



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA**  
**UNAN – LEÓN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**TEMA**

**Unidad Didáctica: Divisibilidad en  $\mathbb{N}$**

**PRESENTADO POR:**

**Br. *Freddy Antonio Alemán López***  
**Bra. *Scarlette Carolina Martínez Herrera***  
**Bra. *Sugeyly Luliet Mayorga López***  
**Bra. *María Candelaria Peralta Ramírez***

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE:**

**LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**MENCION MATEMÁTICA EDUCATIVA Y COMPUTACIÓN**

**TUTOR:**

***Ronald López Flores***

**León, Marzo, 2011**

# I N D I C E

	<b>AGRADECIMIENTO</b>	
	<b>DEDICATORIA</b>	
<b>I.</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>II.</b>	<b>ANTECEDENTES</b>	<b>3</b>
<b>III.</b>	<b>JUSTIFICACIÓN</b>	<b>5</b>
<b>IV.</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>7</b>
<b>IV.1.</b>	<b>Objetivo general</b>	<b>7</b>
<b>IV.2.</b>	<b>Objetivos específicos</b>	<b>7</b>
<b>V.</b>	<b>MARCO TEÓRICO</b>	<b>8</b>
<b>V.1.</b>	<b>Concepto General de Competencia</b>	<b>8</b>
<b>V.2.</b>	<b>Importancia de las Competencias</b>	<b>8</b>
<b>V.3.</b>	<b>Tipos de competencias</b>	<b>9</b>
<b>V.4.</b>	<b>Definición del dominio de competencias matemáticas</b>	<b>11</b>
<b>V.5.</b>	<b>Contenidos</b>	<b>12</b>
<b>V.5.1.</b>	<b>¿Qué son?</b>	<b>12</b>
<b>V.5.2.</b>	<b>Clasificación de los contenidos</b>	<b>12</b>
<b>V.6.</b>	<b>Atención a la diversidad</b>	<b>15</b>
<b>V. 7.</b>	<b>¿Qué son los indicadores de logros?</b>	<b>16</b>
<b>V. 8.</b>	<b>Planeamiento didáctico</b>	<b>17</b>
<b>V.8.1.</b>	<b>¿Qué es el planeamiento didáctico?</b>	<b>17</b>
<b>V.8.2.</b>	<b>Características del planeamiento didáctico</b>	<b>18</b>
<b>V.9.</b>	<b>La evaluación de los aprendizajes basados en competencias</b>	<b>19</b>
<b>V.9.1.</b>	<b>¿Qué entendemos por evaluación?</b>	<b>19</b>
<b>V.9.2.</b>	<b>¿Cuáles son las características de la evaluación?</b>	<b>20</b>
<b>V.9.3.</b>	<b>¿Para qué se evalúa?</b>	<b>20</b>

<b>V.10.</b>	<b>Software educativo o software para la enseñanza</b>	<b>23</b>
<b>V.10.1.</b>	<b>¿Qué es?</b>	<b>23</b>
<b>V.10.2.</b>	<b>Importancia del software educativo</b>	<b>24</b>
<b>V.11.</b>	<b>Materiales didácticos</b>	<b>25</b>
<b>V.11.1.</b>	<b>¿Qué son?</b>	<b>25</b>
<b>V.11.2.</b>	<b>Importancia de la utilización de materiales didácticos</b>	<b>26</b>
<b>V.12.</b>	<b>Recursos didácticos</b>	<b>26</b>
<b>V.12.1.</b>	<b>¿Qué es un Recurso Didáctico?</b>	<b>26</b>
<b>V.12.2.</b>	<b>¿Qué funciones desarrollan los recursos didácticos?</b>	<b>27</b>
<b>V.12.3.</b>	<b>Consejos prácticos para crear un recurso didáctico</b>	<b>27</b>
<b>V.13.</b>	<b>Juegos didácticos</b>	<b>28</b>
<b>V.13.1.</b>	<b>¿Qué son?</b>	<b>28</b>
<b>V.13.2.</b>	<b>Características de los juegos didácticos</b>	<b>28</b>
<b>V.13.3.</b>	<b>Ventajas fundamentales de los juegos didácticos</b>	<b>29</b>
<b>VI.</b>	<b>UNIDAD DIDÁCTICA: Divisibilidad en N</b>	<b>30</b>
<b>VI.1.</b>	<b>Propósitos</b>	<b>31</b>
<b>VI.2.</b>	<b>Competencias</b>	<b>32</b>
<b>VI.3.</b>	<b>Conocimientos previos</b>	<b>33</b>
<b>VI.4.</b>	<b>Contenidos</b>	<b>33</b>
<b>VI.4.1.</b>	<b>Contenidos conceptuales</b>	<b>33</b>
<b>VI.4.2.</b>	<b>Contenidos procedimentales</b>	<b>33</b>
<b>VI.4.3.</b>	<b>Contenidos actitudinales</b>	<b>35</b>
<b>VI.5.</b>	<b>Estrategias metodológicas</b>	<b>35</b>
<b>VI.6.</b>	<b>Temporización</b>	<b>36</b>
<b>VI.7.</b>	<b>Recursos y/o materiales didácticos</b>	<b>37</b>
<b>VI.8.</b>	<b>Evaluación</b>	<b>38</b>
<b>VI.8.1.</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>	<b>39</b>
<b>VI.8.2.</b>	<b>Etapas de la evaluación</b>	<b>39</b>
<b>VI.8.3.</b>	<b>Criterios de evaluación</b>	<b>41</b>
<b>VI.8.4.</b>	<b>Procedimientos e instrumentos de evaluación</b>	<b>42</b>

<b>VI.9.</b>	<b>Planes de clases</b>	<b>44</b>
<b>VII.</b>	<b>REFLEXIONES FINALES</b>	<b>105</b>
<b>VIII.</b>	<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>106</b>
<b>IX.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>107</b>
<b>X.</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>109</b>

# **AGRADECIMIENTO**

*A la UNAN – León, por su encomiable labor quienes nos permitieron profesionalizarnos con una visión social y humanitaria.*

*A la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, por ser la formadora de formadores e impulsar desde hace varios años la modalidad por encuentro.*

*Al personal docente del departamento de Matemáticas, quienes con su esfuerzo, compromiso, dedicación y escasos recursos, nos han brindado una formación que nos ha permitido insertarnos con éxito en el mundo laboral y contribuir al cambio que tanto necesita Nicaragua con calidad y calidez.*

# DEDICATORIA

*Dedicamos este trabajo monográfico:*

*A Dios, ese ser supremo por quien vivimos, respiramos y porque nos ha dado las maravillas de este mundo como son la familia, la salud, la fortaleza y la oportunidad de existir y contar con buenos amigos, buenos maestros quienes han sido arquitectos de nuestra formación.*

*A nuestros padres, a los que aún están vivos, que nos han apoyado tanto económicamente como humanamente y a los que ya no están, porque se fueron en el momento en que empezábamos a caminar y esperaron este momento.*

*A nuestros maestros, quienes con su dedicación procuraron nuestra formación, alimentándonos de conocimientos para enfrentar la vida, en una sociedad cambiante.*

*A nuestros compañeros y compañeras de clase por el apoyo mutuo y momentos felices compartidos en estos cinco años de estudios universitarios.*

## **I. INTRODUCCIÓN**

Las Matemáticas ocupan un lugar importante en la historia del pensamiento y de la cultura. Han estado presentes tradicionalmente en todos los planes de estudio y por su utilidad en los distintos campos de la vida moderna, es difícil prescindir de ellas.

La finalidad fundamental de la enseñanza de las Matemáticas es el desarrollo de la facultad de razonamiento y de abstracción. Otra finalidad no menos importante es su carácter instrumental.

Las Matemáticas aparecen estrechamente vinculadas a los avances que la civilización ha ido alcanzando a lo largo de la historia y contribuyen, hoy en día, tanto al desarrollo como a la formalización de las ciencias experimentales y sociales, a las que prestan un adecuado apoyo instrumental. Por otra parte, el lenguaje matemático, aplicado a los distintos fenómenos y aspectos de la realidad, es un instrumento eficaz que nos ayuda a comprender mejor la realidad que nos rodea y adaptarnos a un entorno cotidiano en continua evolución. En consecuencia, el aprendizaje de las matemáticas proporciona a los(as) estudiantes la oportunidad de descubrir las posibilidades de su propio entendimiento e ir afianzando su personalidad, además de un fondo cultural necesario para manejarse en aspectos práctico de la vida diaria, así como acceder a otras ramas de la ciencia.

El uso de las matemáticas debe servir para interpretar y transmitir ideas e información con precisión y rigor, utilizándolas como un lenguaje con distintas vertientes: verbal, gráfica, numérica y algebraica. Por ello es importante habituar a los(as) estudiantes a expresarse de modo oral, por escrito y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.

En los últimos años, se ha dado un acelerado desarrollo tecnológico. El ciudadano del siglo XXI no puede ignorar el funcionamiento de una calculadora o de un ordenador, con el fin de poderse servir de ellos, pero debe dársele un trato racional que evite su indefensión

ante la necesidad de realizar un cálculo sencillo cuando no tiene a mano su calculadora. Por otra parte, la calculadora y ciertos programas informáticos, resultan ser recursos investigadores de primer orden en el análisis de propiedades, relaciones numéricas y gráficas. El profesor o la profesora decidirán cuándo y cómo plantea la utilización de la calculadora y el ordenador como herramienta instrumental para el estudio de la divisibilidad.

Como un aporte al cambio que se ha venido dando en los últimos años, nos propusimos elaborar una unidad didáctica con el propósito de mejorar la enseñanza – aprendizaje de la Divisibilidad en  $\mathbb{N}$ , mediante la aplicación del enfoque pedagógico: Enseñanza por Competencias, lo que permitirá a los (as) estudiantes tener una visión de futuro acerca del estudio de las matemáticas orientando los aprendizajes hacia la vida y el trabajo donde sea capaz de responder con agilidad y relevancia a las necesidades que demanda nuestro país.

Nuestra unidad didáctica “Divisibilidad en el conjunto  $\mathbb{N}$  de los números naturales” se basa fundamentalmente en el programa oficial de matemáticas de quinto grado de educación primaria del Ministerio de Educación (MINED). En la elaboración de nuestra unidad didáctica se integraron las competencias que queremos desarrollar en los(as) estudiantes, los contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales), las estrategias metodológicas y los criterios de evaluación que han de regular la enseñanza – aprendizaje de la divisibilidad en  $\mathbb{N}$ .

En cuanto a la forma de organizar las competencias y contenidos en nuestra unidad didáctica, la consideramos flexible y abierta a la diversidad de intereses y capacidades de los(as) estudiantes, permitiendo además a los centros educativos su desarrollo y contextualización a las características de su entorno. También les permitirá a los(as) estudiantes orientar su aprendizaje hacia la vida y el trabajo donde sea capaz de responder a la solución de problemas reales que se presenten en su comunidad. En general, las competencias educativas y los contenidos deben ser analizados, interpretados, comprendidos y aplicados en el marco de las realidades locales de los centros y comunidades educativas en donde se llegue a implementar esta unidad didáctica.

## II. ANTECEDENTES

La enseñanza de la divisibilidad en el conjunto de los números naturales forma parte de los currículos de los(as) estudiantes cuyas edades oscilan entre los 10 a 14 años. En las primeras décadas del siglo pasado la divisibilidad en la educación primaria se vinculó al estudio de las magnitudes, pero a lo largo del siglo XX el estudio de la divisibilidad se consideró como una propiedad entre números con representación decimal. Este enfoque condujo a enfatizar un marcado carácter procedimental del Teorema Fundamental de la Aritmética (Sierra et al., 1989; Gascón, 2001).

El concepto de divisibilidad se enseña en la escuela primaria, para que los(as) estudiantes puedan resolver adiciones y sustracciones con fracciones y algunos problemas de los llamados de encuentro. Por ejemplo, Juan visita a su abuela cada dos días y su hermana María cada tres días. Si ambos la visitaron el lunes pasado, ¿cuándo volverán a coincidir en la visita?

No se vincula con otros temas y no se le da importancia que el tema presenta. Incluso no se trabaja el concepto de cuándo un número es divisible por otro. Podemos pensar que sí, pues se enseñan las reglas de divisibilidad. La pregunta es, ¿se enseñan? O ¿se informa a los(as) estudiantes de las reglas?

- Todo número que termina en cifra par es múltiplo de 2.
- Todo número que termina en cero o en cinco es múltiplo de 5.
- Si las dos últimas cifras de un número son múltiplos de cuatro, el número es múltiplo de 4.
- Etc.

¿Por qué esto es así? ¿Por qué funciona de esta manera?

Algunas investigaciones sobre la comprensión de la divisibilidad se han centrado en (a) el análisis de la comprensión de las relaciones entre las acepciones léxicas “múltiplo”,

“divisor”, “factor” y “ser divisible”, y (b) el papel que desempeñan las representaciones decimal y factorial en la comprensión de la divisibilidad.

Entre las primeras, Zazkis (2000, 2002) analizó las conexiones que los estudiantes para maestro establecían entre factor, divisor, múltiplo, mínimo común múltiplo, máximo común divisor. Zazkis (2000) indica que los estudiantes asociaban el concepto de divisor con la operación de dividir y el concepto de múltiplo con la operación de multiplicar, mostrando una comprensión incompleta del concepto de factor y que los estudiantes realizaban un intercambio constante e incoherente entre el lenguaje formal y no formal.

¿Qué grado de importancia puede tener para la humanidad que se mejore y esclarezca pedagógicamente algunos temas de educación matemática? La respuesta es obvia: una educación matemática de calidad superlativa y trascendente favorece la capacidad y destreza de millones de estudiantes de todo el planeta.

Con miras de elevar el nivel académico de los(as) estudiantes en su formación matemáticas venimos observando en nuestros años de profesores(as) que la enseñanza de los actuales criterios de divisibilidad presenta deficiencias. Y sin embargo estos temas se dictan de manera arbitraria en las instituciones educativas de todo el mundo. Oportunamente, un equipo de investigadores advertimos que los actuales criterios de divisibilidad se explican pésimamente porque no han hallado otra metodología mejor en la enseñanza para los(as) profesores(as) y estudiantes.

En ese sentido, presentamos un nuevo método de enseñanza – aprendizaje para el tema de divisibilidad, que tiene por principal finalidad al estudiante, a quien le hace perder el miedo o fobia a las matemáticas. Lo fundamental de este estudio es la presentación de un enfoque nuevo y pedagógico para reemplazar al que aún causa malestar a los(as) estudiantes por ser muy incompleto y estar plagado de intrincadas reglas.

### III. JUSTIFICACIÓN

En la actualidad existe una gran preocupación por parte de los profesores o las profesoras que imparten matemáticas en quinto grado de educación primaria por la calidad de los aprendizajes de sus estudiantes; por eso, hemos elaborado como trabajo monográfico una Unidad Didáctica cuyo tema es “Divisibilidad en  $N$ ” sustentada en el enfoque pedagógico: “Enseñanza por Competencias”, con el propósito de dotar a los profesores o profesoras de un documento guía que les permita mejorar la enseñanza – aprendizaje del tema en mención.

Está basada en una metodología activa – participativa donde el profesor o la profesora asumen el rol de facilitador, que guía y orienta a los(as) estudiantes a descubrir por sí mismo los nuevos conocimientos y el mundo que los rodea; siendo éste el sujeto del proceso, donde aprende descubriendo y la principal actividad mental es el análisis.

Escogimos el tema de “divisibilidad”, pues al desarrollar un número mediante productos, permiten escribir números con pocas cifras, que nos permitan operar rápidamente con ellos, factorizar un número, conocer sus divisores; además, de estudiar sus propiedades. También es preciso decir que factorizar es una forma de expresar un número mediante productos de números primos, proporcionando información considerable sobre el número, sus divisores y sus múltiplos, acción que se ejecuta en cualquier rama de la matemática y principalmente en los primeros niveles de secundaria donde el estudiante toma sus primera armas para enfrentar posteriormente a una matemática más abstracta.

Nuestro trabajo monográfico tiene como finalidad el de orientar el aprendizaje de los(as) estudiantes en el tema de la Divisibilidad en  $N$  desde una perspectiva constructivista, dinámica, creativa y didáctica. Además, orientamos el desarrollo del pensamiento numérico y sistemas de representación, buscando la comprensión de los conceptos de la divisibilidad relacionándolo con situaciones de la vida real, tomando en cuenta una matemática lúdica y la resolución de problemas. En él se proponen nuevas estrategias de enseñanza – aprendizaje de la Divisibilidad en  $N$  bajo el enfoque pedagógico “Enseñanza

por Competencias”, que sean útiles tanto para el profesor o la profesora al momento de impartir su clase; haciéndola más activa – participativa, así como para los(as) estudiantes, lo cual le permitirá mejorar su auto – estudio, retención y comprensión de los contenidos de la misma. Siendo además un material de apoyo para los profesores o las profesoras y personas interesadas, que quieran adaptarse a un nuevo método de estudio, y que a la vez sirva como un proceso de retroalimentación.

## **IV. OBJETIVOS**

### **IV.1. OBJETIVO GENERAL**

Diseñar una unidad didáctica que contribuya a estimular a los(as) estudiantes mediante un proceso de aprendizaje significativo, aplicando estrategias metodológicas y recursos y/o materiales didácticos que promuevan la comprensión de los temas relacionados con la divisibilidad en el conjunto  $N$  de los números naturales que se imparte en quinto grado de educación primaria.

### **IV.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Dotar a los(as) profesores(as) de estrategias de enseñanza – aprendizaje que permita a los(as) estudiantes comprender y asimilar los conocimientos referentes a divisibilidad.
2. Utilizar situaciones problema para ayudar a construir los conceptos involucrados en contextos significativos para ellos.
3. Desarrollar habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios y problemas de divisibilidad.
4. Implementar formas de evaluación en donde se integren competencias, contenidos, actitudes de los(as) estudiantes en las actividades desarrolladas por los(as) profesores(as).

## **V. MARCO TEÓRICO**

### **V.1. Concepto General de Competencia**

Las competencias generales se definen como la capacidad del sujeto para conocer, hacer, actuar e interactuar en los diferentes contextos y situaciones.

Se interpretan las competencias como grandes capacidades de actuación que incluyen los conocimientos, pero fundamentalmente el saber hacer y ser. En ese sentido, se diría que un estudiante exhibe competencia en un determinado tema o ámbito cuando sea capaz de actuar, expresando comprensión, sea capaz de argumentar expresando los porqués de una actuación o afirmación y pueda realizar actuaciones de carácter propositivo, en el sentido de construir hipótesis, resolver problemas en diversas situaciones, buscar alternativas, establecer patrones exhibiendo una actitud curiosa, respetuosa y flexible frente al conocimiento y a los demás; expresando en sus actuaciones confianza en sí mismo y en su potencial de aprendizaje y respeto frente al trabajo de los otros y otras y con entusiasmo hacia la producción colectiva.

Otra definición:

Las competencias son el conjunto de aprendizajes interiorizados no observables directamente. Son los resultados esperados en el mundo real, en situaciones, dentro y fuera de la escuela. Está asociada con criterios que permiten observar el desempeño de una persona.

### **V.2. Importancia de las Competencias**

En sentido general, las competencias son importantes porque nos permiten un desempeño de calidad para hacer bien una determinada tarea o actividad productiva.

La importancia de las competencias, radica en el desenvolvimiento eficaz de una persona en una actividad determinada, de modo que tener aptitud, es indispensable en el desempeño de una labor específica.

En el ámbito educativo, son importantes porque exigen que un(a) profesor(a) rompa con el esquema tradicional y percibamos que ellos(as) no son las únicas fuentes del conocimiento, sino que son mediadores que dedican la mayor parte de su tiempo a la observación del desempeño de sus estudiantes y a la asesoría y tutorías académicas.

Además, nos permiten visualizar las metas hacia dónde queremos llegar.

En el estudiante, son importantes porque les permiten actuar con eficiencia, dentro y fuera de la escuela, de modo que pueda argumentar, proponer alternativas a situaciones problemáticas y así poder enfrentar las dificultades que se presentan en el diario devenir.

### **V.3. Tipos de competencias**

Las competencias tratan de centrar la educación en el estudiante, en su aprendizaje y en el significado funcional de dicho proceso, esas competencias son: Pensar y razonar, Argumentar, Comunicar, Modelar, Plantear, Resolver problemas, Representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

Se considera que los logros de los estudiantes en matemáticas se pueden expresar mediante este conjunto de competencias, ya que describen los procesos que se requieren para un dominio matemático general.

Conviene observar que las tres primeras son competencias cognitivas de carácter general, mientras que las cuatro siguientes son competencias matemáticas específicas, relacionadas con algún tipo de análisis conceptual. A continuación se presentan algunos indicadores que ejemplifican cada una de las competencias.

### ***Pensar y Razonar***

Incluye las capacidades de: plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así,... entonces etc.); conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones; distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

### ***Argumentar***

Incluye las capacidades de: conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede (o no) ocurrir y por qué?); crear y expresar argumentos matemáticos.

### ***Comunicar***

Incluye las capacidades de: expresarse en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita; entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.

### ***Modelar***

Incluye las capacidades de: estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones); dirigir y controlar el proceso de modelización.

### ***Plantear y resolver problemas***

Incluye las capacidades de: plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados); resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

### ***Representar***

Incluye las capacidades de: decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones; escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

### ***Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones***

Incluye las capacidades de: codificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural; traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal; manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos; las competencias muestran los modos en que los estudiantes actúan cuando hacen matemáticas.

