

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, LEÓN

ÁREA DE CONOCIMIENTO DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

ÁREA DE CONOCIMIENTO ESPECÍFICA MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA



**CATEGORIZACIÓN APLICANDO GEOMETRÍA FRACTAL DEL GRADO DE RUGOSIDAD DE
LAS FALLAS GEOLÓGICAS COMPROBADAS EN EL MUNICIPIO DE MANAGUA,
NICARAGUA**

**MONOGRAFÍA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADO EN MATEMÁTICA**

PRESENTADO POR:

Br. José Armando Dinkin Thomas

Br. Waker Thompson Bordas

Br. Yuder Toledo Ocampo

Tutora: Lic. Isaura Verónica Rivera Aguilera

Asesor: M.Sc. Amilcar Geovanny Cabrera Ramirez

León, 03 de octubre del 2025

2025: 46/19 ¡Siempre más allá, avanzando en la Revolución!

CONTENIDO

I.	INTRODUCCIÓN.....	1
II.	OBJETIVOS	3
	2.1 Objetivo general	3
	2.2 Objetivos específicos	3
III.	MARCO TEÓRICO	4
	3.1 Introducción a los fractales	4
	3.1.1 Conceptos Preliminares.	4
	3.1.3 Tipos de Fractales.....	8
	3.1.4 Dimensión Fractal	11
	3.1.5 Método de Box-Counting.	12
	3.2 Aplicaciones en geología y categorización de fallas	14
	3.2.1 Categorización de fallas geológicas según su dimensión fractal	17
	3.2.2 Rugosidad de fallas geológicas	19
IV.	DISEÑO METOLÓGICO	20
	4.1 Esquema de la Investigación.....	20
	4.2 Selección de la Información y herramientas a utilizar	21
	4.2.1 Selección de la información	21
	4.2.2 Selección de las herramientas a utilizar	23
	Hardware.	23
	Software	24
	4.3. Cálculo de dimensiones fractales con Box-Counting	27
	4.3.1 Implementación del método de Box-Counting	27
	4.3.2 Pasos para implementar el método de Box-Counting:.....	27
	4.3.3 Cálculo de Dimensiones Fractales.	28
	4.4. Categorización de dimensiones fractales.....	34
	Categorización de fallas geológicas de la ciudad de Managua.....	37
V.	CONCLUSIÓN.....	41
VI.	RECOMENDACIONES.....	42
VII.	BIBLIOGRAFÍA.....	43

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Fractal de Lévy	2
Figura 2. Conjunto de Cantor	8
Figura 3. Atractor de Lorenz	9
Figura 4. Conjunto Mandelbrot.	10
Figura 5. Árboles fractal horizontales	11
Figura 6. Recubrimiento de R^2	14
Figura 7. Fallas geológicas.....	15
Figura 8. Bloque diagrama de una falla normal.	16
Figura 9. Movimiento relativo a lo largo de una falla inversa	16
Figura 10. Desplazamiento de los horizontes por fracturas encontradas en la primera estación.....	17
Figura 11. Mapa iterativo de fallas geológicas de la ciudad de Managua.....	22
Figura 12. Computadora hp.....	23
Figura 13. Entorno del editor de código.....	25
Figura 14. Fallas geológicas Managua-Nicaragua	26
Figura 15. Generalización en QGIS de Falla Colinas.	28
Figura 16. Generalización en QGIS de la falla Banco.	29
Figura 17. Generalización en QGIS de la falla Chico Pelón	29
Figura 18. Generalización en QGIS de la falla Caldera.....	30
Figura 19. Generalización en QGIS de la falla Alineamiento Nejapa.....	30
Figura 20. Generalización en QGIS de la falla Estadio.	31
Figura 21. Generalización en QGIS de la falla San Judas.	31
Figura 22. Generalización en QGIS de la falla Tiscapa.	32
Figura 23. Generalización en QGIS de la falla Sistema Aeropuerto.	32
Figura 24. Generalización en QGIS de la falla Sistema Escuela.....	33
Figura 25. Generalización en QGIS de la falla Sistema Centroamérica.	33
Figura 26. Gráfica de categorización de dimensión fractal.....	39

ÍNDICE DE TABLA

Tabla 1: Dimensión fractal "D" de fallas geologica de managua	35
Tabla 2: Operaciones con dimensión fractal D y media de dimensión fractal D	36
Tabla 3: Categorización de fallas geológicas	38
Tabla 4: Categorización en intervalos.	39

DEDICATORIA

Dedicamos este trabajo a nuestros padres, por ser el pilar fundamental en nuestras vidas, brindándonos su apoyo incondicional, amor, paciencia y motivación para alcanzar nuestras metas académicas y personales.

A nuestra tutora, por su valiosa guía, orientación constante y compromiso durante el desarrollo de esta investigación, transmitiéndonos no solo conocimiento, sino también confianza para afrontar este desafío con determinación.

Agradecemos especialmente al Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER), por brindarnos información y datos técnicos fundamentales para la realización de este estudio, aportando así al desarrollo y culminación exitosa de esta investigación.

Asimismo, dedicamos este logro a la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-León, institución que nos ha brindado las herramientas académicas y el espacio para formarnos como profesionales comprometidos con el desarrollo de nuestro país.

AGRADECIMIENTO

A Dios, por darnos salud, fortaleza y sabiduría para culminar este trabajo.

A nuestros padres, por su apoyo constante y motivación en todo momento.

A nuestra tutora, por su orientación y compromiso durante el desarrollo de la investigación.

Al Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER), por el suministro de datos e información académica y el respaldo institucional brindado

RESUMEN

Este trabajo de investigación aborda la categorización del grado de rugosidad de fallas geológicas en Managua, Nicaragua, mediante el análisis multifractal y la implementación del método de conteo de cajas (box-counting) en Python. Se recopilaron y procesaron datos geoespaciales proporcionados por el Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER), aplicando herramientas computacionales para estimar la dimensión fractal de cada falla. Los resultados obtenidos permiten clasificar las fallas según su nivel de peligrosidad, contribuyendo así la planificación territorial, la mitigación de riesgos y la generación de información técnica de valor para autoridades y especialistas. El estudio presenta una integración metodológica que combina fundamentos teóricos, análisis estadístico y representación cartográfica, proporcionando una base sólida para investigaciones futuras en el campo de la geología y la gestión de riesgos naturales.

Palabras Claves: dimensión fractal, rugosidad, fallas geológicas, análisis multifractal, box-counting.

I. INTRODUCCIÓN.

En las últimas décadas, la aplicación de herramientas matemáticas avanzadas como la geometría fractal ha transformado el análisis de fenómenos naturales complejos, particularmente en disciplinas como la geología. El método de Conteo de Cajas o Box-counting ha sido uno de los más utilizados para calcular la dimensión fractal, permitiendo cuantificar la complejidad de superficies irregulares a distintas escalas (Gumiel y Paredes, 1996). Su implementación ha sido ampliamente facilitada por el uso de lenguajes de programación como Python, cuyas librerías científicas, tales como NumPy y Matplotlib, permiten automatizar los cálculos, optimizar el análisis de grandes volúmenes de datos y representar visualmente la rugosidad de formaciones geológicas.

Diversos estudios han demostrado la eficacia del análisis fractal no solo en el campo geológico, sino también en áreas como la física, el procesamiento de imágenes y la clasificación de patrones meteorológicos (Dimri et al., 2005). Particularmente en geología, este método ha sido empleado con éxito para estudiar la distribución de minerales (Gumiel y Paredes, 1996), analizar la morfología de fallas tectónicas (Pérez y Toro, 2011) y comprender mejor su relación con la actividad sísmica. Según estos autores, la dimensión fractal, al estar vinculada con la rugosidad de una falla, es un indicador potencial de la magnitud y frecuencia de los eventos sísmicos. En este contexto, el análisis multifractal ha emergido como una técnica complementaria eficaz para categorizar fallas y predecir su comportamiento (Pérez y Toro, 2011; Navas, 2013).

Cabe señalar que los estudios en Argentina y Colombia (Pérez y Toro, 2011) han demostrado cómo la categorización de fallas geológicas contribuye a mejorar las técnicas de prevención y mitigación frente a terremotos, lo cual les ha permitido mejorar las técnicas de prevención y mitigación frente a estos fenómenos incapaces de predecir y cuyas consecuencias pueden ser devastadoras.

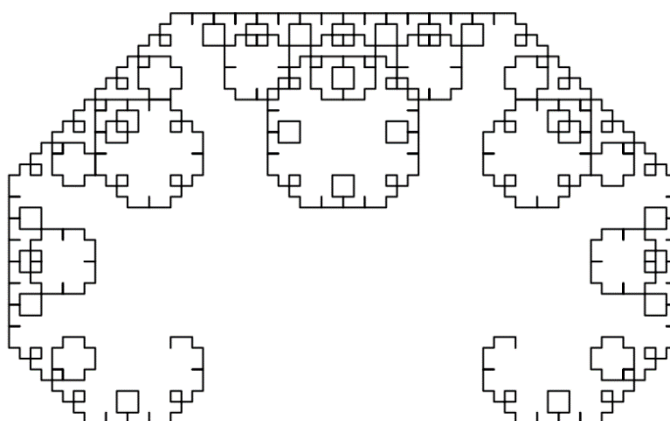
En el caso de Nicaragua, y específicamente de la ciudad de Managua, la actividad sísmica es una constante que representa una amenaza significativa para la población y la infraestructura. Las fallas geológicas activas en esta región, identificadas por el Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER, 2002), son responsables de acumular y liberar tensiones tectónicas que derivan en terremotos. No obstante, la comprensión matemática de estas fallas sigue siendo limitada, ya que los métodos geométricos tradicionales no logran capturar con precisión la complejidad de sus estructuras (Rivera y Maldonado, 2022). Estudios como los de Power y Tullis (1991) y Candela et al. (2012) han evidenciado que la rugosidad de una falla tiene

una influencia directa sobre la acumulación de energía, siendo las superficies más rugosas más propensas a liberar energía de forma violenta.

A pesar de la existencia de estudios fractales aplicados a fenómenos geológicos, en Nicaragua no se ha realizado una categorización sistemática de las fallas de Managua en función de su rugosidad, medida mediante la dimensión fractal. Esto plantea interrogantes relevantes como: ¿cómo influye la rugosidad de las fallas geológicas en el comportamiento sísmico?, ¿es posible categorizar las fallas activas de Managua utilizando la geometría fractal? La necesidad de responder a estas preguntas justifica el presente estudio, que busca aplicar el método Box-counting a través de algoritmos computacionales implementados en Python, con el fin de calcular la dimensión fractal de un conjunto de fallas geológicas de Managua. A partir de estos valores, se pretende elaborar una propuesta de categorización basada en el grado de rugosidad, haciendo uso de técnicas de estadística descriptiva. Este enfoque, además de ser innovador en el contexto nacional, podría contribuir significativamente a la gestión del riesgo sísmico, tal como lo han demostrado investigaciones realizadas en Argentina y Colombia (Pérez y Toro, 2011).

Asimismo, este estudio aspira a motivar el interés de estudiantes y profesionales en la aplicación de la geometría fractal a problemas del mundo real, demostrando su utilidad no solo en las ciencias de la tierra, sino también en campos tan diversos como la medicina, la biología, la economía y la ingeniería. De esta manera, se espera no solo enriquecer el conocimiento científico, sino también generar herramientas útiles para la planificación urbana y la mitigación de desastres naturales en Nicaragua.

Figura 1. Fractal de Lévy



Nota: Fractal geométrico de recursión sobre segmentos con ángulos de 45° ; tiene un crecimiento en longitud exponencial, pero con espacio finito (Fuente propia).

II. OBJETIVOS

2.1 Objetivo general

- Categorizar aplicando Geometría Fractal del grado de rugosidad de las fallas geológicas comprobados en el Municipio de Managua, Nicaragua.

2.2 Objetivos específicos

- Ejecutar el método de conteo de cajas en software matemático de Python para el análisis de dimensión de los fractales.
- Determinar en Python los valores de dimensión fractal de cada una de las fallas geológicas comprobadas por el INETER en Managua.
- Aplicar método de estadísticas descriptiva para el agrupamiento de los valores de dimensión Fractal de las fallas geológicas de la ciudad de Managua.

III. MARCO TEÓRICO

3.1 Introducción a los fractales

La palabra fractal proviene del latín *fractus*, que significa “quebrado” o “fracturado”, es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada e irregular, se repite a diferentes escalas. Este término fue introducido por el matemático Benoit Mandelbrot en 1975.

