



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA
UNAN – LEON
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

UNIDAD DIDACTICA

CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE FIGURAS GEOMETRICAS

ELABORADO POR:

BRA *Rubia Estenia Sánchez García.*

BRAGloria Elena Zapata Arteaga

BR. *José Efraín Zerón Espinoza*

PARA OPTAR AL TITULO DE:

LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MENCION EN MATEMATICAS.

TUTOR:

LIC. RONALD LOPEZ FLORES.

LEON, OCTUBRE 2003

Primeramente agradecemos a ***Dios*** por habernos permitido concluir con nuestra carrera, por darnos la sabiduría y entendimiento la fe y perseverancia y poder así terminar nuestro trabajo monográfico.

A nuestros ***Padres*** que con sus consejos de aliento nos llevaron por el buen camino, con mucho sacrificio nos apoyaron en el transcurso de nuestros estudios hasta finalizar lo que tanto habíamos soñado y deseado en nuestra vida futura.

A nuestros ***Profesores*** que con sus esfuerzos y dedicación nos brindaron su ayuda incondicional a lo largo de los cinco años de estudio

Rubia, Efraín y Gloria

A tres personas que siempre me apoyaron moralmente, y que siempre estuvieron pendiente de mi carrera como son: Mi vecina **Lilí Garache**, **Marlene Sánchez** y al profesor **Francisco Vargas García**. Con mucho cariño y admiración dedico el fruto de mi trabajo a **Dios** quien ha permitido darme fuerza y esperanza, entendimiento y perseverancia de poder seguir adelante y lograr lo que tanto he anhelado.

A mis Padres **Maria Isabel Sánchez Domínguez** y **José Domingo García Sánchez** y hermanos por apoyarme siempre en todo momento, por sus sacrificios y consejos, lo que ha permitido la culminación de mis estudios.

Rubia Estenia Sánchez García.

Primeramente a Jehová Dios por permitir culminar mi carrera, por darle vida a mis padres y a mí, por darme sabiduría, entendimiento y perseverancia hasta conseguir lo que tanto he anhelado.

A mis padres **Francisco Zerón Pozo** y **Angelina Espinoza Osorio** y hermanos quienes me brindaron todo su afecto, cariño y respeto, que con sus voces de aliento me han llevado por el buen camino, con su ayuda económica a pesar de las dificultades de la vida pudieron ayudarme en los momentos más difíciles en que más los necesitaba, por lo cual siempre conté con ellos para culminar mis estudios.

José Efraín Zerón Espinoza

Con mucho cariño a mi familia, en especial a mis padres **Ramón Sebastián Zapata** y **Teresa Arteaga** que con su comprensión y apoyo hicieron posible que culminara mi carrera.

A mis compañeros de monografía y al ingeniero Adrián Mora.

Gloria Elena Zapata Arteaga

INTRODUCCION	1
OBJETIVOS	3
PRESENTACION DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	4
OBJETIVOS DIDÁCTICOS	7
CONTENIDOS	9
FUNDAMENTO TEORICO	11
ESTRATEGIAS METODÓLOGICAS	27
ACTIVIDADES	31
SISTEMA DE EVALUACIÓN	94
PLANIFICACIÓN	98
BIBLIOGRAFÍA	105
ANEXOS	i

La presente Unidad Didáctica tiene como objetivo facilitar a los docentes que imparten matemáticas en III Año de Educación Secundaria una guía que le permita mejorar el proceso Enseñanza – Aprendizaje al momento de impartir los temas de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas, mediante la implementación de una metodología activa – participativa donde se haga uso de los recursos y medios didácticos disponibles; teniendo en cuenta los conocimientos previos, las capacidades y habilidades adquiridas por los estudiantes para la construcción de los nuevos conocimientos, analizando su importancia, su relación y aplicación en la resolución de ejercicios y problemas relativos a situaciones concretas.

El estudio de los temas Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas es de suma importancia, ya que es parte fundamental en la formación integral de los estudiantes, y de sumo interés, por sus distintas aplicaciones en otros campos del saber humano.

Mediante el estudio de estos temas pretendemos desarrollar en los estudiantes, habilidades de razonamiento lógico, comprensión, generalización, deducción, inducción, etc., así como destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos para las distintas representaciones geométricas que aparecen en el desarrollo de la unidad. También haremos uso de dos instrumentos: Compás de reducción y pantógrafos, para ampliar y reducir figuras geométricas semejantes. Además, fomentaremos el trabajo cooperativo, la solidaridad, el compañerismo y estética.