## **V.4. Definición del dominio de competencias matemáticas**

El dominio de Competencia en Matemáticas concierne a la capacidad de los(as) estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan tareas matemáticas en una variedad de contextos.

El nivel de competencia en matemáticas se refiere a la medida en la que estudiantes pueden ser considerados como ciudadanos reflexivos y bien informados además de consumidores inteligentes. OCDE / PISA [Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes auspiciado por la UNESCO y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)] define de la siguiente manera la competencia matemática:

*La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.*

## **V.5. Contenidos**

### **V.5.1. ¿Qué son?**

Los contenidos son los conocimientos específicos relacionados con los diferentes campos del saber, los que constituyen un medio para lograr las competencias.

En la organización de los contenidos se han incorporado tres tipos: Conceptuales, Procedimentales y Actitudinales, tomando en cuenta la relevancia y pertinencia que estos tienen para el desarrollo de las competencias de período escolar. Los contenidos se presentan de forma gradual y articulada, en dependencia de la etapa de desarrollo evolutivo de los estudiantes y de cada nivel educativo.

### **V.5.2. Clasificación de los contenidos**

#### **(a) Conceptuales**

Los contenidos conceptuales corresponden a los conocimientos matemáticos que el entorno social y cultural pide a los ciudadanos y ciudadanas actuales y de un futuro próximo.

Entre los diferentes bloques conceptuales hay relaciones que se han de explicitar en los procesos de enseñanza – aprendizaje: la priorización de algunos de ellos y la conexidad entre conceptos.

Consideraciones que hay que tener en cuenta en el establecimiento de los conceptos:

- Partir de los conocimientos previos de los(as) estudiantes teniendo en cuenta que, como personas, se encuentran en un ambiente cultural concreto.
- Los conceptos prescriben en el sentido de que su idoneidad como conocimiento cultural básico cambia continuamente.
- Se han de escoger los que son adecuados a las posibilidades de comprensión de los(as) estudiantes.

- A la hora de reducir contenidos, hay que recortarlos equilibradamente y no suprimirlo todo en bloque.
- Las secuencias conceptuales se deben adaptar a los(as) estudiantes y no es necesario que sean las mismas para todos.
- La relación entre los bloques y un uso sistemático de los procedimientos optimiza el tiempo.
- Un concepto no se desarrolla de golpe, se debe tratar cíclicamente y, por lo tanto, es necesario decidir qué grado de aproximación al mismo se fija.
- Elegir contenidos que tengan una alta potencialidad, es decir, que conecten con unos y que sean realmente necesarios para desarrollar otros.

#### **(b) Procedimentales**

Así como en la educación pre – escolar los procedimientos tienen un papel relevante por encima de los conceptos matemáticos, en la educación primaria tienen una importancia más parecida con estos últimos. Por un lado, son fundamentales para posibilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos asegurando la comprensión, expresión y aplicación posterior. Y, por otro lado, hacen posible que el estudiantado adquiera estrategias que le permitan enfrentarse a situaciones nuevas cada vez de manera más eficaz y perseverante ante las dificultades que surjan.

Debemos tener presente que uno de los objetivos esenciales del aprendizaje de las matemáticas es favorecer una autogestión progresiva. Es decir, el estudiante tiene que llegar a un grado de madurez de su capacidad matemática que le permita aplicar las matemáticas aprendidas de la manera más creativa y crítica posible, y al mismo tiempo, ser capaz de decidir el grado de acierto de las soluciones obtenidas.

La mayoría de los procedimientos del área de matemáticas son genéricos, es decir, aplicables a todos los bloques de contenidos de hechos, conceptos y sistemas conceptuales. Su papel es también importante en la adquisición de actitudes favorables al trabajo

matemático y que deben llevar a valorar las matemáticas como una herramienta útil y formadora.

A continuación presentamos un listado de procedimientos matemáticos:

- *Observación.*
- *Experimentación.*
- *Manipulación.*
- *Relación.*
- *Estimación.*
- *Tanteo.*
- *Uso de los lenguajes matemáticos.*
- *Resolución de problemas.*
- *Técnicas específicas.*

**(c) Actitudes, valores y normas**

Aparte de las actitudes, los valores y las normas globales que no se encuentran ligadas a ningún área en concreto, como las relativas a la comunicación, a la organización del trabajo, al respeto y a la tolerancia, a la autonomía, al espíritu crítico, etc., las hay, la que tienen una relación más directa con las matemáticas y que influyen de manera capital en la consecución de los objetivos de esta área.

La actitud hacia las matemáticas y también a la tendencia a pensar y actuar desde las matemáticas significa lo mismo, ya que el hecho de que a un estudiante le gusten las matemáticas no se traduce siempre en una actuación de carácter matemático.

Con demasiada frecuencia la actitud hacia las matemáticas evoluciona negativamente en el transcurso de la educación primaria. Muchos nos tememos que uno de los factores determinantes del sentimiento de fracaso de los(as) estudiantes está causado por un enfoque falto de acierto por parte de los(as) profesores(as) quienes omiten contenidos por no

dominarlos y el no uso de la didáctica lúdica crea una predisposición al fracaso, al rechazo y apatía hacia las matemáticas.

Para conseguir que los/as estudiantes tengan una actitud positiva hacia las matemáticas se debe potenciar la confianza en el sentido de que se resuelve problemas, explicar y justificar lo que se hace, por parte del profesor o la profesora, desde una valoración positiva de los errores como fuente de información y no de castigo.

La flexibilidad se desarrolla admitiendo y proponiendo métodos alternativos de resolución de situaciones, con actividades abiertas e interdisciplinarias o reales y no queriendo una manera exacta y determinada de presentación y resolución de los problemas.

#### **V.6. Atención a la diversidad**

Al proponer actividades de aprendizaje hay que tomar en cuenta la situación sociocultural de los(as) estudiantes para la influencia que tiene en el aprendizaje, como también los diversos ritmos y maneras de aprender; es decir, las actividades estarán conectadas a su realidad y darán oportunidades a todos de avanzar, sin esperar que los niveles lleguen a ser los mismos.

Hay situaciones de aula o de escuela que obligan a plantearse soluciones más radicales para atender la diversidad de ritmos de aprendizaje.

Cuando los ritmos de aprendizaje son muy diferenciados, se hace muy difícil conseguir hacer avanzar a todos a pesar de que se tomen todas las precauciones necesarias. Para solucionar esta situación se hace necesario agrupar a los(as) estudiantes por niveles. La primera tarea difícil es determinar qué se entiende por nivel y qué instrumentos se utilizarán para determinarlo. Habitualmente se escogen el nivel de adquisición de objetivos y el grado de autonomía personal para hacer los grupos y la observación y las pruebas escritas sirven para determinarlos.

La adopción de medidas especiales no comporta una forma diferente de trabajar; es decir, los defectos se reproducen.

La agrupación de los(as) estudiantes por niveles sin un planteamiento metodológico correcto no conduce a los objetivos propuestos.

La diversificación de las actividades dentro del aula. En este caso se han de tomar precauciones para no caer en el trabajo puramente rutinario por parte de los discentes con más dificultades.

### **V.7. ¿Qué son los indicadores de logros?**

Son los indicios o señales que nos permiten observar de manera evidente y específica los procesos y resultados del aprendizaje a través de conductas observables. Es un indicador que tiene como función hacer evidente qué es lo que aprende el estudiante y cómo lo demuestra.

Los indicadores de logro proporcionan elementos de prueba verificables, para valorar los avances hacia el logro de las competencias, o de los objetivos de un proyecto educativo, o de una unidad, o de un tema o pregunta generadora, etc.

El enunciado de los indicadores de logro debe permitir percibir o demostrar los cambios suscitados en los(as) estudiantes. Por esta razón, conviene tener en cuenta que un sólo indicador rara vez puede abarcar la totalidad de los cambios propuestos en el enunciado de una competencia o de los objetivos de un proyecto, unidad o tema generador.

Por ello, es recomendable precisar y formular varios indicadores de logro, para que el estudiante pueda alcanzar la competencia.

## **V.8. Planeamiento didáctico**

La educación tiene la finalidad de formar al ser humano como persona capaz de actuar libre y responsablemente en la sociedad. Por supuesto que esta tarea implica una serie de actitudes, condiciones y capacidades, que conllevan a un compromiso personal de parte del docente.

Los(as) profesores(as) deben concebir esta etapa de planificación didáctica como un proceso metodológico y fundamental. El planeamiento debe ser el producto en que se resumen las acciones y decisiones previstas para el cumplimiento de las competencias, los indicadores de logros y los contenidos.

### **V.8.1. ¿Qué es el planeamiento didáctico?**

El planeamiento educativo es el proceso en el cual se analiza la situación, se prevén las necesidades en materia de educación, se formulan objetivos coherentes con la filosofía y la Política Educativa Nacional y se establecen los medios y secuencias de acciones indispensables para lograrlos.

El planeamiento es una actividad indispensable para el desarrollo de la enseñanza – aprendizaje, éste debe ser flexible y prever con anticipación el empleo de los materiales que permitirán lograr las competencias y los indicadores de logro.

El planeamiento didáctico es necesario porque evita la rutina, posibilita la reflexión previa sobre las distintas alternativas para desarrollar la tarea docente, evita las improvisaciones y dudas que provoca el trabajo desordenando y poco eficaz; permite actuar con seguridad sobre la base prevista.

## V.8.2.Características del planeamiento didáctico

- Flexible.
- Permanente.
- Preciso.
- Relevante
- Coherente.
- Pertinente.
- Prospectivo.
- Participativo.
- Funcional.
- Objetiva.

Es importante que los(as) profesores(as), antes de que concreten su planeamiento, se planteen algunas interrogantes que le aclaren sobre la mejor manera en que pueden desarrollar su práctica pedagógica de forma efectiva, para ello es necesario reflexionar sobre:

- ¿Qué está pasando?
- ¿Qué se quiere hacer?
- ¿Cómo se va a hacer?
- ¿Con quiénes se va a hacer y a quiénes va dirigido?
- ¿Con qué se va a hacer?
- ¿Cuánto tiempo se requiere para hacerlo?
- ¿Dónde lo realizará?
- ¿Cómo se evaluará?

De igual forma, al momento de planificar, el profesor o la profesora debe tomar decisiones y organizar su práctica pedagógica en cuanto a:

- ¿Qué enseñar?
- ¿Cuándo enseñar?

- ¿Cómo enseñar?
- ¿Qué evaluar?
- ¿Cómo evaluar?

Los elementos que se deben considerar en el planeamiento didáctico son las competencias, los indicadores de logro, los contenidos, las actividades, las técnicas de enseñanza, los recursos didácticos, las estrategias e instrumentos para evaluar.

## **V.9. La evaluación de los aprendizajes basados en competencias**

Otro aspecto que debe tener en consideración los(as) profesores(as) al efectuar su planeamiento didáctico, es la evaluación de los resultados del aprendizaje, logrado por los(as) estudiantes y la calidad de la tarea realizada; para ello el profesor o la profesora debe contemplar variadas estrategias e instrumentos para obtener juicios de valor.

La evaluación no debe ser tarea exclusiva de los(as) profesores(as), sino, que también los(as) estudiantes se deben involucrar. Esto puede ser a través de la autoevaluación y la coevaluación, lo que les permitirá descubrir y corregir sus dificultades.

La evaluación debe ser continua y sistemática, lo que constituye una fuente importante de información para el estudiante y para el profesor o la profesora, por lo tanto, forma parte del proceso enseñanza – aprendizaje y permite detectar si se han logrado los resultados esperados y si están las condiciones necesarias para proseguir con el aprendizaje.

### **V.9.1.¿Qué entendemos por evaluación?**

La evaluación de los aprendizajes es un componente del proceso educativo, a través del cual se observa, recoge y analiza información significativa, respecto de las posibilidades, necesidades y logros de los(as) estudiantes, con la finalidad de reflexionar, emitir juicios de valor tomar decisiones pertinentes y oportunas para el mejoramiento de su aprendizaje.

### **V.9.2. ¿Cuáles son las características de la evaluación?**

- Integral.
- Continua.
- Sistemática.
- Participativa.
- Flexible.

### **V.9.3. ¿Para qué se evalúa?**

Según el momento en que tiene lugar la evaluación y la finalidad con que se realiza, da lugar a una toma de decisiones distinta.

#### **(a) *La evaluación inicial o diagnóstica***

En un enfoque constructivista del aprendizaje los conocimientos previos del estudiante tienen un papel importante. Todo profesor o profesora sabe lo difícil que es determinar cuáles son los conocimientos del estudiantado respecto a los temas de los currículos escolares. Y suponiendo que los pudiéramos determinar, ¿qué haremos cuando sean muy diversos? Este es un reto no resuelto, pero no por eso se debe abandonar esta cuestión que, por otro lado, en el caso de las matemáticas es esencial.

Los conceptos matemáticos están contruidos de manera que unos están relacionados con los otros en diversos sentidos, como dependencia estricta, como aplicación, como interdisciplinarios, etc.

Hay momentos clave en que se debe plantear una evaluación de tipo inicial. Al principio del curso y a modo de una revisión del anterior no tiene mucho sentido, a no ser que el desconocimiento de los(as) estudiantes sea total. Debe consistir en una observación cuidadosa de ciertos aspectos que se consideren esenciales para ir planteando el trabajo. Los aspectos evaluados deben ser pocos y bien escogidos.

Cada vez que se empiece un tema no es necesario hacer una evaluación inicial pero sí que es conveniente hacer un tanteo colectivo para concienciar a los(as) estudiantes sobre lo que ya sabe o ya ha trabajado en relación con lo que se plantea.

En temas realmente nuevos y de importancia relativamente grande hay que constatar que algunos conocimientos esenciales están adquiridos.

**(b) *La evaluación formativa o interactiva***

La evaluación de seguimiento debe permitir identificar los contenidos que presentan dificultades de aprendizaje, y así el profesor puede reproducir la secuencia que había previsto. Los métodos que se utilicen para evaluar deben tener en cuenta las características de los(as) estudiantes y deben ser coherentes con la manera de enseñar.

La herramienta más importante para evaluar el rendimiento o la superación de los(as) estudiantes es la observación en clase y la revisión del trabajo hecho.

La observación implica mirar cómo hacen el trabajo, escuchar qué preguntas hacen, ver cómo defienden sus ideas, cómo se comunican con los(as) compañeros(as) durante el trabajo en grupo entrevistándolos para aclarar dudas puntuales, todo esto debe ser incluido dentro del trabajo normal de clase y sin otorgarle la formalidad de un examen.

La revisión del trabajo hecho, que suele ser mucha, no puede ser exhaustiva. Queda muy bien decir que hay que reflexionar sobre el trabajo de cada estudiante para captar lo que no ha entendido y después sobre el conjunto de la clase.

La comunicación a los(as) estudiantes de los resultados de las evaluaciones se han de hacer de manera informal y enfocándola positivamente, haciéndole ver en qué ha avanzado y no qué es lo que no sabe. Al valorar los esfuerzos de los(as) estudiantes se le ayuda moralmente, y los resultados conseguidos le dan la capacidad de llegar a dirigir su propio aprendizaje usando aquellos conocimientos que es consciente que domina.

**(c) *Evaluación de conceptos***

Los conceptos son una parte fundamental del conocimiento matemático. No se adquieren de una vez y para siempre, lo que hace que la medida de su comprensión haya de adaptarse al momento evolutivo del estudiante y al trabajo realizado. La progresión de un concepto va unida a su campo de aplicación y a las relaciones que se puedan establecer con otros conceptos.

Para evaluar el grado de comprensión de un concepto hay que ver si el escolar es capaz de:

1. Identificar el concepto a partir de ejemplos concretos donde algunos sean correctos y otros incorrectos.
2. Dar ejemplos correctos e incorrectos de un concepto.
3. Usar modelos, dibujos, diagramas o símbolos para expresar un concepto.
4. Reconocer un concepto a partir de una representación dada.
5. Identificar algunas propiedades del concepto.
6. Reconocer diferentes interpretaciones de un concepto.
7. Comparar y contrastar conceptos.
8. Definir el concepto a partir de enumerar partes y propiedades que le caractericen.

**(d) *Evaluación de procedimientos***

El conocimiento de los procedimientos se mide por su grado de aplicación, pero también por la capacidad de adaptarlo a situaciones nuevas. Como no se puede separar de los conceptos a veces su evaluación resulta difícil.

El grado de conocimientos se puede determinar según lo que el estudiante sea capaz de hacer:

1. Saber cuándo hay que usar un procedimiento.
2. Saber utilizar un procedimiento de manera correcta y eficaz.
3. Reconocer si un procedimiento es correcto o incorrecto de manera empírica.
4. Explicar las razones de los diversos pasos de un procedimiento.

5. Adaptar o modificar un procedimiento conocido.
6. Inventar un procedimiento nuevo.

(e) ***Evaluación de actitudes, valores y normas***

La mejor manera de recoger información es la observación de los(as) estudiantes en su vida en la escuela. Hay que ver la confianza que tienen en el uso de las matemáticas para resolver situaciones cotidianas, su interés por hacer matemáticas, su autonomía en el trabajo, la tendencia a interrogarse y contrastar la información recibida y la perseverancia y flexibilidad en la aplicación de sus ideas.

(f) ***La evaluación sumativa***

Para la promoción y certificación, o en caso contrario a la repetición; esta forma de evaluación contrasta fuertemente con la evaluación diagnóstica y la formativa, ya que mientras en éstas se toma en cuenta el proceso de enseñanza – aprendizaje, el ritmo de aprendizaje de los(as) estudiantes con la finalidad de evitar errores y fracasos en un momento, en que todavía se pueden realizar actividades alternativas de recuperación y que hacen que la evaluación sea auténtica, la evaluación sumativa en un momento determinado certifica un nivel y puede prescribir una repetición.

## **V.10. Software educativo o software para la enseñanza**

### **V.10.1.¿Qué es?**

El software educativo es un software que ha sido diseñado específicamente para ser utilizado como material de apoyo a profesores(as), estudiantes y toda aquella persona que desea aprender sobre determinada área del conocimiento.

A riesgo de mencionar una trivialidad les diré que el software educativo o más específicamente el software para la educación en matemáticas involucra a tres grandes ciencias:

- La psicología, mediante un conocimiento no elemental de las ciencias cognitivas;
- Las matemáticas, mediante la creación de un adecuado dominio de conocimientos para cualquier tipo de sistema o programa y con la creación de algoritmos eficientes.
- La computación, como una ciencia que hace factible el instanciar la reunión de los dos mundos anteriores.

Esto que parece una obviedad no lo es, en evaluaciones recientes de software educativo se ha encontrado que la mayoría del software en el mercado tiene en general uno o dos de los atributos mencionados, pero relegan de manera importante a otro de ellos (Caftori & Paprzycki, 1997. p. 2). Por ejemplo podemos encontrar software con gran capacidad de manejo de imágenes y que en realidad constituye todo un portento de programación pero de una pobreza enorme en su capacidad de enseñar matemáticas. O bien software con intenciones didácticas pero de una pobreza en los algoritmos empleados que conlleva a errores conceptuales matemáticos.

#### **V.10.2. Importancia del software educativo**

El software educativo es muy importante ya que implementa una mediación pedagógica como lo es el computador, el cual permite el acceso al conocimiento académico de una manera mucho más rápida.

El desarrollo de un software educativo tiene como base el poder desarrollar herramientas que soporten efectivamente el proceso de enseñanza – aprendizaje. Es así como el uso de las nuevas tecnologías abre nuevas posibilidades de innovación y realización de diferentes modelos pedagógicos que junto con la intrepidez, curiosidad y motivación del maestro para con los estudiantes, se tiende a mejorar y cambiar de una forma positiva el proceso

educativo, que a su vez se encuentra vigente con las tendencias a nivel informático y computacional.

Los software educativos fueron pensados tanto en el maestro como para los estudiantes ya que se basa en un modelo de enseñanza-aprendizaje continuo donde el espacio donde por excelencia se desarrolla éste (el aula de clases) no queda reducido a cuatro paredes sino que utiliza una plataforma lo suficientemente amplia como para que no se interrumpa este proceso, el mundo.

De esta forma, además de la flexibilidad tanto física como horaria, nos encontramos con la facilidad y graduación del propio ritmo de aprendizaje, pues el estudiante tiene la autonomía para decidir cuándo y cómo desea hacerlo.

Es por esto que un buen desarrollo de un software educativo debe ir de la mano de una labor constante y motivacional por parte del maestro para que no caiga en la monotonía y sobretodo, que el proceso sea significativo.

## **V.11. Materiales didácticos**

### **V.11.1. ¿Qué son?**

Los materiales didácticos, también denominados auxiliares didácticos, cumplen un importante papel en el proceso de enseñanza aprendizaje. Son empleados por los docentes e instructores en la planeación didáctica de sus cursos, como vehículos y soportes para la transmisión de mensajes educativos.

Es un dispositivo instrumental que contiene un mensaje educativo, por lo cual el docente lo tiene a para llevar a cabo el proceso de enseñanza – aprendizaje.