Es importante hacer mención acerca del origen de la geometría fractal, descrito por Mandelbrot (1982), y cuyos fundamentos matemáticos se remontan a finales del siglo XIX y principios del siglo XX, con la aparición de conjuntos geométricos que parecían contradecir la lógica convencional. Ejemplos de estas son la curva de Peano o el conjunto de Cantor, los cuales fueron desarrollados por grandes matemáticos de la historia, cuyos conjuntos presentaban una aparente discrepancia entre su tamaño y su configuración espacial como colecciones de puntos.

Este fenómeno reveló la necesidad de diferenciar entre el estudio de la forma geométrica y la medida del tamaño de los conjuntos, por consiguiente, fue en este contexto que surgió la teoría geométrica de la medida, cuyo fundamento se estableció con la definición de la dimensión de Hausdorff, que permitió aclarar el tamaño de estos conjuntos paradójicos. Dichos fundamentos fueron ampliados con los trabajos de Besicovitch en las décadas de 1920 y 1930, quien exploró las propiedades geométricas de los conjuntos planos. Es importante señalar que la geometría fractal experimentó un gran avance gracias a descubrimiento de caos determinista y el desarrollo de las computadoras, lo que ha permitido establecer bases sólidas para su aplicación en diversas disciplinas.

3.1.1 Conceptos Preliminares.

Definición 3.1.1 El número de coordenadas requeridas para especificar un objeto es dimensión euclidiana.

El concepto de dimensión es sencillo cuando se refiere a figuras básicas como puntos, rectas, triángulos y poliedros. Por ejemplo, un punto único o un punto finito de puntos tiene dimensión cero, un segmento rectilíneo es unidimensional, y la superficie de un triángulo o un círculo es bidimensional; de igual forma, el conjunto de puntos que conforman un cubo es tridimensional (Atencia, 2014). Sin embargo, al intentar generalizar este concepto para abarcar estructuras más complejas que la geometría euclidiana no puede describir, surge la necesidad de extender la

noción de dimensión. Las definiciones 2.1.2 y 2.1.3 detallan lo que conoce como dimensión topológica.

Definición 3.1.2 Un conjunto $A \subset \mathbb{R}^n$ tiene dimensión topológica 0 si para cada punto de A podemos encontrar un entorno de $\mathbb{R}^n$ tan pequeño como deseemos, cuya frontera no interseque el conjunto A en ningún punto (Munkres, 2000).

Ejemplo: El Conjunto de Cantor, que no presenta ningún punto aislado, tiene una dimensión topológica. En realidad, todos los conjuntos que son completamente desconexos comparten esta característica, es decir, poseen una dimensión igual a cero.

Definición 3.1.3 Un conjunto $A \subset \mathbb{R}^n$ tiene dimensión topológica $k > 0$ si cada punto $p \in A$ posee entornos $\mathbb{R}^n$ arbitrariamente pequeños cuya frontera interseca el conjunto A es un subconjunto de dimensión $k - 1$, y además k es el número natural más pequeño con esta propiedad (Atencia, 2014).

Ejemplo: Cualquier segmento o curva tiene dimensión 1, ya que existen entornos de todos sus puntos que intersecan la curva en un conjunto dimensión 0, las figuras planas más comunes, tiene una dimensión de 2.

Félix Hausdorff (1868-1942) fue un matemático alemán de origen indio, considerado uno de los fundadores de la topología moderna. Sus contribuciones fueron fundamentales en la teoría de conjuntos, la teoría descriptiva de conjuntos, la teoría de la medida, el análisis funcional y la teoría de funciones, siendo este ilustre matemático quien introdujo los conceptos de medida y dimensión, que son esenciales en el estudio de la teoría de fractales.

Formalmente para Hausdorff (1918), un conjunto F , su dimensión de Hausdorff se define como el menor valor d tal que la medida de Hausdorff $H^d(F)$ es cero, así pues, este concepto, según Hausdorff, permite una medición más precisa de la complejidad de objetos fractales, y es particularmente útil en el análisis de estructuras geológicas donde la rugosidad puede variar a lo largo de diferentes escalas.

Definición 3.1.4 Sea (S, d) un espacio métrico. Sea U un subconjunto no vacío de $\mathbb{R}^n$. Entonces, el diámetro de U se define como:

$$|U| = \sup \{ |x - y| : x, y \in U \}$$

es decir, la mayor distancia de cualquier par de punto de U .

Definición 3.1.5 Si $\{U_i\}_{i \in I}$ es una colección de conjunto finitos de diámetro máximo δ que cubre a F , es decir, $F \subset \bigcup_{i \in I} U_i$ con $0 \leq |U_i| \leq \delta$ para cada $i \in I$, entonces decimos que $\{U_i\}_{i \in I}$ es un δ – recubrimiento de F (Atencia,2014).

Se utiliza el siguiente lema para definir la medida de Hausdorff.

Lema 3.1.1 Supongamos que F es un subrecubrimiento de $\mathbb{R}^n$ y s es un numero real positivo. Para cualquier $\delta > 0$, definimos:

$$H_\delta^s(F) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^s : \{U_i\}_{i \in I} \text{ es una } \delta - \text{recubrimiento de } F \right\} \quad (1)$$

De esta forma, cuando δ se hace cada vez más pequeño, el valor $H_\delta^s(F)$ es cada vez mas grande. Por lo tanto, el ínfimo $H_\delta^s(F)$ tiende a aproximarse a su limite a medida que $\delta \rightarrow 0$. En este caso, se expresa de la siguiente manera.

$$H^s(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_\delta^s(F). \quad (2)$$

Denominaremos medida exterior s –dimensional de Hausdorff del conjunto F a $H^s(F)$

Definición 3.1.6 Un conjunto obtenido mediante intersecciones o uniones numerables de conjuntos abiertos o cerrados, en topología que sea considerada en ese momento, se denomina conjunto de Borel o Boreliano (Munkres, 2000 como se citó en Rivera y Maldonado, 2022).

Luego, para definir dimensión de Hausdorff, utilizaremos la definición de la medida de exterior s – dimensional de Hausdorff.

Definición 3.1.7. Dado un conjunto F , existe un único “valor critico” $s_0 \in [0, \infty]$ tal que:

$$H^s(F) = \infty, \text{ para todo } s < s_0,$$

$$H^s(F) = 0, \text{ para todo } s > s_0. \quad (3)$$

Llamamos s_0 a la definición de Hausdorff del conjunto F , y lo representamos como $s_0 = \dim_H(F)$. Es posible que $H^s(F) = 0$ para todo $s > 0$, en este caso, $\dim_H(F) = 0$. De manera similar, puede ocurrir que $H^s(F) = \infty$ para todo s , lo que implica que $\dim_H(F) = \infty$. desigualdad:

$$0 < H^s(F) < \infty \quad (4)$$

3.1.2 Conceptualización de fractal

Mandelbrot (1982) introduce el concepto de dimensión fractal, que, a diferencia de la dimensión topológica, no es necesariamente un número entero. Refleja el nivel de complejidad o irregularidad de un objeto. Por ejemplo, una curva fractal puede tener una dimensión entre 1 y 2, lo que indica que, aunque se parece a una línea, es más compleja que una curva suave normal. Mandelbrot señala que la dimensión fractal se utiliza para medir cómo las propiedades geométricas cambian a diferentes escalas.

Es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas. Los fractales no sólo son autosimilares (es decir, presentan una estructura repetitiva en todas las escalas), sino que también tienen una dimensión fractal, un concepto matemático que refleja la complejidad del objeto y que no es necesariamente un número entero. En términos simples, un fractal es una figura que sigue patrones geométricos repetidos a lo largo de múltiples niveles de escala, lo que les confiere una apariencia similar a diferentes ampliaciones (Gumiel y Paredes, 1996).

Munkres (2000) define la dimensión topológica en términos generales de un objeto como el número de coordenadas necesarias para describir cada punto en el espacio. En el caso de los objetos euclidianos, como una línea, un plano o un volumen, estas dimensiones son enteras, sin embargo, los fractales no se ajustan a esta definición clásica debido a su complejidad geométrica.

Por otro lado, se establece que la dimensión topológica de un espacio es el número mínimo de cubiertas abiertas necesarias para cubrir el espacio, con restricciones sobre la cantidad de solapamiento entre ellas (Munkres, 2000).

Falconer (2003) explica que uno de los métodos más utilizados para calcular la dimensión fractal es el método de Box-Counting o Conteo de Cajas; este método consiste en cubrir un objeto con una malla de cajas de tamaño ϵ y contar cuántas de estas cajas contienen parte del objeto. A medida que el tamaño de las cajas disminuye, el número de cajas que cubren el objeto cambia. Falconer formula la dimensión de Box-Counting de la siguiente manera:

$$dim_B(F) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)} \quad (5)$$

Donde $N(\epsilon)$ es el número de cajas que cubren parte del objeto. La dimensión de Box-Counting refleja la tasa a la que la estructura del objeto se revela en escalas más pequeñas y es especialmente útil para objetos como las fallas geológicas, cuyas superficies presentan irregularidades complejas que no pueden ser descritas con la geometría tradicional.

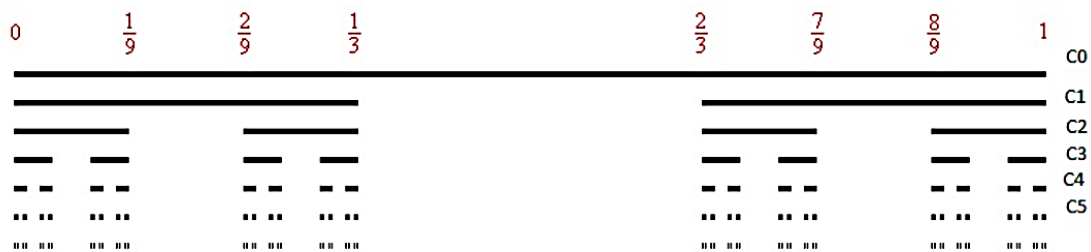
Navas (2013) señala que, en el estudio de las fallas geológicas, la dimensión fractal ayuda a caracterizar la rugosidad de las superficies de falla, lo cual tiene un impacto directo en la acumulación y liberación de energía tectónica. Un mayor valor de la dimensión fractal suele indicar una superficie más rugosa, lo que puede estar relacionado con una mayor acumulación de tensión y, por lo tanto, un mayor riesgo sísmico.

3.1.3 Tipos de Fractales.

A. Fractales Geométricos

Son los más conocidos y se generan mediante la repetición de una figura básica siguiendo una regla determinada. Ejemplos clásicos incluyen el triángulo de Sierpinski, la curva de Koch y el conjunto de Cantor (Mandelbrot, 1983).

Figura 2. Conjunto de Cantor



Nota: Su descubridor el matemático Georg Cantor en 1883. Tomado de *Fractales Matemáticos* (Toro, V, 2014). Universidad de Barcelona.

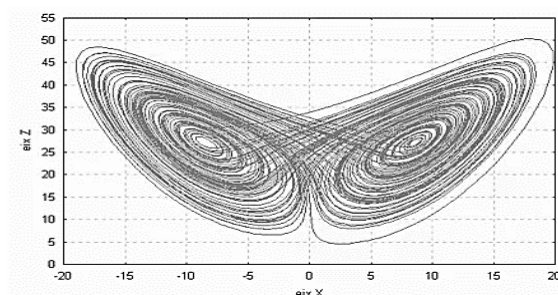
B. Fractales Estocásticos o Aleatorios

Estos no siguen una regla estricta como los geométricos, sino que incorporan elementos de aleatoriedad. Se usan para modelar fenómenos naturales como la formación de montañas, nubes y costas (Feder, 1988).

Los fractales de órbitas caóticas se generan mediante sistemas dinámicos en los que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales conducen a comportamientos drásticamente diferentes. El Atractor de Lorenz es un ejemplo famoso de este tipo de fractal. Fue desarrollado por el

meteorólogo Edward Lorenz en 1963 como parte de sus estudios sobre la predicción meteorológica. Lorenz descubrió que las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento de los fluidos atmosféricos producen trayectorias que, a largo plazo, no se repiten ni divergen al infinito, sino que oscilan en torno a una forma fractal. Este atractor es un ejemplo claro de cómo un sistema dinámico puede exhibir un comportamiento caótico y fractal al mismo tiempo (Lorenz, 1963). En la figura 5.2 se presenta un claro ejemplo de un fractal con órbitas caóticas, perteneciente a un sistema dinámico. Originalmente, su autor lo desarrolló con el objetivo de entender mejor los fenómenos meteorológicos.

