipulación de los objetos de su entorno. Una vez superados los obstáculos y dificultades inherentes a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, da la oportunidad al estudiante el dominio del álgebra (Rojano et al., 2014). Al mismo tiempo, su primera aproximación a una serie de conceptos y objetos matemáticos, son una importante herramienta en el estudio de otras áreas de las matemáticas que se imparten en nivel de educación superior.

Poder profundizar este problema que se está generando en este centro educativo, da la oportunidad de aportar en la implementación de estrategias con alternativas de soluciones fundamentados por los aportes teóricos de los modelos epistemológicos constructivistas. Es así que, la resolución de problemas constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en el quehacer matemático. Por ello, es necesario que los estudiantes desarrollen estructuras de pensamiento que les permitan matematizar: que es una de las principales metas de la enseñanza matemática actual.

Este estudio aportará un diagnóstico y potenciales alternativas de solución, aportando a la carrera de Matemática Educativa y Computación del Área del Conocimiento de Ciencias de la Educación y Humanidades. Potenciando de manera óptima el Método de Pólya basado en la resolución de problemas como una estrategia didáctica para lograr llegar a conocer qué tan significativo puede ser su utilización para el estudio actual de las matemáticas en los estudiantes.

En definitiva, la investigación está contribuyendo a las propuestas de la “Estrategia Nacional de Educación, Bendiciones y Victorias 2024-2026”, específicamente sobre el Eje 1 relacionado a la “Educación para la Vida” cumpliendo con el lineamiento 7 que tiene como línea de acción el “promover el pensamiento lógico-matemático y científico, como aprendizaje fundamental para la vida, en todas las modalidades educativas”. Además, del eje 11 sobre la “innovación e investigación” colaborando con el lineamiento 36 y 37 sobre la implementación de metodologías didácticas y la generación de nuevos conocimientos.

2. Hipótesis Acción

Si se aplican estrategias metodológicas como el Sudoku y la representación de situaciones de la vida diaria mediante el lenguaje algebraico en estudiantes de octavo grado, se mejorará significativamente su comprensión del álgebra y la capacidad para la aplicación del Método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos, ya que estas estrategias fomentan el pensamiento lógico, la abstracción y la conexión entre las matemáticas y la realidad cotidiana.

3. Objetivos de la investigación

3.1. Objetivo General

- Aplicar metodologías que ayudan a la implementación del Método de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con estudiantes de octavo grado de secundaria nicaragüense.

3.2. Objetivos Específicos

- Analizar la aplicación del Método de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de octavo grado de secundaria nicaragüense.
- Identificar posibles estrategias que ayuden a la implementación favorable del Método de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de octavo grado de secundaria nicaragüense.
- Implementar estrategias para fortalecer la competencia y resolución de problemas matemáticos con sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de octavo grado de secundaria nicaragüense.

4. Marco Teórico

En este capítulo se describirá el marco teórico sobre el Método de Pólya, el cual lo movilizaremos en el estudio. En primer lugar, se describirá la teoría del método y luego cómo lo aplicamos en esta investigación.

4.1. ¿Qué es el método de Pólya?

El Método de Pólya es una estrategia estructurada diseñada por el matemático Húngaro George Pólya, cuyo principal objetivo es facilitar la resolución de problemas matemáticos. Esta metodología no solo se centra en encontrar la solución, sino también, en entender el problema en su totalidad, diseñar un plan de acción y, finalmente, revisar la solución obtenida.

La implementación del Método de Pólya en la enseñanza de las matemáticas tiene múltiples beneficios:

- El desarrollo del pensamiento crítico: al inducir al estudiante a entender el problema antes de intentar resolverlo, se fomenta un pensamiento más analítico y reflexivo.
- Flexibilidad: a diferencia de otros métodos que ofrecen una única solución. Por su parte, el Método de Pólya permite múltiples enfoques y soluciones, adaptándose a la naturaleza del problema.
- Confianza: al tener un proceso estructurado, los estudiantes sienten mayor seguridad al enfrentarse a problemas complejos.

En la resolución de un problema según el modelo de Pólya (1989), se debe realizar a través de cuatro fases:

Comprender el problema: en esta fase, se realiza la lectura del problema y se plantean preguntas, tales como: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es posible satisfacer la condición?, en esta pregunta no se espera una respuesta definitiva, sino más bien provisional. En caso de haber alguna figura relacionada con el problema, se debe analizar la figura y destacar en ella la incógnita y los datos. Para ello, se procede a realizar una lectura comprensiva, interrogar lo que no se comprende, enunciar el problema con las propias palabras, establecer lo que se solicita en el orden, los datos que aporta el problema y seleccionar los datos necesarios para realizar el cálculo.

Concepción de un plan: Pólya (1989) explica que se tiene un plan cuando se sabe, en cierto modo, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones se efectuarán para determinar la incógnita. Para lo que se escriben los datos relevantes del problema, relacionar con un problema conocido al que se está presentando y tratar de resolverlo. Si el problema es muy complejo, buscar la manera de simplificarlo y establecer claramente las operaciones matemáticas que se deben aplicar para su resolución.

Efectivamente, se trata de ver puntos de contacto con conocimientos previamente adquiridos, tratar de examinar, acordarse de algo útil y cómo llegar a resolver el problema; haciendo ver el razonamiento o una parte de él. Esta es la fase que sugiere más o menos claramente cómo se puede proceder. De la misma forma, se puede encontrar otra idea que conduzca directamente al camino de la solución o ideas suplementarias que añadan alguna precisión a una idea confusa o permitan la corrección de una idea menos afortunada.

Ejecución del plan: durante esta etapa es primordial examinar todos los detalles y es importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que un paso es correcto. En otras palabras, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos: ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?, ¿Puede demostrarlo?

Además, se plantea que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él denomina problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas por demostrar, entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos, sino de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya está fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver.

En síntesis, al ejecutar el plan de solución es poner en pie el plan de la idea concebida de la solución. Para lograrlo, se debe realizar toda una serie de circunstancias como: conocimiento ya adquirido, buenos hábitos de pensamiento, concentración y práctica.

Por ello, es mucho más fácil llevar a cabo el plan, ya que proporciona una línea general y no se debe asegurar que los detalles encajan bien en esa línea. De este modo, hace falta examinar los detalles unos a otros pacientemente hasta que todo esté perfectamente claro sin que quede ningún rincón oscuro donde podría disimularse un error. Si el estudiante ha concebido realmente un plan, el maestro puede disfrutar un momento de una paz relativa el peligro estriba en que el estudiante olvide su plan, lo que puede ocurrir fácilmente si lo ha percibido desde el exterior, lo ha aceptado por porvenir

de su maestro, pero si él mismo ha trabajado en el plan, aunque un tanto ayudado y si ha conseguido la idea final con satisfacción. Entonces, no la perderá tan fácilmente, no obstante, el profesor debe insistir en que el estudiante verifique cada paso; podemos asegurarnos de la exactitud de un paso de nuestro razonamiento ya sea por intuición o por medio de una demostración formal debe comprobarse cada uno de los pasos y verificar que estén correctos.

Verificar los resultados: una vez obtenida la solución del problema y expuesto claramente el razonamiento, existe un medio rápido e intuitivo para asegurarse de la exactitud del resultado o del razonamiento, mediante las preguntas: ¿Puede comprobar el resultado?, ¿Puede comprobar el razonamiento?, ¿Puede obtener la respuesta de un modo distinto? En lo que se procede a verificar los resultados alcanzados para identificar si son parciales o finales y llegar a la solución por diferentes vías, comparar los resultados obtenidos, determinar si cumple con las condiciones del problema y finalmente, formular un breve análisis como respuesta.

Estas cuestiones dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros: Pólya (1989) plantea que, cuando se resuelve un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también, se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema. En otras palabras, cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve, se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera.

De hecho, es muy válido verificar si se puede obtener el resultado de otra manera; si bien es cierto que no hay una única forma o estrategia de resolver un problema puede

haber otras alternativas. Precisamente, esta visión retrospectiva tiene por objetivo que veamos esta amplia gama de posibles caminos para resolver algún tipo de problema.

Los estudiantes una vez que han obtenido la solución y expuesto claramente el razonamiento, tienden a cerrar sus cuadernos y a dedicarse a otra cosa. Al proceder así omiten una fase importante y muy instructiva del trabajo reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado puesto que, siempre queda algo por hacer mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución y en todo caso siempre podremos mejorar nuestra comprensión de la solución.

Si el estudiante ha llevado a cabo su plan, ha redactado la solución, verificado en cada paso su razonamiento tiene pues buenos motivos para creer que la solución es correcta. No obstante, puede haber errores sobre todo si el razonamiento es largo y enredado. Por lo tanto, es recomendable verificar especialmente si existe un medio rápido e intuitivo para asegurarse.

4.2. El Método de Pólya en la Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales

A continuación, presentaremos la aplicación del Método de Pólya en el sistema de ecuaciones lineales de dos variables. Para ejemplificarlo, se propone el siguiente problema:

Problema: Por la compra de tres marcadores y un borrador se pagaría C\$78, pero si se compraran dos marcadores y un borrador se tendría que pagar C\$58. ¿Cuál es el costo de cada artículo?

Para resolver este problema mediante el Método de Pólya se aplica los pasos correspondientes:

- **Comprensión del problema**

Inicialmente, un estudiante debe de comprender el problema y, para hacerlo, tiene que hacer una lectura repetida, analítica y comprensiva. Al realizar la lectura, puede identificar los datos más relevantes como: los datos conocidos y desconocidos del problema. En este caso, el estudiante identificará dos datos desconocidos: el costo de un marcador y el costo de un borrador. La pregunta del problema indica lo que debe de encontrar en el problema: los costos de los artículos. Luego, al identificarlos hará la declaración de las incógnitas con variables como se muestra en el siguiente ejemplo:

- Sea x el costo de un marcador
- Sea y el costo de un borrador

Cuando el estudiante plantea las incógnitas, es un indicador de su comprensión del problema, porque le permitirá construir las ecuaciones correspondientes y formar el sistema. Esta declaración de variables es un indicio de que el estudiante es capaz de representar el lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico de forma escrita a partir de los datos y las condiciones proporcionadas.

- **Concepción del plan**

Al analizar el estudiante el problema luego de la su lectura y reflexión debe de concebir un plan para resolver el problema matemático. Este paso conlleva un análisis profundo y la identificación previa de lo que planteó en el primer paso (comprensión del problema). Al analizar, el estudiante debe de evaluar las distintas alternativas de resolución que se le pueden presentar. En esta fase, el estudiante está en los inicios de emplear una metodología para construir conocimiento y el objetivo será que logren las ideas para hacer ese plan.

Es por ello que, el estudiante en esta fase analiza y escribe sus reflexiones a partir de su análisis del problema. El estudiante puede concebir el plan cuando relaciona los enunciados del problema y las fórmulas matemáticas adquiridas en sus conocimientos previos; como se puede observar en la potencial reflexión que podría tener, mostrándose en el siguiente ejemplo:

Por tres marcadores y un borrador se gastó C\$ 78. Entonces, el estudiante puede plantear la primera ecuación del problema:

$$3x + y = 78; \text{ecuación (1)}$$

La ecuación (1) representa la suma del costo de tres marcadores y un borrador, dando como resultado un total de 78 córdobas. Donde:

$3x$ representa el costo de tres marcadores.

y representa el costo de un borrador.

Posteriormente, el estudiante analiza la otra parte del problema: Por dos marcadores y un borrado se gastó \$58. Obteniendo la segunda ecuación:

$$2x + y = 58; \text{ecuación (2)}$$

La ecuación (2) representa la suma del costo de dos marcadores y un borrador, dando como resultado un total de 58 córdobas.

Donde:

$2x$ representa el costo de dos marcadores.

y representa el costo de un borrador.

Al plantear las ecuaciones (1) y (2) el estudiante puede formar el siguiente sistema de ecuación de dos variables:

$$\begin{cases} 3x + y = 78 & (1) \\ 2x + y = 58 & (2) \end{cases}$$

Planteado el sistema de ecuación, el estudiante puede hacerse las siguientes interrogantes: ¿Qué variable me resulta mejor eliminar?, ¿Por qué?, ¿Cómo puedo eliminar la variable escogida? En este momento, el estudiante procederá a planear el procedimiento de resolución, en este caso, se dará cuenta que la variable “y” de las ecuaciones (1) y (2) tienen coeficiente uno con el mismo signo (el signo más), analizando que, al multiplicar por -1 cualquiera de las ecuaciones puede eliminar la variable, lo cual, de forma hipotética, multiplicará por -1 la ecuación (2) como la alternativa más accesible, ya que, al sumar las dos ecuaciones, les resultará más fácil, lo cual, elegirá el método de reducción como el más idóneo para resolver el problema.

- **Ejecutar el plan:**

Concebido el plan, el estudiante puede ejecutarlo al implementar la estrategia que eligió para solucionar el problema: método de reducción. Y, como primer paso de ejecución del su plan multiplicará por -1 la ecuación (2) como se muestra a continuación:

$$\begin{cases} 3x + y = 78 & (1) \\ 2x + y = 58 & (2) \cdot (-1) \end{cases}$$

Al multiplicar por menos -1 el sistema de ecuación quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 3x + y = 78 & (1) \\ -2x - y = -58 & (2), \text{ ecuación resultante al multiplicarlo por } -1 \end{cases}$$

Ahora procede a aplicar el método de reducción, que consiste en sumar las dos ecuaciones y reducir o eliminar una de las variables, en este caso, la variable “y”:

$$\begin{array}{r} 3x + y = 78 \\ + \quad -2x - y = -58 \\ \hline x + 0 = 20 \end{array}$$

Al reducir las ecuaciones encuentra el valor de $x = 20$, es decir, el costo de un marcador “x” es de 20 córdobas.

Luego que el estudiante encontró la primera incógnita “x” que representa el costo de los marcadores en un valor de 20 córdobas. Procede a encontrar la variable “y”, para ello, en el plan, el estudiante estableció que, encontrada una variable puede sustituirla en cualquiera de las dos ecuaciones (1) y (2) para hallar el valor de “y” que representa el

costo de los borradores. En este caso, el estudiante toma la ecuación (1) para sustituir la variable “x” en esa respectiva ecuación, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Si $x = 20$, entonces:

$$3x + y = 78$$

Ecuación (1) del sistema.

$$3(20) + y = 78$$

Sustituye $x = 20$ en ecuación (1) del sistema.

$$60 + y = 78$$

Realiza el producto indicado.

$$60 - 60 + y = 78 - 60$$

Propiedad del inverso aditivo.

$$y = 18$$

Al restar por -60 a ambos se obtiene variable “y”.

Por lo tanto, $y = 18$, es decir, que el costo de un borrador “y” es de 18 córdobas.

- **Visión retrospectiva:**

El estudiante puede repasar cada paso para corregirlos o encontrar algún error. Podría sustituir sus respuestas en el enunciado original para ver si se cumple. Un ejemplo claro de esto podría ser sustituir los valores encontrados de las variables de “x” e “y” en una o en ambas ecuaciones del sistema. Por ejemplo:

$$3x + y = 78$$

Ecuación (1) del sistema

$$3(20) + 18 = 78$$

Sustituye $x = 20$ en ecuación (1) del sistema

$$60 + 18 = 78$$

Realiza suma correspondiente

$$78 = 78$$

Se igualan las cantidades

5. Diseño Metodológico

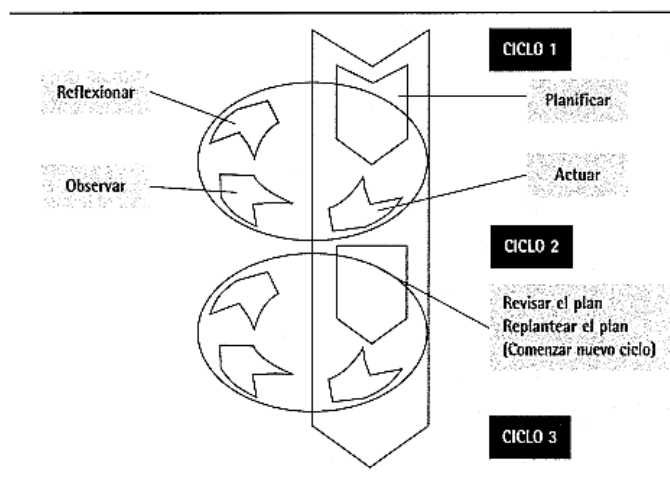
En este capítulo se describirá la metodología de investigación implementada.