## **V.11.2. Importancia de la utilización de materiales didácticos**

En general, la presencia de materiales didácticos en el aula o en la escuela, ejerce una positiva influencia en los aprendizajes de los(as) estudiantes por razones tales como las siguientes:

- Contribuye a la implementación de un ambiente letrado y numerado; es decir, a un entorno donde los(as) estudiantes acceden a materiales escritos, cuya cercanía y utilización los lleva a familiarizarse con las características del lenguaje escrito y con sus diversas formas de utilización.
- Permite que el profesor ofrezca situaciones de aprendizaje entretenidas y significativas para los(as) estudiantes, dado su carácter lúdico, desafiante y vinculado con su mundo natural.
- Contribuye a la participación activa y autónoma de los(as) estudiantes en sus propios procesos de aprendizaje, dado que los desafía a plantearse interrogantes, a hacer descubrimientos, a crear y anticipar situaciones, a efectuar nuevas exploraciones y abstracciones.
- Estimula la interacción entre pares y el desarrollo de habilidades sociales tales como establecer acuerdos para el funcionamiento en grupo, escuchar al otro, respetar turnos, compartir, integrar puntos de vista, tomar decisiones, saber ganar y perder, etc.
- Proporciona un acercamiento placentero y concreto hacia los aprendizajes de carácter abstracto, como es el caso del lenguaje escrito o de la matemática.

## **V.12. Recursos didácticos**

### **V.12.1.¿Qué es un Recurso Didáctico?**

Comenzaremos con una definición sencilla de recurso didáctico. Un recurso didáctico es cualquier material que se ha elaborado con la intención de facilitar al docente su función y a su vez la del estudiante. No olvidemos que los recursos didácticos deben utilizarse en un contexto educativo.

### **V.12.2.¿Qué funciones desarrollan los recursos didácticos?**

A continuación lo resumiremos en seis funciones:

1. Los recursos didácticos proporcionan información al estudiante.
2. Son una guía para los aprendizajes, ya que nos ayudan a organizar la información que queremos transmitir. De esta manera ofrecemos nuevos conocimientos al estudiante.
3. Nos ayudan a ejercitar las habilidades y también a desarrollarlas.
4. Los recursos didácticos despiertan la motivación, la impulsan y crean un interés hacia el contenido del mismo.
5. Evaluación. Los recursos didáctico nos permiten evaluar los conocimientos de los(as) estudiantes en cada momento, ya que normalmente suelen contener una serie de cuestiones sobre las que queremos que el estudiante reflexione.
6. Nos proporcionan un entorno para la expresión del estudiante. Como por ejemplo, rellenar una ficha mediante una conversación en la que el estudiante y el profesor o la profesora interactúan, etc.

### **V.12.3.Consejos prácticos para crear un recurso didáctico**

Debemos tener claras los siguientes aspectos:

1. Qué queremos enseñar al estudiante.
2. Explicaciones claras y sencillas. Realizaremos un desarrollo previo de las mismas y los ejemplos que vamos a aportar en cada momento.
3. La cercanía del recurso, es decir, que sea conocido y accesible para el estudiante.
4. Apariencia del recurso. Debe tener un aspecto agradable para el estudiante, por ejemplo añadir al texto un dibujo que le haga ver rápidamente el tema del que trata y así crear un estímulo atractivo para el estudiante.
5. Interacción del estudiante con el recurso. Qué el estudiante conozca el recurso y cómo va a manejarlo.

## **V.13. Juegos didácticos**

### **V.13.1.¿Qué son?**

El Juego Didáctico es una técnica participativa de la enseñanza encaminado a desarrollar en los estudiantes métodos de dirección y conducta correcta, estimulando así la disciplina con un adecuado nivel de decisión y autodeterminación; es decir, no sólo propicia la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades, sino que además contribuye al logro de la motivación por las asignaturas; o sea, constituye una forma de trabajo docente que brinda una gran variedad de procedimientos para el entrenamiento de los estudiantes en la toma de decisiones para la solución de diversas problemáticas.

El juego es una actividad, naturalmente feliz, que desarrolla integralmente la personalidad del hombre y en particular su capacidad creadora. Como actividad pedagógica tiene un marcado carácter didáctico y cumple con los elementos intelectuales, prácticos, comunicativos y valorativos de manera lúdica.

Para tener un criterio más profundo sobre el concepto de juego tomaremos uno de sus aspectos más importantes, su contribución al desarrollo de la capacidad creadora en los jugadores, toda vez que este influye directamente en sus componentes estructurales: intelectual – cognitivo, volitivo – conductual, afectivo – motivacional y las aptitudes.

### **V.13.2.Características de los juegos didácticos**

- Despiertan el interés hacia las asignaturas.
- Provocan la necesidad de adoptar decisiones.
- Crean en los estudiantes las habilidades del trabajo interrelacionado de colaboración mutua en el cumplimiento conjunto de tareas.
- Exigen la aplicación de los conocimientos adquiridos en las diferentes temáticas o asignaturas relacionadas con éste.

- Se utilizan para fortalecer y comprobar los conocimientos adquiridos en clases demostrativas y para el desarrollo de habilidades.
- Constituyen actividades pedagógicas dinámicas, con limitación en el tiempo y conjugación de variantes.
- Aceleran la adaptación de los estudiantes a los procesos sociales dinámicos de su vida.
- Rompen con los esquemas del aula, del papel autoritario e informador del profesor, ya que se liberan las potencialidades creativas de los(as) estudiantes.

### **V.13.3. Ventajas fundamentales de los juegos didácticos**

- Garantizan en el estudiante hábitos de elaboración colectiva de decisiones.
- Aumentan el interés de los estudiantes y su motivación por las asignaturas.
- Permiten comprobar el nivel de conocimiento alcanzado por los estudiantes, éstos rectifican las acciones erróneas y señalan las correctas.
- Permiten solucionar los problemas de correlación de las actividades de dirección y control de los profesores, así como el autocontrol colectivo de los estudiantes.
- Desarrollan habilidades generalizadas y capacidades en el orden práctico.
- Permiten la adquisición, ampliación, profundización e intercambio de conocimientos, combinando la teoría con la práctica de manera vivencial, activa y dinámica.
- Mejoran las relaciones interpersonales, la formación de hábitos de convivencia y hacen más amenas las clases.
- Aumentan el nivel de preparación independiente de los estudiantes y el profesor tiene la posibilidad de analizar, de una manera más minuciosa, la asimilación del contenido impartido.

## **VI. UNIDAD DIDÁCTICA: Divisibilidad en N**

El concepto de divisibilidad requiere dominar la multiplicación, división y potenciación de números naturales. Es fundamental dedicar el tiempo necesario a la práctica de la descomposición de un número en factores primos, aplicando los criterios de divisibilidad explicados y aprendiendo a distinguir entre números primos y compuestos.

El empleo de la técnica de descomposición en factores primos de un número dado nos permite obtener los múltiplos y divisores de dicho número. El cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números será el paso siguiente. Este proceso no resultará complicado, pues se trata de aplicar, paso a paso, cada uno de los conceptos vistos durante la unidad.

Todos los conceptos que se tratan en la unidad son de gran utilidad, ya que nos sirven para transmitir e interpretar informaciones relacionadas con el entorno: número de baldosas necesarias para enlosar una habitación; cómo repartir una cantidad de litros en recipientes de diferentes capacidades, etc.

Al resolver problemas de la vida real, los(as) estudiantes aplicarán de forma práctica los conceptos explicados en la unidad, por lo que es fundamental que los entiendan y practiquen.

Nuestra unidad didáctica la hemos desarrollado teniendo como base el programa de matemáticas de quinto grado de educación primaria. Hemos tomado en cuenta que tanto las competencias, contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales), estrategias metodológicas, recursos y/o materiales didácticos y la evaluación han de regular toda práctica docente.

Nuestra unidad didáctica la consideramos flexibles y abiertas a la diversidad de intereses y capacidades de los(as) estudiantes, permitiendo además su desarrollo y contextualización a las características del entorno del centro de estudio en donde se vaya a aplicar.

## VI.1. Propósitos

Analizar el propio proceso de aprendizaje para reforzar aciertos y detectar y corregir posibles problemas.

- Dotar a los(as) profesores(as) de una guía que contribuya a la mejora de la enseñanza – aprendizaje de la divisibilidad en N.
- Fomentar la motivación y la participación continua de los(as) estudiantes mediante la realización de actividades variadas en contextos reales. Estas actividades tendrán distintos niveles de dificultad ajustándose a las capacidades y ritmos de aprendizaje de los(as) estudiantes y se formularán desde las más formales y puramente numéricas hasta la resolución de problemas en contextos reales. Estas actividades tendrán además un carácter funcional, próximo a sus intereses y su entorno socioeconómico, esto nos permitirá la integración de los conocimientos y el desarrollo de las competencias.
- La selección de recursos y/o materiales didácticos en nuestra unidad didáctica responde a los criterios que tienen en cuenta el contexto educativo, las características de los(as) estudiantes y; sobre todo, que estén al servicio de las intenciones educativas que se persiguen. El uso adecuado de estos recursos y/o materiales didácticos nos permitirá:
  - ★ Consolidar aquellos contenidos que le resulten a los(as) estudiantes difíciles de asimilar.
  - ★ Ampliar y profundizar en temas de especial relevancia para el desarrollo de los contenidos.
  - ★ Practicar habilidades instrumentales ligadas a los contenidos.
  - ★ Enriquecer el conocimientos de aquellos contenidos sobre los que los(as) estudiantes muestran curiosidad e interés.
- La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual, que no puede tratarse de forma aislada, sino integrada en todas y cada una de las fases en que se desarrolle la enseñanza – aprendizaje de la divisibilidad. También debe considerarse como un recurso metodológico, transversal a todos los contenidos,

consistente en ejemplificar mediante una actividad concreta algún contenido específico.

## **VI.2. Competencias**

1. Identifica relaciones de divisibilidad entre números naturales y conocer los números primos.
2. Conoce los criterios de divisibilidad y los aplica en la descomposición de un número en factores primos.
3. Conoce los conceptos de máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números y dominar estrategias para su obtención.
4. Aplica los conocimientos relativos a la divisibilidad para resolver problemas.
5. Utiliza el razonamiento lógico para la resolución de problemas.
6. Representa situaciones cotidianas en base a un modelo matemático.
7. Analiza el propio proceso de aprendizaje para reforzar aciertos y detectar y corregir posibles problemas.
8. Elabora estrategias de cálculo más conveniente, calculadora, cálculo mental y algoritmos con lápiz y papel.
9. Mejora la capacidad de pensamiento reflexivo e incorpora al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático.
10. Manifiesta una actitud positiva ante la resolución de problemas y muestra confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
11. Valora las Matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual.
12. Aplica las competencias matemáticas adquiridas para analizar y comprender la realidad circundante y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

### **VI.3. Conocimientos previos**

Conscientes de la importancia vital que desde el aula se debe conceder a la exploración de los conocimientos previos de los(as) estudiantes, y el tiempo que se dedica a su recuerdo, tratamos de desarrollar al comienzo de la unidad, todos aquellos conceptos, procedimientos, etc., que se necesitan para la correcta comprensión de los contenidos posteriores. Este repaso de los conocimientos previos se plantea como resumen de lo estudiado en cursos o temas anteriores.

### **VI.4. Contenidos**

#### **VI.4.1. Contenidos conceptuales**

1. Relación de divisibilidad. Concepto.
2. Múltiplos y divisores de un número. Concepto. Propiedades.
3. Criterios de divisibilidad.
4. Números primos. Números compuestos.
5. Descomposición factorial.
6. Máximo común divisor. Definición. Notación.
7. Mínimo común múltiplo. Definición. Notación.

#### **VI.4.2. Contenidos procedimentales**

##### **La relación de divisibilidad**

- Identificación de números emparentados por la relación de divisibilidad.
- Determinación de la existencia, o no, de relación de divisibilidad entre dos números dados.

### **Múltiplos y divisores de un número**

- Estudio de si un número es múltiplo o divisor de otro.
- Obtención del conjunto de divisores de un número.
- Emparejamiento de elementos.
- Obtención de la serie ordenada de múltiplos de un número.
- Resolución de problemas de múltiplos y divisores.

### **Números primos y números compuestos**

- Identificación-memorización de los números primos menores que 50.
- Criterios de divisibilidad por 2, 3, 5 y 10.
- Elaboración de estrategias para averiguar si un número, de hasta 3 cifras, es primo o compuesto.
- Descomposición de un número en factores primos.

### **Máximo común divisor de dos o más números**

- Obtención del M.C.D. siguiendo procesos intuitivos o naturales.
- Obtención de los respectivos conjuntos de divisores.
- Selección, por intersección, de los divisores comunes.
- Selección del mayor divisor común.
- Obtención del M.C.D. aplicando el algoritmo óptimo, a partir de los factores primos.
- Resolución de problemas de M.C.D.

### **Mínimo común múltiplo de dos o más números**

- Obtención del M.C.M. siguiendo procesos intuitivos o naturales.
- Explicitación de la serie ordenada de múltiplos de cada número.
- Selección, por intersección, de los múltiplos comunes.
- Selección del menor múltiplo común.

- Aplicación del algoritmo óptimo para el cálculo del M.C.M. de dos o más números.
- Resolución de problemas de M.C.M.

#### **VI.4.3. Contenidos actitudinales**

- Interés por la investigación de las propiedades y las relaciones de divisibilidad.
- Interés por la elaboración de estrategias personales de cálculo mental y escrito.
- Valoración de la utilidad de la divisibilidad en la vida cotidiana.
- Análisis cuidadoso y moderado de las situaciones numéricas antes de tomar decisiones.
- Realización ordenada y sistemática de los problemas.
- Utilización de un lenguaje preciso para expresar los conocimientos adquiridos.
- Valoración del trabajo cooperativo en equipo.

#### **VI.5. Estrategias metodológicas**

Las estrategias metodológicas que hemos optado en nuestra unidad didáctica las hemos fundamentado en las características de la edad de los(as) estudiantes y la diversidad, propiciado aprendizajes integrados y funcionales y teniendo como referente la adquisición de las competencias propuestas. Hemos tenido en cuenta las competencias como elemento integrador y funcional. Facilitaremos la adquisición de aprendizajes significativos de forma que los nuevos contenidos se integren en sus esquemas de conocimientos.

Al momento de aplicar la unidad didáctica deben de tener en cuenta las siguientes estrategias:

- Explicar a los(as) estudiantes las competencias que se pretenden alcanzar, contenidos a desarrollar, actividades a realizar, formas de evaluación, etc., con el propósito de incentivarlos hacia el aprendizaje y la utilidad práctica de lo que se va a aprender.
- Utilizar conocimientos y experiencias previas para relacionarlos con los nuevos conocimientos, a través de preguntas orales, lluvia de ideas, discusión grupal, etc.

- Partir del nivel de desarrollo de los(as) estudiantes y de sus conocimientos previos para asegurar la construcción de aprendizajes significativos.
- Priorizar la funcionalidad de los aprendizajes; es decir, que las competencias y los que se adquieran en el salón de clase puedan ser utilizados en cualquier situación de la vida cotidiana.
- Motivar a los(as) estudiantes haciendo explícito la utilidad de los conocimientos, habilidades, destrezas, etc., que se proponen. También debemos enfocarla hacia el desarrollo de su autonomía y a la consideración positiva hacia el trabajo y esfuerzo personal mediante actividades realizables.
- Atender la diversidad de los(as) estudiantes utilizando todas las medidas metodológicas que sean necesarias (doble, agrupaciones flexibles, trabajo cooperativo, actividades secuenciadas según el grado de complejidad, actividades de evaluación, actividades individuales y colectivas, uso de las tecnologías de la información y de la comunicación, etc.) que favorezcan el aprendizaje de los(as) estudiantes.
- Integrar la resolución de problemas en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Desarrollar en los(as) estudiantes la habilidad para relacionar los aprendizajes con situaciones de la vida cotidiana.
- Diseñar las actividades de aprendizaje de tal modo que activen la curiosidad y el interés de los(as) estudiantes por cada uno de los contenidos a estudiar.

## **VI.6. Temporización**

Los contenidos referentes a divisibilidad lo desarrollaremos en 13 bloques de 90 minutos de duración. Debemos de tener presente que de acuerdo a las características de los(as) estudiantes y a la habilidad que tiene el profesor de enseñar, este tiempo es flexible y se podría emplear más de lo planificado.

La siguiente tabla muestra el tiempo que proponemos para el desarrollo de cada tema, sabiendo que el tiempo destinado es flexible.

No.	Tema	Tiempo probable (Bloque de 90 minutos)
1	Presentación de la unidad	1
2	Relación de divisibilidad.	1
3	Múltiplos y divisores de un número.	2
4	Números primos. Números compuestos.	1
5	Criterios de divisibilidad.	2
6	Descomposición factorial.	1
7	Máximo Común Divisor.	2
8	Mínimo Común Múltiplo.	2
9	Bingo de divisibilidad.	1
Total		13

#### **VI.7. Recursos y/o materiales didácticos**

La función de los materiales no es la de dar al profesorado las intenciones educativas, sino ayudarle a llevarlas a la práctica, así la selección de los materiales y recursos para nuestra unidad didáctica debe responder a criterios que tengan en cuenta el contexto educativo, las características de los(as) estudiantes y; sobre todo, que estén al servicio de esas intenciones educativas que se persiguen.

1. Papelógrafo.
2. Cartulina.
3. Marcadores.
4. Lápices de colores.
5. Tapas de gaseosas.
6. Calculadora.
7. Pega.

8. Tijeras.
9. Fichas.
10. Canicas.
11. Semillas.
12. Bolsas plásticas.
13. Pelota de tenis.
14. Computadora.
15. Libros.
16. Software Educativo: ESO1.
17. Internet.
18. Actividades resueltas y pruebas escritas y con las correspondientes explicaciones.
19. Ocasionalmente material de dibujo.
20. Cuaderno personal y exclusivo de la asignatura.

#### **VI.8. Evaluación**

Entendemos la evaluación como un proceso integral, en el que se contemplan diversas dimensiones o vertientes: análisis del proceso de aprendizaje de los(as) estudiantes, análisis del proceso de enseñanza y de la práctica docente, y análisis del propio currículo.

La evaluación es un componente primordial en todo proceso de enseñanza – aprendizaje porque a través de ella podemos conocer:

- El nivel de progreso del estudiante, con relación a las competencias propuestas.
- La adecuación del proceso de enseñanza – aprendizaje así como la de los recursos y/o materiales didácticos utilizados.
- La necesidad de modificar nuestra enseñanza – aprendizaje cuando comprobemos que su efectividad no es la esperada.

La evaluación no debe estar sujeta únicamente a la comprobación del grado de adquisición de los conceptos por parte de los(as) estudiantes sino que debe abarcar los tres aspectos inseparables de este proceso educativo, como son conceptos, procedimientos y actitudes.

Cada uno de estos apartados se evaluará a través de la recogida de información diaria y continua sobre el trabajo, la motivación y el esfuerzo personal de los(as) estudiantes.

### **VI.8.1. Aspectos a evaluar**

- El progreso del estudiante.
- La adecuación del proceso educativo.
- La eficacia de los recursos y/o materiales didácticos.
- La necesidad de modificación del proceso enseñanza – aprendizaje.
- Contenidos conceptuales.
- Contenidos procedimentales.
- Contenidos actitudinales.

### **VI.8.2. Etapas de la evaluación**

#### **(a) *Evaluación inicial***

Proporciona datos acerca del punto de partida de cada estudiante, proporcionando una primera fuente de información sobre los conocimientos previos y características personales, que permiten una atención a las diferencias individuales y una metodología adecuada.

Se realizará una prueba diagnóstica (Ver Anexo No. 3) con el propósito de detectar cuáles son los conocimientos previos que poseen los/as estudiantes. Se detectarán dificultades de aprendizaje, de adaptación social así como a los/as estudiantes con elevadas capacidades, que no debe caer en el olvido o frenar su ritmo para acomodarse al del resto de la clase.

**(b) *Evaluación formativa***

Concede importancia a la evolución a lo largo del proceso, confiriendo una visión de las dificultades y progresos de cada caso.

Para que sea realmente útil, la evaluación ha de proporcionar retroalimentación en todo el proceso de aprendizaje, pero también en el proceso de enseñanza.

Con naturaleza de seguimiento constante y personalizado, será un punto de partida para retomar algunas técnicas que propicien la motivación para la atención individualizada, establecer actividades que se desarrollen a través del trabajo colectivo y la modificación de estrategias didácticas.

**(c) *Evaluación sumativa***

Realizamos la evaluación sumativa, para la que tendremos en cuenta las observaciones de clase y una prueba escrita que realizaremos en la última sesión.

Esta prueba escrita constará de diversos acápites en las que el estudiante puede poner de manifiesto si ha superado los criterios de evaluación. Se realiza al final de cada corte o período educativo, da lugar a tomar decisiones para la promoción y certificación, o en caso contrario a la repetición; esta forma de evaluación contrasta fuertemente con la evaluación diagnóstica y la formativa, ya que mientras en éstas se toma en cuenta el proceso de enseñanza – aprendizaje, el ritmo de aprendizaje de los/as estudiantes con la finalidad de evitar errores y fracasos en un momento, en que todavía se pueden realizar actividades alternativas de recuperación y que hacen que la evaluación sea auténtica, la evaluación sumativa en un momento determinado certifica un nivel y puede prescribir una repetición. Se realizará una prueba final (Ver Anexo No. 5) para constatar el logro de los aprendizajes de los/as estudiantes.