Figura 3. Atractor de Lorenz



Nota: Adaptado de mariposa y atractores (Jaume, 2010).

C. Fractales Algebraicos

Son los que se generan mediante fórmulas algebraicas iterativas complejas como los Conjuntos de Julia y Mandelbrot; son los más representativos y muestran una complejidad infinita a cualquier escala de aumento (Peitgen, Jürgens y Saupe, 1992).

El conjunto de Mandelbrot, el matemático Mandelbrot (1982) define los fractales como estructuras que presentan autosimilitud, es decir, tienen la misma apariencia a diferentes escalas. Este concepto es fundamental para la descripción de los fractales en la naturaleza, como líneas costeras, montañas o nubes. Según Mandelbrot, los fractales se dividen en varios tipos, dependiendo de sus propiedades geométricas y sus características.

El conjunto de Mandelbrot es el más conocido de los conjuntos fractales y, a su vez, uno de los de mayor complejidad.

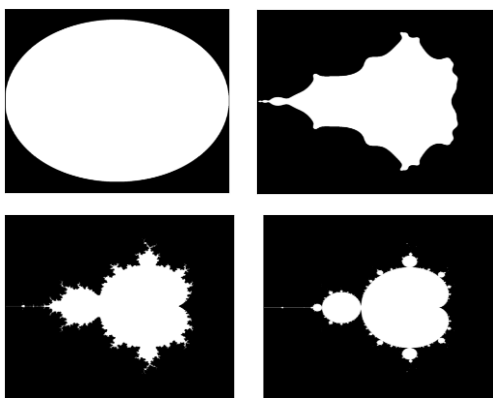
Definición 3.1.8 (conjunto de Mandelbrot). Sea $f_c(Z) = Z^2 + c$ y sea $J_c = J(f_c)$ el conjunto de Mandelbrot M se define como:

$$M = \{c \in \mathbb{C} : J_c \text{ es conexo}\}.$$

Para calcular el conjunto de Mandelbrot no se usa la definición formal que acabamos de dar, ya que esta resulta ser prácticamente inmanejable desde un punto de vista computacional. Para ellos se utiliza una propiedad que caracteriza el conjunto y que le da por tanto una definición equivalente (Bervis y Velázquez, 2019).

Si empezamos a iterar la función $f_c(z) = z^2 + c$ para distintos valores de c , a partir siempre del valor inicial $z_0 = 0$, esto es, consideramos la familia de iterados $f_c^n(0)$ para $n = 0, 1, 2, \dots$, entonces el conjunto de Mandelbrot M son justamente los valores de $c = c_1 + ic_2$ que hacen que esta sucesión sea acotada. Luego dado un valor c del plano complejo decidimos que está en el conjunto de Mandelbrot o no según que la iteración anterior esta acotada o no.

Figura 4. Conjunto Mandelbrot.



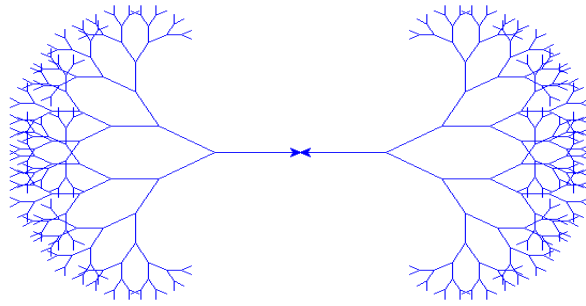
Nota: El conjunto Mandelbrot, adaptado de El teorema de punto fijo de Benach y algunas de sus aplicaciones en espacios métricos pág. 52 (Bervis y Velázquez, 2019).

D. Fractales Naturales

Son patrones fractales observables en la naturaleza, como las ramas de los árboles, los sistemas fluviales, la distribución de galaxias y las líneas de costa. Aunque no son fractales perfectos, se comportan de manera auto-similar dentro de ciertos rangos de escala (Vicsek, 1992).

En contraste con la geometría euclidiana, donde los elementos básicos (como líneas, círculos o planos) se generan de forma directa, en la geometría fractal las formas primordiales surgen a partir de algoritmos matemáticos. Estos procedimientos, al ejecutarse dentro de un rango específico de valores, producen las extraordinarias figuras complejas conocidas como fractales, como se aprecia en la figura de abajo. Estas formas, aunque parecen caóticas, en realidad mantienen un orden subyacente. Los fractales son, sin duda, más que simples curiosidades matemáticas (Rivera y Maldonado, 2022).

Figura 5. Árboles fractal horizontales



Nota: Adaptado de Aplicación del Método de Box-Counting para el Cálculo de la Dimensión Fractal de las Fallas Geológicas en la ciudad de Managua-Nicaragua. p.10 (Rivera y Maldonado, 2022).

E. Fractales Multifractales, se componen de múltiples dimensiones fractales en una misma estructura, permitiendo un análisis más fino de la complejidad y distribución local. Son útiles en análisis de series temporales, estructuras geológicas y turbulencia (Meneveau Sreenivasan, 1987)

3.1.4 Dimensión Fractal

La dimensión fractal es una medida que cuantifica la complejidad de un objeto fractal, es decir, describe cómo cambia la geometría de una figura a medida que se cambia la escala de observación. A diferencia de las dimensiones tradicionales de los objetos geométricos (como las dimensiones enteras en geometría euclidiana), la dimensión fractal puede ser un número real no entero, lo que refleja la irregularidad y la autosimilitud de los objetos a diferentes escalas.

3.1.9. Definición (Dimensión fractal): Sea $A \in \mathcal{H}(X)$ donde (X, d) es un espacio métrico. Para cada $\epsilon > 0$ sea $\mathcal{N}(A, \epsilon)$ el número más pequeño de bolas cerradas de radio $\epsilon > 0$ necesarias para cubrir A . Si

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log(\mathcal{N}(A, \epsilon))}{\log\left(\frac{1}{\epsilon}\right)} \quad (6)$$

Benoit Mandelbrot, en su obra seminal sobre geometría fractal (1982), propuso que las figuras fractales no tienen un contorno suave o definido, sino que presentan detalles infinitos al acercarse a ellas, lo que les da una dimensión mayor que las formas simples de nuestra geometría clásica; como líneas o superficies planas.

Cabe señalar que, la dimensión fractal se utiliza para describir fenómenos naturales, como las costas, las estructuras geológicas y las redes de fallas. En el contexto de las *fallas geológicas*, esta medida puede ser crucial para entender la *rugosidad* de las superficies de las fallas, la distribución de fracturas y, en última instancia la **actividad sísmica** en una región.

3.1.5 Método de Box-Counting.

La dimensión de Box-Counting es otra forma de determinar la dimensión fractal de un conjunto F en un espacio métrico (S, d) . Para comprender la dimensión de Box-Counting, partiremos de una idea sencilla, tenemos un fractal cualquiera, luego tomamos una malla y la dividimos en cuadrado $r/2$ y contamos cuantos cuadrados han cubierto el conjunto fractal, y así sucesivamente (Atencia, 2014).

Teorema 3.1.1 (Teorema del Sándwich) sea I un intervalo que contiene un punto a , y sea f, g y h funciones definidas en I , exceptuando quizás el punto a . supongamos que para todo x en I diferente de a tenemos: $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$, y supongamos también que:

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

Entonces de expresión de anterior se obtiene que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Observaciones: El teorema del Sándwich (también conocido como teorema del atrapamiento o teorema de las dos policías) establece que si una función $f(x)$ esta “atrapada” entre dos funciones $g(x)$ y $h(x)$, y ambas $g(x)$ y $h(x)$ tienden al mismo limite L cuando $x \rightarrow a$, entonces $f(x)$ también debe tender a L cuando $x \rightarrow a$.

Teorema 3.1.2 Sea (S, d) un espacio métrico y sea F un subconjunto de s . Sea $\epsilon_n = Cr^n$ para $0 < r < 1$, $C > 0$ Y $n = 1, 2, 3 \dots$ Si

$$\dim_B(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log(N_\delta(F))}{\log(\delta)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(N_{\epsilon_n}(F))}{\log(\frac{1}{\epsilon_n})} \quad (7)$$

entonces, F tiene dimensión fractal $\dim_B(F)$

Demostración:

Sea $r, C > 0$, y sea la sucesión $E = \epsilon_n: n = 1, 2, 3, \dots$. Definimos $f(\epsilon) = \max = \{\epsilon_n \leq \epsilon\}$.

$$f(\epsilon) \leq \epsilon \leq \frac{f(\epsilon)}{r},$$

$$\underbrace{N_{f(\epsilon)}(F)}_2 \geq \underbrace{N_\epsilon(F)}_1 \geq \underbrace{N_{\frac{f(\epsilon)}{r}}(F)}_r.$$

Dado que $\log(x)$ es una función positiva y creciente para $x \geq 1$ obtenemos que:

$$\frac{\log(N_{\frac{f(\epsilon)}{r}}(F))}{\log(\frac{1}{f(\epsilon)})} \geq \frac{\log(N_\epsilon(F))}{\log \frac{1}{\epsilon}} \geq \frac{\log(N_{\frac{f(\epsilon)}{r}}(F))}{\log \frac{r}{f(\epsilon)}}.$$

Supongamos que $N_\epsilon(F) \rightarrow \infty$ cuando $\epsilon \rightarrow 0$, sino el teorema no será cierto. Por otro lado, sabemos que $N_{f(\epsilon)} = N_{\epsilon_n}$ y $f(\epsilon) = \epsilon_n$, entonces por la desigualdad

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N_{\frac{f(\epsilon)}{r}}(F))}{\log(\frac{r}{f(\epsilon)})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(N_{\epsilon_n}(F))}{\log(\frac{r}{\epsilon_n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(N_{\epsilon_n}(F))}{\log(r) + \log(\frac{1}{\epsilon_n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_{\epsilon_n}(F)}{\log(\frac{1}{\epsilon_n})} \quad (8)$$

Para la desigualdad 2, tendríamos:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N_{\frac{f(\epsilon)}{r}}(F))}{\log(\frac{1}{f(\epsilon)})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(N_{\epsilon_{n-1}}(F))}{\log(\frac{1}{\epsilon_n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{\epsilon_{n-1}}(F)}{\log(\frac{1}{r}) + \log(\frac{1}{\epsilon_{n-1}})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_{\epsilon_n}(F)}{\log(\frac{1}{\epsilon_n})} \quad (9)$$

Cuando $\epsilon \rightarrow 0$, la ecuación 8 y 9 poseen el mismo valor, luego, por el teorema del Sandwich, concluimos que $\dim_B(B)$ tendrá el mismo valor que la ecuación que obtuvimos en la ecuación 8 y 9 por consiguiente

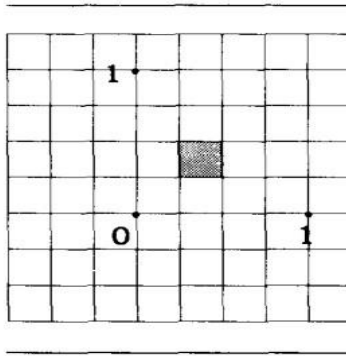
$$\dim_B(F) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_{\epsilon_n}(F)}{\log(\frac{1}{\epsilon_n})} \quad (10)$$

Teorema 3.1.3 (Box-counting) Sea $A \in H(\mathbb{R}^m)$ donde se usa la métrica euclidiana. Cubra $\mathbb{R}^m$ con cajas cuadradas cerradas que solo se tocan en el lado de longitud $(1/2^n)$. Sea $N_n(A)$ el número de cajas de lado de longitud $(1/2^n)$ que se cruzan con el atractor. Sin

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\ln(N_n(A))}{\ln(2^n)} \right\} \quad (11)$$

Entonces A tiene dimensión fractal D (Barnsley, 1988). Espacio $\mathbb{R}^2$ como se ejemplifica en la figura 6 para $n = 2$ y $m = 2$.