Los temas a estudiar están ubicados en la unidad de Geometría del III Año de Educación Secundaria, estando relacionados con otras unidades, tales como: Lógica y Teoría de Conjunto, Dominios Numéricos, Geometría de I y II año, Álgebra de los números reales, contenidos que le permitirá a los estudiantes comprender y memorizar los nuevos conocimientos.

Los temas de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas se le imparte a estudiantes cuyas edades oscilan entre los 15 y 18 años, y está previsto a desarrollarse en 18 horas.

Los conocimientos previos que los estudiantes deben poseer para la adquisición de los nuevos conocimientos, son:

- ◆ Operaciones aritméticas.
- ◆ Operaciones algebraicas.
- ◆ Productos Notables.
- ◆ Factorización.
- ◆ Ecuaciones lineales y cuadráticas.
- ◆ Correspondencia.
- ◆ Tipos de correspondencias.
- ◆ Punto. Recta. Plano. Espacio.
- ◆ Segmento. Semirrecta. Rayo.
- ◆ Ángulos.
 - Definición.
 - Clasificación.
- ◆ Perpendicularidad y paralelismo.
- ◆ Pares de ángulos.

- ◆ Triángulos.
 - Definición.
 - Clasificación según sus lados y ángulos.
 - Rectas y puntos notables.
- ◆ Cuadriláteros.
 - Definición.
 - Clasificación.

Para el desarrollo de esta Unidad Didáctica se cuenta con los siguientes materiales y recursos didácticos:

- ◆ Libro de texto.
- ◆ Folletos.
- ◆ Hoja de ejercicios.
- ◆ Tizas blancas y de colores.
- ◆ Marcadores permanentes y acrílicos.
- ◆ Papelógrafo.
- ◆ Cartulina.
- ◆ Papel bond blanco.
- ◆ Papel milimetrado.
- ◆ Regla graduada.
- ◆ Escuadra.
- ◆ Transportador.
- ◆ Compás.
- ◆ Calculadora.
- ◆ Borrador.
- ◆ Lápices de colores.
- ◆ Lápices de grafito.
- ◆ Geoplano.

TABLA DE CONTENIDOS

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
1. Congruencia de figuras geométricas. 1.1. Concepto. 1.2. Segmentos congruentes. 1.3. Angulos congruentes. 1.4. Congruencia de triángulos. 1.4.1. Definición. Notación. 1.4.2. Teoremas de congruencia: ALA, LAL, LLL. 2. Semejanzas de figuras geométricas. 2.1. Concepto. 2.2. Proporcionalidad. 2.2.1. Razón. 2.2.2. Proporción aritmética. 2.2.3. Segmentos proporcionales. 2.2.4. División de un segmento en una razón dada. 2.2.5. Teorema de Thales. 2.3. Semejanza de triángulos. 2.3.1. Definición. Notación. 2.3.2. Teorema fundamental de semejanza. 2.3.3. Teoremas de semejanza: AAA, LAL, LLL. 2.4. Semejanza de triángulos rectángulos. 2.4.1. Teorema de la altura. 2.4.2. Teorema del cateto. 2.4.3. Teorema de Pitágoras.	1. Utilización correcta de los instrumentos geométricos en el trazado de figuras geométricas. 2. Interpretación correcta del concepto de congruencia de figuras geométricas y de triángulos congruentes. 3. Interpretación correcta de los teoremas de congruencia. 4. Aplicación de los teoremas de congruencia en demostraciones sencillas de triángulos congruentes, y en la resolución de ejercicios y problemas relativos a situaciones concretas. 5. Interpretación geométrica de los conceptos de figuras semejantes, razón, proporción aritmética, segmentos proporcionales. 6. Aplicación del teorema de Thales en la resolución de ejercicios y problemas relativos a situaciones concretas. 7. Interpretación correcta de los teoremas de semejanza.	1. Valore la importancia del estudio de la congruencia y semejanza de figuras geométricas. 2. Disposición en la realización de trabajos asignados: individuales, grupales y extraclase. 3. Orden, estética, claridad y científicidad en la presentación de los trabajos asignados. 4. Muestre claridad, orden, estética, en la exposición y defensa de las conclusiones obtenidas en los trabajos asignados. 5. Desarrollo de habilidades y destrezas en el uso y manejo de los instrumentos geométricos. 6. Muestre hábitos de cortesía, solidaridad y responsabilidad en el trato con sus compañeros. 7. Mantenga el diálogo alumno – maestro – alumno.