### VI.8.3. Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación son el referente fundamental para valorar tanto el grado de adquisición de las competencias. Nos hemos formulado los siguientes criterios:

1. Reconoce si un número es múltiplo o divisor de otro.
2. Obtiene los divisores de un número.
3. Inicia la serie de múltiplos de un número.
4. Identifica los números primos menores que 30 y justifica por qué lo son.
5. Identifica mentalmente en un conjunto de números los múltiplos de 2, de 3, de 5 y de 10.
6. Descompone números en factores primos.
7. Obtiene el M.C.D. o el M.C.M. de dos números en casos muy sencillos, mediante el cálculo mental, o a partir de la intersección de sus respectivas colecciones de divisores o múltiplos (método artesanal).
8. Obtiene el M.C.D. y el M.C.M. de dos o más números mediante su descomposición en factores primos.
9. Resuelve problemas en los que se requiere aplicar los conceptos de múltiplo y divisor.
10. Resuelve problemas en los que se requiere aplicar el concepto de máximo común divisor.
11. Resuelve problemas en los que se requiere aplicar el concepto de mínimo común múltiplo.
12. Utiliza estrategias y técnicas simples de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más sencillo y comprobar la solución obtenida.
13. Expresa, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución de un problema sencillo.

#### **VI.8.4. Procedimientos e instrumentos de evaluación**

Para llevar a cabo la evaluación es necesario poner atención a la forma de obtener y seleccionar la información relevante, por lo que debemos tener presentes los procedimientos e instrumentos de evaluación que vamos a utilizar, así como unos criterios establecidos que nos regule este proceso.

Los procedimientos de evaluación que utilizaremos en nuestra unidad didáctica son:

1. Observación directa y sistemática. Nos permite observar y valorar en los(as) estudiantes: la participación en las actividades cotidianas del aula, la interacción y el trabajo en equipo, los hábitos escolares, la actitud ante la búsqueda de información, el dominio de los contenidos procedimentales, etc.
2. Análisis de tareas y de la producción de los(as) estudiantes. Se efectúa mediante un plan permanente, con registro continuo de datos sobre la realización de las actividades y los aprendizajes adquiridos. Es un procedimiento clave para identificar la situación individual de cada estudiante y sus particularidades.
3. Autoevaluación. Se propone que los(as) estudiantes tengan la capacidad para expresar sus criterios y opiniones sobre las facilidades o dificultades encontradas en el aprendizaje de los contenidos, sobre los aspectos que les atraen o que no les haya gustado.
4. Coevaluación. Está enfocado hacia la constante retroalimentación que nos facilita el diálogo con los(as) estudiantes sobre sus necesidades de ayuda, sobre su participación e implicación, sobre la asistencia que le prestamos, entre otros aspectos.
5. Intercambios orales y pruebas específicas. Nos permiten identificar los conocimientos, los contenidos actitudinales y las capacidades. Son de gran utilidad para valorar la adquisición de las capacidades cognitivas y de los contenidos procedimentales.

En cuanto a los contenidos actitudinales, más difíciles de evaluar, se hará a través de la observación de los(as) estudiantes. Se tendrá en cuenta la participación positiva o negativa, su pasividad, la asistencia a clase, el mantenimiento de actitudes de respeto a la asignatura, hacia sus compañeros y compañeras y hacia el profesorado.

Los instrumentos mediante los que se va a obtener la información serán:

- Se realizarán preguntas orales a lo largo del desarrollo de las clases que serán plasmadas en notas y observaciones.
- Se propondrán ejercicios, problemas u otro tipo de cuestiones, para realizar en clase o en casa, unos obligatorios y otros voluntarios, que serán corregidos por el profesor para detectar posibles errores.
- Algunos contenidos serán tratados a través de distintas herramientas informáticas que también permitirán recoger información relevante.
- Una guía de observación (Véase Anexo No. 4) que nos permitirá evaluar las competencias implicada en el aprendizaje de la divisibilidad, m.c.d. y m.c.m.
- Se realizará una prueba final (Ver Anexo No. 5) para constatar el logro de los aprendizajes de los(as) estudiantes.

## VI.9. Planes de clases

### Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del profesor o la profesora:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

#### Indicadores de logros

1. Reconoce la importancia de la divisibilidad.
2. Comprende el significado de las operaciones de multiplicación y división.
3. Identifica los elementos de la multiplicación y la división.

#### Tema

Presentación de la unidad

#### Actividades de Iniciación

A. Exposición del profesor.

Desde hace mucho tiempo, el hombre se ha visto ante la necesidad de tener que repartir cantidades de cosas entre personas, dándole a cada una el mismo número de unidades.

A través de la práctica el hombre descubrió que este problema a veces sí tenía solución y a veces no. Este hecho hizo que se estudiase que relación se encontraba entre los números en los que este problema sí tenía solución y los números en los que no. De esta forma comenzó a estudiarse la divisibilidad.

Por medio de la relación de divisibilidad vas a estudiar la relación entre dos números cuando uno de ellos contiene al otro un número exacto de veces.

Los números 36 y 12 están relacionados por la divisibilidad, ya que el primer número contiene exactamente tres veces al segundo.

Otras situaciones relacionadas por la divisibilidad pueden ser:

- El reparto de dinero o de cosas cualesquiera, cuando queremos que a todos alcance lo mismo.
- Ordenar personas, mesas, coches, etc. en filas de igual número.
- Cuando queremos saber en qué día de la semana cae un cumpleaños u otra fiesta, contamos de 7 en 7 desde el día en que nos encontramos.
- Cuando pedimos una pizza entre varios amigos.
- Para saber a qué hora llegará el próximo autobús, sabiendo que pasa cada 10, 15, 20, . . . minutos.

Estas situaciones numéricas se han estudiado desde siempre. Los indios ya sabían hace más de 2 000 años, sin hacer la división, cuando un número iba a dar exacto al dividirlo por 3 o por 9.

### **Actividades de Desarrollo**

Antes de dar inicio al desarrollo de cada uno de los contenidos planteados en nuestra unidad didáctica nos resulta importante recordar las operaciones de multiplicación y división.

#### **A. Multiplicación.**

Orientar a los(as) estudiantes a que resuelvan las siguientes situaciones.

1. Esteban tiene cuatro cajas de chocolates conteniendo cada uno 8 barras. ¿Cuántas barras de chocolate hay en total?

Solución

Los(as) estudiantes plantearán una situación de suma reiterada para su resolución:

$$8 + 8 + 8 + 8 = 32 \text{ (chocolates)}$$

4 veces 8 es 32

$$4 \times 8 = 32$$

donde 4 representa la cantidad de cajas y 8 el total de chocolates que hay en cada caja.

Realizar las siguientes preguntas a los(as) estudiantes:

(a) ¿Quién es el multiplicador? ¿Qué indica?

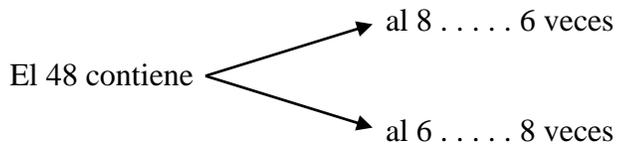
(b) ¿Quién es el multiplicando? ¿Qué indica?

Resumen:

Multiplicar es hacer un número tantas veces mayor como indica otro. Por ejemplo,

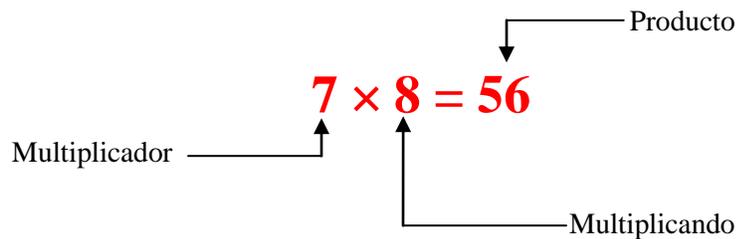
$6 \times 8$  indica que hacemos 6 veces más grande al 8

6 ocho es como 4 doce, o como 12 cuatro. Esto es 48



Esta operación se llama multiplicación, que es el cálculo para encontrar la cantidad total cuando los grupos tienen la misma cantidad de elementos.

Elementos de la multiplicación:



Multiplicador: Número de veces que se multiplica.

Multiplicando: Indica el número que se multiplica.

Producto: Resultado.

## B. División

La división es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número (el divisor) está contenido en otro número (el dividendo). La división es una operación matemática, específicamente, de aritmética elemental, inversa de la multiplicación y puede considerarse también como una resta repetida.

Según su resto, las divisiones se clasifican como exactas si su resto es cero ó inexactas cuando no lo es.

Al resultado entero de la división se denomina cociente y si la división no es exacta, es decir, el divisor no está contenido un número exacto de veces en el dividendo, la operación tendrá un resto o residuo, donde:

$$\begin{array}{r|l} \text{Dividendo} & \text{Divisor} \\ \hline \text{Resto} & \text{Cociente} \end{array}$$

Que también puede expresarse:

$$\text{dividendo} = \text{cociente} \times \text{divisor} + \text{resto}$$

Por medio de la operación de dividir podemos saber si un número está dentro de otro un número exacto de veces.

### Ejemplo

En todos los juegos deportivos se hacen equipos con igual número de jugadores:

Fútbol (11); Baloncesto (5); Balonmano (6); Volley Ball (6); . . .

Realizar la siguiente pregunta:

Si quisieras hacer equipos con los chicos y chicas de tu clase, ¿podrías formar equipos de cada uno de esos deportes?

## **Actividades de Culminación**

Orientar a los(as) estudiantes a que resuelvan la siguiente situación:

Suponiendo que una clase tenga 30 estudiantes, ¿cuántos equipos y de cuántos jugadores cada uno se pueden hacer? Haz una tabla relacionando todas las posibilidades

## **Evaluación**

1. Verificar las habilidades adquiridas por los(as) estudiantes para resolver las situaciones planteadas.
2. Valorar la participación de cada uno de las niñas y los niños en el desarrollo de las actividades.
3. Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del profesor o la profesora:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Reconoce la importancia de la divisibilidad.
2. Comprende la relación de divisibilidad.
3. Determina si pares de números naturales tienen la relación de divisibilidad.

### Tema

Relación de divisibilidad.

### Actividades de Iniciación

Seleccione a estudiantes al azar para que respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué estudia la divisibilidad?
2. Nombre tres situaciones que estén relacionadas por la divisibilidad.

### Actividades de Desarrollo

Las actividades estarán orientadas por el profesor. La situación 1 se hará haciendo uso del software Power Point.

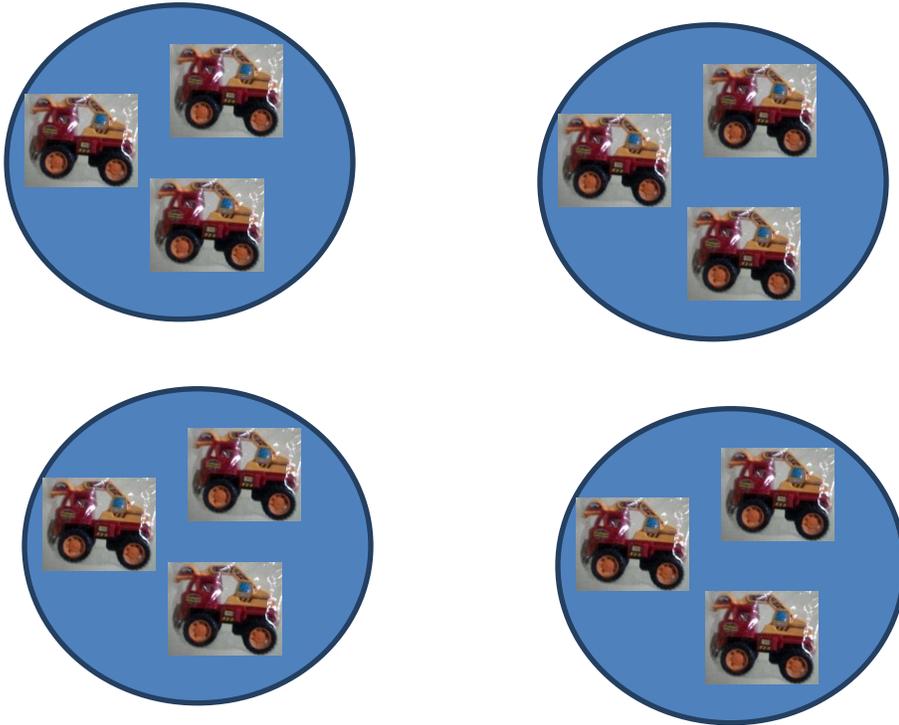
Situación 1.

Tenemos 12 camiones.



Y lo queremos colocar en cuatro círculos de manera que cada círculo tengan el mismo número de camiones.

El procedimiento que utilizamos es ir colocando en cada círculo un camión hasta agotar el total de camiones. Entonces,



Observe que al ir colocando camiones en cada círculo no sobra ninguno. Cada círculo tiene el mismo número de camiones.

Otra manera de distribuir los camiones en los cuatro círculos es dividiendo el total de camiones entre el total de círculo, y nos resulta:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ 0 & 3 \end{array}$$

Observe que la división es exacta, y diremos que:

12 contiene 3 veces a 4

También diremos que:

4 cabe 3 veces en 12

En este caso, diremos que 12 y 4 están emparentados por la relación de divisibilidad o que 12 y 4 tienen la relación de divisibilidad o 12 es divisible por 4

En base a lo anterior podemos afirmar:

“Llamamos **relación de divisibilidad** a la que se establece entre dos números cuando uno de ellos contiene al otro un número exacto de veces”

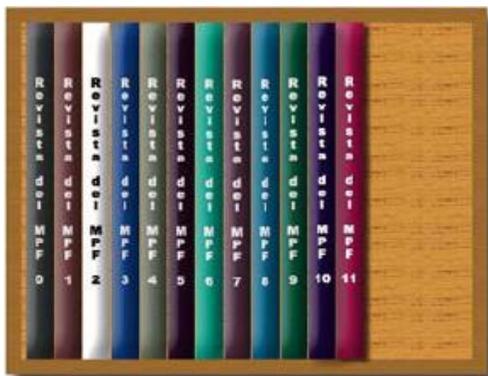
También

“Si al dividir dos números, se obtiene un cociente exacto, podemos decir que entre esos números hay **una relación de divisibilidad**”

Situación 2.

Se quieren colocar libros de 2 cm de grueso en una estantería cuya longitud es de 32 cm. Si en la estantería ya hemos colocado 12 libros, ¿cuántos libros hacen falta por colocar?

La siguiente ilustración muestra la situación descrita.



Dividimos la longitud de la estantería entre el ancho de los libros para determinar cuántos libros caben.

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ \hline 0 & 16 \end{array}$$

La división nos indica que caben 16 libros y como ya se han colocado 12 libros hacen falta colocar cuatro libros en la estantería.

De la situación 2 podemos afirmar:

“El 32 contiene 16 veces a 2, o bien, 32 es divisible por 2”

“El 32 contiene 2 veces a 16, o bien, 32 es divisible por 16”

Situación 3.

La biblioteca del colegio dispone de mesas con cuatro sillas cada una. El profesor o la profesora que imparte español en quinto grado lo lleva a la biblioteca a que investiguen un determinado tema. ¿Caben sentados todos los(as) estudiantes de quinto grado sabiendo que hay un total de 31 estudiantes?

Solución

Dividimos 31 entre 4:

$$\begin{array}{r|l} 31 & 4 \\ 3 & 7 \\ \hline & \end{array}$$

Se obtiene 7 de cociente y 3 de resto. No es una división exacta. Por lo que, 31 no es divisible por 4, o bien, 31 no contiene un número exacto de veces al 4. En conclusión, no caben sentados todos los(as) estudiantes de quinto grado.

### Actividades de Culminación

- Indica si los siguientes pares de números están emparentados por la relación de divisibilidad. Justifique su respuesta.  
(a) 40 y 8                      (b) 75 y 3                      (c) 68 y 5                      (d) 124 y 4  
(e) 256 y 7                      (f) 345 y 16
- Escribe varias parejas de números relacionados por la divisibilidad.
- Señala algunas situaciones de la realidad en las que encuentres relación de divisibilidad.

### Evaluación

- Verificar las habilidades adquiridas por los(as) estudiantes para determinar si dos cantidades están emparentados con la relación de divisibilidad.
- Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
- Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

### Actividad de Consolidación

Los siguientes ejercicios se plantean para ser resueltos en casa y serán entregados en la siguiente sesión de clase.

1. Determina si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:
  - (a) 294 y 14
  - (b) 115 y 15
  - (c) 360 y 15
  - (d) 561 y 17
2. ¿Verdadero o falso?
  - (a) 25 está contenido exactamente 6 veces en 150.
  - (b) 12 está contenido exactamente 3 veces en 36.
  - (c) 36 es divisible entre 12.
3. Si están jugando 132 futbolistas en distintos campos y sabemos que cada equipo tiene 11 jugadores. ¿Cuántos equipos están jugando?

## Plan de Clase

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del profesor o la profesora:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Relacione el concepto de múltiplo con la operación de multiplicación de números naturales.
2. Identifica la relación “. . . es múltiplo de . . .”
3. Conoce y calcula los múltiplos de un número natural.

### Tema

Múltiplos de un número natural.

### Actividades de Iniciación

El profesor seleccionará tres estudiantes al azar para que respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Es posible repartir 15 manzanas entre 4 personas sin que sobre ninguna? ¿Existe entre esos números una relación de divisibilidad?
2. ¿En qué consiste la relación de divisibilidad?
3. ¿Por qué decimos que 35 y 7 están emparentados con la relación de divisibilidad?
4. Si tengo 4 cajas de chocolates y cada caja contiene 7 chocolates. ¿Qué números están emparentados con la relación de divisibilidad?

## Actividades de Desarrollo

1. Discuta y analicen el siguiente problema:

Un automóvil por cada 25 km recorrido consume un galón de combustible. ¿Cuántos galones consumió si recorrió 600 km? ¿Están emparentados con la relación de divisibilidad los números 600 y 25? ¿Por qué?

En conclusión,

“Si dos números están emparentados con la relación de divisibilidad decimos que el número mayor es múltiplo del menor, y el menor es divisor del mayor”.

Estos dos conceptos nuevos (múltiplo y divisor) que están relacionados entre sí serán estudiados a continuación. Iniciaremos, estudiando la relación de “. . . es múltiplo de . . . “

Analicemos las siguientes situaciones para comprender y obtener los múltiplos de un número natural.

2. Una rana recorre una distancia en saltos 2 metros. ¿Cuánta distancia recorre la rana?

La situación planteada la podemos ilustrar en el siguiente dibujo.



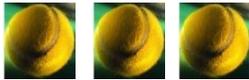
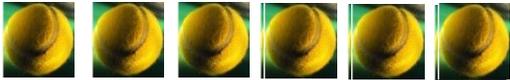
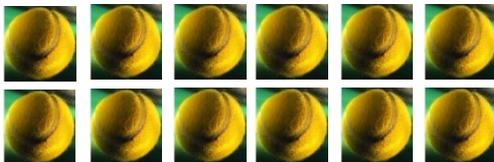
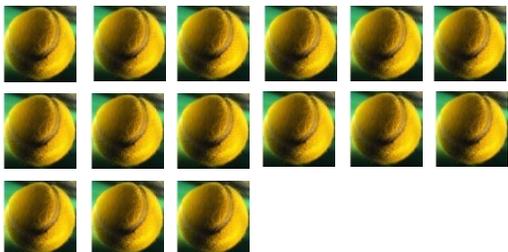
En base a la ilustración, responda los siguientes:

- (a) ¿Qué distancia recorrió la rana al saltar una vez?
- (b) ¿Qué distancia recorrió la rana al saltar dos veces?
- (c) ¿Qué distancia recorrió la rana al saltar tres veces?
- (d) ¿Qué distancia recorrió la rana al saltar cuatro veces?
- (e) ¿Qué distancia recorrió la rana al saltar quince veces?

Las distancias recorrida por la rana 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, etc., se obtienen de multiplicar cada número natural por 2. A esos números se le llaman múltiplos de 2.

3. En una tienda de deportes las pelotas de tenis se venden en botes de 3 unidades.  
¿Cuántas pelotas puedo comprar?

Podemos comprar:

Total de pelotas	Operación	Imagen
3 pelotas	$3 \times 1 = 3$	
6 pelotas	$3 \times 2 = 6$	
9 pelotas	$3 \times 3 = 9$	
12 pelotas	$3 \times 4 = 12$	
15 pelotas	$3 \times 5 = 15$	

Observemos que el total de pelota de tenis lo obtuvimos multiplicando por 1, 2, 3, 4, 5, etc.  
Al total de pelotas de tenis 3, 6, 9 12, 15, ... se le dice múltiplos de 3.

En base al análisis de las situaciones 2 y 3, concluimos:

1. Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5... es decir, por los números naturales.
2. Un número que es múltiplo de 2 se llama **par**; si no es múltiplo de 2 se llama **impar**.
3. Cualquier número es múltiplo de él mismo y de la unidad
4. Un número puede tener tanto múltiplos como se quiera.

La siguiente tabla muestra algunos múltiplos de los números naturales 4, 5, 6 y 7..