Figura 6. Recubrimiento de $\mathbb{R}^2$



Nota: Cajas cerradas de lados $(\frac{1}{2^n})$ Cubre $\mathbb{R}^2$. Tomado de *Fractals everywhere*, por Barnsley M. (1988). Academic Press

Cabe mencionar que este teorema ofrece una forma de calcular la dimensión de box-counting mediante una secuencia de diámetros ϵ_n , que se reducen progresivamente a medida que $n \rightarrow \infty$. El teorema es útil porque, en lugar de calcular la dimensión fractal directamente para valores infinitamente pequeños de δ , podemos utilizar una secuencia específica $\epsilon_n = Cr^n$ para aproximar la dimensión del conjunto F (Mandelbrot, 1975).

En términos geométricos, el teorema indica cómo podemos medir la complejidad geométrica de un conjunto F en un espacio métrico, ya que a medida que el tamaño de los cubos utilizados para cubrir F disminuye, la relación entre el número de cubos necesarios y el tamaño de esos cubos nos proporciona una medida precisa de cuán intrincada es la estructura del conjunto; lo cual resulta en una estimación de la dimensión Box-counting.

3.2 Aplicaciones en geología y categorización de fallas

La Geología Estructural es una rama de la geología que estudia las deformaciones en la corteza terrestre, como los pliegues y fallas, para determinar la naturaleza de las fuerzas que las produjeron. La comprensión de la arquitectura de la corteza es crucial para identificar recursos naturales y evaluar riesgos geológicos (Tarbuck y Lutguens, 2005).

Definición 3.2.1 Las fallas geológicas son fracturas en la corteza terrestre donde se produce desplazamiento relativo entre los bloques de roca a ambos lados de la fractura (Pérez y López, 2003).

Esta definición indica que este fenómeno ocurre debido a tensiones tectónicas que acumulan energía en las rocas hasta que se libera bruscamente, generando un terremoto. Las fallas se clasifican en diferentes tipos según el movimiento que ocurre a lo largo de ellas, incluyendo fallas normales, inversas y de deslizamiento horizontal.

Además, que se describe que las fallas no son estructuras simples, sino que presentan una geometría irregular y compleja. A menudo, las fallas son segmentos interconectados que pueden generar sismos de distinta magnitud dependiendo de su tamaño y la cantidad de energía acumulada en ellas. La rugosidad de las superficies de falla, es decir, las irregularidades en sus paredes, influye en la acumulación de tensión y en el comportamiento de los terremotos. A mayor rugosidad, es más probable que la falla acumule grandes tensiones, lo que puede derivar en terremotos de mayor magnitud (Turcotte, 1997).

En un contexto más específico, Falconer (1990) y Mandelbrot (1982) aplican el concepto de geometría fractal para describir la complejidad de las fallas. Esto implica que las fallas tienen propiedades autosimilares a diferentes escalas, lo que permite que las técnicas fractales sean utilizadas para analizar su comportamiento y riesgos asociados, en la figura 7 se observa una falla en la naturaleza que es evidente el patrón en su estructura natural.

Figura 7. Fallas geológicas.



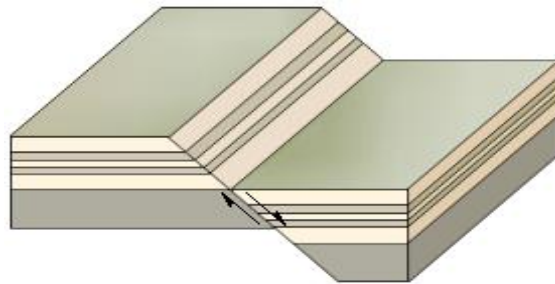
Nota: Adaptado de Fallas Geológicas: que son, tipos y ejemplos (Giménez, 2024).

Definición 3.2.2 (Fallas con desplazamiento vertical). Estas fallas tienen un movimiento predominantemente paralelo a la inclinación de la superficie de la falla. Se clasifican en dos tipos principales: fallas normales e inversas.

Las fallas normales ocurren cuando el bloque superior se desplaza hacia abajo respecto al bloque inferior, mientras que las fallas inversas tienen el bloque superior desplazándose hacia arriba; las fallas inversas con inclinaciones a 45° se denominan cabalgamientos (Tarbuck y Lutguens, 2005).

- a. **Normales:** Estas ocurren cuando el bloque superior se desplaza hacia abajo respecto al bloque inferior debido a fuerzas extensionales, lo que provoca el estiramiento de la corteza terrestre. Son comunes en zonas de divergencia tectónica.

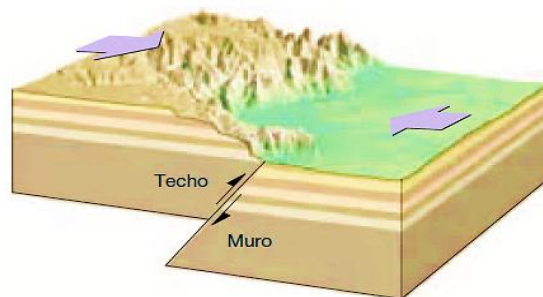
Figura 8. Bloque diagrama de una falla normal.



Nota: Adaptado de Falla normal lmb.png (Benites, 2004).

- b. **Inversas:** estas ocurren cuando el bloque superior se desplaza hacia arriba en relación con el bloque inferior, debido a fuerzas compresivas que acortan la corteza terrestre, con inclinaciones superiores a 45° .

Figura 9. Movimiento relativo a lo largo de una falla inversa

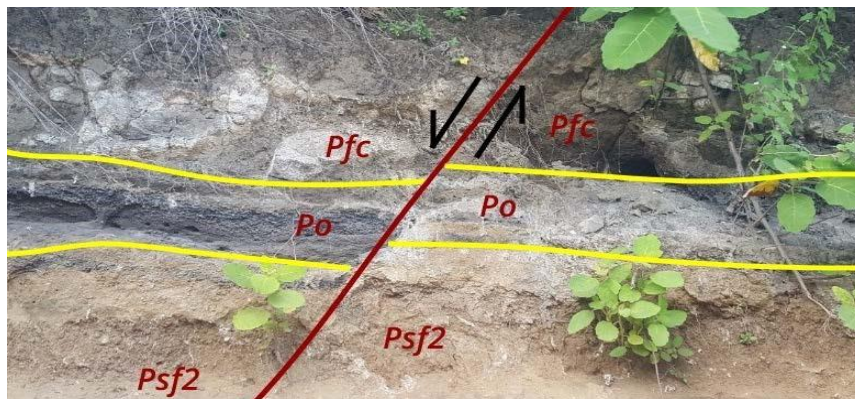


Nota: Adaptado de Ciencias de la tierra: Una introducción a la geología física (pag.299), por E.J. Tarbuck y F.K. Lutgens, 2005.

Definición 3.2.3 Fallas con desplazamiento horizontal. En este tipo de fallas, el desplazamiento dominante es paralelo y horizontal a lo largo de la superficie de la falla.

Las fallas transformantes son un ejemplo de este tipo de fallas, las cuales acomodan el desplazamiento entre placas tectónicas que se mueven de forma lateral; un ejemplo clásico es la falla de San Andrés en California.

Figura 10. Desplazamiento de los horizontes por fracturas encontradas en la primera estación



Nota: Con coordenadas Norte: 0579006-Este: 1338539, recuperado de Caracterización de las condiciones Geológicas y Sísmicas en la parte N y SW del Recinto Universitario Rubén Darío (RURD, Unan-Managua) pág. 77 (Mejía y Calero, 2019).

3.2.1 Categorización de fallas geológicas según su dimensión fractal

La dimensión fractal se ha convertido en una herramienta clave para el estudio de las fallas geológicas debido a su capacidad para describir la complejidad y la irregularidad de las superficies de falla. Las fallas geológicas son fracturas en la corteza terrestre que ocurren debido a la acumulación de tensiones tectónicas. Estas fracturas, además de ser geológicamente significativas, tienen implicaciones directas en la actividad sísmica, ya que son a menudo las que permiten la liberación de energía durante los terremotos (Pérez y López, 2003).

Uno de los primeros usos de la dimensión fractal en geología fue la identificación de patrones en la distribución de las fallas en la corteza terrestre. Pérez y López (2003), y, Gumiel y Paredes (1996) señalaron que la geometría fractal de las fallas proporciona información crucial sobre su actividad sísmica. Específicamente, las fallas con alta dimensión fractal tienden a estar asociadas con áreas de mayor actividad sísmica y terremotos más fuertes. Las fallas de baja dimensión fractal, en cambio, se caracterizan por una mayor regularidad y suelen generar sismos de menor magnitud.

La dimensión fractal también se utiliza para categorizar las fallas geológicas en función de su complejidad. Esta categorización es útil para identificar las zonas sísmicamente activas y para predecir la probabilidad de terremotos en diferentes regiones. Basándose en el análisis de la dimensión fractal de las fallas, se pueden clasificar en varios grupos según el grado de irregularidad y complejidad de sus superficies de falla. Por ejemplo:

A. Fallas con alta dimensión fractal

Estas fallas son más irregulares y complejas, lo que sugiere que están sujetas a grandes movimientos tectónicos. Se asocian a menudo con zonas de alta actividad sísmica, donde ocurren terremotos de gran magnitud. Un ejemplo claro son las fallas que atraviesan el eje volcánico de Nicaragua, una región conocida por su alta actividad sísmica.

B. Fallas con dimensión fractal media

Las fallas en esta categoría tienen una irregularidad moderada y están asociadas a zonas de actividad sísmica intermedia. Estas fallas pueden generar terremotos de mediana magnitud. En el caso de Managua, Nicaragua, específicamente las fallas en áreas rurales de Managua que no están directamente sobre la zona de subducción.

C. Fallas con baja dimensión fractal

Las fallas de baja dimensión fractal son más regulares y presentan una menor complejidad en sus superficies. Suelen generar terremotos de baja magnitud y están asociadas a zonas de baja actividad sísmica. Ejemplo: Fallas en regiones estables o alejadas de la actividad tectónica activa.

De acuerdo a la clasificación anterior, se sugiere que la capacidad de categorizar las fallas según su dimensión fractal tiene importantes implicaciones para la conocer mejor la actividad sísmica. Las fallas con una dimensión fractal alta no solo indican zonas de alta actividad sísmica, sino que también sugieren que estos segmentos de la corteza terrestre podrían estar acumulando más estrés tectónico. Este estrés, al liberarse de manera repentina, puede generar terremotos de gran magnitud. Además, la dimensión fractal puede ayudar a predecir la distribución de energía sísmica, lo que es crucial para desarrollar modelos de simulación sísmica más precisos.

Por otro lado, en términos de gestión de riesgos sísmicos, el análisis fractal de las fallas geológicas ofrece una herramienta poderosa para identificar áreas de alto riesgo. Por ejemplo, las zonas urbanas cercanas a fallas de alta dimensión fractal pueden ser prioritarias para medidas de prevención y preparación ante desastres. De esta manera, se pueden optimizar los planes de evacuación y las estrategias de mitigación en las áreas más vulnerables a terremotos de gran magnitud.

2.3.2 Rugosidad de fallas geológicas

La rugosidad en fallas geológicas es una característica crucial para comprender su comportamiento sísmico. Power y Tullis (1991) la definen como las irregularidades y ondulaciones presentes en las superficies de falla, que influyen directamente en la acumulación de tensiones y la liberación de energía durante los movimientos sísmicos. Esta rugosidad afecta la fricción entre los bloques de roca, determinando la resistencia de la falla y su potencial para generar terremotos.

Candela y otros (2012) refuerzan esta idea al señalar que la rugosidad es una propiedad geométrica fundamental que condiciona el comportamiento mecánico de la falla. Las superficies más rugosas acumulan más tensión antes de liberarla en forma de un sismo, mientras que las superficies lisas permiten un deslizamiento más uniforme y con menor acumulación de tensiones. Por su parte, Brodsky y Kanamori (2001) destacan que la rugosidad también influye en la distribución del deslizamiento durante un evento sísmico. Las fallas altamente rugosas tienden a generar una distribución dispersa del deslizamiento, mientras que, en las fallas lisas, este se concentra en zonas más específicas.

Finalmente, Scholz (2002) aporta un enfoque cuantitativo al señalar que la rugosidad puede ser medida mediante técnicas fractales. La dimensión fractal permite evaluar la complejidad geométrica de la falla en distintas escalas, ofreciendo una herramienta precisa para predecir su comportamiento sísmico.