5.1. Tipo de estudio

El presente trabajo es de investigación acción, y según Latorre (2003) la investigación acción es una indagación práctica realizada por el profesorado, de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión. Con base a los modelos de investigación propuestos por Latorre (2003), se tomó el modelo Kemmis (1989). Este modelo apoyándose en el modelo de Lewin, es aplicable a la enseñanza. El proceso se organiza sobre dos ejes: uno estratégico, constituido por la acción y la reflexión; y otro organizativo, que contiene la planificación y la observación (Latorre, 2003).

Figura 1

Modelo de Kemmis (1989)



Nota: El diagrama representa el modelo cíclico de Kemmis en cuatro pasos. Tomado de *La investigación acción conocer y cambiar la práctica* (p.35), por Latorre, 2003, Graó.

Ambas dimensiones están en continua interacción, de manera que se establece una dinámica que contribuye a resolver los problemas y a comprender las prácticas que tienen lugar en la vida cotidiana de la escuela. El proceso está integrado por cuatro fases o momentos interrelacionados: planificación, acción, observación y reflexión (ver figura 1). Cada uno de los momentos implica una mirada retrospectiva, y una intención prospectiva que forman conjuntamente una espiral autorreflexiva de conocimiento y acción para darle solución al problema.

En la investigación el modelo de Kemmis (1989) citado en Latorre (2004) se aplicó de la siguiente manera de acuerdo con los pasos correspondientes (ver figura 2):

- **Planificación**

Se hizo una planificación a partir de un plan de acción que consistirá en plantear un objetivo de acción y una tabla que categorizó las actividades, los encargados y los materiales a utilizar en las estrategias que se implementaron.

- **Actuar**

Establecido el plan de acción se procederá a aplicar las estrategias correspondientes como son: reunión con estudiantes monitores y docentes, clase práctica y aplicación de la prueba final.

- **Observar**

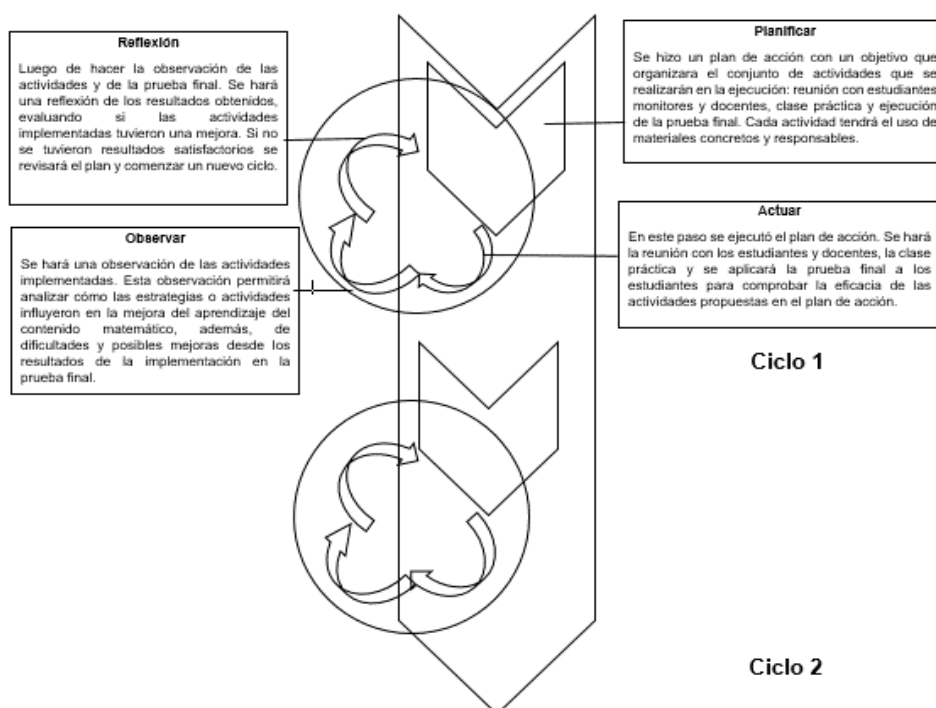
Al aplicar el plan de acción se observará si las estrategias de mejoramiento dieron resultados positivos y esto se evidenciará en la prueba final que se aplicará a los estudiantes sobre la resolución de problemas.

• Reflexión

Al observar y analizar las acciones concretas que se realizaron en la práctica educativa; en la aplicación de las estrategias metodológicas y la prueba final. Se hará una reflexión sobre si las estrategias implementadas dieron resultados satisfactorios con base a la planificación en los resultados de la prueba final. Si los resultados no son satisfactorios, se repetirá el ciclo de acción, donde se revisará el plan hecho anteriormente, y corregir algunas deficientes o errores, así como las estrategias utilizadas. Este proceso se hará de acuerdo a los resultados obtenidos en las pruebas finales para volver a comenzar otro ciclo si es necesario.

Figura 2

Modelo de Kemmis aplicado a la investigación



Nota: Modelo Kemmis aplicado a la investigación. Elaboración propia.

5.2. Enfoque de Investigación

La investigación se realizó bajo un enfoque mixto: cuantitativo porque nos permitió analizar y describir cuantitativamente la frecuencia de estudiantes que tuvieron mejores resultados o dificultades, además, de conocer y comparar con mayor precisión los distintos recursos y estrategias que utilizan los estudiantes para resolver los problemas.

El enfoque cualitativo permitió caracterizar o describir las opiniones de los docentes y las resoluciones de los estudiantes al resolver problemas aplicando el Método de Pólya.

5.3. Área de Estudio

El estudio pertenece al Área de Educación, particularmente sobre la búsqueda de estrategias metodológicas que favorezcan la aplicación de Pólya en la resolución de problemas relacionados con situaciones de nuestro entorno.

5.4. Línea de Investigación

Todo proyecto investigativo debe estar inmerso dentro de una línea de investigación, la cual permitirá el diagnóstico de una situación problema. En tal sentido, Salinas (2012) sostiene que, una línea de investigación es la dirección que sigue un investigador de manera sistemática y continua, con el fin de dar solución a una problemática de investigación.

De acuerdo con esta idea la presente investigación está enmarcada dentro de una de las Áreas Estratégicas de Investigación de la UNAN-León: Población, educación, inclusión social e interculturalidad. También, responde a una de las líneas de investigación: Currículo y Programación Didáctica y la sublínea: Implementación del

método de resolución del problema para el aprendizaje de las matemáticas. Promoviendo una educación equitativa y de calidad para mejorar las oportunidades de todas y todos los nicaragüenses.

5.5. Población y Muestra

La población determinada para la implementación de esta investigación la conforman 43 estudiantes matriculados en octavo grado de un colegio del municipio de La Paz Centro. La muestra tomada fue el 50 % de la población.

5.5.1. Tipo de muestreo

Se utilizó un muestreo no probabilístico intencional. Debido a que se seleccionaron específicamente estudiantes de octavo grado que han trabajado con el método de Pólya en sus clases de Matemática. Esta decisión responde a la necesidad de contar con participantes que tengan experiencia directa con la estrategia didáctica que se está analizando, lo cual permite obtener información más relevante y útil para los adjetivos del estudio.

5.6. Fuentes de la investigación

Las fuentes de investigación constituyen una plataforma común de la comunidad científica para la difusión de sus conocimientos, y facilitan el flujo y la transmisión de información entre personas, equipos e instituciones interesadas en el estudio de un determinado campo disciplinar. Dentro de la investigación existen tanto fuentes primarias como secundarias.

5.6.1. Fuentes primarias

Bounocore (1980) define a las fuentes primarias de información como “las que contienen información original, en contraste, con las no abreviada ni traducida como tesis, libros, monografías, artículos de revista y manuscritos. Se les llama también fuentes de información de primera mano.

Las fuentes primarias de esta investigación están enmarcadas por los datos que provienen directamente de la población o de la muestra misma:

- La observación de la clase
- La prueba inicial
- Entrevista realizada a los docentes y estudiantes del grado en estudio.

5.6.2. Fuentes secundarias

Las fuentes, búsquedas o informaciones secundarias son textos basados en hechos reales. Una fuente secundaria contrasta con una primaria en que esta es una forma de información que puede ser considerada como un vestigio de su tiempo. Según Stein (1982) son aquellas fuentes que permiten conocer hechos o fenómenos a partir de documentos o datos recopilados por otros.

Las fuentes secundarias de este trabajo se encuentran adheridas a revisiones bibliográficas en monografías, tesis de licenciatura existentes en repositorios internacionales. Además, de tesis de licenciatura encontradas en el Área del Conocimiento de Ciencias de la Educación y Humanidades. También, páginas webs, libros digitales, artículos científicos de revistas indexadas.

5.7. Instrumentos aplicados en la investigación

Los instrumentos aplicados en la investigación fueron:

- Entrevista realizada al docente
- Prueba inicial dirigida a los estudiantes durante el diagnóstico
- Narraciones sobre la implementación de las estrategias del plan acción
- Prueba final dirigida los estudiantes durante la acción

Estos instrumentos tienen el objetivo de recolectar la mayor información posible para obtener el insumo necesario que nos permitirá identificar y estructurar el trabajo de investigación. Por el cual, se hará la siguiente descripción:

Entrevista al docente: Se realizó la entrevista al docente con el fin de obtener información de forma oral y personalizada sobre acontecimientos que parten de la experiencia del profesor al implementar el Método de Pólya con los estudiantes. Teniendo siempre como objeto principal contribuir y mejorar el bienestar de los estudiantes en forma general y el buen funcionamiento de la institución educativa desde el punto de vista académico, social y personal, es decir, su rendimiento integral al aprender matemáticas.

Prueba inicial: la prueba inicial de resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables fue aplicada a los estudiantes con el objetivo de identificar de qué manera ellos utilizaban la implementación del Método de Pólya. Los datos aportados permitirán considerar aspectos esenciales en los objetivos de la investigación, reducen la realidad a cierto número y precisa el problema en estudio. Además, se quiere valorar si los estudiantes tienen pleno dominio o dificultades la puesta

en práctica de los pasos que conforman el Método de Pólya. La evaluación se realizó considerando los niveles adecuados de aprendizaje según los pasos que conforman el Método de Pólya.

Prueba final: la prueba final formó parte del plan de acción con el objetivo de evaluar los avances del antes y el después de nuestra intervención. Ésta contenía los mismos ejercicios de la prueba inicial por lo que nos permitió compaginar los resultados de nuestra estrategia.

5.7.1. Instrumentos aplicados en el diagnóstico

Se utilizó los siguientes instrumentos para el diagnóstico:

Entrevista al docente: la entrevista se realizó con el objetivo de ver cómo utiliza el Método de Pólya en conjunto con las actividades pedagógicas para cumplir con el plan curricular y de qué manera percibe la asimilación de los estudiantes aplicando el método con los sistemas de ecuaciones lineales de dos variables en la resolución de problemas.

Prueba inicial: la prueba inicial está conformada por tres problemas de ecuaciones lineales con dos variables, los cuales se pretende analizar cómo los estudiantes resolvían dichos problemas usando el Método de Pólya.

Ambos problemas, es decir, (el primero y el segundo) hace referencia a costos de la vida cotidiana, por el cual, al aplicar el Método de Pólya para su resolución, en la fase de análisis de comprender el problema, el sistema de ecuaciones quedaría de manera directa haciendo que el diseño del problema sea fácil para ver los conocimientos previos que tienen sobre lenguaje algebraico. Por ejemplo:

Problema n°1

Por la compra de dos pantalones y tres camisas se pagan 1200 córdobas. El costo de un pantalón excede en 100 córdobas al de la camisa. ¿Cuál es el costo de cada artículo?

Este problema presenta una relación directa entre las dos variables, ya que se indica explícitamente que el pantalón cuesta 100 córdobas más que la camisa. Esto permite reducir fácilmente el sistema a una sola ecuación con una variable, haciendo que el problema se pueda resolver de forma más rápida usando el método de sustitución.

Problema n°2

Por la compra de tres marcadores y un borrador se pagaría 78 córdobas, pero si se compraran dos marcadores y un borrador se tendría que pagar 58 córdobas. ¿Cuál es el costo de cada artículo?

A diferencia del problema anterior, aquí no se da ninguna relación directa entre el costo del marcador y el del borrador. Solo se entregan dos combinaciones de compra con sus respectivos totales. Esto obliga a resolver el sistema por comparación, igualación o reducción, sin una variable despejada desde el inicio.

El problema de los pantalones y camisas es más fácil de resolver porque la relación directa entre las variables permite reducir rápidamente el sistema a una sola ecuación con una sola incógnita. En cambio, el problema de los marcadores y el borrador requiere resolver un sistema completo sin atajos iniciales, lo que lo hace ligeramente más complejo desde el punto de vista algebraico.

El tercer problema involucra la cantidad de estudiantes en un colegio, además, le obliga a realizar un análisis más profundo, ya que el sistema de ecuaciones no queda de manera directa como en los primeros dos problemas requiriendo un poco más de concentración al momento de resolverlo.

7.7.2. Instrumentos aplicados en la ejecución y evaluación del plan acción

El objetivo del plan acción fue implementar las medidas que se deben ejecutar para mitigar y corregir los resultados obtenidos previamente logrando optimizar la implementación del Método de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales como una estrategia didáctica en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Durante la ejecución del plan de acción se realizó la incorporación de encuentros pedagógicos utilizando una guía metodológica y tres planes de clases para los estudiantes referente a la aplicación del Método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones lineales de dos variables, los cuales tenían que garantizar la forma correcta de aplicación de dicho método.

Para analizar la implementación de los planes de clases, se hizo una narración sobre la ejecución de cada plan. Tomando como foco de atención los pasos del Método de Pólya, como una estrategia metodológica que nos ayudará a mejorar el aprendizaje y al pensamiento crítico del estudiante en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables.

De este modo, permitió realizar una planificación de mejora a las dificultades encontradas en el diagnóstico. El plan de acción o plan de mejora es una herramienta de

administración o gestión, implementarla ayudará no solo a agilizar el proceso, sino a establecer metas claras y la mejor forma para desarrollarlas. Por lo que, a grandes rasgos, esta herramienta determina las tareas y los recursos utilizados para elaborar un plan que lleve el proyecto al objetivo que se desea.

Ahora bien, en la primera sesión que fue dirigida a profesores y a estudiantes monitores se trató de remarcar la importancia de la aplicación del Método de Pólya como estrategia didáctica, y de ayudar a la interacción del maestro y el estudiante; compartir ideas y experiencias de las diferentes formas de resolver problemas de ecuaciones lineales con dos variables.

A su vez, la segunda intervención fue realizada en el aula de clases, enfocada a los estudiantes utilizando el Sudoku como un recurso didáctico para agilizar el pensamiento cognitivo y razonamiento lógico.

La tercera intervención tuvo como objetivo que los estudiantes realicen los problemas de ecuaciones lineales con dos variables utilizando de forma correcta el Método de Pólya.