TABLA DE CONTENIDOS (Continuidad)

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
	8. Aplicación de los teoremas de semejanza	

	<p>en la resolución de ejercicios y problemas relativos a situaciones concretas.</p> <p>9. Interpretación correcta de los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.</p> <p>10. Aplicación de los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras en la resolución de ejercicios.</p> <p>11. Utilización correcta de los procedimientos aritméticos, algebraico y geométricos.</p>	
--	--	--

En las matemáticas como en ninguna otra materia, hay una secuencia lógica entre un procedimiento y otros que se derivan de él, no dominar el anterior, significa no comprender el siguiente.

Las matemáticas se erigen, muy a menudo, como asignatura emblemática, de rigor y científicidad; pero, también es cierto, que para muchos (as) alumnos (as) y aún para algunos (as) profesores (as) no logran captar su interés.

Desde hace más de una década, se vive una época de gran desencanto, tanto por parte de los educadores como del alumnado en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.

Los (as) alumnos (as) se apartan de las matemáticas por muchos motivos; la mayoría de ellos, refieren que ésta es una asignatura misteriosa, complicada, incomprensible que normalmente sirve para medir sus capacidades intelectuales, ya que es cierto que los (as) alumno (as) que no tienen dificultades en la clase de matemáticas se le considera frecuentemente como una persona “inteligente”.

Hemos escogido el tema de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas por sus múltiples aplicaciones en otros campos del saber humano, tales como, la ingeniería, la arquitectura, la artesanía, etc. Otra razón que nos motivó fue la de contribuir a la mejora del proceso Enseñanza – Aprendizaje de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas, proponiendo metodologías activas – participativas, para que el proceso no sea unidireccional sino multidireccional: es decir, que el docente sea un facilitador y los (as) alumnos (as) su principal tarea sea la de construir los nuevos conocimientos.

Siendo la Geometría, una de las ramas de las matemáticas más antiguas y más usada en la vida diaria, consideramos ilógico que no se le dé su verdadero valor en los centros educativos, por tal razón hemos elaborado la presente Unidad Didáctica, referente a la Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas, donde se le facilite a los estudiantes el aprendizaje de los contenidos y, a los (as) maestros (as) su enseñanza.

El dominio de los contenidos relativos a congruencia y semejanza de figuras geométricas es de suma y importancia en la vida diaria, ya que a través de ellos podemos darle respuestas a cualquier tipo de problema relativo a dicho tema.

OBJETIVO GENERAL

Diseñar una Unidad Didáctica que contribuya a la mejora del proceso Enseñanza – Aprendizaje de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas, proponiendo nuevas acciones didácticas desde una perspectiva constructivista – humanista.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Proponer una Metodología Activa – Participativa que contribuya a que el aprendizaje de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas sea significativo y funcional.
2. Desarrollar hábitos, habilidades y destrezas en demostraciones de proposiciones geométricas y en la resolución de ejercicios y problemas.
3. Propiciar en los estudiantes un ambiente de trabajo en concordancia y armonía con la naturaleza, en mutuo respeto con sus compañeros (as) y responsabilidad en el desarrollo de las actividades propuestas.
4. Implementar un Sistema de Evaluación que tome en cuenta los contenidos estudiados, las actitudes de los (as) alumnos (as) y las actividades desarrolladas por los docentes.

TABLA DE OBJETIVOS DIDACTICOS

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
1. Definir figuras congruentes. 2. Definir segmentos y ángulos congruentes. 3. Definir triángulos congruentes. 4. Explicar los teoremas de congruencia: ALA, LAL, LLL. 5. Explicar el concepto de figuras semejantes. 6. Explicar los conceptos de razón, proporción aritmética y segmentos proporcionales. 7. Explicar el teorema de Thales. 8. Definir polígonos semejantes. 9. Explicar el teorema fundamental de semejanza. 10. Explicar los teoremas de semejanza: AAA, LAL y LLL. 11. Explicar los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.	1. Interpretar geoméricamente segmentos y ángulos congruentes. 2. Construir segmentos y ángulos congruentes. 3. Interpretar geoméricamente los teoremas de congruencia: ALA, LAL y LLL. 4. Aplicar los teoremas de congruencia en demostraciones sencillas y en la resolución de ejercicios y problemas. 5. Interpretar geoméricamente el concepto de figuras semejantes. 6. Aplicar los conceptos de razón y proporción en la resolución de ejercicios. 7. Construir segmentos proporcionales. 8. Dividir interior y exteriormente un segmento en una razón dada. 9. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de ejercicios. 10. Interpretar geoméricamente el concepto de polígonos semejantes.	1. Valorar la importancia de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométrica en su formación profesional. 2. Fomentar en los estudiantes la participación activa desde un enfoque constructivista – humanista para obtener una mejor interacción alumnos – maestro – alumnos. 3. Colaborar con sus compañeros en la comprensión de las distintas situaciones prácticas que se les presenten. 4. Responsabilizarse en el trabajo grupal e independiente que le ayuden a consolidar sus conocimientos acerca de Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas.