IV. DISEÑO METOLÓGICO

4.1 Esquema de la Investigación

La investigación desarrolló en un enfoque cuantitativo y con un diseño descriptivo. Se basó en un marco teórico-práctico que integró fundamentos de la geometría fractal y la geología, con el objetivo de categorizar las fallas geológicas ubicadas en el municipio de Managua, Nicaragua. Para ello, se utilizaron datos proporcionados por el Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER), los cuales incluyeron información sobre la localización, extensión y otras características de las fallas comprobadas. La medición de la rugosidad se realizó mediante el método de conteo de cajas (Box-Counting), utilizando herramientas computacionales como el lenguaje de programación Python. Posteriormente, los resultados obtenidos fueron analizados a través de estadística descriptiva, lo que permitió proponer una categorización de las fallas geológicas comprobadas en la ciudad de Managua.

La estructura metodológica de la investigación se desarrolló en tres fases:

- A. En la primera etapa (selección de la información y herramientas a utilizar), se recopilaron y prepararon los datos, seleccionando las fallas comprobadas por INETER y procesando las imágenes digitales necesarias para el análisis, por lo que se tuvo cuidado al seleccionar el hardware y software, ya que debían de presentar condiciones necesarias para poder obtener un cálculo matemático correcto.
- B. En la segunda etapa, se calculó la dimensión fractal de cada falla mediante la aplicación del método Box-Counting, lo que permitió cuantificar el grado de rugosidad de sus superficies desde el punto de vista matemático con el concepto de dimensión fractal.
- C. Finalmente, en la tercera fase (categorización), se llevó a cabo un análisis estadístico de los resultados, a partir del cual se elaboró una propuesta de categorización basada en la complejidad geométrica de las fallas.

Esta secuencia metodológica permitió interpretar de forma científica y sistemática el comportamiento estructural de las fallas geológicas del municipio de Managua. Cabe señalar que dichas etapas serán nombradas de la siguiente manera: 1. Selección de la información y herramientas a utilizar 2. Cálculo de la dimensión fractal. 3. Categorización y análisis de los resultados de dimensión fractal.

4.2 Selección de la Información y herramientas a utilizar

4.2.1 Selección de la información

En la etapa inicial del estudio, se llevó a cabo una revisión exhaustiva de diversas fuentes bibliográficas, seleccionadas cuidadosamente en función de criterios fundamentales como la actualidad, el propósito, el rigor metodológico, la coherencia interna, la relevancia temática, el diseño de la investigación, la objetividad del contenido, la autoría reconocida y la solidez de sus conclusiones. Esta revisión permitió sustentar teóricamente la unidad de análisis abordada en la investigación y proporcionó un marco confiable de conocimientos para la interpretación de los resultados. Se presentaron las definiciones clave que sirvieron de base conceptual, así como los procedimientos metodológicos necesarios para dar respuesta a los objetivos y preguntas de investigación.

Fuente de la información

Primaria

Esta monografía no tiene fuente primaria, debido a que no se recurrió a información de primera mano.

Secundaria

La información empleada proviene de fuentes secundarias, específicamente de imágenes en formato shapefile que representan, mediante líneas, el sistema de fallas geológicas de la ciudad de Managua. Es importante destacar que el INETER es una institución pública con carácter técnico-científico, cuya función principal es producir y facilitar al público datos fundamentales, además de realizar estudios e investigaciones vinculadas al entorno físico. Su aporte resulta clave para fortalecer las estrategias de desarrollo socioeconómico y la educación en materia de vulnerabilidad frente a desastres. Por esta razón, el INETER constituyó la fuente principal para la elaboración de este trabajo investigativo. Junto con esta institución, se recurrió también a una revisión bibliográfica conformada por libros, revistas científicas y artículos especializados relacionados con el tema de estudio.

Unidad de investigación

La imagen que se utilizó es un archivo shapefile, formato nativo de ArcView y ampliamente usado en SIG. Estos archivos almacenan un solo tipo de elemento espacial (puntos, líneas o polígonos) y su geometría se guarda como coordenadas x,y . Para líneas, la estructura incluye un

identificador seguido de coordenadas (Hernández et al, 2008) (x, y) para el caso de líneas es de acuerdo a la siguiente estructura (Id es el índice o identificador):

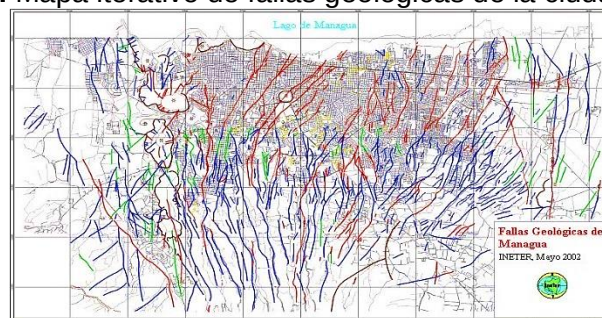
$$Id + (x_1, y_1) + (x_2, y_2) + \dots + (x_n, y_n) \quad (12)$$

El archivo shapefile de las fallas geológicas de Managua contiene los siguientes archivos complementarios:

1. .dbf: almacena los atributos.
2. .shp: almacena la geometría de los elementos espaciales.
3. .prj: es el archivo que almacena información del sistema de coordenadas; se utiliza en ArcGIS.
4. .sbn y .sbx: son los archivos que almacenan el índice espacial de las entidades.
5. .xml: metadatos de ArcGIS, es el archivo que almacena información sobre el shapefile.
6. .shx: almacena los índices (claves) de los elementos espaciales.
7. .cpg: es un archivo opcional que se puede utilizar para especificar la página de código para identificar el conjunto de caracteres que se va a utilizar.

En el presente estudio se abordó el análisis de las fallas geológicas de la ciudad de Managua, Nicaragua, a través de archivos en formato shapefile. La delimitación espacial de dichas fallas fue establecida a partir de investigaciones desarrolladas durante el periodo 2001-2002, en las cuales el INETER recopiló y sistematizó información que permitió precisar con mayor rigor científico las trayectorias de las mismas. Este proceso derivó en la construcción de un Sistema de Información Geográfica (SIG), en el cual las fallas se encuentran representadas digitalmente, como se ilustra en la figura 11.

Figura 11. Mapa iterativo de fallas geológicas de la ciudad de Managua



Nota: Este SIG fue desarrollado a partir de estudios geológicos y geofísicos. Imagen tomada de la página oficial de (INETER, 2002).

Descripción de los datos obtenidos del INETER

El primer paso en la implementación y análisis es la obtención de los datos espaciales necesarios para el análisis de las fallas geológicas. En este caso, se utilizan los mapas geológicos y topográficos de la región de Managua proporcionados por el Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER). Estos datos incluyen la localización de las fallas, su orientación, la densidad de fracturas en la región entre otros datos también importante.

Los mapas geológicos han sido obtenidos en formato vectorial, lo que permite representar con precisión las fallas en el espacio geográfico. Estos mapas luego se convierten a un formato rasterizado (imagen), lo que facilita su procesamiento y análisis mediante métodos de Box-Counting para calcular la dimensión fractal.

4.2.2 Selección de las herramientas a utilizar

En cuanto a la selección de herramientas tecnológicas, se optó por el uso del lenguaje de programación Python debido a su versatilidad y capacidad para realizar análisis fractales mediante bibliotecas especializadas, como NumPy, Matplotlib y otras. Estas herramientas permitieron aplicar el método de conteo de cajas (Box-Counting) con precisión y eficiencia, facilitando la automatización del cálculo de la dimensión fractal en imágenes digitalizadas de fallas geológicas. La elección de estas herramientas respondió no solo a su disponibilidad y compatibilidad con grandes volúmenes de datos, sino también a su validación en estudios científicos similares, lo que garantizó la confiabilidad de los resultados obtenidos.

Hardware.

Se utilizó una computadora portátil, la cual cumple con las especificaciones necesarias para ejecutar los programas requeridos y alcanzar los objetivos planteados.



Figura 12. Computadora hp

- Marca: HP Laptop 14-dq2xxx
- Procesador: 11th Gen Intel(R) Core (TM) i5-1135G7 @ 2.40GHz 2.40 GHz
- RAM instalada: 8.00 GB (7.65 GB utilizable)
- Id. del dispositivo: 5AEAA7BF-B85F-4635-95C7-EF35F5EFFCEE
- Tipo de sistema: Sistema operativo de 64 bits, procesador x64
- Edición de Windows: Windows 11 Home Single

Language

Software

Python es un lenguaje de programación desarrollado por Guido Van Rossum que se caracteriza por su naturaleza multiparadigma, lo que significa que admite diversos enfoques de programación, entre ellos la programación estructurada, orientada a objetos y funcional. Se trata de un lenguaje de tipado dinámico, ampliamente reconocido por su sencillez sintáctica y su rápida curva de aprendizaje. Asimismo, dispone de un ecosistema extenso de librerías especializadas en el procesamiento de datos, lo cual le permite ejecutar tareas comparables a las realizadas en entornos de software científico como MatLab o Mathematica. Entre las bibliotecas más relevantes en este ámbito destacan NumPy y SciPy (Bressert, 2013).

Librerías a utilizar de Python

🚦 Numpy: Es una biblioteca fundamental para computación científica en Python. Permite manejar y operar con matrices y grandes volúmenes de datos numéricos de manera eficiente. Para el análisis fractal, NumPy es clave para la creación de matriz de datos y el manejo de algoritmos complejos (Oliphant, T. 2006).

🚦 Matplotlib: Es una biblioteca de trazado 2D en Python que permite crear gráficos de calidad. Es ampliamente utilizada para visualizar datos y resultados del análisis fractal, como la representación de patrones fractales o la visualización de dimensión fractal (Hunter, J.D. 2007).

🚦 Scipy: Es una biblioteca para computación científica y técnica. Ofrece funcionalidades avanzadas como optimización, integración, interpolación y álgebra lineal. Es clave en análisis fractal para operaciones matemáticas más complejas y optimización de algoritmos (Jones, E., Oliphant, P., et al. 2001).

🚦 PIL, Python Imaging Library es una biblioteca gratuita para el lenguaje de programación Python que agrega soporte para abrir, manipular y guardar muchos formatos de archivos de imágenes diferentes como GIF, JPEG y PNG. la gran parte del código está escrito en C, por cuestiones de rendimiento y está disponible para Windows, Mac OS X y Linux U (Python Software Foundation, 2024).

🚦 OpenCV es una biblioteca de Python que le permite realizar tareas de procesamiento de imágenes y visión artificial. Proporciona una amplia gama de funciones, que incluyen detección de objetos, reconocimiento facial y seguimiento.

Características de Python

- Posee una sintaxis clara que facilita tanto la escritura como la lectura de los programas.
- Es un lenguaje expresivo, lo que significa que permite escribir código más compacto; un programa en Python suele tener menos líneas que en otros lenguajes como C.
- Incluye un entorno interactivo que permite hacer pruebas rápidas y explorar fácilmente ciertas funciones del lenguaje
- Puede emplearse tanto en programación imperativa (paso a paso) como en programación orientada a objetos.
- Dispone de una amplia variedad de estructuras de datos que pueden manipularse de forma sencilla.
- Su entorno de ejecución identifica numerosos errores de programación que no siempre detectan los compiladores, y además ofrece información detallada para corregirlos.