Tabla 1

Matriz de actividad para el plan de acción

Actividades	Objetivos	Encargado	Recursos	Aprendizajes esperados
Reunión con estudiantes monitores, y docente S.	Dar a conocer estrategias didácticas que se puedan ejecutar para mejorar la implementación del Método de Pólya usando el debate.	-William Vargas -María Navarrete -Santos González	Guía metodológica para el taller. presentación digital. Marcadores. hojas de trabajo N°.	Hacerse conocedores de nuevas estrategias que pueden facilitar su enseñanza aprendizaje en el aula de clases para la resolución de problemas.
Clase práctica .	Desarrollar habilidades cognitivas para la planificación, la atención focalizada y la resolución de problemas, utilizando el Sudoku como estrategia.	-María Navarrete -William Vargas	Plan de clase, marcadores, pizarra, cuadernos, lápices, hojas blancas hoja de trabajo N°2.	Presentar habilidades cognitivas, para resolver problemas utilizando Pólya.
Clase práctica	Utilizar lenguaje algebraico para representar situaciones diarias, utilizando globos mágicos.	-William Vargas -Santos González	Plan de clase, marcadores, pizarra, cuadernos, lápices, hojas blancas hoja de trabajo N°3.	Analiza los nexos y relaciones entre los datos del problema. Traduce situaciones reales a un sistema de ecuación (lenguaje algebraico).
Aplicación de prueba final.	Lograr que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos utilizando el Método de Pólya.	-Santos González -María Navarrete	Lápiz, cuaderno y guía de ejercicios.	Consolidar los aprendizajes al aplicar paso a paso el Método de Pólya.

5.7.3. Instrumentos aplicados después de la implementación del plan acción

Después de haber aplicado el plan de acción, se procedió a la aplicación de una prueba final con el objetivo de analizar y reflexionar sobre los resultados obtenidos tras su implementación. Esta evaluación permitió valorar el progreso de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos utilizando el Método de Pólya, en comparación con los resultados obtenidos en la prueba inicial.

Para profundizar en el análisis, se utilizó una lista de cotejo que permitió identificar de forma precisa las diferencias entre ambas pruebas, evaluando aspectos clave como la comprensión del enunciado, la planificación de estrategias, la ejecución de procedimientos y la verificación de resultados. Esta información fue fundamental para reconocer los avances alcanzados y las áreas que aún requerían refuerzo.

Cabe destacar que esta prueba final formó parte de un proceso pedagógico planificado a través de planes de clase estructurados, los cuales guiaron las actividades realizadas en el aula con los estudiantes. Estos planes se diseñaron con una secuencia lógica que permitió desarrollar habilidades de forma progresiva, siempre bajo un enfoque activo y participativo centrado en la resolución de problemas.

Un componente clave de esta intervención fue una guía metodológica dirigida a los estudiantes monitores, quienes jugaron un rol fundamental como apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta guía les proporcionó orientaciones claras sobre cómo facilitar las sesiones de trabajo, cómo aplicar el Método de Pólya en situaciones reales y cómo apoyar a sus compañeros en cada una de las fases del método: comprender el problema, planificar una estrategia, ejecutar la solución y comprobar el resultado. Su participación fortaleció el aprendizaje colaborativo y permitió una atención más personalizada durante las actividades.

En conjunto, la prueba final, la lista de cotejo, los planes de clase y la guía metodológica para los monitores conformaron una estrategia integral que no solo permitió evaluar el impacto del plan de acción, sino también reforzar la formación de los estudiantes desde una perspectiva didáctica innovadora y centrada en el acompañamiento entre pares.

5.8. Procedimiento de recolección de datos

El procedimiento de recolección de datos se llevó a cabo de diferentes maneras en los tres momentos de la investigación.

Durante el diagnóstico los datos procedentes de la prueba inicial y la entrevista del docente se realizó de la siguiente manera: para aplicar la prueba inicial se solicitó permiso al director del centro para su autorización. Una vez realizado, se aplicó a los estudiantes la prueba inicial, dando un tiempo de 30 minutos, una vez terminado se realizó la entrevista al docente.

En la ejecución del plan de acción, se realizaron cuatro sesiones de clases las cuales fueron dirigidas para minimizar las dificultades encontradas al momento de aplicar el Método de Pólya en la solución de problemas de sistema de ecuaciones de dos variables. Por el cual, un integrante del equipo llevaba a cabo la acción, las otras dos personas redactaban la narrativa de lo que sucedía.

Para la aplicación de la prueba final se solicitó nuevamente el permiso al director del centro; teniendo la autorización se aplicó la prueba final en un tiempo de 30 minutos a los mismos alumnos que se le aplicó la prueba inicial.

5.9. Plan de análisis

Una vez que se aplicó el instrumento a los estudiantes, se analizó cómo aplican el Método de Pólya en los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Esto proporcionó hacer un diagnóstico sobre las dificultades que los estudiantes puedan tener al aplicar dicho método. Por el cual, se analizaron a través de tablas y figuras en función de las dificultades encontradas al momento de aplicar los cuatro pasos de dicho método,

los cuales nos dieron pauta para aplicar un plan de acción que permitió mejorar su implementación en las aulas de clases.

En el caso de la prueba inicial, que está comprendida en resolver tres problemas de ecuaciones lineales con dos variables usando Método de Pólya, nos dieron las pautas de cómo los estudiantes están aplicando dicho método, así como las dificultades que tienen cada uno ya que se enumeraron las pruebas para un mejor control.

Los datos de la entrevista nos dieron las estrategias utilizadas por el docente durante el proceso de enseñanza aprendizaje. Lo cual, se tomó en cuenta al momento de impartir las clases de reforzamiento de la implementación del Método de Pólya. Además, en una bitácora se tomó en cuenta lo más relevante y las inquietudes que se vayan dando en este proceso; poniendo el foco de atención en la comprensión del problema, que fue el punto donde la mayoría de los estudiantes presentaron dificultad. En el caso de la prueba final, serían los mismos problemas de la prueba inicial, cuya finalidad será observar los avances de los estudiantes en la aplicación del Método de Pólya una vez implementado el plan de acción.

Tabla 2

Criterios para analizar la aplicación del Método de Pólya

Criterios para analizar la aplicación de los pasos del Método de Pólya
1. Comprender el problema
a) Comprende el planteamiento del problema
b) Comprende parcialmente el problema
c) Comprende la pregunta y los conceptos, pero no identifica las operaciones que debe realizar.
2. Concepción de un plan
a) Describe o recrea el plan
b) Puede describir el procedimiento que utilizó.
c) Justifica el plan
d) Puede explicar por qué lo hace.
e) No establece algún plan.
3. Ejecución del plan
a) Estrategias Reflexivas
b) Selecciona la operación cuyo significado es apropiado para el texto.
c) Propone un número y su comprobación para encontrar la solución.
d) Diseña un dibujo o esquema para encontrar la solución.
e) Razonamiento directo: procesamiento inductivo que se apoya en el uso del cálculo mental.
f) Ordena los datos y los tiene presentes en la resolución.
g) Estrategias Irreflexivas
h) Adivina la operación o fórmula y realiza operaciones mecánicamente.
i) Busca palabras claves, pero no logra comprender el significado del enunciado.
j) Contesta "cualquier cosa", sin hacer alguna operación, sobre todo en casos de opción múltiple.
k) Borra las operaciones que realiza.
l) Selecciona la opción más cercana al resultado obtenido.
4. Mirada hacia atrás
a) Verifica el proceso realizado e identifica algún error.
b) No verifica el proceso realizado.

Nota: La tabla muestra los criterios que se tomaron en cuenta para analizar los datos recopilados en la aplicación de los instrumentos. Elaboración propia.

5.10. Operacionalización de las variables

Tabla 3

Operacionalización de las variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
Método de Resolución de Problemas de Pólya	El Método de resolución de problema es una estrategia estructurada, cuyo principal objetivo es facilitar la resolución de problemas matemáticos. Esta metodología no solo se centra en encontrar la solución, sino también, en entender el problema en su totalidad, diseñar un plan de acción y, finalmente, revisar la solución obtenida.	Esta investigación se asumirá la resolución de problemas de acuerdo con los criterios de Pólya que señala que se debe encontrar un camino para resolver un problema matemático planteado con el fin de medir las dimensiones en cuanto a cómo entender el problema, configurar un plan, de qué manera ejecutarlo y por último como examinar los resultados obtenidos.	Comprensión del problema	<ul style="list-style-type: none"> Define correctamente las variables del problema de sistema de ecuaciones lineales de dos variables. Identifica lo que se le pide encontrar a través de la pregunta del problema. Transcribe de lenguaje común a lenguaje algebraico. Construye correctamente las ecuaciones y el sistema de ecuaciones lineales de dos variables. 	Prueba inicial y final, narraciones de las implementaciones de las actividades del plan acción y entrevista al docente.
			Concebir un plan	<ul style="list-style-type: none"> Identifica un plan o un método adecuado para una solución tras el planteamiento del sistema de ecuaciones, uso de analogías, etc. Usa un plan lógico y secuenciado. Utiliza conocimientos previos y experiencias similares. Plantea otros posibles métodos de solución. 	
			Ejecución del plan	<ul style="list-style-type: none"> Sigue los pasos del plan. Aplica correctamente los cálculos. Mantuvo orden y claridad en el proceso. Verifica que la solución responde al problema planteado. 	
			Mirar hacia atrás	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba la coherencia de su resultado con los datos del problema. Explica claramente la solución. Da una respuesta con los datos encontrados 	

5. 11. Consideraciones para garantizar los aspectos éticos

En este trabajo se resguarda la ética profesional y la integridad de nuestros sujetos de investigación y contexto en estudio. Por lo cual, se ha adquirido el compromiso de realizar el estudio tomando en cuenta los siguientes aspectos:

- Anonimato de los sujetos de estudio.
- Anonimato del centro educativo, sin sus coordenadas geográficas.
- Los datos obtenidos no serán comparados con otros centros educativos.
Prestados a sentido de competencia.
- Y con el fin de aportar al centro educativo, en caso de requerirse la investigación estará disponible para su dirección.

6. Resultados de la investigación acción

A continuación, se muestran los resultados de la investigación acción, de la siguiente manera, primero los del diagnóstico, en seguida los del plan acción y por último los de la prueba final después de aplicado el plan acción.

6.1. Diagnóstico

El objetivo del diagnóstico fue verificar en los estudiantes el empleo del Método de Pólya. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el diagnóstico de la investigación recopilados en la prueba inicial:

La prueba inicial consistió en tres problemas aplicados sobre sistema de ecuaciones lineales de dos variables:

6.1.1. *Resultados de la entrevista realizada a la docente*

Con respecto al primeros ítems de la entrevista: Dado el siguiente problema, indique los pasos de Pólya en los que los estudiantes podrían tener dificultad en dicha aplicación del método.

"Para la compra de dos pantalones y tres camisas, se pagan 1200 córdobas. El precio de los pantalones es más de 100 córdobas en comparación con la camisa. ¿Cuánto cuesta cada cosa?

La docente describió los desafíos con los que los estudiantes podrían encontrarse en cada etapa de la aplicación del método:

- **Comprenda el problema:**

Algunos estudiantes pueden tener dificultades para descubrir las partes clave del problema, como darse cuenta de que debe construir ecuaciones o que puede establecer

dos expresiones matemáticas separadas para los costos de pantalones y camisa. De manera textual manifestó, que a veces es un poco complicado descubrir qué significan cuando dicen "el precio de los pantalones es más de 100 córdobas en comparación con la camisa".

- **Diseñe un plan:**

Esta parte es a menudo la parte más difícil. Los estudiantes no entendieron que tenían que crear una ecuación o un conjunto de ecuaciones para mostrar las conexiones en el problema. Elegir la forma correcta de manejar cosas (como intercambiar cosas, hacer cosas incluso o simplemente ir directamente) puede ser complicado si no está acostumbrado a lidiar con este tipo de problemas.

- **Ejecutar el plan:**

Aunque muchos estudiantes llegan tan lejos, pueden deslizarse con álgebra, especialmente cuando intentan resolver ecuaciones lineales. Obtener los valores correctos y el manejo de cosas similares suele ser súper importante.

- **Mirada hacia atrás:**

En esta parte, tiene que verificar si la respuesta que encontraron se adapta al problema que intentaban resolver a veces los estudiantes no verifican sus resultados al volver al método original, lo cual es clave para asegurarse de que la solución sea perfecta.

Cuando preguntamos, ¿Qué otra estrategia utilizaría para enseñar a resolver problemas matemáticos usando Pólya?

La docente expresó que otra forma inteligente de abordar los problemas de matemáticas utilizando el método de Pólya es hacer modelado guiado o trabajar juntos para resolverlos. El maestro desglosa el problema paso a paso, lo habla e involucra a todos los estudiantes en el proceso. Los organizadores gráficos o los mapas de resolución de problemas son excelentes para ver todo el proceso presentado visualmente. Cuando se presentan problemas de la vida real con los que realmente se enfrentan los estudiantes, realmente esto puede entusiasmarlos para aprender y ayudarlos a comprender todo el proceso.

6.1.2. Resultados de resolución por parte de estudiantes del problema n°1

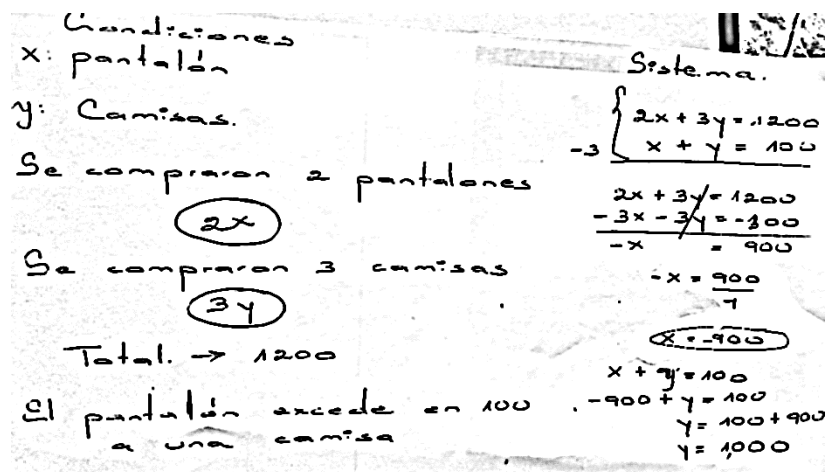
En este problema los estudiantes debían aplicar los pasos del Método de Pólya para resolver el problema: comprensión de problema, concepción del plan, ejecución del plan y mirar hacia atrás.

En la figura 3 el estudiante comprende el problema al identificar las variables correspondientes que se hacen en la pregunta. Plantea como primera incógnita a las variables “x” e “y”. Sin embargo, al declarar las variables no especifica la descripción: costo del pantalón y la camisa. En este caso, se identifica un conflicto, ya que, el pantalón no es la variable propiamente dicha, sino el costo. Lo correcto sería que, “x” representa el costo del pantalón e “y” el costo de la camisa.

Por otra parte, hace un razonamiento correcto al enunciar que “2x” representa la compra de dos pantalones y “3y” la compra de tres camisas” y que las sumas de estos hacen un total de 1200 córdobas. Sin embargo, no formula correctamente que el costo del pantalón excede al de la camisa en 100: $y = x + 100$, sino que directamente formula $x+y=100$, algo que es incorrecto.