**TABLA DE OBJETIVOS DIDÁCTICOS
(Continuación)**

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
	11. Ampliar y reducir figuras geométricas.	

	<ol style="list-style-type: none">12. Aplicar el teorema fundamental de semejanza en la resolución de ejercicios.13. Aplicar los teoremas de semejanza en la resolución de ejercicios y problemas.14. Interpretar geoméricamente los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.15. Aplicar los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras en la resolución de ejercicios.16. Desarrollar habilidades de razonamiento lógico en la interpretación y resolución de ejercicios y problemas.	
--	---	--

CONGRUENCIA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

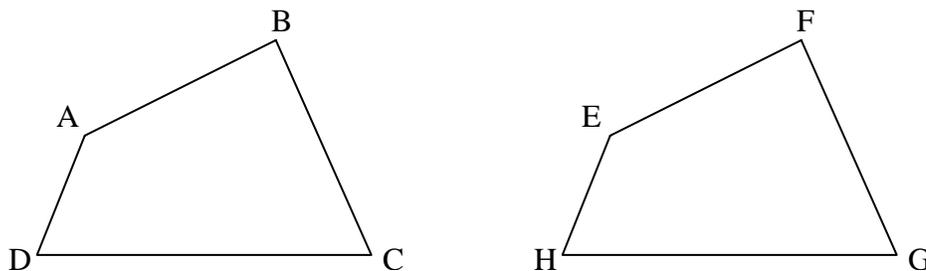
La industria actual descansa en gran parte en la producción masiva y en la manufactura de montaje en serie. Con frecuencia, cada parte de una máquina o de un artículo hogareño se hace mediante una manufactura de precisión para que tenga exactamente el mismo tamaño y forma. A continuación, estas partes se envían a una planta de montaje, donde se ajustan para formar una unidad completa.

La producción masiva y la reparación de automóviles, aviones, aparatos de televisión, lavadoras automáticas, refrigeradores y todos los múltiples productos de la industria moderna dependen de la manufactura de miles de partes que tengan exactamente el mismo tamaño y forma. Es especialmente importante, al reparar una máquina compleja, que las partes de reemplazo necesarias ajusten exactamente con las partes originales.

Definición

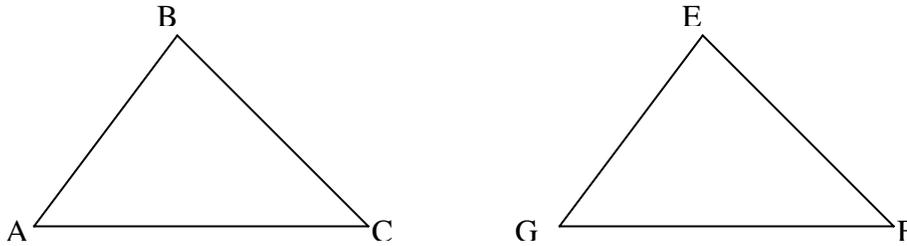
Dos figuras son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño.

La palabra congruente se deriva de las palabras latinas *con* que significa “con” y *gruere*, que significa “concordar, convenir”. Las figuras congruentes pueden hacerse coincidir, parte por parte. Las partes coincidentes se llaman *partes correspondientes*. El símbolo para denotar congruencia es \cong . Este símbolo es una combinación de los dos símbolos $=$, que significa tener el mismo tamaño, y \sim , que significa tener la misma forma. En la siguiente figura.



los cuadriláteros ABCD y EFGH son congruentes, puesto que tienen la misma forma y el mismo tamaño.

Las figuras congruentes pueden hacerse coincidir, parte por parte. Por ejemplo, ΔABC y ΔDEF de la figura siguiente



si es posible, mover los triángulos de manera que los tres vértices y los tres lados de ΔABC se ajusten exactamente a los tres vértices y los tres lados de ΔGEF , los triángulos son mutuamente congruentes. Se denota este hecho escribiendo $\Delta ABC \cong \Delta GEF$. (Debe entenderse que no es necesario que los triángulos se muevan materialmente, sino que el movimiento se hace de modo abstracto en la mente.)