Figura 13. Entorno del editor de código

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import cv2
4 import tkinter as tk
5 from tkinter import filedialog
6
7 def calculo_dimension_fractal(Z, threshold=128):
8     """
9     Calcula la dimensión fractal de una imagen binaria usando el método Box-Counting.
10
11     :para Z: Imagen en escala de grises o binaria.
12     :para threshold: Umbral para binarizar la imagen (0-255).
13     :return: Dimensión fractal estimada (dentro del intervalo abierto (1,2)).
```

Nota: Se visualiza el inicio del código a utilizar (Imagen: fuente propia).

QGIS: QGIS es un software de código abierto para Sistemas de Información Geográfica (SIG) que permite visualizar, analizar y gestionar datos espaciales de forma avanzada. Esta versión es parte de la rama LTR (Long Term Release), lo que garantiza estabilidad y soporte prolongado, especialmente útil para proyectos científicos y académicos (QGIS Development Team, 2024).

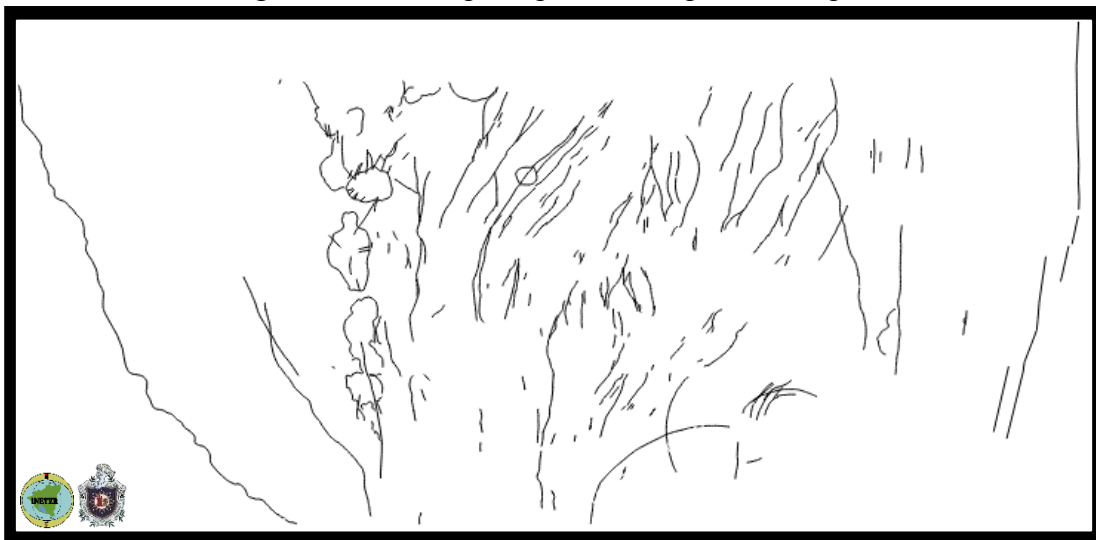
Entre sus principales características se incluyen:

- Soporte para múltiples formatos de datos geoespaciales (GeoTIFF, Shapefile, KML, entre otros).
- Herramientas avanzadas de análisis espacial y geoprocesamiento.
- Integración con Python mediante PyQGIS para automatización de procesos.

4. Plugins para análisis geológico, geofísico y mapeo estructural (como Digitizing Tools o Geology Plugin).
5. Compatibilidad con imágenes satelitales y Modelos Digitales del Terreno (MDT) (Sherman, 2023).

En el análisis de fallas geológicas, el programa permite: Superposición de imágenes satelitales (como de Sentinel o Landsat) con capas vectoriales que representan fallas geológicas, además de trazado y digitalización de fracturas o fallas directamente sobre orto-imágenes o mapas base. Cálculo de orientación estructural (azimut e inclinación) mediante herramientas de simbología y análisis vectorial. Esta herramienta es ampliamente utilizada por geólogos e ingenieros para caracterizar estructuras geológicas, como fallas normales, inversas o de desgarre, apoyándose en datos georreferenciados, modelos de elevación y análisis visual detallado, así como la imagen que se muestra en la figura 14.

Figura 14. Fallas geológicas Managua-Nicaragua



Nota: Este es un mapa vectorial donde cada lineamiento representa las fallas geológicas de la ciudad de Managua. Fuente de los datos: INETER

4.3. Cálculo de dimensiones fractales con Box-Counting

4.3.1 Implementación del método de Box-Counting

De acuerdo con Dimri (2005), el método Box-Counting constituye una de las técnicas más utilizadas para estimar la dimensión fractal de estructuras geológicas, como las fallas. Este procedimiento consiste en superponer una malla de cajas (o celdas) cuadradas sobre el patrón geológico en estudio, y luego contar cuántas de estas cajas contienen parte del objeto (en este caso, la traza de la falla). Al repetir este conteo utilizando diferentes tamaños de caja, se establece una relación logarítmica entre el tamaño de las celdas y el número de cajas necesarias para cubrir el objeto. Esta relación permite calcular la dimensión fractal, que representa la complejidad geométrica y la distribución espacial de la falla, y es clave para caracterizar su comportamiento desde una perspectiva geo matemática. Este enfoque es ampliamente utilizado en geociencias debido a su aplicabilidad a datos empíricos y su sencillez operativa (Mandelbrot, 1983; Dimri, 2005).

4.3.2 Pasos para implementar el método de Box-Counting:

1. Dimri (2005) indica que el proceso de estimación de la dimensión fractal inicia con la preparación de los archivos shapefiles que representan la geometría de las fallas geológicas en un plano bidimensional, mediante coordenadas geográficas (x_i, y_i) . Estos datos vectoriales se importan y visualizan en un entorno de Sistemas de Información Geográfica (SIG), como QGIS, donde es posible realizar un preprocesamiento de los datos que incluye la depuración del conjunto $F \subset \mathbb{R}^2$, eliminando entidades no relevantes y ajustando su resolución espacial (Dimri, 2005).
2. Posteriormente, según Gumiel y Paredes (1996) define un conjunto de mallas cuadradas de lado $r > 0$, denotados como $\mathcal{G}_r$, tales que cada malla cubre el dominio espacial que contiene a F . El procedimiento implica iterar sobre una sucesión decreciente de tamaños $\{r_k\}$ con $r_k \rightarrow 0$, y cada r_k , se calcula $N(r_k)$, el número mínimo de celdas de la malla $\mathcal{G}_{r_k}$ necesarias para cubrir completamente el conjunto de fallas. Formalmente, el número de cajas $N(r)$ se define como:

$$N(r) = \text{Card}\{\text{cajas de lado } r \text{ que intersectan a } F\}$$

3. Dimri (2005) establece que la dimensión fractal D se estima mediante el método de Box-Counting, utilizando el límite en:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)} \quad (13)$$

Donde:

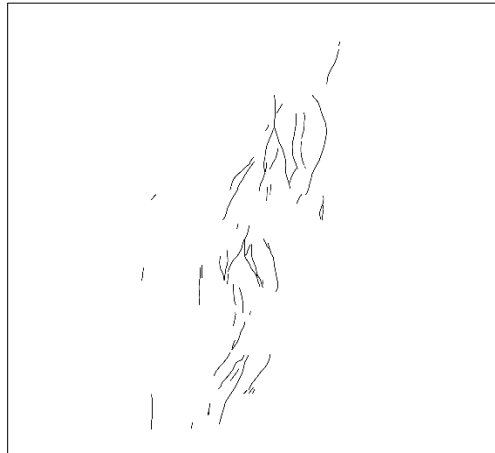
- $N(r)$ es el número de cajas de tamaño r necesarias para cubrir el objeto.
- r es el tamaño de la caja.

En la práctica, se construye un gráfico en escala logarítmica (log-log), donde el eje x corresponde a $\ln\left(\frac{1}{r}\right)$ y el eje y a $\ln N(r)$. Si los puntos siguen una tendencia lineal, esto indica una ley potencial $N(r) \propto r^{-D}$, y la pendiente de la recta ajustada por regresión lineal proporciona una estimación empírica de la dimensión fractal D del conjunto de fallas (Dimri, 2005).

4.3.3 Cálculo de Dimensiones Fractales.

1. **Falla colinas:** Ubicada en la zona occidental de Managua, atraviesa barrios residenciales y áreas comerciales; muestra trazos bien definidos y alto potencial sísmico. **Df = 1.176677517**

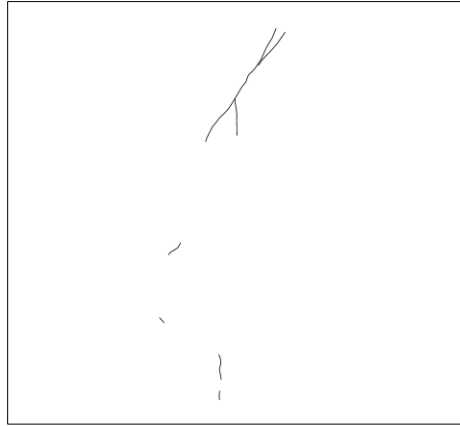
Figura 15. Generalización en QGIS de Falla Colinas.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geoespaciales proporcionados por INETER (2025).

2. **Falla Banco:** Se extiende en sectores con depósitos volcánicos recientes; evidencia desplazamientos lineales y discontinuidades claras. **Df = 1.001652749**

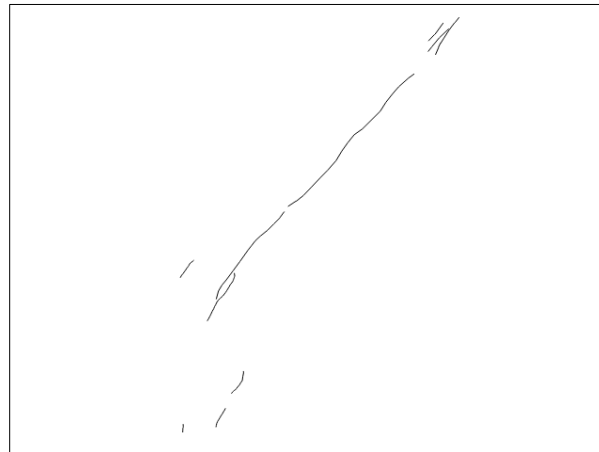
Figura 16. Generalización en QGIS de la falla Banco.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geoespaciales proporcionados por INETER (2025).

3. **Falla Chico Pelón:** Localizada en el sur de la ciudad, vinculada a lomas y colinas; presenta trazas cortas pero activas. **Df = 1.05932614**

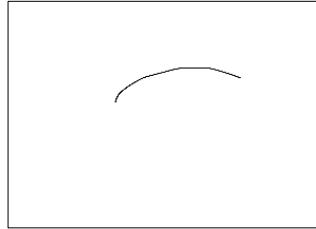
Figura 17. Generalización en QGIS de la falla Chico Pelón



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geoespaciales proporcionados por INETER (2025).

4. **Falla Caldera:** Relacionada a estructuras volcánicas antiguas y actividad tectónica asociada; atraviesa zonas de riesgo alto. **Df = 0.920847408**

Figura 18. Generalización en QGIS de la falla Caldera



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

5. **Falla Nejapa:** Pasa cerca de la caldera volcánica de Nejapa, con actividad sísmica histórica y alineamientos evidentes. **Df = 1.22844951**

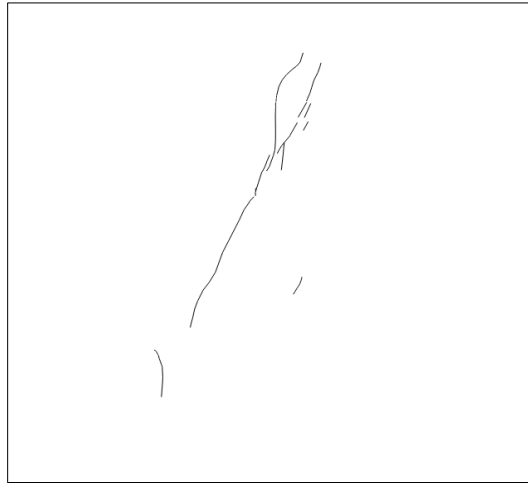
Figura 19. Generalización en QGIS de la falla Alineamiento Nejapa.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

6. **Falla Estadio** – Cercana a áreas de gran afluencia pública; afecta suelos blandos y con alta susceptibilidad a amplificación sísmica. **Df = 1.083921376**

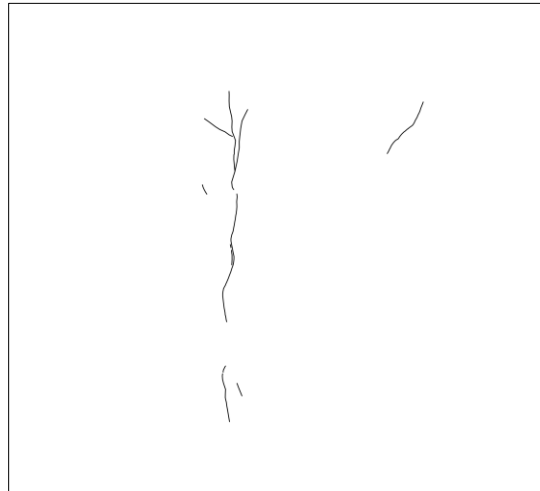
Figura 20. Generalización en QGIS de la falla Estadio.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

7. **Falla San Judas:** Cruza barrios densamente poblados; varios tramos están ocultos por la urbanización. **Df = 1.036806701**

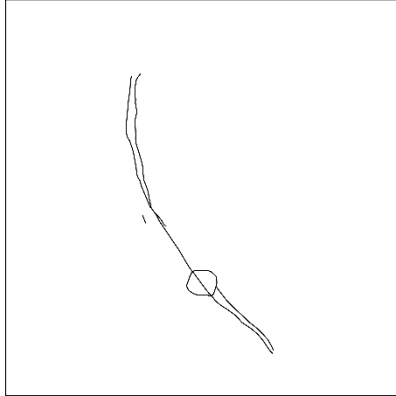
Figura 21. Generalización en QGIS de la falla San Judas.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

8. **Falla Tiscapa:** Asociada al antiguo volcán Tiscapa; con fracturas visibles en superficie y alta vulnerabilidad estructural **Df = 1.07272314**

Figura 22. Generalización en QGIS de la falla Tiscapa.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

9. **Falla Sistema Aeropuerto:** Pasa cerca e incluso bajo infraestructura crítica como la pista aérea; riesgo moderado-alto. **Df = 1.217816678**

Figura 23. Generalización en QGIS de la falla Sistema Aeropuerto.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

10. Falla Sistema Escuela: Atraviesa sectores educativos y residenciales, con influencia en la dinámica sísmica local. **Df = 1.043622869**

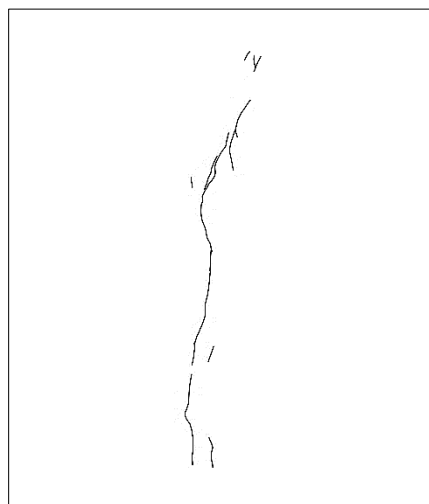
Figura 24. Generalización en QGIS de la falla Sistema Escuela.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

11. Falla de Sistema Centroamérica: Trazo mayormente recto que atraviesa el sureste de Managua hacia el noroeste, vinculado a la actividad tectónica regional. **Df = 1.062481603**

Figura 25. Generalización en QGIS de la falla Sistema Centroamérica.



Nota: Imagen generada en QGIS a partir de los datos geospaciales proporcionados por INETER (2025).

Observaciones: Los resultados preliminares del cálculo de la dimensión fractal para las fallas en Managua han mostrado una relación clara entre la dimensión fractal de las fallas y la actividad

sísmica en las regiones correspondientes. Las zonas de alta actividad sísmica indica que estas fallas tienen una estructura más compleja y son más propensas a liberar energía sísmica. Además, se identificaron áreas con dimensiones fractales más bajas en zonas de baja actividad sísmica, lo que respalda la hipótesis de que las fallas más complejas tienen un mayor potencial sísmico.

4.4. Categorización de dimensiones fractales.