Figura 3

Resolución de estudiante al problema n°1



Condiciones
 x : pantalón
 y : Camisas.
 Se compraron 2 pantalones
 $(2x)$
 Se compraron 3 camisas
 $(3y)$
 Total. $\rightarrow 1200$
 El pantalón excede en 100 a una camisa

Sistema.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1200 \\ x + y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 1200 \\ -3x - 3y = -300 \\ \hline -x = 900 \\ \hline x = -900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 100 \\ -900 + y = 100 \\ \hline y = 100 + 900 \\ y = 1000 \end{array}$$

De este modo, el estudiante no comprendió correctamente el enunciado del problema para formular la ecuación 2. Esto suscito que, al ejecutar el plan los valores de “x” e “y” no le dieran correctamente. La evidencia que se muestra en la figura es que el estudiante plantea correctamente el sistema de ecuaciones lineales y decidí usar el método de reducción, al tomar la decisión de multiplicar por -3 la ecuación (2) para eliminar la variable “y”. Lo cual, al ejecutar su plan emplea correctamente el método de reducción para eliminar el término 3y. Eliminado el término, el estudiante identifica que la variable “x” queda despejada, además que, al observar que la variable “x” tiene un signo negativo, lo traspasa a positivo de forma mecánica, sin hacer el procedimiento de multiplicación por -1.

Luego de haber encontrado la variable “x” procede a encontrar la variable “y”, sustituyendo el valor de la variable “x” en la ecuación (2), dando como resultado $y = 1000$, lo cual, es incorrecto. Además, el estudiante no aplica el último paso del Método

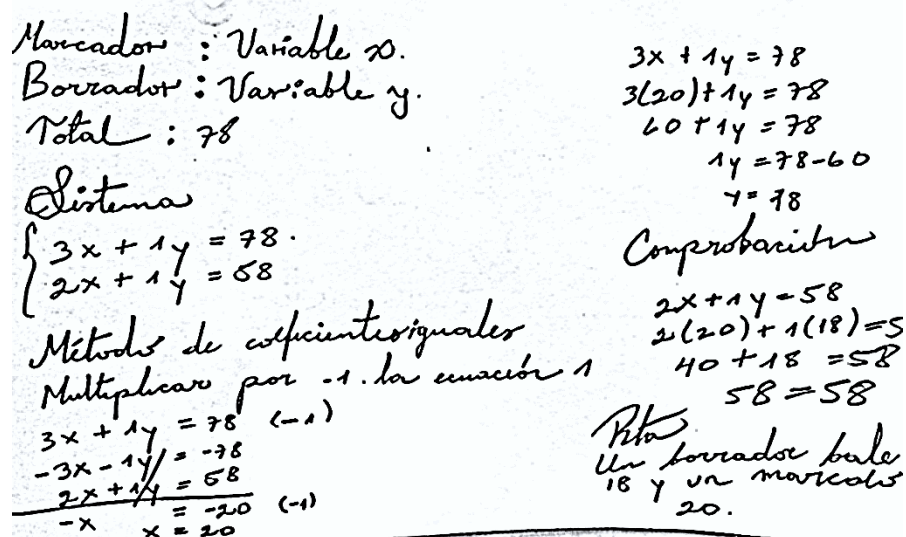
de Pólya sobre la verificación del problema, no identificando su error en el planteamiento de las ecuaciones.

6.1.2. Resultados de resolución de los estudiantes del problema n°2

En la figura 4 el estudiante comprende el problema al identificar las variables correspondientes, al indicar que el marcador es la variable “x” y el borrador la variable “y”. Sin embargo, la dificultad que se puede observar es que el estudiante no hace correctamente la enunciación de la identificación de las incógnitas, ya que, “x” representa el costo del marcador e “y” el costo del borrador. También, se evidencia que el estudiante formula correctamente el sistema de ecuaciones.

Figura 4

Resolución del estudiante al problema n°2



Marcador : Variable x.
 Borrador : Variable y.
 Total : 78
 Sistema

$$\begin{cases} 3x + 1y = 78 \\ 2x + 1y = 58 \end{cases}$$
 Método de coeficientes iguales
 Multiplicar por -1 la ecuación 1

$$\begin{array}{r} 3x + 1y = 78 \quad (-1) \\ -3x - 1y = -78 \\ \hline 2x + 1y = 58 \\ -x \quad \quad = -20 \quad (-1) \\ \hline x = 20 \end{array}$$

$$3x + 1y = 78$$

$$3(20) + 1y = 78$$

$$60 + 1y = 78$$

$$1y = 78 - 60$$

$$y = 18$$
 Comprobar

$$2x + 1y = 58$$

$$2(20) + 1(18) = 58$$

$$40 + 18 = 58$$

$$58 = 58$$
 Pto
 Un borrador vale 18 y un marcador 20.

Luego, concibe el plan empleando el método de “coeficientes iguales” (haciendo alusión al método de reducción). El estudiante elige multiplicar por -1 la primera ecuación para eliminar la variable “y”. Al ejecutar el plan realiza correctamente el procedimiento del método de reducción, al reducir la variable “y”. Al reducirla, la variable “x” le resulta

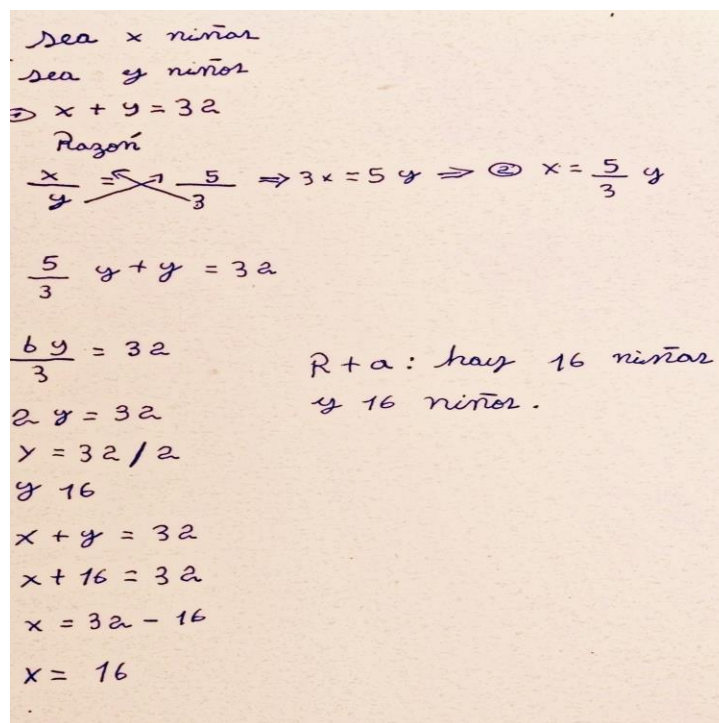
negativa, lo cual, multiplica por -1 y encuentra el valor de la variable x ($x = 20$). Al encontrar la variable " x " lo sustituye en la ecuación (1) del sistema, obteniendo el resultado correcto de $y = 18$.

En el último paso, el estudiante aplica la verificación de su resultado sustituyendo los valores de " x " e " y " en la ecuación (1) comprobando que su procedimiento es el correcto. Sin embargo, no enuncia lo que significa el valor de las variables " x " e " y " es decir, que tales variables son el costo de los marcadores y los borradores.

6.1.3. Resultados de resolución de los estudiantes del problema n°3

Figura 5

Resolución del estudiante al problema n°3



sea x niñas
 sea y niños
 $\Rightarrow x + y = 32$
 Razón
 $\frac{x}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3x = 5y \Rightarrow \textcircled{2} x = \frac{5}{3}y$
 $\frac{5}{3}y + y = 32$
 $\frac{6y}{3} = 32$
 $2y = 32$
 $y = 32 / 2$
 $y = 16$
 $x + y = 32$
 $x + 16 = 32$
 $x = 32 - 16$
 $x = 16$

Rta: hay 16 niñas y 16 niños.

En la figura 5 aunque el estudiante identificó los datos principales (total de estudiantes y razón entre niñas y niños), no comprendió completamente el significado de

la razón. La razón implica que por cada 5 niñas hay 3 niños, y no necesariamente que el número de niñas sea del número de niños sin verificar el contexto.

El estudiante optó por un planteamiento algebraico correcto, al usar una ecuación de suma y la razón expresada en forma de fracción. Sin embargo, omitió una estrategia proporcional más directa y clara, como usar múltiplos (5 y 3), lo cual habría facilitado el procedimiento y evitados errores de interpretación.

Si bien se resolvió correctamente desde el punto de vista algebraico, el resultado obtenido no satisface la razón planteada (16 niñas y 16 niños no representan una razón de 5:3, sino 1:1). Aquí se evidencia la falta de control y revisión durante la ejecución.

No se verificó si el resultado final respetaba la relación entre niñas y niños. Este paso es clave en la aplicación del Método de Pólya, y su omisión llevó a aceptar un resultado incorrecto.

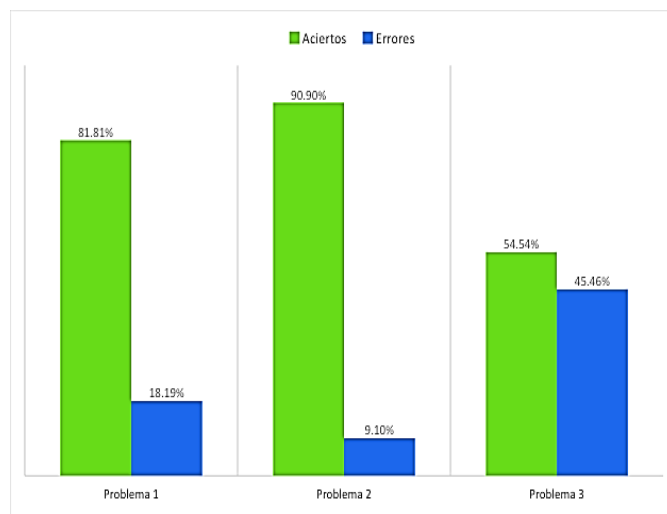
El error principal en la resolución del problema se ubica en los pasos de comprensión del problema y revisión de la solución. Aunque el procedimiento algebraico fue desarrollado con lógica, no se respetó la razón planteada en el problema, lo que indica una debilidad en el razonamiento proporcional y la verificación de resultados. Para fortalecer la aplicación del Método de Pólya, es fundamental insistir en la verificación del resultado obtenido y en el uso de estrategias proporcionales apropiadas al contexto del problema.

6.2. Porcentaje de estudiantes que emplearon el método de Pólya en la prueba inicial

En octavo grado la proporción de estudiantes que contestó correctamente cada uno de los problemas está entre más de un 50% de toda la muestra. La prueba aplicada fue igual para todos los estudiantes, ya sea con rendimiento alto como los estudiantes con rendimiento emergente y en recuperación. Los primeros presentaron en todos los niveles de escolaridad menor dificultad en los diferentes puntos de la prueba, pero en el mismo tipo de problemas que se le presentaron a los alumnos con menor rendimiento siendo en esto último mayor la cantidad de alumnos que respondieron erróneamente los ejercicios de la prueba. En la figura 6 presentamos los datos de estudiantes de octavo grado de toda la muestra que respondieron de forma correcta o errónea la prueba inicial aplicada:

Figura 6

Porcentaje de estudiantes que resolvieron acertada o erróneamente los componentes de la prueba inicial

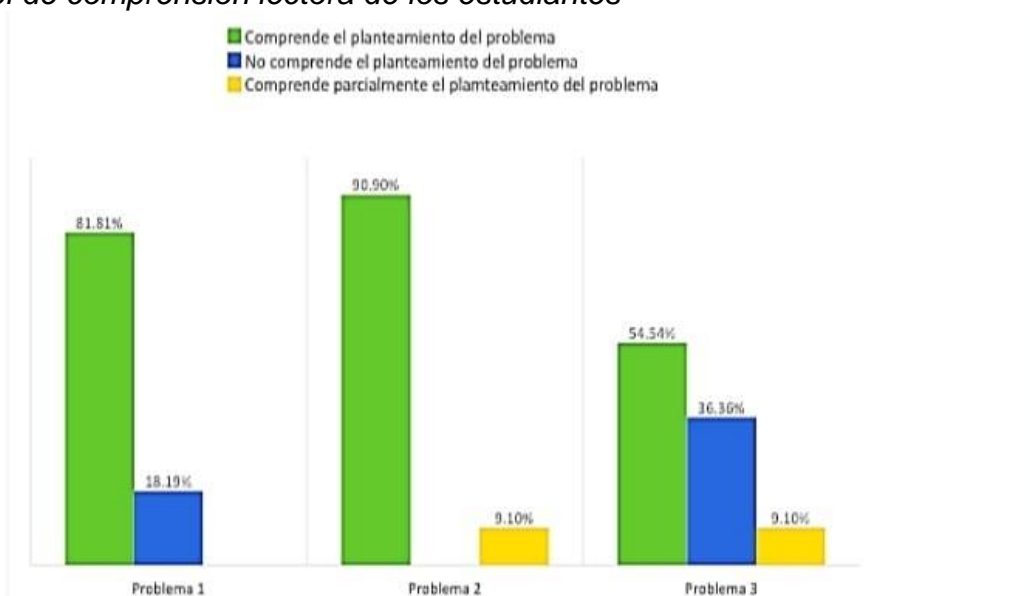


Nota: El gráfico representa la frecuencia de estudiantes que cometieron aciertos y errores en los tres problemas. Elaboración propia.

En la figura 6 se muestra el porcentaje de la frecuencia de estudiantes que tuvieron aciertos y errores en los tres problemas de la prueba inicial. En el problema 1 se muestra que un 81.81 % tuvieron aciertos, mientras que un 18.19 % cometieron errores al resolver el problema. En el problema 2 un 90.90 % de estudiantes acertaron y el 9.10 % tuvieron en errores. Por otra parte, en el problema 3, la cantidad de estudiantes que cometieron aciertos disminuyó considerablemente, por el cual, un 54.54 % acertaron correctamente, a diferencia de los errores que cometieron que estuvo en un 45.46 %.

Figura 7

Nivel de comprensión lectora de los estudiantes



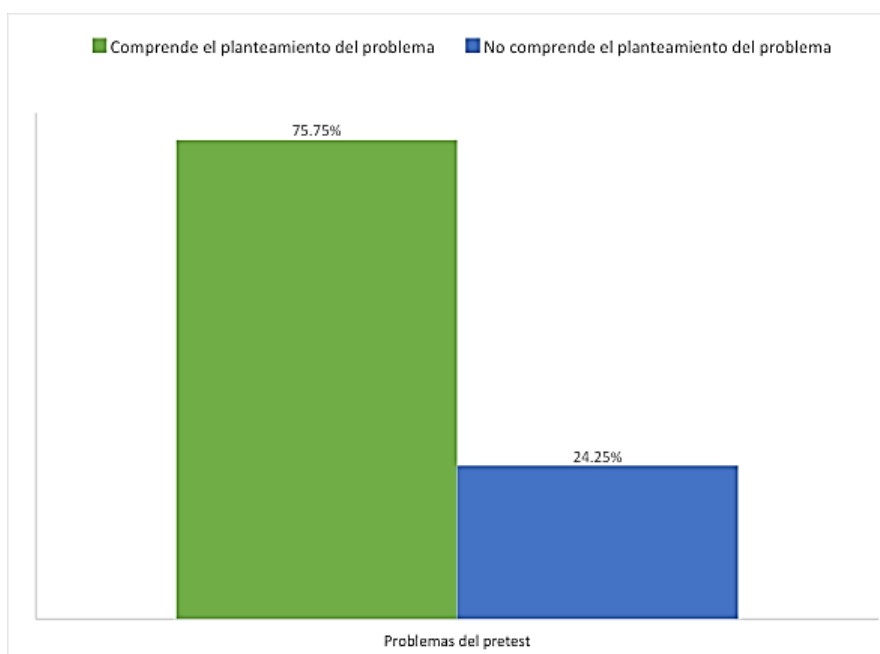
Nota: El gráfico representa el porcentaje de estudiantes que comprendieron el problema en los tres problemas. Elaboración propia.