Esta correspondencia entre los vértices y los lados de una figura geométrica se llama *correspondencia biunívoca*. Las partes pareadas se llaman *partes correspondientes*. Así, se habla de *lados correspondientes* y *ángulos correspondientes*.

SEGMENTOS CONGRUENTES

Dos *segmentos son congruentes* si tienen igual medidas.

ANGULOS CONGRUENTES

Dos *ángulos son congruentes* si tienen igual medidas.

CONGRUENCIA DE TRIANGULOS

El ingeniero y el dibujante continuamente están aplicando la congruencia de los triángulos en su trabajo. Aplicando su conocimiento acerca de los triángulos congruentes, pueden estudiar las medidas de los tres lados y los tres ángulos de un triángulo dado y calcular las

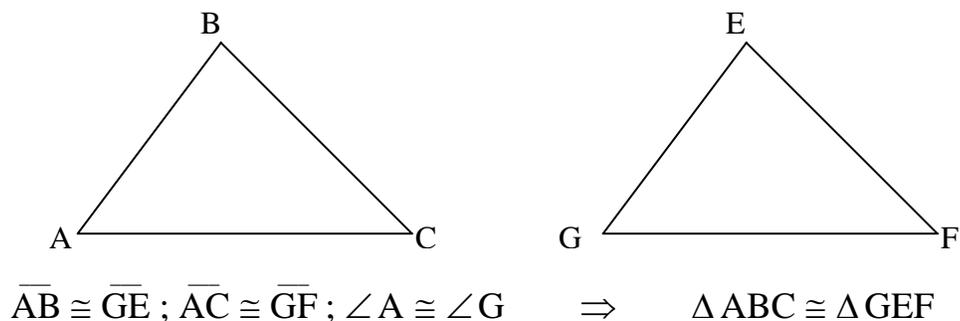
áreas de los triángulos. Con frecuencia aplican este conocimiento al construir estructuras triangulares que serán duplicado exactos de una estructura original.

Aunque definimos dos triángulos como congruentes si tres pares de lados y tres pares de ángulos son congruentes, puede *probarse* que los triángulos son congruentes si se sabe que son congruentes unos cuantos pares de partes correspondientes.

TEOREMAS DE CONGRUENCIA

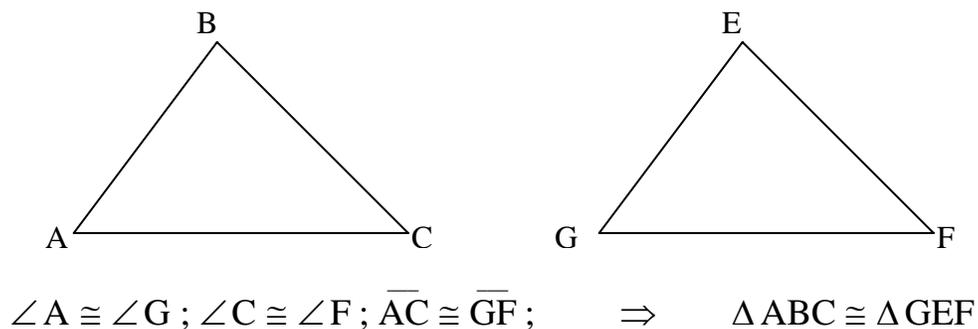
Teorema de congruencia LAL:

Dos *triángulos son congruentes* si dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos son respectivamente iguales a dos lados y el ángulo comprendido del otro triángulo.



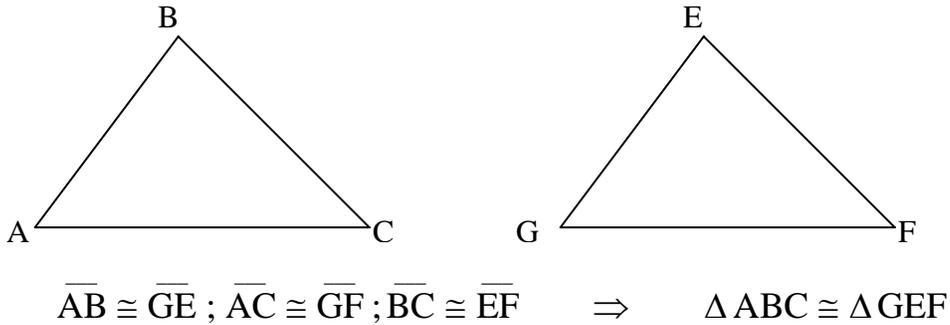
Teorema de congruencia ALA:

Dos *triángulos son congruentes* si tienen iguales respectivamente un lado y los ángulos adyacentes a ese lado.