	$\times 1$	$\times 2$	$\times 3$	$\times 4$	$\times 5$	$\times 6$	$\times 7$	$\times 8$	$\times 9$	$\times 10$
Múltiplos de 4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Múltiplos de 5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Múltiplos de 6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
Múltiplos de 7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70

### Actividades de Culminación

1. ¿Cuándo podemos decir que un número es múltiplo de otro?
2. ¿Cuántos múltiplos tiene un número natural?
3. Halle los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 130.
4. María tiene 52 caramelos y quiere guardarlos en cajas para regalarlos. Cada caja tiene que tener el mismo número de caramelos. ¿Cuántos caramelos puede meter en cada una de las cajas?
5. Justifica la siguiente afirmación:
  - (a) Todo número es múltiplo de sí mismo.
  - (b) El cero (0) es múltiplo de cualquier número natural.

### Evaluación

1. Verificar las habilidades adquiridas por los(as) estudiantes para obtener algunos múltiplos de un número natural.
2. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
3. Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

### Actividad de Consolidación

Los siguientes ejercicios se plantean para ser resueltos en casa y serán entregados en la siguiente sesión de clase.

1. En la clase de Educación Física hay 24 estudiantes. ¿De cuántas maneras se podrán formar grupos iguales de estudiantes sin que sobre ninguno? Razona tu respuesta.

2. Juan acude a unos grandes almacenes y observa que algunos artículos se venden de la siguiente forma.
- Las cintas de vídeo en paquetes de 3 unidades.
  - Los lápices en bolsas de 6 unidades.
  - Los discos compactos (CD) en grupos de 10 unidades.
- ¿Cuántas unidades de cada artículo podríamos comprar?
3. Escribe los números que sean:
- (a) Múltiplos de 3 menores que 36.
  - (b) Múltiplos de 4 menores que 60.
  - (c) Múltiplos de 100 menores que 1.000.
  - (d) Múltiplos de 7 que estén comprendidos entre 30 y 90.

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del profesor o la profesora:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Relacione el concepto de divisor con la operación de división de números naturales.
2. Identifica la relación “. . . es divisor de . . .”
3. Conoce y calcula los divisores de un número natural.

### Tema

Divisores de un número natural.

### Actividades de Iniciación

1. Explica que son los múltiplos de un número y como obtenerlos.
2. Resuelve: Si están jugando 132 futbolistas en distintos campos y sabemos que cada equipo tiene 11 jugadores. ¿Cuántos equipos están jugando?

### Actividades de Desarrollo

Discutan y analicen las siguientes situaciones:

1. ¿De qué forma pueden empaquetar 12 peluches de oso sin que sobre ninguno?

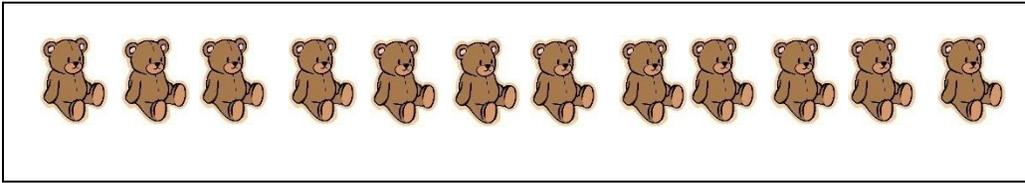
Solución

Se pueden agrupar los 12 peluches de seis formas diferentes.

- (a) En un grupo.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 1 \\ \hline 0 & 12 \end{array}$$

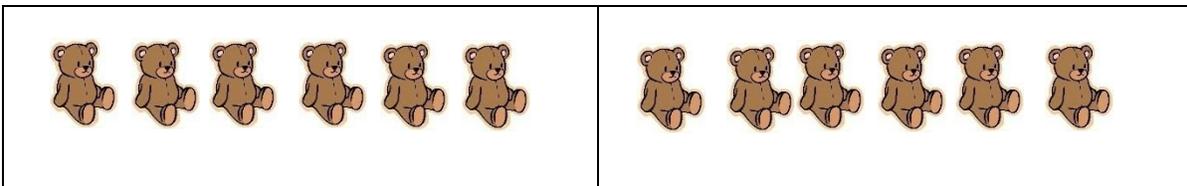
1 grupo de 12 peluches.



(b) En dos grupos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

Dos grupos de seis peluches.



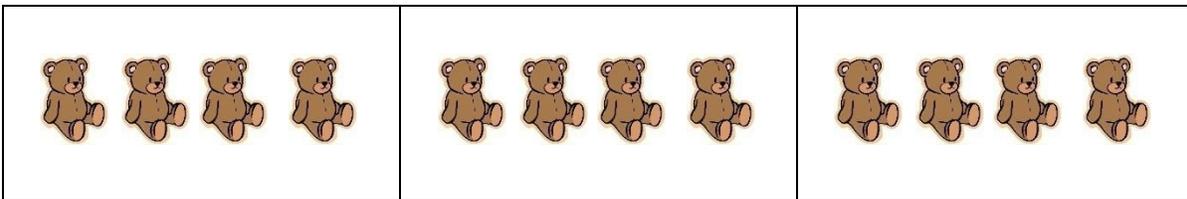
(c) En tres grupos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

Tres grupos de cuatro peluches.

(d) En cuatro grupos.

Cuatro grupos de tres peluches.

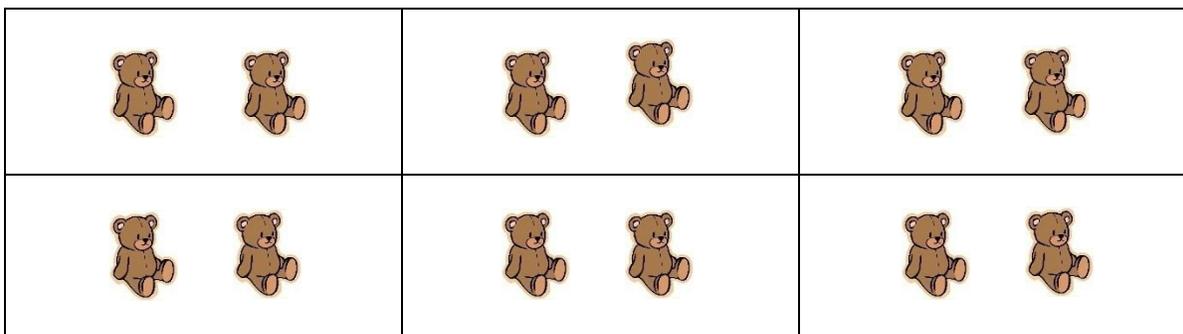


$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

(e) En seis grupos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 6 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

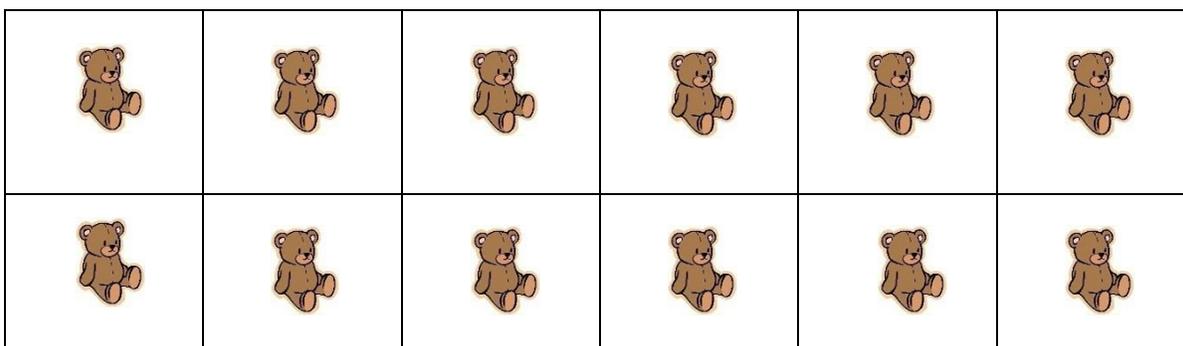
Seis grupos de dos peluches.



(f) En doce grupos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 12 \\ 0 & 1 \end{array}$$

Doce grupos de un peluche.



Para agrupar los peluches, podemos utilizar grupos de 1, 2, 3, 4, 6 y 12 peluches. Estos números son los que dividen a 12 en un número exacto de veces. Es decir, la división de 12 entre cada uno de esos números es exacta.

Por ejemplo, no puedo formar cinco grupo de peluches, ya que la división de 12 entre 5 no es exacta. Esto es,

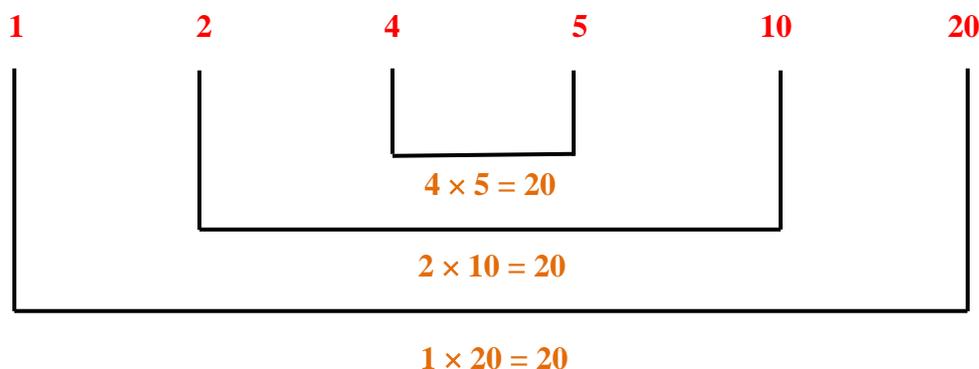
$$\begin{array}{r|l} 12 & 5 \\ 2 & 2 \end{array}$$

Los números que dividen a un número dado un número exacto de veces se le llaman **divisores** de ese número.

Los **divisores** de un número son aquellos que lo dividen y dan residuo cero. O bien, Los números que hacen que la división sea exacta son sus divisores.

Para buscar divisores de un número, lo vamos dividiendo por otros menores que él, empezando por el 2, hasta llegar al propio número. Siempre que la división sea exacta, el divisor y el cociente son divisores de ese número.

Otra forma de obtener los divisores de un número es buscando parejas de números que al multiplicarse de lugar al número del que queremos conocer los divisores:



Los divisores de 20 son 1, 2, 4, 5, 10 y 20.

Para calcular todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él.

Notemos que:

- El 1 es divisor de todos los números.
- Todo número es divisor de sí mismo.

### Actividades de Culminación

Resolver en grupo:

1. En la clase de Educación Física hay 24 estudiantes. ¿De cuántas maneras podrá formar el profesor grupos iguales de estudiantes sin que sobre ninguno? Razona tu respuesta.
2. Quiero guardar 18 lapiceros en bolsas, de modo que cada una de ellas contenga la misma cantidad de lapiceros sin que sobre ninguno. Tengo que ordenarlos y agruparlos de las siguientes maneras.

### **Evaluación**

1. Verificar las habilidades adquiridas por los(as) estudiantes para obtener los divisores de un número natural.
2. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
3. Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

### **Actividades de Consolidación**

Los siguientes ejercicios se plantean para ser resueltos en casa y serán entregados en la siguiente sesión de clase.

1. Busca las distintas soluciones: Tenemos 52 caramelos y queremos guardarlos en cajas para venderlos. Cada caja tiene que tener el mismo número de caramelos.  
¿Cuántos caramelos puedo meter en cada una de las cajas?
2. ¿Es el número 32 divisor de 160? Justifica tu respuesta.
3. Nombra algunos números que tengan:
  - (a) Dos divisores.
  - (b) Tres divisores.
  - (c) Cuatro divisores.

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del profesor:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logro

1. Obtiene múltiplos y divisores de un número.
2. Utiliza el juego didáctico como alternativa para mejorar su aprendizaje.

### Tema

Ejercicios de múltiplos y divisores.

### Actividades de Iniciación

Rememorar los conceptos que utilizaremos en la resolución de ejercicios.

1. Concepto de múltiplo y divisor.
2. Procedimientos para obtener múltiplos y divisores de un número natural.

### Actividades de Desarrollo

- I. Dados los números 15, 10, 1, 25, 5, 8, 20, 45, 2, 12, indica cuáles son:
  - (a) Divisores de 50.
  - (b) Múltiplos de 3.
- II. Elija la respuesta o respuestas correctas para cada pregunta.
  1. Señala cuál de los siguientes números no es divisor de 90.
    - (a) 30
    - (b) 15
    - (c) 10
    - (d) 4
    - (e) 2

2. Juana quiere empaquetar 32 libros en cajas iguales sin que sobre ninguno.  
¿Cuáles de estas formas son posibles?
- (a) En cajas de 2 libros cada una.
  - (b) En cajas de 5 libros cada una.
  - (c) En cajas de 8 libros cada una.
  - (d) En cajas de 3 libros cada una.
  - (e) En cajas de 6 libros cada una.
3. ¿Es posible escribir todos los múltiplos de un número?
- (a) No, porque sería muy cansado multiplicar un número por todos los números naturales.
  - (b) Si, basta con multiplicar el número por los números naturales.
  - (c) No, es imposible porque son infinitos.

III. Escribe un número que sea a la vez múltiplo y divisor de 32.

IV. Calcula mentalmente.

- (a) Tres números contenidos una cantidad exacta de veces en 64.
- (b) Tres números que contengan a 15 una cantidad exacta de veces.

V. Escribe.

- (a) Todos los pares de números cuyo producto es 50.
- (b) Todos los divisores de 50.

## Actividades de Culminación

### Juego

#### Cálculo mental de múltiplos y divisores

Este juego lo realizarán en grupo de tres estudiantes. Las instrucciones del juego se aplican a cada grupo de estudiantes.

Indicador de logro:

Calcula mentalmente múltiplos y divisores.

Materiales

1. Tablas numeradas del 1 al 40 (Tabla 1).
2. Tablas numeradas del 1 al 60 (Tabla 2).
3. Fichas, tapas de botellas de gaseosas, maíz o trocitos de papel.

Reglas del juego

1. El primer jugador escoge de la tabla un número que sea par y mayor que 20 y lo tapa con un trocito de papel.
2. Turnándose, cada jugador elige un número, que sea múltiplo o divisor del anterior y que no haya sido escogido anteriormente, poniendo un trozo de papel sobre ese número.
3. Si no puedes “adjudicarte” un número, has perdido.
4. Se juega otra partida, con el mismo tablero o con otro.
5. ¿Hay números “ganadores” (quien los escoge, si sabe jugar, gana) y números “perdedores”?
6. ¿Hay una estrategia para ganar siempre?

Tabla 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>
<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>


Tabla 2

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>
<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>
<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>
<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>
<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>
<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>	<b>60</b>


## **Evaluación**

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización de las actividades orientadas.
2. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en la resolución de ejercicios.

## **Actividades de Consolidación**

- Resolverlo en casa y entregarlo en la próxima sesión de clase.  
Queremos distribuir el agua de un recipiente de 12 litros en envases que contengan el mismo número de litros (1 litro, 2 litros, 3 litros, . . . ).  
(a) ¿Qué capacidades tendrán los recipientes?  
(b) ¿Cuántos necesitará en cada caso?
- Para consolidar los conocimientos de múltiplos y divisores de un número natural visite las siguientes páginas web:
  - [www.gobiernodecanarias.org/educacion/.../eltanque](http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/.../eltanque)
  - <http://www.iec-mate.blogspot.com/>
  - [http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo\\_mate/multiplosydivisores/multiplosydivisores\\_p.html](http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/multiplosydivisores_p.html)

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Identifica números primos y números compuestos.
2. Construye la criba de Eratóstenes.

### Tema

1. Números primos.
2. Números compuestos.

### Actividades de Iniciación

Realizar las siguientes preguntas las cuales serán contestadas por estudiantes elegidos al azar.

1. ¿Cuándo un número es divisible por otro?
2. ¿Cuándo un número natural es par?
3. ¿Cuándo un número natural es impar?

### Actividades de Desarrollo

Discutir y resolver las siguientes situaciones:

1. Durante el recreo los cinco estudiantes de quinto grado pertenecientes al equipo de baloncesto quieren hacer grupos iguales para ensayar nuevas jugadas. ¿De qué manera se pueden agrupar?

Solución

Para averiguarlo calculamos los divisores de 5. Para ello, efectuamos las siguientes divisiones entre 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente.

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{)1} \\
 0 \ 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \overline{)2} \\
 1 \ 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \overline{)3} \\
 2 \ 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \overline{)4} \\
 1 \ 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \overline{)5} \\
 0 \ 1
 \end{array}$$

Entonces, pueden formar sólo grupos de 1 y de 5. Por lo que, el número 5 sólo tiene como divisores a 1 y a 5.

Entonces, podemos afirmar que:

“Los números naturales mayores que 1 que sólo tienen dos divisores, el 1 y el mismo número, se llaman **números primos**”.

Luego, el cinco es un número primo.

Qué ocurre si agregamos a un compañero de clase. Para averiguarlo calculamos los divisores de 6. Entonces,

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{)1} \\
 0 \ 6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{)2} \\
 0 \ 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{)3} \\
 0 \ 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{)4} \\
 2 \ 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \overline{)5} \\
 1 \ 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{)6} \\
 0 \ 1
 \end{array}$$

Entonces, se pueden formar grupos de 6, de 3, de 2 y de 1. Por lo que el número 6 tiene otros divisores además del 1 y del 6.

Entonces, afirmamos que:

“Los números que tienen más de dos divisores se llaman **números compuestos**”.

Luego, el 6 es un número compuesto.

El 0 y el 1 son números especiales que no se consideran primos ni compuestos.

## 2. Criba de Eratóstenes

Eratóstenes nació en Cyrene (ahora Libia) el 276 a.C.

Entre otras cosas fue astrónomo y matemático. Estudió en Alejandría y Atenas. Alrededor del año 255 a.C fue el tercer director de la Biblioteca de Alejandría.

Trabajó con problemas matemáticos sobre números primos ideando un método para hallar números primos pequeños conocido como “**Criba de Eratóstenes**”.

Una de sus principales contribuciones a la ciencia y a la astronomía fue la medición de la circunferencia de la Tierra.

Eratóstenes al final de su vida fue afectado por la ceguera y murió de hambre por su propia voluntad en el año 194 a.C. en Alejandría.

A continuación te damos el procedimiento para construir la Criba de Eratóstenes.

1. Entregarle a cada estudiante una tabla como la que se muestra a continuación.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. El primer número que aparece sin tachar es el 2, que es primo. Sombrea en amarillo el cuadro que lo contiene y todos los múltiplos de 2. La tabla te debe haber quedado como sigue:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. El siguiente número que aparece sin tachar es el 3, que es primo. Sombrea en rojo el cuadro que lo contiene y en amarillos los cuadros que contienen a todos los múltiplos de 3.
4. El siguiente número que aparece sin tachar es el 5, que es primo. Sombrea en rojo el cuadro que lo contiene y en amarillo los cuadros que contienen a todos los múltiplos de 5

5. Continúa este proceso mientras te sea posible seguir tachando números: El siguiente número que aparece sin tachar es el . . .

Obtendrás la tabla siguiente que contiene todos los números primos menores que 100.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

### ¿Cómo averiguar si un número es primo?

Basta con dividirlo por los números primos menores que él hasta llegar a un cociente menor que el divisor. Puede suceder:

- Si ninguna de estas divisiones es exacta, el número es primo.
- Si alguna de las divisiones es exacta el número es compuesto.

### **Actividades de Culminación**

1. Un equipo de fútbol tiene 11 jugadores.
  - (a) ¿De cuántas maneras se pueden colocar formando grupos iguales de jugadores?
  - (b) Si se une al entrenamiento otro jugador, ¿cómo se agruparían?
2. Averigua si son primos los siguientes números: 357, 181, 1111, 721.
3. Hay parejas de números primos que son números impares consecutivos (3 y 5, 11 y 13, etc.). Se les llama primos gemelos. Halla 10 de estas parejas.

### **Evaluación**

1. Verificar las habilidades adquiridas por los(as) estudiantes para construir la Criba de Eratóstenes.
2. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
3. Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

### **Actividades de Consolidación**

Los siguientes ejercicios se plantean para ser resueltos en casa y serán entregados en la siguiente sesión de clase.

1. Di cuáles de los siguientes números son primos y cuáles compuestos: 109, 221, 285, 263, 379.
2. Busca los números primos comprendidos entre 100 y 180.
3. Tengo 8 libros para colocarlo en una estantería. ¿Cuántos grupos iguales de ellos puedo formar?

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Comprende y aplica los criterios de divisibilidad.
2. Identifica la relación "... es divisible por . . .".
3. Utilizar los criterios de divisibilidad para la anticipación de resultados de las divisiones.

### Tema

Criterios de divisibilidad.

### Actividades de Iniciación

Realizar las siguientes preguntas las cuales serán contestadas por estudiantes elegidos al azar.

1. ¿Cuándo un número es divisible por otro?
2. Explica que son los múltiplos de un número y como obtenerlos.
3. Explica que son los divisores de un número y como obtenerlos.
4. Defina número primo y número compuesto.

### Actividades de Desarrollo

Esta actividad será desarrollada por el profesor o la profesora.

Sabemos que para hallar los divisores de un número, debemos dividir dicho número por los números comprendidos entre 1 y el propio número al cual queremos conocer sus divisores. Si la división es exacta el número por el que se ha dividido es un divisor de él.

Si el número al que queremos averiguar sus divisores es grande hacer una división puede llevarnos mucho tiempo. Además no nos interesa la división en sí sino sólo saber si es exacta o no.

También veremos en la próxima sesión de clase un apartado posterior que para descomponer un número en producto de factores primos, debemos ver si es divisible por los sucesivos números primos 2, 3, 5, . . .