En la figura 7 se muestra el porcentaje de la frecuencia de estudiantes que tuvieron comprensión lectora al aplicar el paso de comprensión del problema en la prueba inicial. En el problema 1 un 81.81 % comprendieron el planteamiento del problema, mientras que un 18.19 % no comprendió el planteamiento del problema. En el problema 2 un 90.90 % de los estudiantes acertaron en la comprensión del problema, mientras que el otro 9.10 % comprendió parcialmente. En el problema 3 hubo una

disminución significativa de estudiantes. Por el cual, solo un 54.54 % comprendió el planteamiento del problema, en contraste con el 36.36 % y 9.10 % de estudiantes que no comprendieron o solo parcialmente.

Figura 8

Porcentaje total de estudiantes que aplicaron la comprensión del problema en la prueba inicial



Nota: El gráfico representa el porcentaje de estudiantes que comprendieron y no comprendieron el problema. Elaboración propia.

En la figura 8 se evidencia que 75.75 % del total de estudiantes pudieron comprender el planteamiento del problema, a diferencia del 24.25% que no lo comprendió.

Concepción de un plan

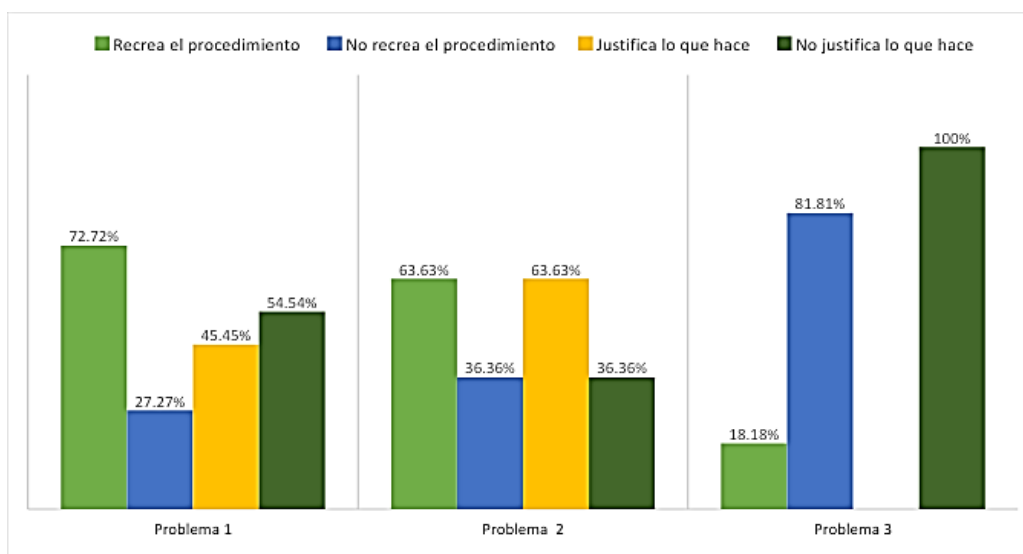
En la prueba inicial para explorar su capacidad para establecer un diseño de resolución se les pidió que escribieran o recrean el procedimiento utilizado, así como los pasos seguidos para resolver el problema clasificamos sus respuestas en torno a dos

categorías dicotómicas y además la incorporación de una tercera que alude a un proceso de resolución específico la creatividad tal como se indica a continuación:

- Quiénes pudieron recrear el procedimiento empleado y quiénes no.
- Quiénes pudieron explicar y justificar el sentido de sus acciones y quiénes no.
- Los que establecieron un plan creativo.

Figura 9

Porcentaje de estudiantes de octavo grado que respondieron correctamente de acuerdo con su concepción del plan



Nota: El gráfico representa el porcentaje de estudiantes que aplicaron concepción del plan. Elaboración propia.

De la figura 9 se puede observar que en el problema 1 la mayoría de los estudiantes pudieron recrear el procedimiento hasta un 72.72 %. Sin embargo, un porcentaje considerable no justifica lo que hace en un 54.54 %, por el cual, en el problema 1 hay estudiantes más estudiantes que no justifican que los que sí justifican. En el problema 2, un 63.63 % recrea el procedimiento y justifica lo que hace, mientras que el 36.36 % no recrea el procedimiento y no justifica. Por su parte, en el problema 3 un porcentaje relativamente bajo de estudiantes pudieron recrear el procedimiento en un

18.18%. Por el cual, casi la mayoría de los estudiantes no lo recrearon en un 81.81 %, y, además, todos los estudiantes, es decir, el 100 % no justificaron sus procedimientos.

Ejecución del plan

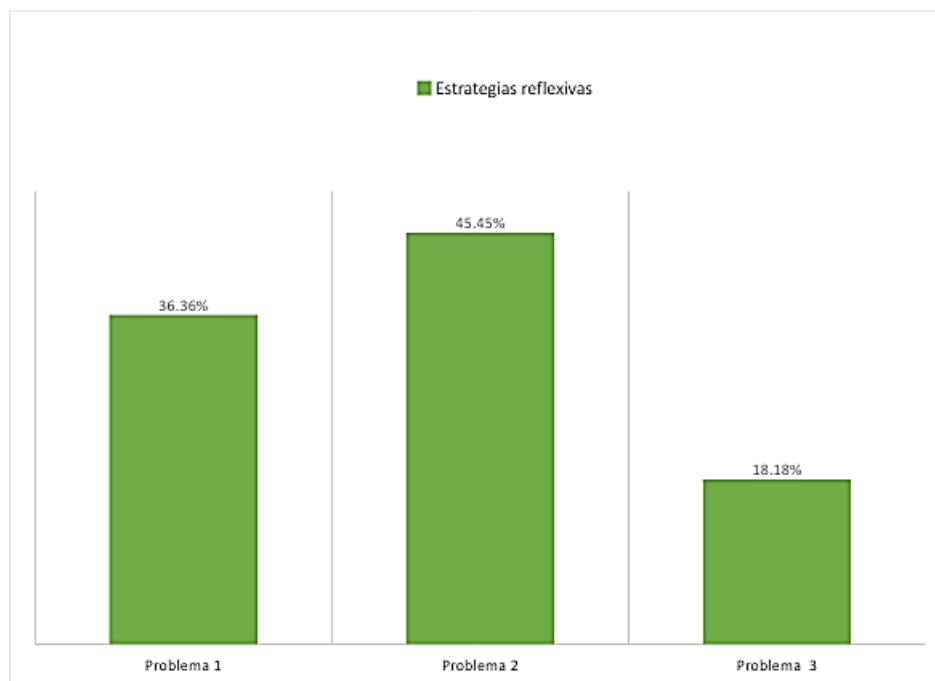
Para analizar las estrategias empleadas por los estudiantes retomamos la división propuesta por Campistrous y Rizo (1999) en dos grandes categorías reflexivas e irreflexivas es importante advertir que las respuestas no fueron excluyentes decir los alumnos utilizaron más de una estrategia que de la otra en la resolución de problemas.

La evaluación de estrategias reflexivas empleadas por los alumnos se tuvo en base a las siguientes características:

- Selecciona la operación pertinente según la pregunta.
- Propone un número y su comprobación para encontrar la solución
- Diseña un dibujo esquema para comparar los datos y encontrar la solución.
- Conteo directo previa modelación.
- Razonamiento directo procedimiento inductivo que se apoya en el uso del cálculo mental.
- Ordena los datos y los tiene presente en la solución.

Figura 10

Porcentaje de estudiantes que utilizaron estrategias reflexivas para la resolución de los problemas de la prueba inicial aplicada



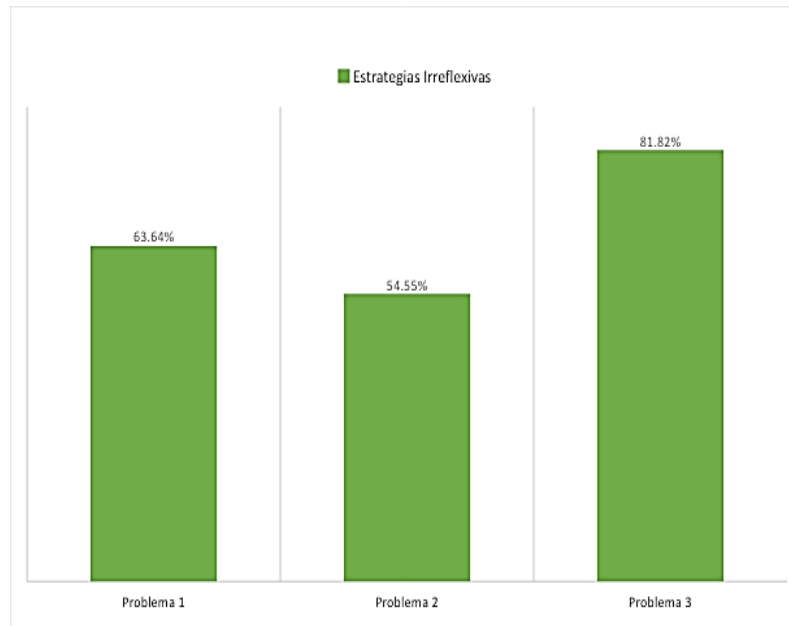
Nota: El gráfico representa el porcentaje de estudiantes que pudieron utilizar las estrategias reflexivas en los problemas de la prueba inicial. Elaboración propia.

Al analizar estrategias irreflexivas, la más recurrente identificada fue la de adivinar la operación y su realización de forma mecánica es decir sin reflexionar sobre lo que están haciendo. Esto corrobora una tendencia ejecutora en los estudiantes.

En segundo lugar, se encuentra la estrategia irreflexiva de buscar palabras claves sin comprender el significado del texto y borrar las operaciones que realizaron impidiendo detectar dónde se encuentra el error del procedimiento seguido (ver figura 11).

Figura 11

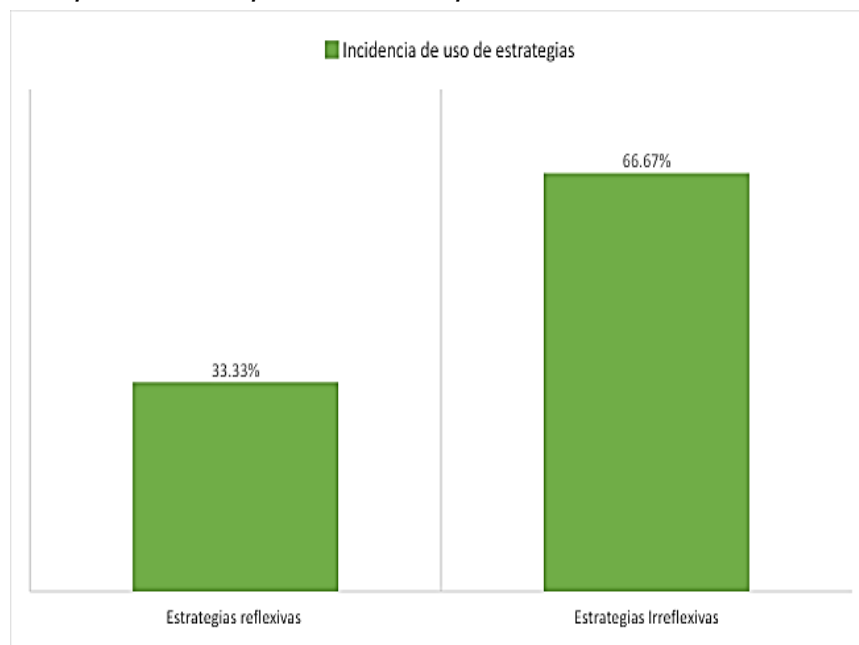
Porcentaje de estudiantes que utilizaron estrategias irreflexivas en la resolución de problemas aplicados en la prueba inicial



Nota: El gráfico representa el porcentaje de estudiantes que utilizaron estrategias reflexivas en los tres problemas de la prueba inicial. Elaboración propia.

Figura 12

Porcentaje de la incidencia de una estrategia tanto reflexiva como irreflexiva para la resolución de los problemas aplicados en la prueba inicial



Nota: El gráfico representa la comparación del uso de estrategias reflexivas e irreflexivas por parte de los estudiantes. Elaboración propia.

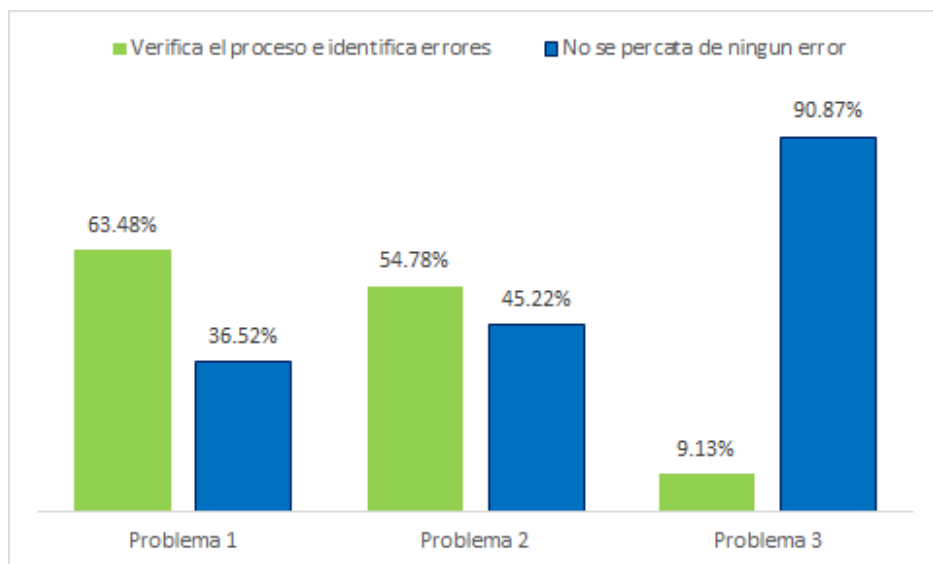
Mirar hacia atrás

La última de las variables planteadas en este estudio fue la relativa mirada hacia atrás, la quinta pregunta de la entrevista verificaste si tenías algún error estaba enfocado a obtener información al respecto.

Se observó que el porcentaje de estudiantes que afirmó haber verificado su respuesta fue disminuyendo de acuerdo el orden progresivo de la prueba es decir para los problemas de carácter numérico. Si se hizo una revisión acerca del procedimiento realizado hasta su solución, pero conforme fueron avanzando esta proporción disminuyó. En esta parte se pudo conocer que la mayor parte de los estudiantes que no realizaron verificación de sus procesos de resolución de problemas corresponde a los estudiantes del grupo con bajo rendimiento académico de la muestra en estudio.

Figura 13

Porcentaje de estudiantes que resolvieron la prueba inicial e hicieron verificación en sus resultados



Nota: El gráfico representa el uso del paso de verificación de errores por parte de los estudiantes. Elaboración Propia.

6.3. Conclusiones del diagnóstico

El objetivo del diagnóstico fue verificar en los estudiantes de octavo grado la implementación del Método de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales de dos variables, del cual obtuvimos los siguientes resultados:

Durante este proceso se obtuvo la asistencia del cien por ciento de los estudiantes, al igual que el apoyo del personal docente. En el contexto educativo contemporáneo, la resolución de problemas matemáticos exige mucho más que el dominio de procedimientos algebraicos; requiere también habilidades de lectura comprensiva y pensamiento crítico. Particularmente en estudiantes de octavo grado, se observó que una de las principales dificultades al abordar sistemas de ecuaciones lineales radica en la interpretación del enunciado del problema. El método de Pólya, ampliamente reconocido por su enfoque estructurado, se ve limitado si los estudiantes no comprenden lo que se les plantea.