Es esencial mencionar que la principal herramienta para presentar una propuesta de categorización de las fallas geológicas según su dimensión fractal, fue la estadística descriptiva, la cual, es una rama de la estadística que se encarga de recopilar, organizar, resumir y representar un conjunto de datos, con el propósito de facilitar su análisis e interpretación sin inferir conclusiones más allá del conjunto observado (Walpole et al., 2012).

Entre sus herramientas principales se encuentran las medidas de tendencia central (media, mediana y moda), las medidas de dispersión (rango, varianza, desviación estándar), así como las distribuciones de frecuencia y las representaciones gráficas (histogramas, diagramas de cajas, etc.). En el contexto del análisis estructural de fallas geológicas, la estadística descriptiva resulta especialmente útil para clasificar o categorizar dichas fallas según su dimensión fractal, la cual es una medida cuantitativa que describe la complejidad geométrica o rugosidad de su traza en el espacio.

Una vez calculada la dimensión fractal D de un conjunto de fallas mediante el método de Box-Counting, es posible aplicar técnicas de estadística descriptiva para agruparlas en categorías con base en su grado de complejidad (σ desviación estándar).

Para profundizar en el análisis de las fallas geológicas, se utilizó análisis estadístico y categorización en función de la dimensión fractal obtenida (Proaño. W, 2020). A través de un análisis de clústeres, se clasificaron las fallas en tres grupos principales, esto de acuerdo a los datos obtenidos de dimensión fractal¹:

¹ La propuesta de categorización se basó a un análisis desde el punto de vista matemático tomando con dato principal el cálculo de dimensión fractal, el cual es idóneo para describir objetos en la naturaleza.

- I. **Categoría A (dimensión fractal alta):** Fallas con una dimensión fractal que corresponden a zonas de alta actividad sísmica, donde ocurren terremotos de gran magnitud, esta se denotará mediante la siguiente ecuación

$$D_i \geq \bar{D} + \sigma \quad (14)$$

- II. **Categoría B (dimensión fractal media):** Fallas con una dimensión fractal denotada por la ecuación (15), estas están ubicadas en áreas con actividad sísmica moderada.

$$\bar{D} - \sigma < D_i < \bar{D} + \sigma. \quad (15)$$

- III. **Categoría C (dimensión fractal baja):** Fallas con una dimensión fractal que se identifican con la ecuación (16), estas fallas corresponden a zonas con baja actividad sísmica y menor frecuencia de terremotos (Proaño. W, 2020).

$$D_i \leq \bar{D} - \sigma \quad (16)$$

4.4.1 Cálculos Estadísticos

Tabla 1. Dimensión fractal “D” de fallas geológicas de Managua

No	Nombre_Falla	D
1	CalderaNubes	0.920847408
2	FallaBanco	1.001652749
3	FallaSanJudas	1.036806701
4	SistemaEscuela	1.043622869
5	ChicoPelon	1.05932614
6	SistemaCentroamerica	1.062481603
7	FallaTiscapa	1.07272314
8	FallaEstadio	1.083921376
9	FallaColinas	1.176677517
10	SistemaAeropuerto	1.217816678
11	AlineamientoNejapa	1.22844951

Nota: Los valores fueron obtenidos mediante un código ejecutado en Python (Fuente propia).

Media aritmética: es una herramienta estadística fundamental en la categorización de fallas geológicas, especialmente cuando se analizan propiedades cuantificables como la dimensión fractal (D_{fractal}). Su utilidad radica en que permite resumir y representar el comportamiento promedio de un conjunto de fallas geológicas, facilitando la comparación, análisis y clasificación de dichas estructuras (Proaño. W, 2020).

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (D_1, D_2, \dots, D_{11}) \quad (17)$$

En la ecuación 17, se tiene: $\bar{D}$ es la media, D_i son los valores individuales (en este caso, valores de dimensión fractal) y n el número total de fallas geológicas estudiadas.

Entonces, se tiene el valor $\bar{D} = 1.082211426$ como valor de la media, que este caso particular representa el valor promedio de las dimensiones fractales de las fallas analizadas. Por consiguiente, se puede deducir que las fallas tienden a tener una rugosidad fractal promedio de aproximadamente 1.08; esto indica una moderada complejidad geométrica, según la teoría de fractales aplicados a fallas (Dimri, 2005). Además, este valor sirvió como punto de referencia para clasificar las fallas como "más simples" (si están por debajo de la media) o "más complejas" (si están por encima).

Tabla 2. Operaciones con dimensión fractal D y media de dimensión fractal $\bar{D}$

No	Nombre_Falla	D	$D - \bar{D}$	$(D - \bar{D})^2$
1	CalderaNubes	0.920847408	-0.161364019	0.026038346
2	FallaBanco	1.001652749	-0.080558678	0.006489701
3	FallaSanJudas	1.036806701	-0.045404725	0.002061589
4	SistemaEscuela	1.043622869	-0.038588557	0.001489077
5	ChicoPelon	1.05932614	-0.022885286	0.000523736
6	SistemaCentroamerica	1.062481603	-0.019729823	0.000389266
7	FallaTiscapa	1.07272314	-0.009488287	9.00276E-05
8	FallaEstadio	1.083921376	0.00170995	2.92393E-06
9	FallaColinas	1.176677517	0.09446609	0.008923842
10	SistemaAeropuerto	1.217816678	0.135605251	0.018388784
11	AlineamientoNejapa	1.22844951	0.146238084	0.021385577
	Total_Suma	11.90432569	-1.11022E-15	0.08578287

Nota: Se aprecia que el cálculo hace referencia a once datos, los cuales corresponden a los objetos estudiados, once fallas geológicas de la ciudad de Managua-Nicaragua (fuente propia).

Varianza muestral: mide la variabilidad promedio al cuadrado de los datos respecto a la media, es decir, indica qué tan dispersos están los datos alrededor de la media, por lo tanto; una varianza alta señala que los datos están muy dispersos, mientras que una varianza baja sugiere que los datos están concentrados cerca de la media. Por otro lado, este cálculo, permite comparar la

consistencia o estabilidad entre diferentes muestras (por ejemplo, diferentes grupos de fallas geológicas) (Proaño. W, 2020).

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2 \quad (18)$$

$$= \frac{1}{11-1} ((D_1 - \bar{D})^2 + (D_2 - \bar{D})^2 + \dots + (D_{11} - \bar{D})^2) = 0.008578287$$

En este caso, la varianza relativamente baja indica que los valores de dimensión fractal no se desvían mucho de la media; es decir, la mayoría de las fallas tienen un comportamiento geométrico bastante similar, sin grandes diferencias de complejidad.

Desviación estándar: es la raíz cuadrada de la varianza y expresa la dispersión en las mismas unidades que los datos originales

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2} \quad (19)$$

$$= \sqrt{0.008578287} = 0.092619042$$

Categorización de fallas geológicas de la ciudad de Managua

Dicha categorización se hizo desde el punto de vista matemático (dimensión fractal), haciendo uso de la media y desviación estándar ($\bar{D}$, σ), además de las ecuaciones 14, 15 y 16

I. Categoría A (dimensión fractal alta): Hacer $D_i = \max\{D_i\} = 1.22844951$.

$$D_i \geq \bar{D} + \sigma \quad (20)$$

$$1.22844951 \geq 1.174830469$$

Generando el intervalo **[1. 74830469, 1. 22844951]** para valores de dimensión fractal alta

II. Categoría B (dimensión fractal media):

$$\bar{D} - \sigma < D_i < \bar{D} + \sigma \quad (21)$$

$$1.082211426 - 0.092619042 < D_i < 1.082211426 + 0.092619042$$

$$0.989592384 < D_i < 1.174830469$$

Se visualiza el intervalo abierto (**0.989592384, 1.174830469**) para fallas con valor medio de dimensión fractal o grado de rugosidad.

III. Categoría C (dimensión fractal baja): Hacer $D_i = \min\{D_i\} = 0.920847408$

$$D_i \leq \bar{D} - \sigma \quad (22)$$

$$0.920847408 \leq 1.082211426 - 0.092619042$$

$$0.920847408 \leq 0.989592384$$

Para dimensiones fractales con valores bajos se obtiene el intervalo cerrado **[0.920847408, 0.989592384]**

Tabla 3. Categorización de fallas geológicas

No	Nombre de la Falla	D	Categoría
1	Caldera Nubes	0.9208474079	Baja rugosidad
2	Falla Banco	1.0016527485	Rugosidad media
3	Falla San Judas	1.0368067011	Rugosidad media
4	Sistema Escuela	1.0436228695	Rugosidad media
5	Chico Pelón	1.0593261402	Rugosidad media
6	Sistema Centroamérica	1.0624816030	Rugosidad media
7	Falla Tiscapa	1.0727231398	Rugosidad media
8	Falla Estadio	1.0839213759	Rugosidad media
9	Falla Colinas	1.1766775169	Alta rugosidad
10	Sistema Aeropuerto	1.2178166776	Alta rugosidad
11	Alineamiento Nejapa	1.2284495101	Alta rugosidad

Nota: Se aprecia el valor de dimensión fractal de cada falla junto a su clasificación
(Fuente propia).

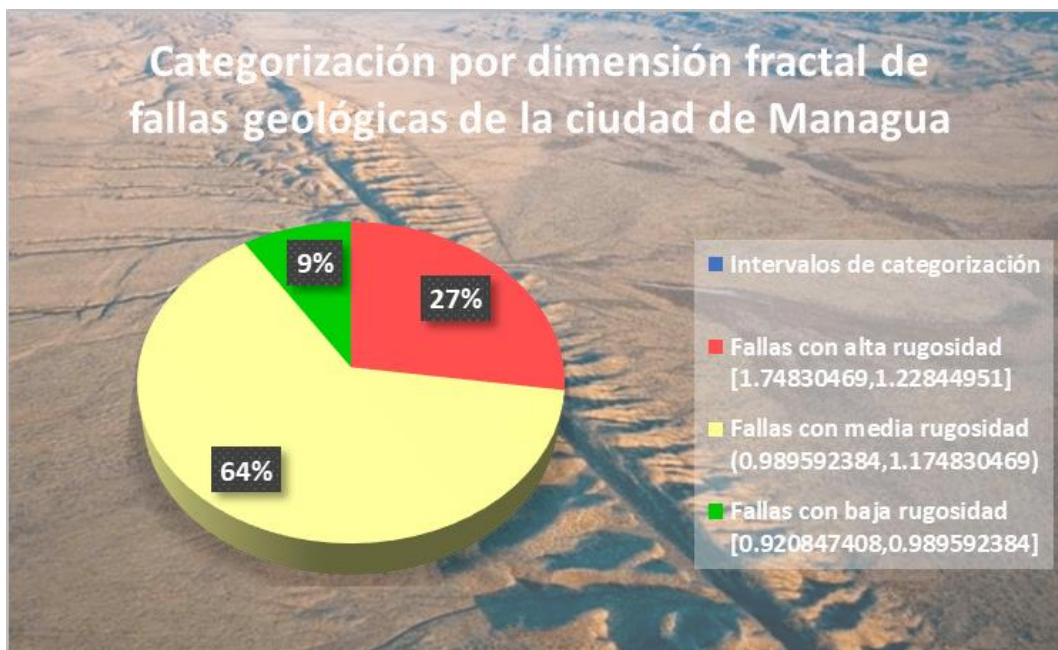
Tabla 4. Categorización en intervalos

Categoría	Intervalo	f_i
Alta	[1.74830469,1.22844951]	3
Media	(0.989592384,1.174830469)	7
Baja	[0.920847408,0.989592384]	1

Nota: Según los intervalos obtenidos en los cálculos previos, se obtiene la tabla que sugiere una categorización de las fallas geológicas que se encuentran en la ciudad de Managua Nicaragua (Fuente propia).

En la tabla 4 se puede ver que la frecuencia absoluta a punta que hay más fallas geológicas con rugosidad media, esto que corresponde a un 64% de las fallas estudiadas, y siendo el 27% las fallas con el mayor grado de rugosidad, las cuales corresponde a Fallas Colinas, Sistema Aeropuerto y al Alineamiento de Nejapa, lo cual según estudios realizados por el INETER, indica que estas son fallas activas, en el caso del Sistema Aeropuerto, que cuenta con estructura volcánica en alguna de sus partes. Por otro lado, cabe señalar que el Alineamiento Nejapa también cuenta con estructura volcánica que controlan cuerpos de aguas.

Figura 26. Gráfica de categorización de dimensión fractal