Teorema de congruencia LLL:

Dos *triángulos son congruentes* si los tres lados de un triángulo son respectivamente iguales a los tres lados del otro.



SEMEJANZA DE FIGURAS GEOMETRICAS

CONCEPTO

Aquí consideraremos figuras que tienen la misma forma pero difieren en el tamaño. Tales figuras se llaman *figuras semejantes*.

Una fotografía de una persona o de una estructura muestra una imagen considerablemente menor que el objeto fotografiado, pero la forma de la imagen es precisamente la del objeto. Y cuando se amplifica una fotografía, se mantiene esta forma; es decir, todas las partes de la fotografía se amplifican en el mismo factor. En términos matemáticos, se dice que las imágenes en las dos fotografías son semejantes.

Los ingenieros diseñadores y los arquitectos trabajan continuamente con figuras semejantes. Una estructura que se acaba diseñar, primero se traza a escala sobre un papel. El diseño es mucho menor que la propia estructura, pero todas las partes tienen la forma del producto terminado.

En la industria automotriz y de construcción de aviones, generalmente primero se construyen modelos pequeños de los automóviles y aviones nuevos. Estos modelos corresponderán en forma y detalle con el producto final. El topógrafo aplica continuamente las propiedades de los triángulos semejantes en su trabajo.

RAZÓN

La comunicación de ideas en la actualidad frecuentemente se basa en la comparación de números y cantidades. Cuando se dice que una persona tiene una estatura de 1.80 metros, se está comparando su altura con la de una unidad menor, llamada metro.

El químico y el físico continuamente comparan las cantidades medidas en el laboratorio. El ama de casa está comparando cuando mide las cantidades de los ingredientes para hacer un pastel. El arquitecto con sus escalas y el dibujante de máquinas con sus diseños, están comparando longitudes de rectas en los dibujos con las longitudes reales correspondientes en el producto terminado.

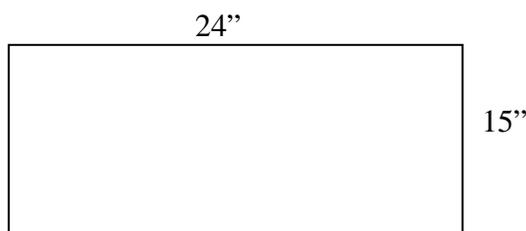
Definición

La *razón* de una cantidad a otra cantidad semejante es el cociente de la primera dividida por la segunda.

Es importante destacar que una razón es un cociente de medidas de cantidades *semejantes*. La razón de la medida de un segmento rectilíneo a la de un ángulo no tiene significado; no son cantidades del mismo tipo. Podemos hallar la razón de la medida de un segmento rectilíneo a la medida de un segundo segmento rectilíneo o también la razón de la medida de un ángulo a la medida de un segundo ángulo. Sin embargo, no importa qué unidad de longitud se use para medir los segmentos, la razón de sus medidas es el mismo número siempre que se use la misma unidad para los dos.

Una razón es una fracción y todas las reglas que gobiernan una fracción se aplican a las razones. Una razón se denota con una raya de fracción, una diagonal, el signo de división con el símbolo : (que se lee “es a”). Por ejemplo, la razón de 3 a 4 es $\frac{3}{4}$, $3/4$, $3 \div 4$ o bien $3 : 4$. El 3 y 4 se llaman *términos* de la razón.

Una razón siempre es un número abstracto; es decir, no tiene unidades. Es un número que no depende de las unidades de medición de las cuales proviene. Así, en la figura siguiente



la razón de ancho al largo es 15 a 24 o bien $5 : 8$.

PROPORCION

Una *proporción* es una expresión de la igualdad de dos razones. Por ejemplo, $6/8$ y $9/12$ tiene el mismo valor, las razones pueden igualarse como una proporción, $6/8 = 9/12$ o bien $6 : 8 = 9 : 12$. Por lo tanto, si las razones $a:b$ y $c:d$ son iguales, la expresión $a:b = c:d$ es una proporción. Esto se lee “a es a b como c es a d” o también “a y b son proporcionales a c y d”. En la proporción, se dice que a es el primer término, b es el segundo, c es el tercero y d es el cuarto.

Frecuentemente se dice que el primero y cuarto términos de la proporción son los *extremos* y que el segundo y el tercero son los *medios*

La *cuarta proporcional* de tres cantidades es el cuarto término de la proporción, los primeros tres términos de la cual se toman en orden. Así, en la proporción $a:b = c:d$, d es la cuarta proporcional para a, b y c.