El método de Pólya (1945) propone cuatro fases esenciales para la resolución de problemas: comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y verificar los resultados. No obstante, diversos estudios coinciden en que los estudiantes fracasan desde la primera etapa al no lograr interpretar adecuadamente la información presentada (Godino & Batanero, 2006). Este fenómeno no responde únicamente a una deficiencia matemática, sino a una dificultad transversal: la comprensión lectora.

La comprensión lectora en matemáticas implica no sólo decodificar el texto, sino también inferir, relacionar y abstraer. En los sistemas de ecuaciones, los estudiantes deben traducir situaciones verbales a lenguaje algebraico, lo cual requiere interpretar con precisión datos, condiciones y relaciones. Sin estas habilidades, incluso los estudiantes con buenos conocimientos técnicos fracasan en su aplicación (Calle, 2014).

Logramos identificar que para los estudiantes que no comprenden el problema que corresponde al primer paso del método de Pólya, los otros tres pasos se ven seriamente afectados. Por ejemplo:

Al momento de querer elaborar un plan, si no hay una comprensión clara del problema, el estudiante no sabría qué estrategia usar. Intentando aplicar fórmulas o métodos al azar, pero sin saber qué representa cada ecuación ni qué está resolviendo, su plan será incorrecto o en la mayoría de los casos poco efectivo y aunque realice operaciones correctamente desde el punto de vista algebraico, estas estarán mal aplicadas porque parten de una interpretación errónea. Es decir, el estudiante puede resolver algo, pero no el problema planteado. Esto genera resultados que no tienen sentido en el contexto.

Al no haber entendido el problema inicialmente, el estudiante no tiene una idea clara de lo que significa una "respuesta correcta". Por lo tanto, no puede verificar si su solución tiene coherencia con el contexto o con las condiciones del enunciado.

Ante este diagnóstico, se hace indispensable aplicar estrategias interdisciplinarias. Por ejemplo, trabajar con organizadores gráficos, representar problemas con dibujos o esquemas, e identificar palabras claves en los enunciados son herramientas útiles que

combinan el pensamiento verbal con el lógico. Asimismo, el uso de juegos como el sudoku no solo fomenta el razonamiento lógico, sino también la atención a instrucciones y patrones, habilidades transferibles a la comprensión lectora (Vygotsky, 1978).

Por otra parte, se ha comprobado que cuando los problemas matemáticos se vinculan con contextos reales y cotidianos, los estudiantes muestran una mayor disposición para comprender e interpretar los enunciados (Morales & Ramírez, 2020). Esta conexión fortalece el proceso de aprendizaje y permite aplicar el método de Pólya con mayor efectividad.

La comprensión lectora es una competencia clave en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en la resolución de problemas que requieren interpretación verbal y representación algebraica. El método de Pólya es una herramienta valiosa, pero su eficacia depende de una comprensión adecuada del problema. Por ello, resulta fundamental integrar estrategias metodológicas que fortalezcan tanto la lectura comprensiva como el razonamiento lógico-matemático. Solo así se formarán estudiantes capaces de resolver problemas de manera autónoma, crítica y contextualizada.

6.4. Resultados de la ejecución del plan de acción

Durante el plan de acción se ejecutaron cuatro encuentros pedagógicos en diferentes días, los cuales se trabajaron con contenidos diferentes de acuerdo con las dificultades encontradas en la prueba inicial sobre la aplicación del Método de Pólya en sistemas de ecuaciones. Dichos encuentros permitieron reforzar el contenido de resolución de problemas aplicando el Método de Pólya, ya que los estudiantes presentaron dificultades cuando se aplicó la prueba inicial. La ejecución del plan de

acción realizado fortaleció en los estudiantes su razonamiento lógico matemático ya que estos tenían dificultades al momento de pasar de lo cotidiano a lo algebraico, entre otros.

6.4.1. Narración de las actividades del plan de acción

6.4.1.1. Reunión con estudiantes monitores y docentes de matemáticas del centro educativo

La reunión se desarrolló el día 24 de abril de 2024, en el horario regular de 7 am a 9 am. Nos dirigimos al aula de octavo grado con el objetivo de aplicar el plan de acción que contempla la primera estrategia para lo cual le manifestamos a la docente del grupo que debíamos impartir nuestro plan de clase. Posteriormente nos presentamos a los estudiantes con la intención de entablar comunicación con ellos, clarificar la misión, visión y valores buscando respuestas a las interrogantes: ¿En qué actividad estamos participando y por qué? ¿Cuál es el propósito del taller y los resultados que busca? y así desarrollar nuestro primer plan de clase que era:

Algunos estudiantes se encontraban nerviosos otros entusiasmados por la presencia de nosotros y al final se fueron integrando de manera participativa.

Para iniciar la lección explicamos conceptos básicos cómo: Estudiantes monitores y su papel durante la acción, explicando cuáles iban a hacer sus tareas dirigidas y los recursos didácticos con los que podían trabajar usando el debate como una estrategia se llevó cada una de las preguntas de la guía en trozo de papel de manera individual y se le compartió a cada uno para luego discutirla una por una de forma grupal

Posteriormente se realizó un pequeño recorrido dentro y fuera del aula para analizar posibles dificultades de luz o sonido que los jóvenes podían experimentar al

momento en que se imparte la clase de matemáticas y que posiblemente representaba una amenaza a la hora de atender la explicación del docente.

Durante la acción se familiarizaron cada uno de ellos hasta que se logró el objetivo planteado del plan que era implementar prácticas y estrategias didácticas con una buena convivencia para lograr la resolución de problemas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Se pudo notar que los alumnos asimilaron muy bien nuestras palabras reconociendo la importancia de ellos como alumnos mentores a la vez que potencializa las habilidades de la docente del grupo.

Al finalizar el taller se orientó contestar una hoja de trabajo que contenía preguntas como:

- ¿Qué te pareció la reunión?
- ¿La calidad del contenido fue consistente durante toda la intervención?
- ¿Cuáles son los temas que no fueron cubiertos en el taller y que debieron haber sido abordados?

Finalizada la orientación se hizo la despedida y el agradecimiento por el tiempo dedicado y su colaboración.

6.4.1.2. Primera sesión áulica

La Primera sesión se trabajó el día 25 de abril del 2024, desde las 8 am hasta las 9:30 am, lo cual, se dirigió nuevamente al aula de octavo grado. Los estudiantes se encontraban motivados por tenernos ahí y ver qué teníamos preparado para esta sesión.

El objetivo principal de nuestra segunda visita fue aplicar nuestro segundo plan de acción continuando con las aplicaciones de nuestras estrategias para lo cual expresamos a los docentes a cargo que aplicaríamos nuestro plan de clase que habíamos elaborado.

Para iniciar, realizamos una exploración de conocimientos del contenido: problemas de aplicación de sistemas de ecuaciones de primer grado de dos variables. Para ello hicimos preguntas como: ¿Qué es una ecuación?, ¿Qué es un sistema de ecuaciones?, ¿A qué llamamos variables?

Desarrollamos nuestro plan empleando la dinámica del Sudoku, realizada con el fin de que los estudiantes logren medir continuamente el desempeño y regular de manera automática la complejidad de las tareas, optimizando así, el entrenamiento cognitivo. Cuando los estudiantes no logran extraer de un problema el sistema de ecuaciones, este les puede parecer muy frustrante, pero con paciencia, análisis y entrenamiento mental puede realizarse.

Le explicamos que para resolver un problema de la mejor forma siempre era indispensable tener en cuenta ¿Qué es lo que pide? ¿De qué habla el problema? Y en base a ello considerar una o varias maneras de resolver el ejercicio.

Además, hubo buena aceptación de parte del estudiante la aplicación del plan, resolviéndolo en su cuaderno, consultando cuando tenían dudas, pasaron a la pizarra a escribir ideas o posibles estrategias de resolución.

Luego el docente intervencionista explica de manera general la solución de la dinámica, ellos atienden la explicación, al mismo tiempo expresaron sus opiniones sobre el tema y hubo un estudiante que resolvió o llegó a la solución del ejercicio aplicando otro

método lo que a los demás les pareció novedoso e interesante comprobar que en matemáticas existen diferentes maneras de resolución que resultan viables.

Por último, se les realizó preguntas para comprobar cómo se sentían respondiendo ellos al darle solución a este tipo de dinámica o juego que en su momento les pudo haber parecido raro, difícil pero que al final resultó interesante, entretenido y divertido. Posteriormente, les orientamos la tarea en casa, nos despedimos y les agradecemos nuevamente por su tiempo y disponibilidad

6.4.1.3. Segunda sesión áulica

La segunda sesión se llevó a cabo el día 26 de abril del 2024, donde se dirigió nuevamente a la sección de octavo grado a la misma hora de 8:00 am a 9:30 am. En ella abordamos el contenido de sistemas de ecuaciones lineales aplicados a problemas de la vida cotidiana.

Para iniciar la sesión se revisó la tarea, se realimentó la clase anterior y realizamos la dinámica llamada “globos mágicos”: esta actividad consistió en llevar al salón de clases unos dados con ciertos números marcados en ellos y situaciones problemas. Los estudiantes tenían la misión de comprender la situación y deducir ¿Qué operación era la que necesitaba para resolver dicho problema? para lo cual la profesora colocaba en el tablero la situación, escogía un estudiante al azar a través de unas paletas marcadas con sus nombres, y éste debía analizar, interpretar y escoger los globos que ya venían marcados con los datos del problema, para darle solución al mismo y por último dar a conocer al resto de sus compañeros el resultado obtenido.

La situación problema presentada fue la siguiente:

María va al mercado y compra 3 manzanas y 2 naranjas por C\$ 8. Si hubiese comprado 2 manzanas y 3 naranjas hubieran pagado C\$ 7. ¿Cuál es el precio de cada fruta?

Para resolver este problema de la mejor forma y dar a conocer el resultado correspondiente se les explicó a los estudiantes que deberían de tomar en cuenta los cuatro pasos del Método de Pólya. Se notó que muchos estudiantes tenían conocimiento de los pasos del método antes mencionado y leían una y dos veces el problema planteado, logrando deducir de qué les hablaba el problema, otros leían, pero no comprendían a cabalidad que les indicaba el problema y con ayuda de la docente intervencionista y de los estudiantes mentores estos estudiantes pudieron declarar sus variables que les abría la puerta para continuar con el segundo paso de resolución: crear un plan.

6.4.1.4. Tercera sesión áulica

La tercera sesión la desarrollamos el día 27 de abril del año 2024 en horario normal de 8:00 am a 9:30 am. Llegamos al centro escolar y luego la sección de octavo grado con el objetivo de aplicar el último plan de acción, por el cual, le comunicamos al docente a cargo que aplicaríamos nuestro cuarto plan de acción.

Para iniciar la sesión revisamos la tarea, se incitó a participar a la pizarra y de manera general, se conversó lo aprendido realizando preguntas como: ¿Qué aprendieron?

El objetivo de esta sesión era lograr que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos, como consecuencia de determinadas actividades didácticas

implementadas en las sesiones anteriores. Para ello aplicamos nuevamente la prueba inicial aplicada en el diagnóstico para hacer un contraste del antes y el después de la ejecución de este proceso.

Al finalizar se despidió y se agradeció la participación, colaboración y tiempo proporcionado a lo largo de las sesiones de acción.

6.5. Conclusiones de la ejecución del plan de acción

La implementación del plan de acción basado en el desarrollo de cuatro encuentros pedagógicos permitió abordar de manera específica las debilidades identificadas en los estudiantes durante la prueba inicial, relacionados con la aplicación del Método de Pólya en la resolución de sistemas de ecuaciones. Cada encuentro fue diseñado estratégicamente para trabajar contenidos diferenciados, enfocados en las etapas del método, tales como la comprensión del problema, la elaboración de un plan, la ejecución de este y la revisión del procedimiento y la solución.

A lo largo de la intervención se observó una evolución significativa en el desempeño de los estudiantes, particularmente en su capacidad para la traducción del lenguaje común a un lenguaje algebraico, uno de los principales obstáculos identificados al inicio del proceso. La práctica guiada y el acompañamiento continuo les permitieron desarrollar un pensamiento más lógico, ordenado y analítico al enfrentarse a problemas matemáticos, lo que evidencia un fortalecimiento en su razonamiento lógico-matemático.

Además, el trabajo colaborativo y la metodología activa empleada durante los encuentros favorecieron la participación, el intercambio de ideas y la reflexión conjunta, factores clave para que los estudiantes adquirieran mayor seguridad al aplicar

estrategias de resolución de problemas. En este sentido, la intervención no solo mejoró las habilidades matemáticas específicas, sino que también contribuyó a la formación integral del estudiantado, promoviendo el pensamiento crítico y la autonomía en el aprendizaje.

En conclusión, esta experiencia pedagógica reafirma la importancia de planificar acciones didácticas basadas en diagnósticos reales y necesidades concretas del estudiantado, y demuestra que la aplicación del Método de Pólya, cuando se trabaja de forma estructurada y contextualizada, puede ser una herramienta poderosa para el desarrollo de competencias matemáticas sólidas y duraderas.

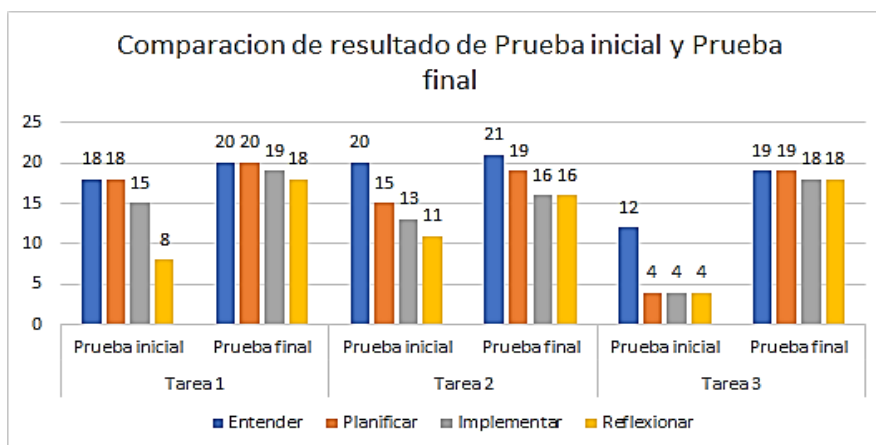
6.6. Resultados de la prueba final

A partir de los resultados obtenidos, se elaboró un gráfico comparativo que permite visualizar claramente las diferencias entre la prueba inicial y la prueba final. Esta comparación resulta fundamental para identificar los avances logrados por los estudiantes en la aplicación de cada uno de los pasos del Método de Pólya. Además, ofrece evidencias concretas sobre cómo la guía metodológica utilizada por los monitores y el desarrollo de clases planificadas incidieron de manera positiva en el desempeño de los participantes.

La figura 13, que se presenta a continuación, muestra de manera detallada los cambios en la frecuencia de estudiantes que lograron aplicar correctamente cada paso del método en tres tareas distintas, tanto en la evaluación diagnóstica como en la evaluación final. Esta información es clave para reflexionar sobre el impacto de las estrategias utilizadas y para valorar la mejora en las competencias matemáticas de los estudiantes a lo largo del proceso.

Figura 13

Comparación entre prueba inicial y prueba final usando Método de Pólya



Nota: El gráfico representa la comparación de los resultados de la prueba inicial y final. Elaboración propia

En la tarea 1, durante la prueba inicial solo 18 estudiantes pudieron aplicar los pasos de entender el problema y planificar el plan, y, 15 estudiantes implementaron el procedimiento correspondiente, y 8 pudieron reflexionar o verificar el problema. La aplicación de las estrategias facilitó el aumento de estudiantes que pudieron aplicar los pasos del método. Por el cual, 20 estudiantes aplicaron el paso de entender el problema y la planificación. Por su parte, 19 estudiantes implementaron su plan y 18 reflexionaron.