El gráfico presentado en la figura 26, muestra la categorización de fallas geológicas en la ciudad de Managua mediante el uso de la dimensión fractal como indicador de rugosidad. Este enfoque permite cuantificar el grado de irregularidad o complejidad geométrica de las fallas, lo cual tiene implicaciones directas en la evaluación del riesgo sísmico y en la dinámica estructural de la zona.

Se definen tres intervalos de rugosidad: alta, media y baja, los cuales permiten clasificar la proporción relativa de las fallas presentes en el área de estudio.

En la distribución porcentual se observa que la mayoría de las fallas (64%) se concentran en el rango de rugosidad media, lo cual indica que predominan estructuras con un nivel intermedio de irregularidad superficial. Este tipo de fallas puede comportarse de manera significativa en la acumulación y liberación de energía sísmica, pues presentan superficies de fricción que no son ni demasiado suaves ni excesivamente irregulares, lo que podría favorecer deslizamientos parciales y recurrentes.

Un 27% de las fallas se ubican en la categoría de alta rugosidad, lo que implica que casi una tercera parte de las estructuras geológicas poseen superficies altamente irregulares. Estas fallas suelen estar asociadas a un mayor grado de resistencia al deslizamiento inicial, pero también a liberaciones de energía más bruscas una vez superado el umbral de fricción. En términos de riesgo, esta categoría es particularmente relevante porque podría estar relacionada con eventos sísmicos de mayor magnitud o con rupturas más abruptas.

Finalmente, solo un 9% de las fallas corresponden a baja rugosidad, lo que sugiere que son menos frecuentes las estructuras con superficies lisas en el contexto geológico de Managua. Estas fallas pueden deslizarse más fácilmente, liberando energía de forma más constante pero generalmente con menor magnitud, aunque representan una proporción reducida, no deben ser desestimadas, pues pueden contribuir a la sismicidad local recurrente de baja a moderada intensidad.

V. CONCLUSIÓN

El presente estudio logró categorizar el grado de rugosidad de las fallas geológicas comprobadas en la ciudad de Managua aplicando geometría fractal, específicamente el método de conteo de cajas (Box-Counting), implementado a través del lenguaje de programación Python. Esta metodología permitió calcular la dimensión fractal de once fallas y agruparlas en tres categorías según su complejidad geométrica: alta, media y baja.

Además, el análisis estadístico mediante medidas como la media, desviación estándar y coeficiente de variación permitió validar la consistencia de los datos, obteniendo una clasificación clara y cuantificable de las fallas. Esta investigación demuestra que la geometría fractal es una herramienta efectiva para estudiar fenómenos geológicos complejos, y su implementación computacional en Python resulta altamente eficaz, accesible y reproducible.

Los resultados obtenidos muestran los valores de dimensión fractal, que indican desde el punto de vista matemático la posible peligrosidad sísmica de las fallas. Las fallas con valores más altos de dimensión fractal fueron identificadas como las más rugosas, y por lo tanto, más propensas a acumular tensiones que pueden derivar en eventos sísmicos significativos. Este hallazgo coincide con estudios previos realizados por autores como Scholz (2002) y Pérez-López (2003), quienes evidenciaron que la rugosidad superficial influye directamente en la dinámica sísmica.

El análisis fractal de las fallas geológicas en Managua evidencia que la mayor parte de las estructuras se caracterizan por rugosidades intermedias, seguidas de un porcentaje considerable de alta rugosidad. Esto indica un escenario sísmico con potencial de deslizamientos tanto recurrentes como de mayor magnitud, lo que subraya la necesidad de integrar estos parámetros en los modelos de riesgo sísmico y en la planificación urbana. La predominancia de rugosidad media y alta refleja que la ciudad se asienta sobre un sistema de fallas con un comportamiento complejo, lo que incrementa su vulnerabilidad ante terremotos significativos.

En síntesis, se cumplieron todos los objetivos propuestos, y se aporta una base científica novedosa para apoyar la planificación territorial, la prevención de desastres y la gestión del riesgo sísmico en Managua.

VI. RECOMENDACIONES

1. A los responsables de la planificación urbana en Managua: Las zonas identificadas con fallas de alta dimensión fractal (mayor rugosidad) podría considerarse en los planes de desarrollo urbano, evaluación estructural y educación comunitaria en prevención de desastres.
2. A futuros investigadores: Se recomienda ampliar este estudio a otras regiones del país para establecer comparaciones regionales y construir una base de datos nacional sobre la rugosidad de fallas geológicas mediante geometría fractal.
3. Sobre los datos utilizados: Se sugiere trabajar con imágenes de mayor resolución y datos sísmicos actualizados para afinar aún más el cálculo de las dimensiones fractales y fortalecer la correlación con eventos sísmicos recientes.
4. En términos metodológicos: Se recomienda seguir profundizando en la integración de herramientas SIG (como QGIS) y lenguajes de programación (como Python) para mejorar la eficiencia y replicabilidad de los análisis en contextos académicos y profesionales.

VII. BIBLIOGRAFÍA.

1. Atencia, V. (2014). Fractales matemáticos. Universidad de Barcelona.
2. Benites. (2004). Falla normal lmb.png. <https://images.app.goo.gl/6Kqfka7UU7jYnDqF8k>
3. Bervis Quintero, G. B., & Velásquez Chavarría, L. E. (2019). El teorema del punto fijo de Banach y algunas de sus aplicaciones en espacios métricos (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional Autónoma De Nicaragua, León, Nicaragua.
4. Brodsky, E. E., & Kanamori, H. (2001). Elastohydrodynamic lubrication of faults. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 106(B8), 16357-16374. <https://doi.org/10.1029/2001JB000430>
5. Candela, T., Renard, F., Bouchon, M., Brouste, A., Marsan, D., Schmittbuhl, J., & Voisin, C. (2012). Roughness of fault surfaces over nine decades of length scales. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B8), B08409. <https://doi.org/10.1029/2011JB009041>
6. Dimri, V. P. (2005). Fractal behaviour of the Earth system. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
7. Falconer, K. (1990). Fractal geometry: Mathematical foundations and applications. John Wiley & Sons.
8. Feder, J. (1988). Fractals. Springer-Verlag.
9. Giménez. (2024). Fallas geológicas: Qué son, tipos y ejemplos. <https://images.app.goo.gl/TiU1tUJdxUBsYV3U7>
10. Gumiel, P., & Paredes, C. (1996). Interés de algunas aplicaciones de la geometría fractal en geología. *Tierra y Tecnología*, 14-15.
11. Hausdorff, F. (1918). Dimensiones y medidas de exteriores. *Mathematische Annalen*, 79(1-2), 157-179. <https://doi.org/10.1007/BF01457179>
12. Hirata, T. (1989). Fractal dimension of fault systems in Japan: Fractal structure in rock fracture geometry at various scales. *Pure and Applied Geophysics*, 131(1), 157-170. <https://doi.org/10.1007/BF00874489>
13. Hunter, J. D. (2007). Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3), 90-95. <https://doi.org/10.1109/MCSE.2007.55>
14. INETER. (2002). Actualización del mapa de fallas de Managua.
15. Jaume. (2010). Mariposa y atractores. <https://images.app.goo.gl/xeDDKbWKSsJA8K4e6>
16. Jones, E., Oliphant, P., et al. (2001). SciPy: Open-source scientific tools for Python. Scipy. <https://www.scipy.org/>
17. Mandelbrot, B. B. (1975). Los objetos fractales: forma, hasard y dimensión. Pensilvania.
18. Mandelbrot, B. B. (1982). The fractal geometry of nature. W. H. Freeman and Co.

19. Meneveau, C., & Sreenivasan, K. R. (1987). Simple multifractal cascade model for fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 59(13), 1424–1427.
20. Munkres, J. R. (2000). *Topology* (2nd ed.). Prentice Hall.
21. Navas, J. (2013). *Fractales: Matemáticas de belleza infinita*. Universidad de Jaén. <http://matema.ujaen.es/jnavas/mayores/fractales.pdf>
22. Oliphant, T. E. (2006). Python for scientific computing. *Computing in Science & Engineering*, 9(3), 10-20. <https://doi.org/10.1109/MCSE.2007.58>
23. Peitgen, H.-O., Jürgens, H., & Saupe, D. (1992). *Chaos and fractals: New frontiers of science*. Springer-Verlag.
24. Pérez-López, R. (2003). *Sobre la teoría del caos aplicada en sismotectónica: Geometría fractal de fallas y terremotos* (Tesis Doctoral). Universidad Complutense de Madrid.
25. Power, W., & Tullis, T. E. (1991). Euclidean and fractal models for the description of rock surface roughness. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 96(B1), 415-424. <https://doi.org/10.1029/90JB02107>
26. QGIS.ORG Association. (2022, mayo). *Sistema de información geográfica*. <http://docs.qgis.org>
27. Sabogal, S., & Arenas, G. (2011). *Una introducción a la geometría fractal*. Universidad Industrial de Santander.
28. Scholz, C. H. (2002). *The mechanics of earthquakes and faulting* (2nd ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511818516>
29. Tarbuck, E. J., & Lutgens, F. K. (2005). *Ciencias de la tierra: Una introducción a la geología física* (8.ª ed.). Pearson Education.
30. Turcotte, D. L. (1997). *Fractals and chaos in geology and geophysics* (2nd ed.). Cambridge University Press.
31. Vicsek, T. (1992). *Fractal growth phenomena* (2nd ed.). World Scientific.
32. Gumiel, P., & Paredes, C. (1996). *Interés de algunas aplicaciones de la geometría fractal en la geología*. *Tierra y Tecnología*, 14-15.
32. Proaño W. (2020). *Estadística Descriptiva e Inferencial*. Universidad del Azuay