En ambos casos nuestra labor se verá simplificada si tenemos en cuenta los llamados criterios de divisibilidad, los cuales son reglas que nos permiten decidir si un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

Aunque pueden buscarse criterios para todos los números, sólo expondremos los más comunes:

(a) Divisibilidad por 2.

Observen los números que aparecen a continuación.

(i) **2, 12, 22, 32, . . .**

(ii) **4, 14, 24, 34, . . .**

(iii) **6, 16, 26, 36, . . .**

(iv) **8, 18, 28, 38, . . .**

(v) **10, 20, 30, 40, . . .**

Los números presentados en la lista verifican que:

- Al dividirlo entre 2 se obtiene un resto cero; es decir, la división es exacta. O sea, son divisibles por 2.
- Todos son múltiplos de 2.
- Todos son números pares.
- Todos terminan en 0, 2, 4, 6, 8.

En base a lo anterior formule: “El criterio de divisibilidad por 2”.

**“Un número es divisible por 2 si acaba en 0 o cifra par”**

Los siguientes números 26, 84, 106, 214, 368, 690 y 1036 son divisibles por 2, porque terminan en cero o cifra par.

(b) Observa los números que aparecen a continuación.

(i) **3, 12, 21, ...**

(ii) **6, 15, 24, 33, ...**

(iii) **9, 18, 27, ...**

Los números presentados en la lista verifican que:

- Al dividirlo entre 3, se obtiene un residuo 0; es decir, la división es exacta, por lo que son divisibles por 3.
- Todos son múltiplos de 3.
- La suma de sus cifras son múltiplos de 3 (3, 6, 9, 12, ...)

En base a lo anterior formule: “El criterio de divisibilidad por 3”.

**“Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3”**

Los números 36, 42, 1239 y 2142 son divisibles por 3, porque la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

36:  $3 + 6 = 9$  múltiplo de 3;

42:  $4 + 2 = 6$  múltiplo de 3;

1239:  $1 + 2 + 3 + 9 = 15$  múltiplo de 3;

2142:  $2 + 1 + 4 + 2 = 9$  múltiplo de 3.

(c) Divisibilidad por 5

Observen los números que se listan a continuación.

(i) **5, 15, 25, 35, 45, ...**

(ii) **10, 20, 30, 40, 50, ...**

Los números presentados en la lista verifican que:

- Al dividirlo entre 5, se obtiene un residuo 0; es decir, la división es exacta, por lo que son divisibles por 5.
- Todos son múltiplos de 5.

- Todos terminan en 0 o 5.

En base a lo anterior formule: “El criterio de divisibilidad por 3”.

**“Un número es divisible por 5 si la última de sus cifras es 5 o es 0”**

Los números 75, 150, 280, 2695 y 7630 son divisibles porque terminan en 0 o en 5.

(d) Divisibilidad por 7.

Para averiguar si un número es divisible por 7 multiplicamos por 2 la cifra de las unidades y el resultado se resta del número que forman las cifras restantes. Este proceso se repite hasta que la diferencia está formada por una o dos cifras; si éstas son 0 o múltiplo de 7, el número inicial será divisible por 7.

Por ejemplo, los pasos a seguir para ver si el número 25 025 es divisible por 7 son:

1.  $2 \times 5 = 10$
2.  $2\ 502 - 10 = 2\ 492$
3.  $2 \times 2 = 4$
4.  $249 - 4 = 245$
5.  $2 \times 5 = 10$
6.  $24 - 10 = 14$  que es divisible por 7; luego, 25 025 también lo es.

(e) Divisibilidad por 11.

Para averiguar si un número es divisible por 11 sumamos las cifras que ocupan lugares pares, sumamos las cifras que ocupan lugares impares. A la suma mayor le restamos la suma menor, si la diferencia es 0 o múltiplo de 11, entonces el número es múltiplo de 11.

Deseamos investigar si 33 352 es divisible por 11. Para ello, procedemos de la siguiente manera:

1. Suma de las cifras impares:  $2 + 3 + 3 = 8$ .
2. Suma de las cifras pares:  $5 + 3 = 8$ .

- Mayor suma menos la menor suma:  $8 - 8 = 0$  que es múltiplo de 11; luego, 33 352 también lo es.

### Actividades de Culminación

- Indica cuál de los números de la columna de la izquierda, cumple los criterios de divisibilidad de la tabla (algunos números pueden serlo de varios).

No.	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 7	Divisible por 11
18	Sí	Sí	No	No	No
35					
40					
84					
100					
150					
480					
1002					
1038					
2275					
5027					
6622					
20559					
31416					

- Escribe un múltiplo de 7 que tenga 6 cifras. Aplica después este criterio para comprobar que en efecto lo es.
- Escribe un múltiplo de 11 que tenga 8 cifras. Aplica a continuación el criterios de divisibilidad por 11 para comprobar que en efecto lo es.

### Evaluación

- Valorar si los(as) estudiantes aplican correctamente los criterios de divisibilidad.
- Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
- Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

## Actividades de Consolidación

I. Resolver los siguientes ejercicios y entregarlo en la próxima sesión de clase.

- Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible entre 3.



- Completa las cifras que faltan en cada número para que se cumpla el criterio de divisibilidad que se indica (pueden existir varias soluciones)

No.	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 7	Divisible por 11
4_					
53_					
6_3					
31_4			No puede ser, no acaba en 0 ni en 5		
9_6					
14_0					
42_3					
88_5	No puede ser, no acaba en 0, 2, 4, 6 ó 8				
98_6					
_124_					
43_79					
3502_					
43_79					

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Aplica los criterios de divisibilidad.
2. Descompone un número natural en factores primos.
3. Calcula divisores mediante factorización.

### Tema

Descomposición factorial.

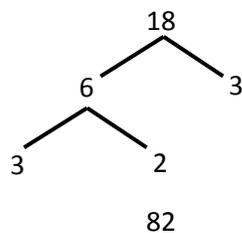
### Actividades de Iniciación

1. Explica que son los divisores de un número y como obtenerlos.
2. Defina número primo.
3. Defina número compuesto.

### Actividades de Desarrollo

Cada número compuesto puede escribirse como el producto de números primos, de exactamente una manera, si ignoras el orden de los factores. Este producto se llama factorización prima del número.

Método 1. Árbol de factores.



Entonces,

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Método 2.

Para descomponer un número en producto de factores primos lo dividimos entre los números primos siguiendo un orden: entre 2 tantas veces como se pueda, entre 3 igualmente tantas veces como se pueda, entre 5, entre 7, entre 11... hasta obtener como cociente la unidad.

Factoricemos 48:

	Sólo números primos	Divisiones	Resultado Final
48	2	$\begin{array}{r} 48 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$	$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
24	2	$\begin{array}{r} 24 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$	
12	2	$\begin{array}{r} 12 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$	
6	2	$\begin{array}{r} 6 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$	
3	3	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3} \\ 0 \end{array}$	

### **Cálculo de los divisores de un número mediante factorización.**

Ejemplo.

Determina los divisores de 36.

Solución

1. Descomponemos en factores primos el número 36.
  - Se coloca el número.
  - Se traza una línea vertical a su derecha.

- Se comienza a dividir entre los sucesivos números primos: 2, 3, 5, 7...
- Acabamos de dividir cuando el último número es un número primo (cociente 1).

36	2	El primer número primo por el que es divisible 36 es 2: $36 \div 2 = 18$
18	2	El primer número primo por el que es divisible 18 es 2: $18 \div 2 = 9$
9	3	El primer número primo por el que es divisible 9 es 3: $9 \div 3 = 3$
3	3	El primer número primo por el que es divisible 3 es 3: $3 \div 3 = 1$
1		

Podemos expresar el 36 como producto de otros números primos:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 4 \cdot 9$$

2. Colocamos en fila el 1, el primer factor primo, 2 y el producto del primer factor primo consigo mismo. En este caso sería desde 2 hasta 4.

1	2	4
---	---	---

3. Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 3.

1	2	4
3	6	12

4. Multiplicamos cada número de la primera fila por el producto del factor primo 3 consigo mismo. En este caso es 9.

1	2	4
3	6	12
9	18	36

5. Ordenando los números, los divisores de 36 son:

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

### Actividades de Culminación

Resuelva en grupos.

1. Usa el método del árbol para descomponer en factores primos los siguientes números.

(a) 64      (b) 93      (c) 54      (d) 125      (e) 244

2. Realiza la descomposición en factores primos de los siguientes números.  
(a) 72            (b) 86            (c) 120            (d) 258
3. Averigua a partir de la descomposición en factores primos, todos los divisores de:  
(a) 80            (b) 270            (c) 540

### **Evaluación**

1. Valorar si los(as) estudiantes factorizan correctamente números naturales.
2. Valorar si los(as) estudiantes calculan correctamente los divisores de un número natural mediante descomposición en factores.
3. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
4. Observar si exponen en forma crítica sus ideas.

### **Actividades de Consolidación**

Resuelva en casa y entréguelo en la próxima sesión de clase.

1. Utilice el método del árbol para factorizar el número natural, 72.
2. Determina los divisores de los siguientes números:  
(a) 45            (b) 60
3. Juan desea guardar 40 latas en cajas iguales sin que sobre ninguna. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?
4. María desea distribuir el agua de bidón de 12 litros en envases que contengan el mismo número de litros.  
(a) ¿Qué capacidades tendrán los recipientes?  
(b) ¿Cuántos necesitará en cada caso?
5. Utilice el software ESO1 (Véase Anexo No. 6. Uso y Manejo del Software ESO!) para consolidar los criterios de divisibilidad así como la descomposición en factores primos de un número natural.

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Obtiene los divisores comunes de varios números naturales.
2. Conoce y calcula el Máximo Común Divisor por descomposición factorial.
3. Comprende y calcula el Máximo Común Divisor por los divisores comunes de los números.
4. Obtiene el máximo común divisor de varios números naturales.
5. Aplica el máximo común divisor en la solución de situaciones concretas.

### Tema

Máximo Común Divisor.

### Actividades de Iniciación

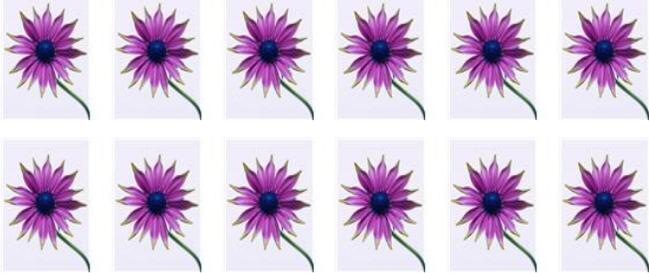
Responda las siguientes preguntas:

1. ¿A qué se le llaman divisores de un número? ¿Cómo se obtienen?
2. ¿Cuáles son los métodos que se aplican para descomponer un número compuesto en factores primos? Explícalo.

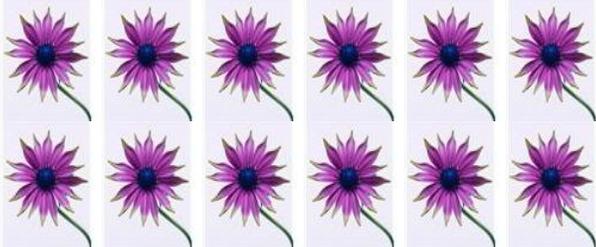
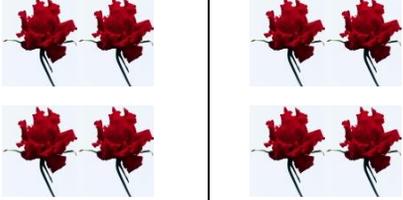
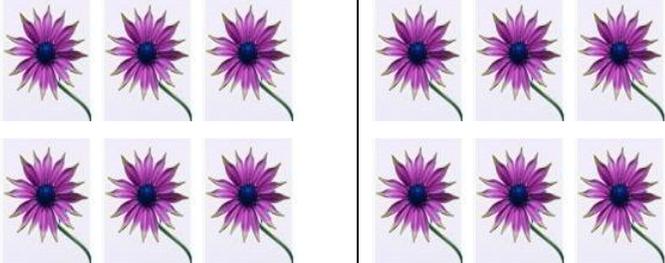
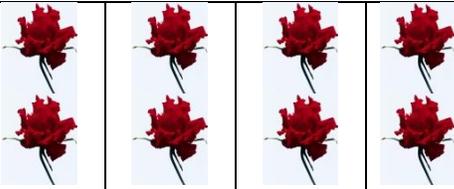
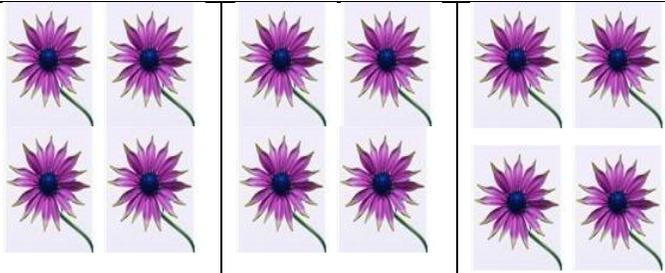
### Actividades de Desarrollo

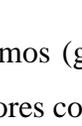
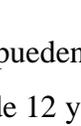
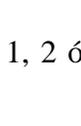
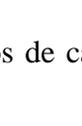
Discutir y analizar las siguientes situaciones que se presenten.

1. Luisa tiene 8 rosas y Julieta tiene 12 flores. Quieren hacer ramos con las rosas y las flores de forma que haya el mismo número de ramos de cada tipo. ¿De qué manera se pueden agrupar?

Luisa	
Julieta	

Para saber cuántos ramos iguales pueden hacer, grupos de igual números. Luisa y Julieta pueden formar los siguientes grupos.

Grupos posibles de Luisa		Grupos posibles de Julieta	
1 grupo de 8 		1 grupo de 12 	
2 grupos de 4 		2 grupos de 6 	
4 grupos de 2 		3 grupos de 4 	

Grupos posibles de Luisa				Grupos posibles de Julieta							
8 grupos de 1				4 grupos de 3							
											
											
				6 grupos de 2							
											
											
				12 grupos de 1							
											
											
											

Para que haya el mismo número de ramos (grupos) pueden hacer 1, 2 ó 4 ramos de cada tipo. Observa que 1, 2 y 4 son los divisores comunes de 12 y 18.

Los divisores de 8 son: **1**    **2**    **4**    8

Los divisores de 12 son: **1**    **2**    3    **4**    6    12

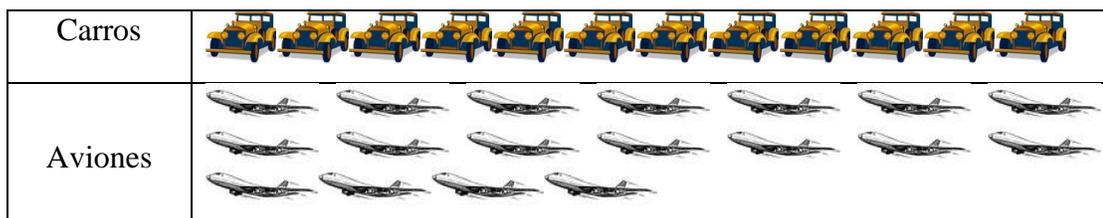
Los divisores comunes de 8 y 12 son: 1    2    4

¿Cuál es el máximo número de ramos que se pueden formar sin que sobre uno?

Si queremos saber cuál es el número máximo de ramos que podemos hacer sin que sobre ninguna flor, basta con mirar cuál es el mayor de los divisores comunes. En este caso, es **4**.

A este número se le llama **Máximo Común Divisor**.

2. Luis tiene 12 carros de juguete y Leo 18 aviones. Ambos quieren formar grupos de tal manera que tengan el mismo número de juguetes en cada uno.



Luis puede formar los siguientes grupos

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3$$

Calculemos los divisores:

1                    2                    4  
3                    6                    12

Leo puede formar los siguientes grupos

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9$$

Calculemos los divisores:

1                    2  
3                    6  
9                    18

Carros	Aviones
1 grupo de 12 carros	1 grupo de 18 aviones
2 grupos de 6 carros	2 grupos de 9 aviones
3 grupos de 4 carros	3 grupos de 6 aviones
4 grupos de 3 carros	6 grupos de 3 aviones
6 grupos de 2 carros	9 grupos de 2 aviones
12 grupos de 1 carro	18 grupos de 1 avión

Luis y Leo pueden juntar sus juguetes en grupos iguales de 1, 2, 3 y 6.

Los números 1, 2, 3 y 6 son los divisores comunes de 12 y 18.

Los divisores de 12 son: **1** **2** **3** 4 **6** 12

Los divisores de 18 son: **1** **2** **3** **6** 9 18

El mayor divisor común, **6**, representa el mayor grupo que ambos pueden formar con el mismo número de carros y aviones. En este caso, **6** es el máximo común divisor de 12 y 18.

En conclusión,

- Para calcular los **divisores comunes** de varios números, primero se escriben los múltiplos de cada uno de los números y luego se buscan los que estén repetidos.
- El **máximo común divisor** de dos o más números es el mayor de los divisores comunes. Lo abreviamos así: **M.C.D.**

Ejemplo

Calcule el M.C.D de 24, 36 y 42.

Solución

Un método es disponer los tres números en fila y simplificarlo. El proceso termina cuando no haya divisores comunes.

$$\begin{array}{ccc|c} 24 & 36 & 42 & 2 \\ 12 & 18 & 21 & 3 \\ 4 & 6 & 7 & \end{array}$$

Luego, el Máximo Común Divisor es el producto de los divisores comunes,  $2 \times 3 = 6$ .

Otro método:

Los divisores de 24 son: **1** **2** **3** 4 **6** 8 12 24

Los divisores de 36 son: **1** **2** **3** 4 **6** 9 12 36

Los divisores de 42 son: **1** **2** **3** **6** 7 18 21 42

Los divisores comunes son: 1 2 3 6

El m.c.d. es **6** (el mayor divisor común).

### Actividades de Culminación

Resuelva en grupos.

1. Calcule el Máximo Común Divisor (MCD) de los siguientes números:  
(a) 28 y 35                      (b) 28 y 42                      (c) 16 y 24  
(d) 24, 32, 42                      (e) 64, 84, 60                      (f) 15, 20, 35
2. Se tienen dos recipientes de agua, una de 18 litros y otra de 24 litros, y se quiere echar el agua en bidones más pequeños, todos de igual capacidad. ¿Qué capacidad tendrá el bidón mayor?
3. Un albañil tiene que poner losetas cuadradas del mayor tamaño posible en el suelo de una habitación de dimensiones 36 x 27 dm.  
(a) ¿Cuál será el tamaño de cada loseta?  
(b) ¿Cuántas losetas necesitará?

### Evaluación

1. Valorar si los(as) estudiantes aplican correctamente los métodos descritos en el desarrollo de la clase para calcular el máximo común divisor de dos o más números.
2. Valorar si los(as) estudiantes aplican el máximo común divisor para resolver problemas..
3. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.

### Actividades de Consolidación

Resuelvan en casa y entregarlo en la próxima sesión de clase.

1. Dados dos números primos, ¿cuál será su máximo común divisor?
2. Una familia quiere cambiar el piso de la sala de su casa. Tiene forma rectangular de 4 m de ancho por 6 de largo. ¿Cuánto medirá el lado de cada baldosa si queremos que sea lo más grande posible?
3. Un carpintero tiene dos tablones de madera y quiere construir un estante en donde poner sus herramientas. Uno de los tablones mide 48 cm y el otro 24 cm. Decide cortarlos en trozos que midan lo mismo, y sean lo más largo posible, sin que sobrenada. ¿Cuánto medirá cada parte? ¿Cuántos trozos obtiene de cada tablón?

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Conoce y calcula el Mínimo Común Múltiplo por factorización prima.
2. Comprende y aplica el Mínimo Común Múltiplo por los múltiplos comunes de los números.
3. Aplica el Mínimo Común Múltiplo en la solución de situaciones concretas.
4. Obtiene el Mínimo Común Múltiplo de varios números naturales.

### Tema

Mínimo Común Múltiplo.

### Actividades de Iniciación

Responda las siguientes preguntas:

1. ¿A qué se le llaman múltiplo de un número? ¿Cómo se obtienen?
2. ¿Cuáles son los métodos que se aplican para descomponer un número compuesto en factores primos? Explícalo.

### Actividades de Desarrollo

Discutir y analizar las siguientes situaciones que se presenten.

1. Juan quiere regalar a su amigo Pedro carritos de juguetes. Visita el mercado y encuentra que los carritos lo venden en cartones de 12 y 18 carritos. ¿Cuál es el mínimo de carritos que puede comprar Juan?

Solución

Si compra cartones de 12 carritos, entonces el número de carritos es múltiplo de 12.

Múltiplo de 12: 12, 24, **36**, 48, 60, **72**, 84, 96, **108**, 120, ...

Si compra cartones de 18 carritos, entonces el número de carritos es múltiplo de 18.

Múltiplo de 18: 18, **36**, 54, **72**, 90, **108**, 126, 144, 162, . . .

Los múltiplos comunes de 12 y 18 son: 36, 72, 108, . . .

¿Cuál es el menor número de carritos que puede comprar Juan?

Si queremos saber cuál es el menor número de carritos que puede comprar Juan, basta con mirar cuál es el menor de los múltiplos comunes. En este caso, es **36**. A este número se le llama **Mínimo Común Múltiplo**.