En la tarea 2, 20 estudiantes aplicaron el paso de entender el problema, 15 estudiantes planificaron, 13 estudiantes pudieron implementar su plan en la resolución de los problemas, y, por último 11 estudiantes reflexionaron sobre su tarea. El aplicar estrategias, permitió que aumentara la frecuencia de estudiantes, por el cual, 21 estudiantes entendieron el problema, 19 planificaron, y, por último, 16 estudiantes implementaron y reflexionaron.

En la tarea 3, la frecuencia de estudiantes en la prueba inicial fue relativamente baja, solo 12 estudiantes entendieron el problema y 4 estudiantes pudieron, planificar, implementar y reflexionar el problema. Sin embargo, a pesar de estas dificultades, al aplicarse las estrategias, aumentó de forma considerable la frecuencia de estudiantes que aplicaron los pasos: 19 estudiantes pudieron entender el problema y planificar, y 18 estudiantes implementaron y reflexionaron.

Estos resultados muestran cómo los estudiantes desde la prueba inicial que mostraron dificultades de aplicación de los pasos del método, y, luego de la implementación de las estrategias mejoraron su aplicación del Método de Pólya afirmando la eficacia de la ejecución de la acción.

7. Conclusiones de la Investigación

Las preguntas de investigación del estudio fueron las siguientes:

¿Qué evidencias sobre la aplicación del Método de Pólya se puede observar en los estudiantes de octavo grado de secundaria cuando resuelven tareas sobre problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables?

¿Qué estrategias metodológicas se pueden implementar para la aplicación correcta del Método de Pólya con estudiantes de octavo grado al resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos variables?

Con base a esas preguntas se presentan las siguientes conclusiones:

La motivación es uno de los factores principales para que el estudiante se mantenga activo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, siendo el docente el facilitador y garante de dichos aprendizajes con estrategias que ayuden a reducir las dificultades. Por lo tanto, la aplicación del Método de Pólya, desarrollado por el matemático George Pólya, es una estrategia heurística que guía la resolución de problemas matemáticos a través de cuatro etapas: comprender el problema, elaborar un plan, ejecutar el plan y revisar la solución.

Además, investigaciones adicionales como la de Figueroa (2013) quien detalla la elaboración, aplicación y análisis de los resultados de una secuencia didáctica orientada a estimular en los estudiantes en el desarrollo de la capacidad de resolver problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables para contribuir a que superen las dificultades que suelen presentar los estudiantes, han demostrado que la aplicación del Método de Pólya no solo mejora el rendimiento académico en matemáticas, sino que

también desarrolla habilidades de pensamiento lógico, resolución de problemas y trabajo colaborativo entre los estudiantes.

Así mismo, la investigación evidenció que la aplicación correcta del Método de Pólya en estudiantes de octavo grado puede potenciarse mediante estrategias metodológicas que integren actividades lúdicas y contextualizadas, como el Sudoku. Este tipo de ejercicios favorece el desarrollo del pensamiento lógico, la identificación de patrones y la toma de decisiones secuenciales, habilidades clave en la resolución de problemas algebraicos. Incorporar el Sudoku como recurso didáctico durante las etapas del Método de Pólya especialmente en el diseño y ejecución del plan permitió a los estudiantes familiarizarse con procesos deductivos similares a los utilizados en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, fortaleciendo así su comprensión y autonomía.

En resumen, la implementación del Método de Pólya en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables es una estrategia efectiva para mejorar la comprensión y habilidades de resolución de problemas en los estudiantes, involucrando la combinación de un enfoque estructurado con recursos dinámicos y contextualizados demostrando ser altamente beneficiosa para el aprendizaje significativo de los estudiantes en el área de álgebra.

8. Recomendaciones

- Ampliar el estudio: esto implicaría aplicar el Método de Pólya en diferentes niveles educativos de educación secundaria para evaluar su efectividad en la enseñanza, debido a que los sistemas de ecuaciones lineales solo se presentan en el octavo grado.
- Hacer uso de estrategias pedagógicas: diseñar materiales didácticos basados en Pólya que faciliten el pensamiento lógico y crítico para que lo que los estudiantes aprendan quede bien marcado en la enseñanza de sistemas de ecuaciones.
- Relacionar los problemas con situaciones del mundo real para motivar a los estudiantes y mejorar su aprendizaje.

8.1. Limitaciones

Dentro de las limitaciones del estudio se pueden mencionar las siguientes:

- Algunos estudiantes tenían problemas al seguir los pasos de Pólya, puesto que, no estaban tan familiarizados con la práctica de un enfoque estructurado en la resolución de problemas.
- Otra de las limitaciones fue el tiempo proporcionado, actualmente el ministerio de educación orienta que la disciplina de matemáticas se debe impartir en 45 minutos por lo que, para nosotros significó un desafío al implementar nuestras estrategias de acción teniendo en cuenta que la aplicación de un método puede ser más lenta en comparación con estrategias más mecánicas.

9. Referencias Bibliográficas

Bounocore, D. (1980). *Diccionario de Bibliotecología*. (2 ed.). Buenos Aires, Argentina: Marymar.

Bravo, C., y Cedeño, F. (2023). Método Pólya para fortalecer las destrezas en problemas de ecuaciones lineales de primer grado. *MQRInvestigar*, 7(1), 74-93.
<https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.1.2023.74-93>

Briones, A., y González, C. (2012). *Concepciones de los estudiantes sobre la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables reales* [Tesis de Licenciatura, Universidad de Valparaíso]
<https://repositoriobibliotecas.uv.cl/serveruv/api/core/bitstreams/595a946b-ee88-4b2b-a460-634294e112e2/content>

Calle, D. (2014). *Entender las matemáticas. Cómo mejorar el aprendizaje de las matemáticas desde la comprensión lectora*. Editorial Ariel.

Campistrous, L., y C. Rizo. (1999) “Estrategias de resolución de problemas en la escuela. Cuba”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 2, núm. 3. 31-45.

Cuello, D. J. O., Valera, L. M., y Bolaño, A. F. B. (2021). Método de Pólya: Una alternativa en la resolución de problemas matemáticos. *Ciencia e Ingeniería: Revista de investigación interdisciplinar en biodiversidad y desarrollo sostenible, ciencia, tecnología e innovación y procesos productivos industriales*, 8(2), 2.

Domínguez Osorio, L. E., y Espinoza Santiago, B. I. (2019). Potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento desde una

mirada heurística. [Tesis de grado, Universidad de la Costa].

<https://hdl.handle.net/11323/4929>

Figueroa Vera, R. E. (2013). Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables: una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas. [Tesis de Maestría-Pontificia Universidad Católica del Perú]. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/4736>

Godino, J. D., y Batanero, C. (2006). Didáctica de la matemática: Una aproximación a través de la resolución de problemas. Grupo Editorial Universitario.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., Baptista L., María del Pilar (2014). *Metodología de la investigación* (6° ed.). México: McGraw Hill Interamericana Editores S.A. de C.V. .

Kemmis, S. (1989). Improving schools and teaching through educational action research. *Singapore journal of education*, 26, 6-30.

Lara-Freire, M. L., Lara-Freire, M. A., Ruíz-Herrera, M. S., y Carpio-Mancero, S. P. (2022). La incidencia del método de Pólya en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales a estudiantes de Segundo de Bachillerato. *Polo del conocimiento*, 7(4), 404-427. <https://doi.org/10.23857/pc.v7i4.3833>

Latorre, A. (2003). *La Investigación-acción cambiar y conocer la práctica educativa*. Graó. <https://www.uv.mx/rmipe/files/2019/07/La-investigacion-accion-conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf>

Morales, M., y Ramírez, A. (2020). Estrategias didácticas para mejorar la comprensión lectora en problemas matemáticos. *Revista Iberoamericana de Educación*, 84(1), 97-114. <https://doi.org/10.62305/alcon.v5i1.414>

Morales, M., y Ramírez, A. (2020). Estrategias didácticas para mejorar la comprensión lectora en problemas matemáticos. *Revista Iberoamericana de Educación*, 84(1), 97-114.

Otero, M., Papini, C., y Elichiribehety, I. (2016). Las representaciones mentales y la resolución de un problema: Un estudio exploratorio. *Investigações em Ensino de Ciências*, 3(1), 47-60.

Quispe Mamani, M. R., y Altamirano Calisaya, J. E. (2020). Aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones y polinomios en estudiantes de segundo de secundaria de la institución educativa Juan Domingo Zamácola y Jáuregui, Cerro Colorado-Arequipa 2019. [Tesis de grado-Universidad Nacional San Agustín]. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/11306>

Rocerau, M. C., y Vilanova, S. L. (2008). El diálogo en el quehacer matemático: Su valor como recurso. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(4), 1-10. <https://doi.org/10.35362/rie4742274>

Rojano, T., Filloy, E., y Puig, L. (2014). Intertextuality and sense production in the learning of algebraic methods. *Educational Studies in Mathematics*, 87, 389-407. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9561-3>

Salinas, J. (2015). La investigación ante los desafíos de los escenarios de aprendizaje futuros. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (32). Recuperado a partir de <https://revistas.um.es/red/article/view/233091>

Sarmiento, N. Y. B. (2022). Incidencia del método de George Pólya en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos con estructuras multiplicativas. *Revista Investigación & praxis en CS Sociales*, 1(2), 48-76. <https://ojs.unipamplona.edu.co/index.php/ripcs/article/view/2252>

Stein, L. (1982). *Las fuentes secundarias. Escuela de Trabajo Social, Universidad de Costa Rica., Escuela de Trabajo Social, Universidad de Costa Rica.*

Tamara Huerta, J. P. (2015). *Estrategia didáctica basada en el método de Pólya para resolución de problemas aritméticos en estudiantes de secundaria, Ancash*. [Tesis de Maestría, San Ignacio de Loyola]. <https://hdl.handle.net/20.500.14005/2103>

Villacis Villacis, F. B. (2020). La comprensión del problema matemático en la ejecución del plan de resolución en estudiantes de enseñanza general básica. *Conrado*, 16(73), 81-90.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

10. Anexos

Anexo 1: Prueba de Resolución de Problemas

Institución Educativa: _____

Sexo: F____M____ Edad: _____ Grado: _____ Sección: _____

Somos estudiantes del quinto año de la Carrera de Matemática educativa y Computación de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León (UNAN-León). Estimado estudiante, usted tiene en sus manos un pequeño test que nos ayudará a conocer de qué manera realiza los ejercicios propuestos para llegar hasta su solución. Solicitamos tu colaboración para resolverlo sirviéndonos de ayuda para llevar a cabo nuestra investigación.

I. Lee, analiza, resuelve e identifica posibles soluciones para los siguientes problemas.

1. Por la compra de dos pantalones y tres camisas se pagan 1200 córdobas. El costo de un pantalón excede en 100 córdobas al de la camisa. ¿Cuál es el costo de cada artículo?
2. Por la compra de tres marcadores y un borrador se pagaría 78 córdobas, pero si se compraran dos marcadores y un borrador se tendría que pagar 58 córdobas. ¿Cuál es el costo de cada artículo?
3. 32 estudiantes del colegio Andrés Castro fueron a una excursión a la catedral de León, entre niñas y niños. Se sabe que la razón entre niñas y niños era $5/3$. ¿Cuántos niños y niñas fueron a la excursión?

Anexo 2: Entrevista Aplicada al Docente

Estimado docente somos estudiantes de quinto año de la Carrera Matemática Educativa y Computación y estamos realizando una investigación con el fin de analizar la aplicación del método de Pólya como una estrategia didáctica en estudiantes de octavo grado, para ello nosotros solicitamos su colaboración brindándonos la información requerida.

I. Dado el siguiente problema, indique los pasos de Pólya en los que los estudiantes podrían tener dificultad en dicha aplicación del método.

Por la compra de dos pantalones y tres camisas se pagan 1200 córdobas. El costo de un pantalón excede en 100 córdobas al de la camisa. ¿Cuál es el costo de cada artículo?

- Comprender el problema
- Diseñar el plan
- ejecutar el plan
- Mirar hacia atrás

II. ¿Qué otra estrategia utilizaría usted para enseñar a resolver problemas matemáticos usando Pólya?

Anexo 3: Lista de Cotejo

Lista de cotejo para evidenciar las diferencias obtenidas al aplicar el instrumento (prueba inicial y prueba final).

Pasos del método de Pólya	Prueba inicial		Prueba final	
	Si	No	Si	No
Comprende el problema				
¿Definió correctamente las variables del problema?				
¿El estudiante logró identificar qué es lo que se le pide encontrar?				
Evidencia la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico.				
Construcción del sistema de ecuaciones.				
Concepción de un plan.				
Identifica un método adecuado para una solución tras el planteamiento del sistema de ecuaciones, uso de analogías etc.				
¿El plan es lógico y secuencial?				
Utiliza conocimientos previos o experiencias similares.				
¿Planteó otros posibles métodos de solución?				
Ejecutar el plan				
Sigue los pasos del plan con precisión.				
SE realizaron correctamente los cálculos.				
Se mantuvo orden y claridad en el proceso				
Mirar hacia atrás				
Verificó que la solución responde al problema planteado				
¿Comprobó la coherencia del resultado con los datos del problema?				

Pasos del Método de Pólya	Prueba inicial		Prueba final	
¿Explicó claramente la solución?				
¿Dio claramente una respuesta con los datos encontrados?				

Anexo 4: Guía Metodológica utilizada para la reunión con estudiantes monitores y docentes sobre estrategias didácticas para mejorar e implementar la resolución de problemas matemáticos.

GUÍA METODOLÓGICA

Fecha: 24/04/24

Centro de estudios:

Participantes: Estudiantes monitores y docentes de matemática del centro educativo.

Introducción

La presente Guía Metodológica (GM) forma parte de una serie de materiales elaborados por el equipo de trabajo con la finalidad de contribuir a la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje en la disciplina de Matemática.

En esta GM se explican con detalle todos los elementos que deben considerarse para realizar el proceso de aprendizaje. En esta acción con base en la resolución de problemas con sistemas de dos ecuaciones lineales planteados para lograr el desarrollo de las competencias en los estudiantes. Su uso permitirá al docente y a los estudiantes monitores abordar la clase de forma efectiva y más práctica.

Los principales objetivos que se pretenden lograr con el uso de esta guía son los siguientes:

1. Orientar la planificación de la clase a partir de una propuesta de acciones organizadas temporalmente en secciones dentro del aula.
2. Ofrecer sugerencias metodológicas concretas y pertinentes que ayuden a los docentes y estudiantes en la comprensión de los contenidos.
3. Proponer estrategias concretas para el desarrollo de los indicadores de logros que permitan el abordaje de las competencias matemáticas que deben alcanzar los estudiantes

Para lograr este propósito, a continuación, se establecen los puntos de partida esenciales para su implementación:

1. Importancia fundamental del aprendizaje de la matemática: el desarrollo del razonamiento matemático genera en los estudiantes competencias para resolver problemas complejos, analizar situaciones, ser creativos, críticos, eficientes, pragmáticos y lógicos; capacidades que les permitirán vivir como ciudadanos comprometidos consigo mismos y con el desarrollo sostenible de sus comunidades, ya que los saberes matemáticos permiten reconocer que la ciencia está presente en todo lo que nos rodea, por lo que cualquier objeto de la realidad puede ser utilizado como herramienta tecnológica que ayude a resolver situaciones problemáticas, las cuales enfrentará día con día cada estudiante.