Cuando el segundo y tercer términos de una proporción son iguales, se dice que cualquiera de los dos es la *media proporcional* entre el primero y cuarto término de la proporción.

Así, si $x:y = y:z$, y es la media proporcional entre x y z .

Teoremas acerca de las proporciones:

1. En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

2. En una proporción, pueden intercambiarse el segundo y tercer términos para obtener una proporción válida.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

3. En una proporción, pueden invertirse las razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

4. Si el producto de dos cantidades es igual al producto de otras dos cantidades, cualesquiera de los dos pares puede usarse como los medios y el otro par como los extremos de una proporción.

$$a \cdot b = c \cdot d \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{d}{b}$$

5. Si los numeradores de una proporción son iguales pero distintos de cero, los denominadores son iguales.

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} \wedge a = b \Rightarrow x = y$$

6. Si tres de los términos de una proporción son iguales a los tres términos correspondientes de otra proporción, los términos remanentes son iguales.

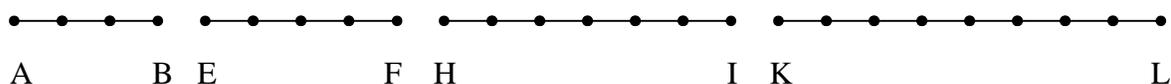
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \wedge \frac{a}{b} = \frac{c}{y} \Rightarrow x = y$$

7. Si cuatro cantidades están en proporción, los términos están en proporción por adición o sustracción; es decir, la suma (o diferencia) del primero y segundo términos es al segundo término como la suma (o la diferencia) del tercero y cuarto términos es al cuarto término.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \wedge \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

SEGMENTOS PROPORCIONALES

De la siguiente figura



deducimos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad y \quad \frac{\overline{EF}}{\overline{KL}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{KL}} = \frac{1}{2}$$

En consecuencia se dice que los *segmentos son proporcionales*.

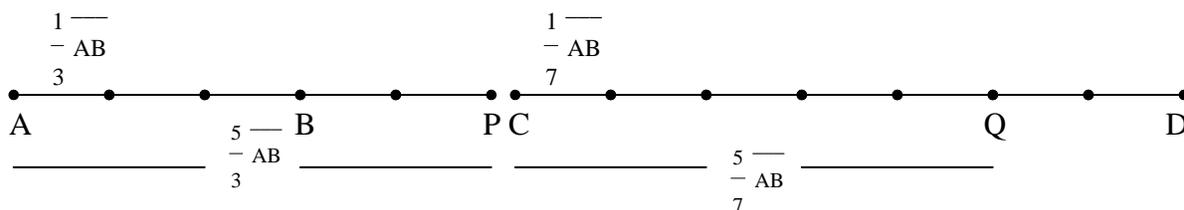
DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA

Si queremos construir el duplo, el triplo o en general, el múltiplo según n (donde n es un número natural mayor que 1) de un segmento \overline{AB} , entonces hablaremos de *múltiplos del segmento* \overline{AB} . Para ello prolongamos el segmento \overline{AB} a partir de A o B y sobre esta prolongación transportamos el segmento \overline{AB} con el compás $n - 1$ veces. Pero también se quiere hallar a veces el múltiplo de un segmento cuando k no sea un número natural, sino un número racional o irracional) positivo cualesquiera.

Para $k = \frac{1}{3}$ esto significaría, por ejemplo, que tendríamos que construir la tercera parte.

Para $k = \frac{5}{3}$ esto significaría que tendríamos que construir la tercera parte de \overline{AB} y quintuplicar entonces ésta. En esta forma se puede proceder con todo número racional k . Así tenemos que para $k < 1$ se obtiene un segmento menor; para $k > 1$, uno mayor.

De la siguiente figura



deducimos:

- $\overline{AP} = \frac{5}{3} \overline{AB}$ y $\overline{CQ} = \frac{5}{7} \overline{CD}$
- Para Q se cumple que $\frac{\overline{CQ}}{\overline{QD}} = \frac{5}{2}$

También se dice que Q divide al segmento \overline{CD} en la razón 5:2 y lo divide interiormente.