2. En el mes de marzo, a Mercedes le toca ir al mercado cada 3 días a partir del primer jueves del mes y su amiga Laura cada 4 días a partir del primer viernes del mes. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en el mercado? ¿Cuál es el primer día en que se encontrarán ambas en el mercado?

Solución

Como Mercedes va al mercado cada 3 días a partir del jueves 3; entonces, los días que va al mercado son múltiplos de 3. Entonces,

Múltiplo de 3: 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, . . .

Si Laura va al mercado cada 4 días a partir del viernes 4, entonces el número de veces que ella va al mercado es múltiplo de 4. Entonces,

Múltiplo de 4: 4, **12**, 16, 20, **24**, 28

Los múltiplos comunes de 3 y 4 son: 12, 24

Entonces, los días que se van a encontrar Mercedes y Laura son: Sábado 12 y Jueves 24.

Si queremos saber el primer día en que se encontrarán en el mercado las dos amigas tomamos el menor de los múltiplos comunes de 3 y 4, el cual es, 12. Por lo tanto, se encontrarán por primera vez el Sábado 12. A este número (menor múltiplo común) se le llama el Mínimo Común Múltiplo.

3. Sandra, Isabel y Carlos entrenan en el gimnasio Iván Montenegro. Sandra va a volibol cada 2 días, Isabel practica basquetbol cada 3 días y Carlos practica boxeo cada 4 días. ¿Qué días coinciden los tres a lo largo del mes?

Solución

Para averiguarlo, vamos a calcular los días que entrena cada uno, es decir, vamos a obtener los múltiplos de 2, 3 y 4.

Sandra (cada 2 días):

2, 4, 6, 8, 10, **12**, 14, 16, 18, 20, 22, **24**, 26, 28, 30

Isabel (cada 3 días):

3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30

Carlos (cada 4 días):

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

Los tres amigos coinciden los días 12 y 24 del mes. Observa que los números 12 y 24 son **múltiplos comunes** de 2, 3 y 4.

Si queremos saber ¿cuál es el mínimo número de días que tienen que pasar para que coincidan los tres?

Para averiguarlo, calculamos el mínimo (el menor) de los múltiplos comunes, también llamado **mínimo común múltiplo (MCM)**

Los múltiplos comunes son 12 y 24, el menor de los múltiplos comunes es 12. Por tanto, los tres amigos coinciden cada 12 días.

En conclusión,

- Para calcular los **múltiplos comunes** de varios números, primero se escriben los múltiplos de cada uno de los números y luego se buscan los que estén repetidos.
- El **mínimo común múltiplo** de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes. Lo abreviamos así: **M.C.M.**

### Ejemplo

Calcule MCM (24, 32, 42)

Solución

Disponer los tres números en fila y lo simplificamos. El proceso termina cuando bajo los números aparezca el divisor 1.

24	32	42		2
12	18	21		2
6	9	7		2
3	3	1		3
1	1			7

Luego, el Mínimo Común Múltiplo es el producto de los divisores,  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 168$ .

### Actividades de Culminación

Resolver en grupos.

1. Calcular el Mínimo Común Múltiplo de:  
(a) 28 y 35                      (b) 42 y 28  
(c) 12, 20, 50                  (d) 21, 18, 15
2. Oscar tiene menos de 35 caramelos y los puede guardar en bolsas de 2, de 3 o de 5 caramelos sin que le sobre ninguno. ¿Cuántos caramelos tiene?
3. Un barco sale del puerto de Corinto cada 4 días, otro cada 5 y un tercero cada 7 días. ¿Cuándo vuelven a coincidir los tres barcos en el mismo puerto?

### Evaluación

1. Valorar si los(as) estudiantes aplican correctamente los métodos descritos en el desarrollo de la clase para calcular el mínimo común múltiplo de dos o más números.
2. Valorar si los(as) estudiantes aplican el mínimo común múltiplo para resolver problemas.
3. Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.

### **Actividades de Consolidación**

Resolver en casa y entregarlo en la siguiente sesión de clase.

1. Calcular el Mínimo Común Múltiplo de:  
(a) 14 y 42                      (b) 24, 36 y 45
2. Un vendedor de hot dog se prepara para la venta del día, y quiere comprar el mismo número de salchichas que de bollos. Las salchichas las venden en paquetes de 6 unidades y los bollos en paquetes de 4.
3. Cada 6 metros me encuentro un árbol y cada 15 metros me encuentro una planta. ¿Cuánto tendré que recorrer para encontrarme un árbol y una planta juntos?

## Plan de Clase

Fecha: \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

### Indicadores de logros

1. Adquiere agilidad en el cálculo mental de múltiplos y divisores, M.C.M. y M.C.D. de números sencillos.
2. Utiliza los juegos didácticos como alternativa para mejorar su aprendizaje.

### Tema

Juego didáctico.

### Actividades de Iniciación

Rememorar:

1. Números primos.
2. Criterios de divisibilidad por 2, 3 y 5.
3. Obtención del MCD y MCM.

### Actividades de Desarrollo

#### BINGO DE DIVISIBILIDAD

### Materiales

1. Bolas numeradas del 1 al 30 y bombo o bote.
2. 15 fichas para cada estudiante (se pueden usar también monedas, cartoncitos, etc.)
3. Un cartón para cada estudiante con 15 números del 1 al 30.
4. Premios (optativo): caramelos, juguetes, sorbetes, etc.

### Instrucciones para jugar

- Se reparte un cartón a cada uno de los(as) estudiantes del quinto grado.
- Se saca una bola y se lee en alto la frase de la lista correspondiente a ese número repitiéndola dos veces.
- Se aparta la bola con el número que ha salido.
- Los(as) estudiantes calculan mentalmente el resultado y ponen una ficha encima del número si está en su cartón.
- El primero que *haga línea* (tenga tapados todos los números de una línea), debe decir al profesor (en voz baja) los números que tiene para comprobar que están bien, y si es así, recibe premio. (Esto se puede hacer también con los dos o tres primeros que hagan línea).
- Para el primero que *haga bingo* (tenga tapados todos los números del cartón), se procede igual que con la línea. (Esto se puede hacer también con los dos o tres primeros que hagan bingo).
- Se siguen sacando las bolas hasta que se terminen.
- Se completa la actividad pidiéndoles a ellos que escriban unas frases para los números de su cartón.

### Observaciones

- Se pueden hacer en gran grupo los 3 ó 4 primeros números que salgan para que adquieran confianza.
- Conviene marcar en la lista cada número que sale para cuando haya que comprobar línea o bingo.
- Es conveniente no dejar usar lápiz ni papel, aunque haya que ajustar el ritmo del juego si el cálculo, en general, es lento

### BINGO DE DIVISIBILIDAD

1	Un divisor de cualquier número
2	El divisor más pequeño de 10 y 20 a la vez (1, no)
3	Un divisor de 12 y de 6 que es primo y no es par

4	Un divisor de 12 y de 8 que no es primo
5	El mayor divisor común de 10 y 15
6	El mínimo común múltiplo de 2 y 3
7	Un divisor primo de 49
8	Un múltiplo de 4 que es divisor de 16 (4 y 16 no)
9	Un múltiplo de 3 que es divisor de 27 (3 y 27 no)
10	El múltiplo más pequeño de 5 y 2
11	El número primo más próximo a 10
12	El mínimo común múltiplo de 3 y 4
13	Un divisor de 13 y 26, lo mayor posible
14	Un divisor de 14 y 28 que no es primo
15	El mayor divisor común de 15 y 30
16	Un múltiplo de 4 que termina en 6
17	El número primo más próximo al cuadrado de 4
18	El menor múltiplo común de seis y nueve
19	Un número primo cuyas cifras suman 10
20	El múltiplo más pequeño de 10 y 4
21	El mínimo común múltiplo de 7 y 3
22	Un múltiplo de 11 entre 20 y 25
23	Un número primo entre 20 y 25
24	Un múltiplo de 6 mayor que 20 y menor que 30
25	Un múltiplo de 5 que es un cuadrado perfecto
26	El menor múltiplo común de 13 y 2
27	Un múltiplo de 3 que termina en 7 y es menor de 30
28	Un múltiplo de 4 entre 25 y 30
29	El número primo más próximo a 28
30	Un divisor de 90 que empieza por 3

EL BINGO					
2			12		
	6			20	28
	7	10	15	21	

EL BINGO					
		13			31
1	2	12			24
	9		18	23	

EL BINGO					
			17	20	
2	3		18		30
	7	16		27	

EL BINGO					
		11			28
3		14	17		32
	8		19	21	

EL BINGO					
			14	22	
3	8				
6		10	17	24	27

EL BINGO					
2		12		23	
	4		18		30
3		17		28	

EL BINGO					
			15	20	
1	9				
4		12	17	26	30

EL BINGO					
1		13		21	
	5		19		28
3		15		23	

EL BINGO					
2			17		
	3			22	25
	6	15	18	24	

EL BINGO					
		11			24
1	3	15			26
	7		17	21	

EL BINGO					
			16	20	
4	5		18		28
	7	12		26	

EL BINGO					
2					25
4		13	17		30
	7		19	23	

EL BINGO					
			13	22	
1	4				
3		12	16	26	28

EL BINGO					
4		13		25	
	6		18		30
5		14		29	

EL BINGO					
			14	21	
2	9				
3		11	17	23	24

EL BINGO					
4		11		27	
	7		15		30
5		12		28	

EL BINGO					
1			12		
	2			20	25
	7	11	18	22	

EL BINGO					
		12			24
6	7	14			26
	8		19	21	

EL BINGO					
			16	23	
2	3		19		29
	5	13		26	

EL BINGO					
1					25
3		10	12		27
	8		14	20	

EL BINGO					
			14	21	
2	6				
4		10	17	23	25

EL BINGO					
3		12		20	
	7		19		30
5		13		23	

EL BINGO					
			11	20	
1	9				
8		10	12	23	29

EL BINGO					
3		12		24	
	7		17		28
6		16		26	

EL BINGO					
1			15		
	4			22	25
	5	12	14	24	

EL BINGO					
		12			28
2	3	16			30
	8		19	22	

EL BINGO					
			13	21	
1	2		14		27
	7	11		25	

EL BINGO					
3					25
6		13	17		28
	9		19	21	

EL BINGO					
			13	21	
4	9				
6		10	15	25	27

EL BINGO					
2		11		24	
	7		19		29
3		12		28	

EL BINGO					
			16	20	
2	8				
5		15	18	22	24

EL BINGO					
3		10		22	
	9		19		30
4		12		27	

## **Evaluación**

1. Participación, solidaridad, compañerismo, orden, estética en la realización del juego.
2. Después de la realización de estos juegos, ¿entendiste mejor el concepto de divisores, múltiplos, criterios de divisibilidad, MCD y MCM?

## **Actividad de consolidación**

Para consolidar los conocimientos de máximo común divisor y mínimo común múltiplo visite las siguientes páginas web:

- <http://www.iec-mate.blogspot.com/>
- [http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo\\_mate/multiplosydivisores/multiplosydivisores\\_p.html](http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/multiplosydivisores_p.html)

## VII. REFLEXIONES FINALES

Los planes de clases lo hemos elaborado desde un enfoque constructivista, lo que permite dar una respuesta más integradora de la enseñanza – aprendizaje de la divisibilidad en el conjunto  $N$  de los números naturales que se imparten en quinto grado de educación primaria.

Nuestra unidad didáctica está encaminada a desarrollar el tema de la “Divisibilidad en  $N$ ” mediante situaciones problemas, proceso que nos permitirá motivar a los(as) estudiantes, para que logren sentirse como parte activa del proceso enseñanza – aprendizaje, por lo cual estructuramos cada actividad en función de que los(as) estudiantes construyan significativamente el conocimiento, de fomentarle el hábito de la lectura analítica, el desarrollo de actividades que los induzcan a ser competitivo y no un ente pasivo en la formación conceptual.

Las actividades propuesta en nuestra unidad didáctica llevan una secuencia adecuada para desarrollar el tema de la Divisibilidad con el fin de que los(as) estudiantes dejen la apatía que tienen hacia las matemáticas y que logren ser parte activa de la enseñanza – aprendizaje de la Divisibilidad. Además, integramos los aspectos relacionados con la familia, la escuela y el entorno, de modo que los(as) estudiantes aprendan cada uno de los contenidos de divisibilidad interactuando con los aspectos antes mencionados.

La Resolución de Problemas en matemática es esencial para el dominio de las competencias matemáticas.

Las actividades lúdicas que planteamos en la unidad didáctica contribuirán a potenciar el desarrollo de la formación de la personalidad de los(as) estudiantes, fundamentalmente en sus relaciones interpersonales y de amistad.

## VIII. RECOMENDACIONES

A continuación le presentamos algunas recomendaciones que pueden ser tomadas en cuenta por los(as) profesores(as) de matemáticas de quinto grado de educación primaria.

1. Los(as) profesores(as) deben tener en cuenta que los(as) estudiantes son los principales actores del proceso enseñanza – aprendizaje, por lo que no deben olvidar que son éstos quienes guían y orientan este proceso.
2. Antes de dar inicio al tema de Divisibilidad explorar qué conocimientos previos tienen los(as) estudiantes necesarios para la construcción de los nuevos conocimientos.
3. Los(as) profesores(as) que utilicen esta unidad didáctica, deben tener presente que las situaciones que se plantean en cada plan de clase, no son las únicas que se pueden realizar, por eso les incitamos a que sean críticos y creativos, y a la vez adecúen los contenidos a las circunstancias, al medio natural y sociocultural de cada estudiante.
4. Promover en los(as) estudiantes a que consoliden y amplíen los conocimientos de divisibilidad mediante la autopreparación constante y el trabajo cooperativo que le permita enriquecer sus aprendizajes.
5. Se debe tener siempre presente pasar de las prácticas habituales de carácter procedimental, uso de la descomposición factorial de los números naturales como herramienta de cálculo de determinados elementos de la divisibilidad, a prácticas que permitan el perfeccionamiento cognitivo de los(as) estudiantes y que favorezcan la comprensión de la divisibilidad a través de la comprensión de la unicidad de la descomposición factorial de los números naturales en producto único de factores primos.
6. Impulsar el trabajo en equipo, el respeto a la opinión de los otros, la apertura al otro, la crítica la autocrítica, la autodeterminación y el crecimiento personal de los(as) estudiantes.
7. Implementar variadas estrategias lúdicas que permita incidir favorablemente en la formación académica y la relación enseñanza – aprendizaje de los(as) estudiantes.

## IX. BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, L., Soler, E. **Enseñar para Aprender. Procesos estratégicos**, 2ª ed. Madrid: Ed. CCS. 2001.
- Bilbao: Col. **Monografías**. Escuela Española, Praxis, S.A.
- Block, D., M. Schulmaister, H. Balbuena, M. Dávila, **La enseñanza de las matemáticas**.
- Cáceres Vílchez, Ana Patricia et al. (2006). **Propuesta Metodológica para la Enseñanza Aprendizaje de Área y Perímetro en Segundo Año de Educación Secundaria**. Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades. UNAN – León.
- Corea, María Auxiliadora et al. (2009). **Unidad Didáctica: Sucesiones. Series**. Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades. UNAN – León.
- Espinoza Calero, Zandra J et al. (2006). **Unidad Didáctica: Proporcionalidad**. Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades. UNAN – León.
- Fernández, J. (2003). **Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos**.
- García, Edgard Vicente et al. (2008). **Unidad Didáctica: Secciones Cónicas**. Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades. UNAN – León.
- J.J. y Soler, E. (2001). **Evaluación en el Aula**, 2ª ed. Oviedo: Ed. Nobel. Madrid.
- López Carvajal, William A et al. (2003). **Unidad didáctica: El Círculo**. Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades. UNAN – León.
- MECD. **Módulo Interactivo de Matemáticas**. Managua, Nicaragua. 2005.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte (MECD). (2004). **Estrategias metodológicas del aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas**. Managua, Nicaragua.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte (MECD). (2005). **Compendio de los documentos curriculares con enfoque de competencias**. Educación Secundaria. Área: Matemáticas. Managua, Nicaragua.
- Moll, Luis C. **“Vygosky y la educación”**; Grupo editor Aique; Argentina 1993.
- Parra, C. y Saiz, I. (2008). **Didáctica de las matemáticas Aportes y reflexiones**. Argentina:

- PASCUAL, Samuel (2006). **Análisis de la comprensión de la divisibilidad en el conjunto de los números naturales**. Facultad de Educación, Universidad de Alicante.
- Rico Romero, L. y otros (1989): **“Números y operaciones”**. Síntesis, Madrid.
- Sierra Vázquez, M. y otros (1989): **“Divisibilidad”**. Síntesis, Madrid.
- Trejo, Cesar; Bosch, Jorge; **“Matemática Moderna”**, Editorial Universitaria; Buenos Aires, Argentina, 1982.
- Vorobiov, N.N.; **“Criterios de divisibilidad”**; Editorial MIR; Moscú, URSS; 1975.

**X. ANEXOS**

**Anexo No. 1**

**CUADRO DE DISTRIBUCIÓN DE LAS UNIDADES EN EL TIEMPO QUINTO GRADO**

<b>SEMESTRE</b>	<b>No. y NOMBRE DE LA UNIDAD</b>	<b>TIEMPO (HORAS CLASES)</b>
I	I. Polígonos.	15
	II. Multiplicación y división de números decimales.	1
	II. Multiplicación y división de números decimales.	15
	III. Divisibilidad. MCM. MCD. Fracciones.	1
	III. Divisibilidad. MCM. MCD. Fracciones.	17
	III. Divisibilidad. MCM. MCD. Fracciones.	12
	IV. Cuerpos geométricos.	5
	IV. Cuerpos geométricos.	8
II	V. Adición y sustracción de fracciones.	9
	V. Adición y sustracción de fracciones.	12
	VI. Círculo y circunferencia.	4
	VI. Círculo y circunferencia.	7
	VII. Cantidad de veces, razón, tanto por ciento y gráficas.	10
	VII. Cantidad de veces, razón, tanto por ciento y gráficas.	12
	VIII. Superficie.	5
	VIII. Superficie.	13
IX. Estadística.	5	
IX. Estadística.	17	
<b>TOTAL DEL TIEMPO REQUERIDO PARA EL DESARROLLO DEL PROGRAMA</b>		<b>168</b>
<b>FRECUENCIA SEMANAL</b>		<b>6</b>

**Anexo No. 2**  
**PROGRAMA DE MATEMÁTICAS**  
**QUINTO GRADO**

**NOMBRE DE LA UNIDAD:**      **DIVISIBILIDAD, M.C.M, M.C.D Y FRACCIONES**

**NÚMERO DE LA UNIDAD:**      **III**

**TIEMPO SUGERIDO:**              **30 HORAS / CLASES**

**Competencia de Grado**

1.      Plantea y resuelve problemas de la vida real, usando las operaciones básicas de números naturales y la adición y la sustracción de fracciones y sus propiedades.

**Competencia de Ejes Transversales**

1.      Manifiesta respeto a la diversidad y a la dignidad humana al relacionarse con las personas en un ambiente pluralista a fin de contribuir a una cultura de paz.

No.	Indicadores de logros	Contenidos básicos	Actividades de aprendizaje sugeridas	Procedimientos de evaluación
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica los conceptos de múltiplos y divisores de números naturales y la relación entre estos conceptos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Múltiplos y divisores de números naturales. Propiedades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula los divisores de los siguientes números naturales: 2, 3, 5, 8, 12, 16, 20, 25, 36, 40, 40, 100.</li> <li>• Calcula los múltiplos de los siguientes números naturales: 4, 7, 10, 15, 30, 78, 100, 125.</li> </ul>	Comprobar que niñas/os encuentre múltiplos y divisores de números naturales correctamente.