2. Rol fundamental del docente y protagonismo del estudiante: la labor del docente se vuelve determinante en la formación del estudiante, de ahí su importancia para que el

sistema educativo logre sus propósitos; estos materiales están estructurados de tal manera que el docente tenga herramientas oportunas para “asistir” el aprendizaje, es decir, con la mirada puesta en el logro del aprendizaje de cada estudiante, lo cual implica que ellos sean los protagonistas en las clases. Este protagonismo se evidencia con el logro de los indicadores de aprendizaje en cada clase, los cuales se convierten en “peldaños” para desarrollar las competencias de unidad y para lograr que los estudiantes utilicen todos los saberes alcanzados para resolver exitosamente problemas simples y complejos. Esto tiene como base, el conocimiento y la comprensión de cada indicador y su concreción en cada una de las clases propuestas.

3. Secuencia de la clase: experiencia auténtica del aprendizaje; el protagonismo del estudiante se traduce en la propuesta de la secuencia de la clase,

Actividades de iniciación

Clarificar la misión, visión de la intervención para ello buscamos dar respuestas a las interrogantes: ¿En qué actividades estamos participando y por qué? ¿Cuál es el propósito del taller y los resultados que buscamos?

Realizar un análisis estratégico sobre: ¿Cuáles son los problemas claves del entorno competitivo que afectan la estrategia? ¿Las tendencias, los cambios, los desafíos? ¿Qué cambios se deben encarar para cumplir la misión y lograr los resultados expresados en la visión?

Proponer nuestras estrategias: ¿Dónde y cómo vamos a implementar las estrategias? ¿Qué resultados buscamos? ¿Cuáles son los resultados y capacidades requeridas por las estrategias?

En definitiva, las estrategias terminan respondiendo a:

¿Qué resultados queremos lograr?

Actividades de desarrollo

- Expresar de manera precisa y organizada la información a ser compartida
- Planificación de estrategias
- Descripción de la estrategia a través de mapas estratégicos
- Clarificar las relaciones de causa y efecto
- Conceptos básicos:
- ¿Tareas dirigidas?
- Recursos didácticos
- Estudiantes monitores y su papel durante la acción
- Rol del docente como facilitador del aprendizaje

Actividades de culminación

- Asignar responsables de las iniciativas estratégicas
- Hoja de trabajo número 1

Actividades de evaluación

Debate sobre las respuestas de las preguntas proporcionadas en la hoja de trabajo.

Anexo 5: Hoja de Trabajo N° 1

Nombres y apellidos: _____

Fecha: _____

Comenta las respuestas de las siguientes interrogantes:

¿Qué te pareció la reunión?

2. ¿La calidad del contenido fue consistente durante la intervención?

3. Menciona: ¿Cuáles son los temas que no fueron cubiertos en el taller y que debieron haber sido abordados?

4. ¿Las actividades realizadas fueron congruentes en cuanto al tipo de contenido abordado?

4. ¿Consideras que lo que hemos impartido en el taller es de relevancia para la enseñanza aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos? ¿Por qué?

Anexo 6: Plan de Clase N°1

Plan de clase N°1

Fecha: 25/04/24

Centro de estudios:

Grado: octavo

Contenido a desarrollar: Clase práctica (Dinámica del Sudoku)

Competencia: Desarrollar habilidades para la resolución de problemas, incentivando el pensamiento rápido

Indicador de logro: Presenta habilidades cognitivas para la planificación, la percepción espacial, la atención focalizada, escaneo visual y la resolución de problemas.

Actividades de iniciación

Sudoku

El Sudoku es un juego de lógica numérica en el que se deben colocar los números del 1 al 9 en una cuadrícula de 9x9, asegurando que no se repitan en filas, columnas ni subcuadrículas de 3x3. Aunque no requiere operaciones matemáticas, sí exige análisis, deducción y pensamiento estratégico.

Su importancia radica en que mejora habilidades como la concentración, el razonamiento lógico y la toma de decisiones. Resolver un Sudoku implica identificar patrones, evaluar posibilidades y anticipar consecuencias, procesos esenciales para resolver problemas tanto en la vida cotidiana como en contextos académicos o laborales.

Además, es una estrategia para mejorar el análisis porque obliga a observar con atención, identificar patrones y tomar decisiones basadas en la lógica y la deducción. Al resolver un Sudoku, el jugador debe analizar qué números pueden ir en cada celda considerando múltiples condiciones al mismo tiempo (fila, columna y subcuadrícula), lo que entrena la mente para manejar información de manera estructurada.

Este proceso fortalece la capacidad de dividir un problema complejo en partes más pequeñas, evaluar opciones posibles y descartar aquellas que no encajan. Con la práctica, esta forma de pensar analítico se transfiere a otras áreas, como la resolución de problemas académicos, la planificación y la toma de decisiones en la vida diaria.

La situación problema fue la siguiente:

Identifica posibles de respuestas para resolver el siguiente problema.

5		9				4		
7		8	3		4	9		
6		1				7	3	
4	6	2	5					
3	8	5	7	2		6	4	9
1		7	4		8	2		
2			1					4
		3		4			8	7
	7			5	3			6

Actividades de desarrollo

Para resolver este problema de la mejor forma y dar como resultado correspondiente al mismo en estudiante deberá tener en cuenta ¿Qué es lo que se le pide? y en base a ello considerar una o varias maneras de resolver el ejercicio. Tantear con las estrategias que utilice con la finalidad de que logre resolver el ejercicio.

Actividades de culminación

Hoja de trabajo N°2 y se les solicita que realicen los problemas indicados en la hoja.

Actividades de evaluación

Socialice respuestas y la manera en que llegaste a ella compartiendo entre sus compañeros la solución de una de las actividades realizadas en la hoja de trabajo.

Anexo 7: Hoja de Trabajo N°2

Nombres y apellidos: _____

Fecha: _____ Grado/Sección _____

Resuelve el siguiente ejercicio, considera posibles soluciones e indica los pasos utilizados para resolverlo.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Anexo 8: Plan de Clase N° 2

Plan de clase N° 2

Fecha: 26/04/2024

Centro de estudios:

Contenido a desarrollar: Lenguaje algebraico para la resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales

Indicador de logro: Utiliza el lenguaje algebraico para representar situaciones de la vida diaria y resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Competencias a desarrollar:

- Traduce situaciones reales a sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconoce y emplea variables para representar cantidades desconocidas.
- Aplica métodos de solución: sustitución, igualación o reducción.
- Interpreta los resultados en el contexto del problema.

Actividades de iniciación

Actividad de Inicio: Preguntas generadoras.

¿Qué pasaría si tienes que averiguar la edad de dos personas con solo dos datos?

¿Cómo podrías resolverlo usando matemáticas?

Breve repaso: Variables, expresiones algebraicas, ecuaciones lineales.

Actividades de desarrollo

1. Traducción de enunciados a lenguaje algebraico

Ejemplo 1:

LENGUAJE COTIDIANO	LENGUAJE ALGEBRAICO
La suma de 2 y un número	$2 + x$
5 más que un número	$x + 5$
La diferencia entre un número y 5	$x - 5$
El triple de un número	$3x$
Un número aumentado en 6	$x + 6$
Un número disminuido en 10	$x - 10$
El producto de dos números	$x \cdot y$
Dos veces la suma de dos números	$2(x + y)$
Dos veces un número sumado a otro	$2x + y$
Cuatro veces un número	$4x$
Ene veces (desconocida) un número conocido	$n(x)$
El cociente de dos números	a / b
La suma de dos números	$x + y$
La raíz de un número	\sqrt{x}
El cubo de un número	x^3
La mitad de la diferencia de dos números	$\frac{x - y}{2}$
La raíz cuadrada de la diferencia de dos números	$\sqrt{x - y}$
La mitad del cuadrado de un número	$\frac{x^2}{2}$
El cuadrado de la diferencia de las raíces cuadradas de dos números	$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

Ejemplo 2:

“En una tienda, 3 lápices y 2 cuadernos cuestan \$40, mientras que 2 lápices y 4 cuadernos cuestan \$50. ¿Cuál es el precio de un lápiz y de un cuaderno?”

Traducción:

Sea x el precio del lápiz.

Sea y el precio de un cuaderno.

Sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 40 & (1) \\ 2x + 4y = 50 & (2) \end{cases}$$

2. Resolución del sistema

- Aplicar uno de los métodos (elegido por el grupo o indicado por el docente).
- Verificar la solución.

3. Trabajo en parejas

- Resolver 1 o 2 problemas similares (pueden ser de precios, edades, tiempo-distancia, etc.).

Actividades de culminación

- Compartir respuestas y razonamientos en grupo. Preguntas de reflexión:
¿Por qué es útil traducir el problema al lenguaje algebraico?
¿Qué método te pareció más fácil o claro?
- Hoja de trabajo N°3

Actividades de evaluación

Criterios:

- Identificó correctamente las incógnitas.
 - Representó el problema con un sistema de ecuaciones.
 - Aplicó correctamente un método de solución.
-

- Interpretó adecuadamente la solución.

Producto esperado:

- Desarrollo completo del problema en el cuaderno.
- Justificación escrita o verbal del procedimiento

Anexo 9. Hoja de Trabajo N° 3

Nombres y apellidos: _____

Fecha: _____ **Grado/Sección:** _____

I. Lee, analiza y resuelve el siguiente problema

Por la compra de tres marcadores y un borrador se pagaría C\$78, pero si se comprara dos marcadores y un borrador se tendría que pagar C\$58. ¿Cuál es el costo de cada artículo?

Anexo 10: Plan de Clase N° 3

Plan de clase N°3

Fecha: 27/04/24

Centro de estudios:

Contenido a desarrollar: Aplicación de Sistemas de Ecuaciones Lineales con el Método de Pólya

Grado: octavo

Indicador de logro: Aplicar paso a paso el método de Pólya en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones.

Actividades de iniciación

Con el objetivo de activar conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones lineales y el método de Pólya se realizaron las siguientes actividades:

- Breve repaso: ¿Qué es un sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo se resuelve?
- Presentación del método de Pólya:
 1. Comprender el problema
 2. Planificar cómo resolverlo
 3. Ejecutar el plan
 4. Revisar la solución

Actividades de desarrollo

Ejemplo guiado (20 minutos)

Problema:

En una tienda, 3 cuadernos y 2 lápices cuestan \$18. Dos cuadernos y 4 lápices cuestan \$16. ¿Cuál es el precio de un cuaderno y un lápiz?

Paso 1: Comprender el problema

Identificar incógnitas:

Sea x el precio de un cuaderno

Sea y el precio de un lápiz

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 & (1) \\ 2x + 4y = 16 & (2) \end{cases}$$

Paso 2: Planificar.

Elegir método de resolución: reducción.

Paso 3: Ejecutar.

Resolver el sistema de ecuaciones y encontrar los valores de x e y

Paso 4: Comprobar si los valores obtenidos satisfacen ambas ecuaciones.

Práctica en parejas (20 minutos)

Problema

1:

“Una granja tiene gallinas y cerdos. En total hay 30 animales y 80 patas. ¿Cuántos cerdos y cuántas gallinas hay?”

(Plantear: $g + c = 30$, $2g + 4c = 80$)

- Los alumnos resuelven el problema aplicando los cuatro pasos de Pólya, guiados por el docente.

3. Cierre

Objetivo: Consolidar aprendizajes y reflexionar sobre el proceso.

Actividades de culminación

- Discusión breve: ¿Qué les ayudó el método de Pólya? ¿En qué paso tuvieron más dificultad?
- Evaluación formativa rápida: un nuevo problema simple para resolver individualmente.

Actividades de evaluación

Criterios:

- Identificación correcta de las variables y planteamiento del sistema (Paso 1)
- Selección adecuada del método de resolución (Paso 2)
- Cálculos correctos (Paso 3)
- Verificación de la solución (Paso 4)

Anexo 11: Evidencias Fotográficas de la Implementación del Plan de Acción Durante la Intervención.

Figura 14

Estudiantes realizando la prueba inicial



Figura 15

Evidencia de estudiantes en el aula de clases mediante la reunión de alumnos monitores

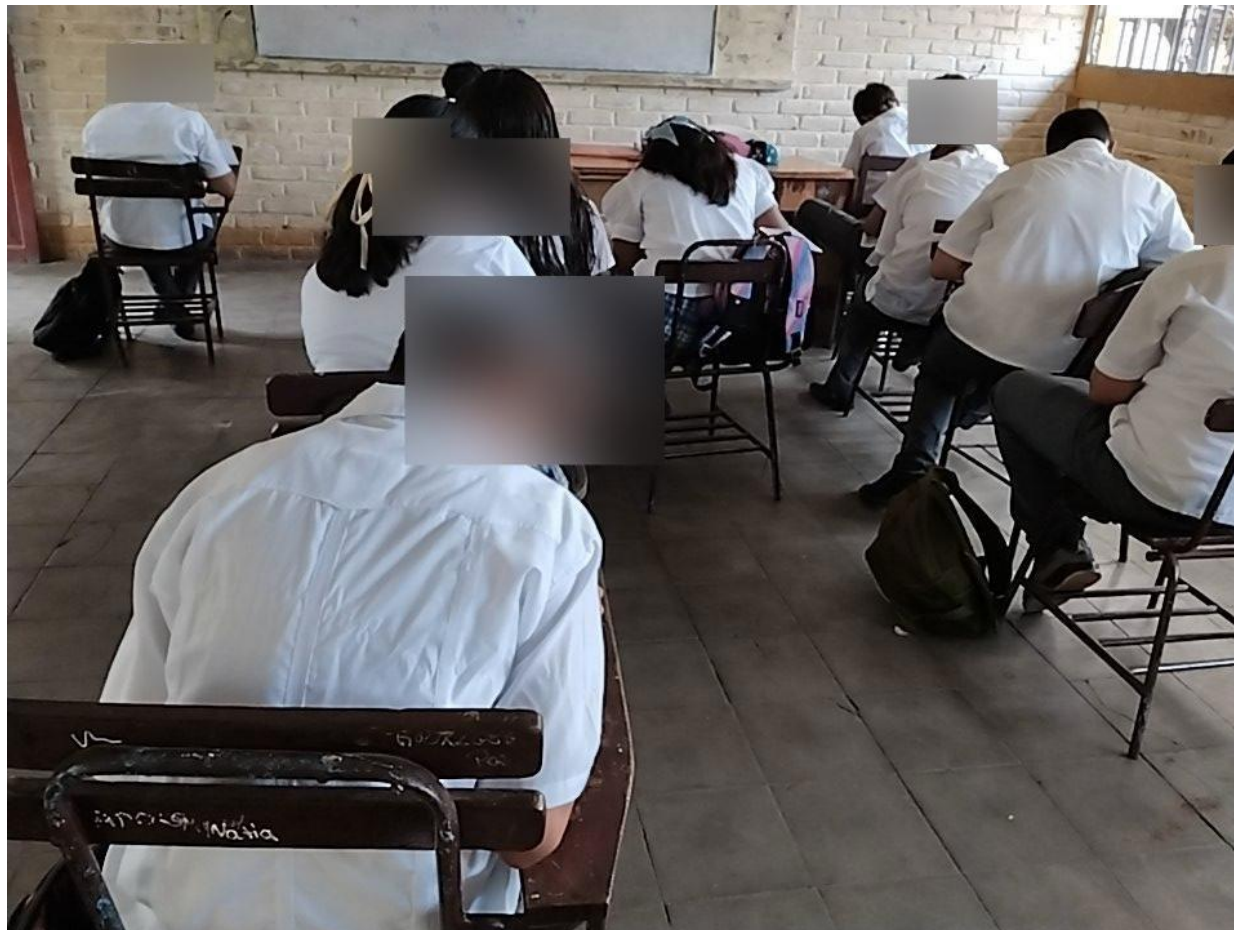


Figura 16

Estudiantes en la sesión áulica N°1