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza el sitio Web (<a href="http://www.gobiernodecanarias.org/educación/9/Usr/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/multiplosydivisores_p.html">http://www.gobiernodecanarias.org/educación/9/Usr/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/multiplosydivisores_p.html</a>) para estudiar de forma divertida e interactiva los múltiplos y divisores de números naturales.</li> <li>• Determina el valor del residuo mediante la realización de ejercicios y la resolución de problemas.</li> </ul>	
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica los conceptos de números pares e impares, primos y compuestos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Números pares e impares, primos y compuestos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Con ayuda del docente descubre que un número par, es un número natural múltiplo de 2 y que siempre terminan con un dígito de 0, 2, 4, 6 u 8.</li> <li>• Concluye que números impares, son aquellos números naturales que no son múltiplo de 2 y que siempre terminan con un dígito de 1, 3, 5, 7, 9.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Constatar que las niñas/os determinen números pares e impares.</li> <li>• Verificar que niñas/os determinan números primos y compuestos.</li> </ul>

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escriba números pares e impares.</li> <li>• Determina que un número natural es primo cuando es diferente de 1 y que únicamente se puede dividir por sí mismo y por 1 para dar una solución exacta.</li> <li>• Escribe los números primos menores que 100.</li> <li>• Reconoce que los números que no son primos, se llama números compuestos.</li> </ul>	
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece las reglas de divisibilidad entre 2, 10, 5 y 3.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reglas de divisibilidad entre 2, 10, 5 y 3.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora en equipo las reglas de divisibilidad: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Por 2</b></li> </ul> </li> <li>• Observa y determina los múltiplos de 2: 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, ...</li> <li>• Concluye que un número es divisible por 2 cuando la cifra de las unidades</li> </ul>	<p>Verificar que niñas/os ordenan en su cuaderno lo aprendido sobre las reglas de divisibilidad a través de la solución de ejercicios.</p>

			<p>es múltiplo de 2 (número par).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Por 5</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Observa y determina los múltiplos de 5: 10, 15, 20, ...</li> <li>● Comenta ¿qué pasa con la cifra de todo múltiplo de 5?</li> <li>● Explica que un número es divisible por 5 cuando la cifra de las unidades es múltiplo de 5.</li> </ul> </li> <li>○ <b>Por 10</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Observa y determina múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, ...</li> <li>- Explica ¿qué pasa con la cifra de todo múltiplo de 10?</li> <li>- Explica que un número es divisible por 10 cuando la cifra de las unidades es múltiplo de 10 o termina en cero.</li> </ul> </li> <li>○ <b>Por 3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Observa y determina los múltiplos de 3:</li> </ul> </li> </ul>	
--	--	--	--	--

			<p>6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, ...</p> <p>- Suma las cifras de cada número y escriba en su cuaderno el resultado:</p> <p>12 → 1 + 2 = 3</p> <p>15 → 1 + 5 = 6</p> <p>18 → 1 + 8 = 9</p> <p>21 → 2 + 1 = 3</p> <p>24 → 2 + 4 = 6</p> <p>• Concluye que un número es divisible por 3 si la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 3.</p>	
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica los conceptos de M.C.M y M.C.D y la manera de encontrarlos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceptos M.C.M y M.C.D.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora en equipo el concepto de mínimo común múltiplo (M.C.M.) de dos o más números.</li> <li>• Por ejemplo: El mínimo común múltiplo de 3 y 5 es 15, porque 3 y 5 son primos entre sí y 15 es el múltiplo menor de 3 y 5. Esto se</li> </ul>	<p>Constatar el nivel de conocimientos de las niñas/os al determinar mínimo común múltiplo (M.C.M) y Máximo Común</p>

			<p>observa al determinar los múltiplos de 3 y 5:</p> <p>(a) 3, 6, 9, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...</p> <p>(b) 5, 10, 15, 20, 25, 30, . . .</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula que el M.C.M. de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes.</li> <li>• En trabajo de equipo presenta la forma de encontrar el mínimo común múltiplo de 6 y 18, 9 y 15.</li> <li>• Concluye que el mayor número por el que se pueden dividir dos o más números es el Máximo Común Divisor (MCD).</li> <li>• Elabora en equipo el concepto de Máximo Común Divisor, por ejemplo: El MCD de 12 y 30 es 6, porque 1, 2, 3 y 6 son los divisores comunes de 12 y 30, y 6 es el mayor.</li> <li>• Determina el MCD de: <ul style="list-style-type: none"> <li>(a) 7 y 14</li> </ul> </li> </ul>	Divisor (MCD).
--	--	--	--	----------------

			(b) 16 y 18	
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa el cociente de la división de números naturales como una fracción.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación del cociente de números naturales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza una situación donde observa que el cociente no se puede expresar exactamente como un número natural.</li> <li>• Ejemplo: Tengo 2 barras de pan y debo repartirlas entre 9 personas. Esta situación se representa como:  <math display="block">2 \div 9 = \frac{2}{9}</math> </li> <li>• Concluye que el cociente de dos números naturales se expresa como una fracción.</li> </ul>	<p>Verificar que niñas/os representan el cociente de dos números naturales como una fracción.</p>
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentra fracciones equivalentes, amplificando (simplificando) una fracción.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de fracciones equivalentes por:</li> <li>• Amplificación.</li> <li>• Simplificación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza una situación en la que comprenda que hay fracciones equivalentes, es decir que representan la misma cantidad. Ejemplo: Si un pastel de forma rectangular se corta en dos partes, cada parte es la mitad del pastel. Si el mismo pastel se cortara en cuatro partes, entonces dos</li> </ul>	<p>Constatar que niñas/os calculan fracciones equivalentes a través de la simplificación o amplificación.</p>

			<p>partes representan la misma cantidad de pastel, es decir <math>\frac{1}{2}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concluye que un <math>\frac{1}{2}</math> es equivalente a <math>\frac{2}{4}</math>.</li> <li>• Aplica la simplificación para encontrar una fracción equivalente e irreductible.</li> <li>• Amplifica fracciones para encontrar fracciones equivalentes.</li> </ul>	
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara y ordena fracciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparación y orden de fracciones con diferentes denominadores.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza ejercicios donde compara fracciones con diferentes denominadores para establecer relaciones de orden <math>&gt;</math>; <math>&lt;</math>; <math>=</math>.</li> <li>• Concluye que para comparar dos fracciones con distintos denominadores se convierten en fracciones equivalentes con el mismo denominador.</li> <li>• Utiliza mínimo común múltiplo para comparar dos fracciones.</li> </ul>	<p>Comprobar el dominio de niñas/os al comparar y establecer relaciones de orden entre fracciones.</p>

8	<p>- Convierte números decimales hasta las décimas, en fracciones y viceversa.</p>	<p>- Conversión de números decimales hasta las décimas, en fracciones y viceversa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convierte números decimales hasta las décimas en fracciones. Ejemplo: 0,5 representa la fracción <math>\frac{5}{10}</math>. El decimal 0,2 representa la fracción <math>\frac{2}{10}</math> y a la vez <math>\frac{1}{5}</math>.</li> <li>• Concluye que las fracciones decimales siempre tienen como denominador 10.</li> <li>• Convierte fracciones a números decimales hasta las décimas.</li> <li>• Determina que <math>\frac{5}{10}</math> es equivalente a <math>\frac{1}{2}</math> ya que <math>\frac{1}{2}</math> por <math>\frac{5}{5}</math> es <math>\frac{5}{10}</math>. Por lo tanto el decimal 0,5 es equivalente a <math>\frac{1}{2}</math> ó <math>\frac{2}{4}</math>, <math>\frac{1}{10}</math> es 0,1; <math>\frac{1}{5}</math> es 0,2; <math>\frac{1}{4}</math> es 0,25.</li> </ul>	<p>Verificar que niñas/os representen correctamente decimales hasta las décimas en fracciones y viceversa.</p>
---	--	--	---	--

**Anexo No. 3**  
**Prueba Diagnóstica**

**I. Generalidades**

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombres y apellidos \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ Sesión: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**II. Objetivos**

Comprobar los conocimientos previos que tienen los(as) estudiantes.

**III. Desarrollo**

1. ¿Cuál es el significado de la multiplicación.
2. ¿Cuáles son los elementos de una multiplicación? ¿Qué significa cada uno?
3. Si Juan compró 8 bolsas de bombones, ¿cuántos bombones compré?
4. ¿Qué significado tiene la división? ¿Cuáles son sus elementos? ¿Qué significan?
5. El profesor quiere repartir 42 bombones entre los 3 mejores estudiantes de quinto grado, ¿cuántos bombones le tocará a cada uno?
6. Juan compró en una tienda una camisa en C\$ 79. Si salió con C\$ 148, ¿con cuánto dinero regresó a su casa?

**Anexo No. 4**  
**Guía de observación**

**Nombre del estudiante:** \_\_\_\_\_

**Tema:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_ **Actividad No.** \_\_\_\_\_

1: Siempre    2: Casi siempre    3: Algunas veces    4: Pocas veces    5: Nunca					
<b>Competencias</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Comprende los conceptos estudiados en clase					
Aplica los conocimientos aprendido					
Resuelve problemas					
Identifica datos iniciales					
Reconoce la pregunta de una situación real					
Ejecuta la tarea					
Comprueba el procedimiento					
Participa en las actividades propuestas					
Trabaja colaborativamente					
Asume compromiso con lo orientado					
Responde en clase a preguntas del profesor					
Presenta las tareas que se orientan para casa					
Utiliza el lenguaje matemático adecuado					
Interviene de forma voluntaria					
Es disciplinado y puntual					
Ayuda a los(as) compañeros(as)					
Entrega en tiempo y forma los trabajos asignados					
Es inactivo en el grupo					

**Anexo No. 5**  
**Prueba Final**

**I. Generalidades**

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombres y apellidos \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ Sesión: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**II. Objetivos**

Comprobar el grado de adquisición que tuvieron los(as) estudiantes en los contenidos de fracciones.

**III. Desarrollo**

1. Calcula todos los divisores de: (a) 360 (b) 450
2. Calcula:
  - (a) 3 múltiplos de 7 entre 20 y 40.
  - (b) 4 múltiplos de 3 consecutivos al 30.
  - (c) 5 múltiplos de 4 menores de 81 y mayores que 60.
3. Descomponer en factores primos 720.
4. Se dispone de dos cuerdas de 12 m y 18 m de longitud, y se quieren obtener trozos iguales de la mayor longitud posible, de forma que su medida sea un número entero. ¿Cuál tiene que ser la longitud de cada trozo? Explica cómo has obtenido el resultado.
5. Un comerciante intercambia con un compañero de mercado un lote de camisetas de 24 córdobas la unidad por un lote de sandalias de 30 córdobas la unidad. ¿Cuántas camisetas entrega y cuántas sandalias recibe?

**Anexo No. 6**  
**Uso del Software ESO1**

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Nombre del Centro:**

**Nombre del o de la docente:**

**Disciplina:** Matemáticas

**Grado:** Quinto

**Nombre de la unidad:** Divisibilidad

**Número de la unidad:** III

**Indicadores de logros**

1. Manipula correctamente el software ESO1.
2. Valora el uso y manejo del software ESO1.
3. Utiliza el Software ESO1 para consolidar los criterios de divisibilidad así como la descomposición en factores primos de un número natural.

**Contenidos**

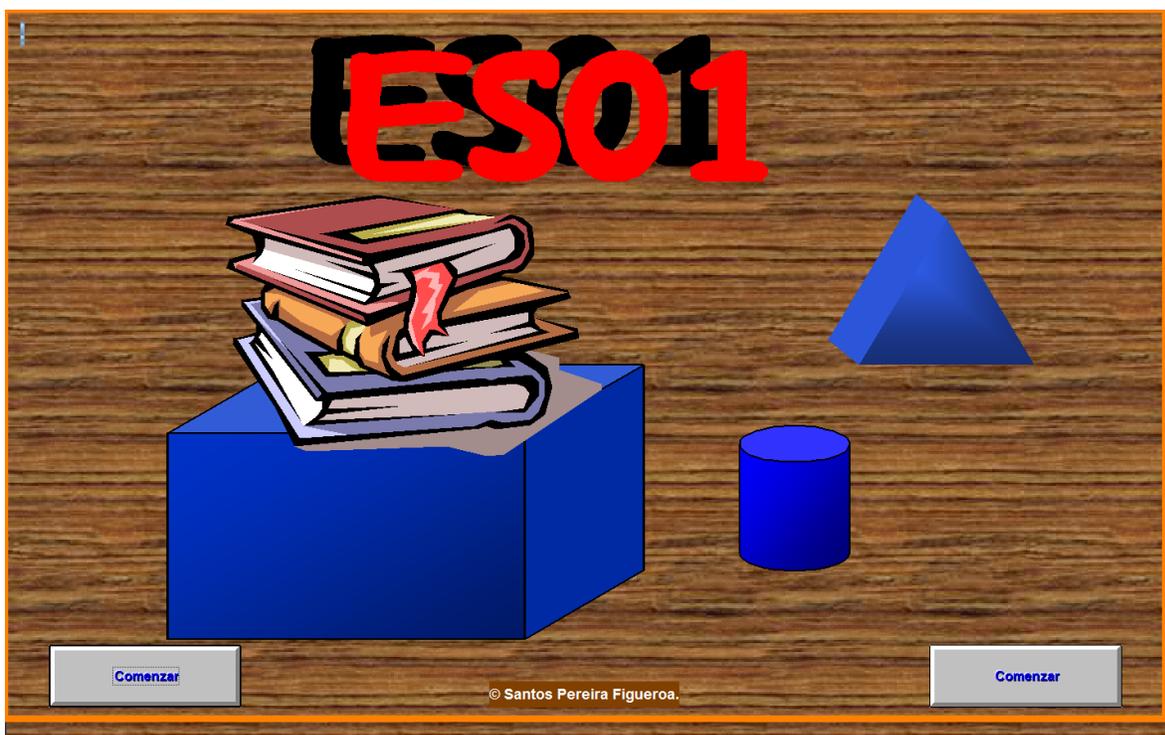
Uso del Software ESO1.

**Actividades**

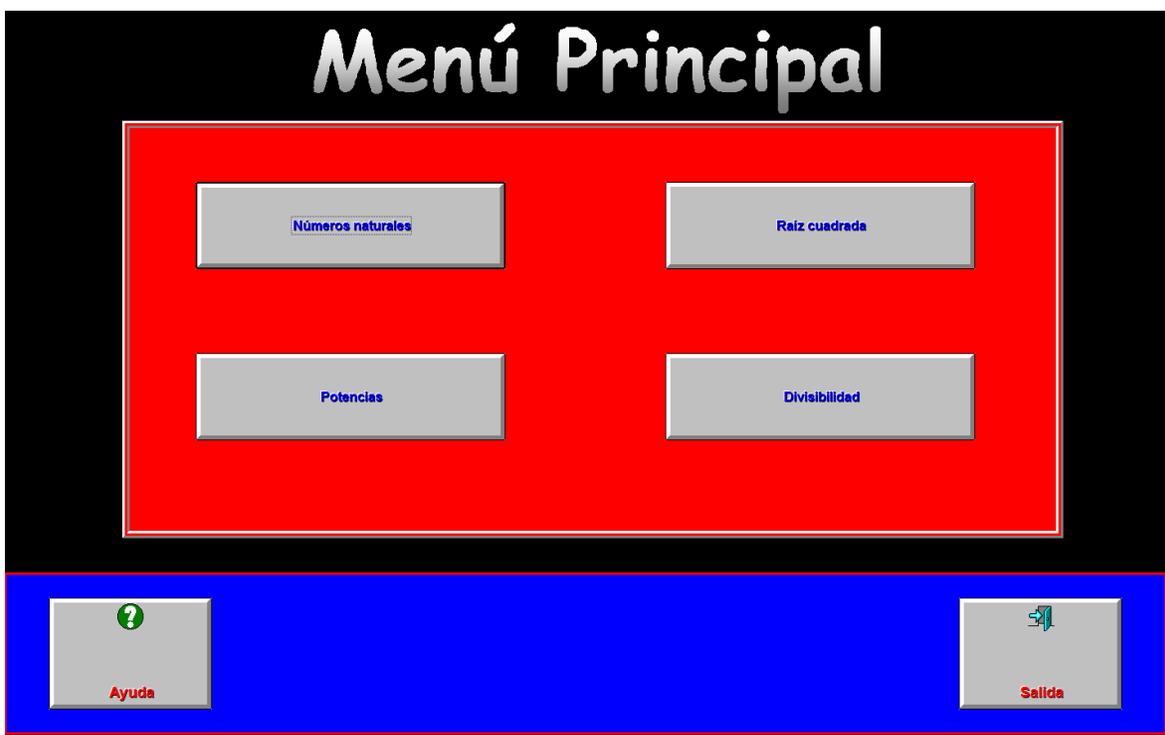
1. Explicación breve del profesor acerca del uso y de las ventajas de utilizar el Software ESO1.
2. Inicie el Software ESO1, haciendo doble clic del botón izquierdo en el icono



3. A continuación aparece la siguiente ventana.



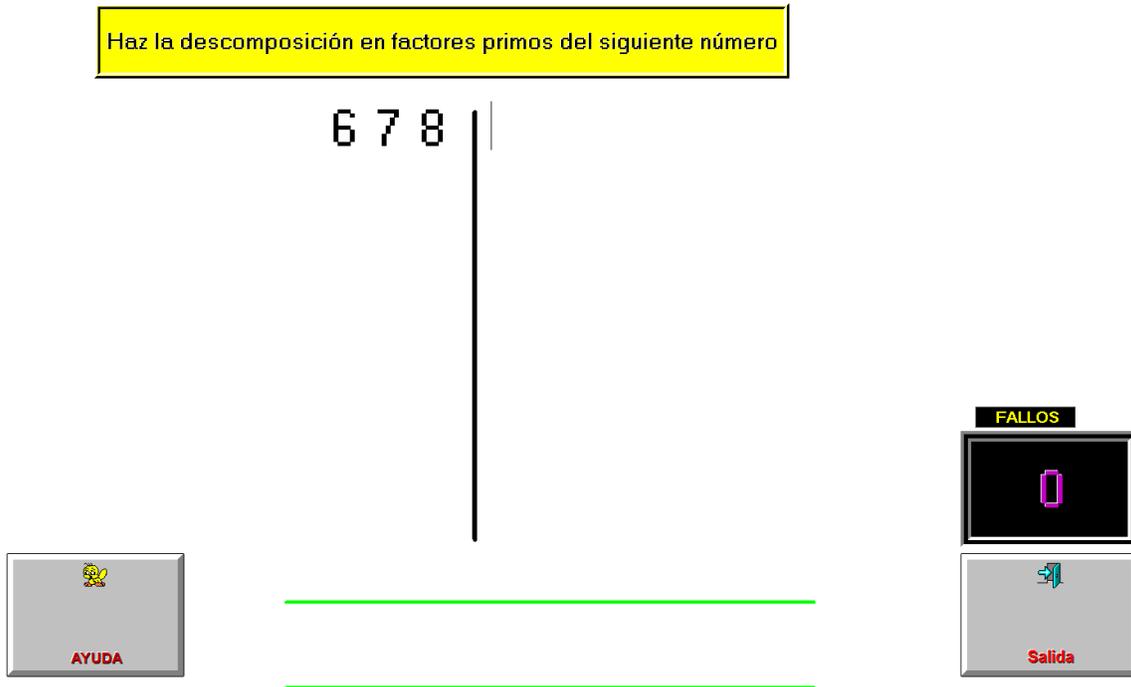
4. Sitúe el cursor en el ícono comenzar y dé click con el botón izquierdo. Aparece la siguiente ventana.



5. Seleccione el tema divisibilidad situando el cursor en él y dando click con el botón izquierdo. Aparece la siguiente pantalla la cual será explicada por el profesor.

Haz la descomposición en factores primos del siguiente número

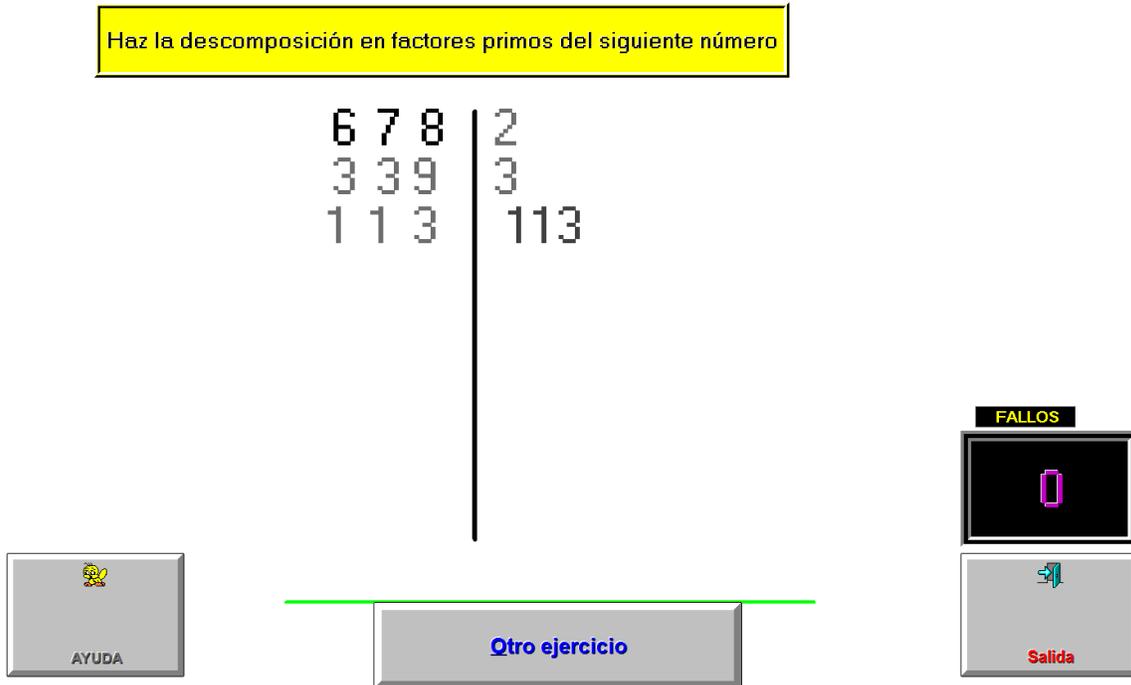
6 7 8 |



Al ir simplificando le irán apareciendo los fallos en caso de que simplifiquen mal, en caso contrario le aparecerá la siguiente pantalla si el ejercicios está simplificado correctamente.

Haz la descomposición en factores primos del siguiente número

6 7 8 | 2  
3 3 9 | 3  
1 1 3 | 113



6. Sitúe el cursor en otro ejercicio y de click en él. Aparecerá la siguiente pantalla.

Haz la descomposición en factores primos del siguiente número

6 5 5 |

AYUDA

FALLOS

Salida

En todos los casos el profesor explicará cada una de las pantallas.

### Evaluación

1. Habilidad para representar, comparar, ordenar, convertir fracciones impropias a mixtas y viceversa mediante el empleo del Software ESO1.
2. Participación, orden, disciplina y compañerismo.