Análogamente, se cumple para P:

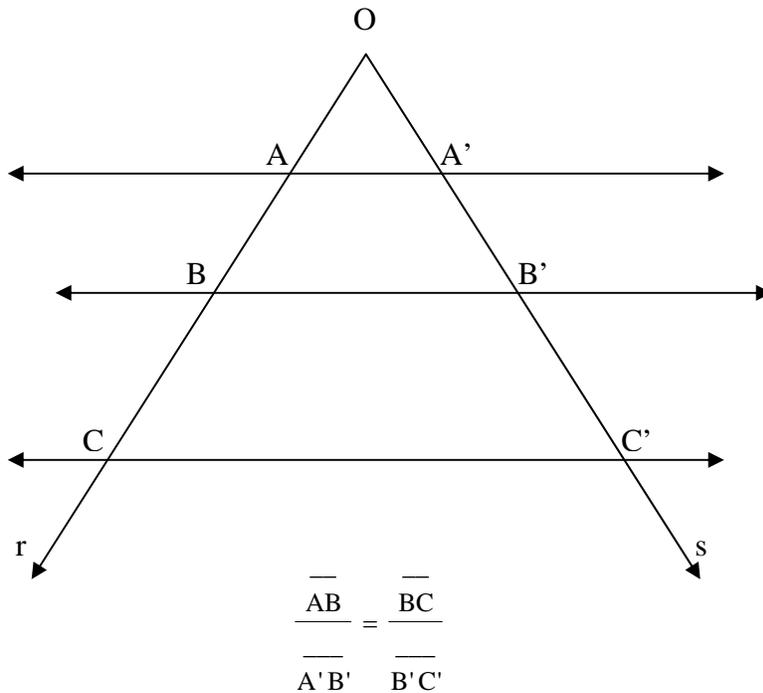
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \frac{5}{2}$$

Pero P está situado fuera de \overline{AB} , por lo que se dice que P divide exteriormente al segmento \overline{AB} en la razón 5:2.

TEOREMA DE THALES

Teorema de Tales:

Un sistema de rectas paralelas determinan sobre dos rectas concurrentes, segmentos proporcionales.



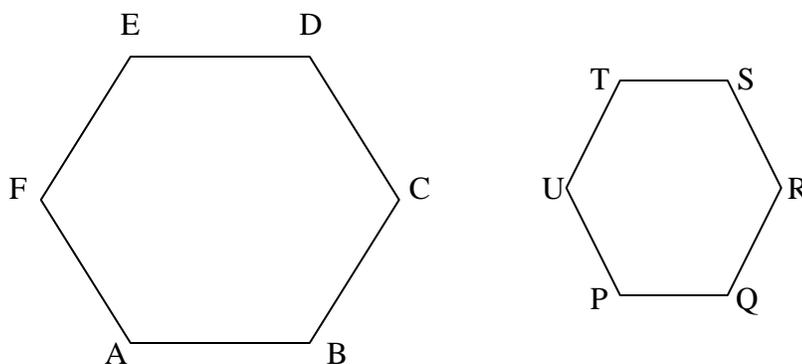
POLÍGONOS SEMEJANTES

Definición

Dos *Polígonos son semejantes* si existe una correspondencia de sus vértices para lo cual los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales.

El símbolo para “semejante a” o “es semejante a” es \sim .

En la siguiente figura



los polígonos ABCDEF y PQRSTU son semejantes si:

$$1. \angle A \cong \angle P; \angle B \cong \angle Q; \angle C \cong \angle R; \angle D \cong \angle S; \angle E \cong \angle T; \angle F \cong \angle U$$

$$2. \frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{RS}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{ST}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{TU}}$$

Recíprocamente, si dos polígonos son semejantes, sus ángulos correspondientes son congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales.

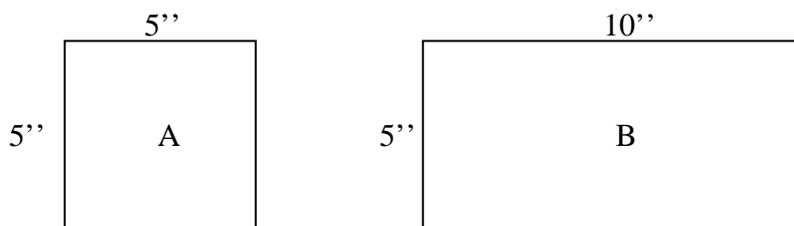
La razón de dos lados correspondientes cualesquiera de dos polígonos semejantes se llama *razón de semejanza*.

Es importante observar que la definición de polígonos semejantes tiene dos partes. Para que dos polígonos sean semejantes, debe cumplirse que:

1. Los ángulos correspondientes deben ser congruentes, y
2. Los lados correspondientes deben ser proporcionales.

En general, cuando se satisface completamente una de estas condiciones, no necesariamente se concluye que la segunda condición se satisface completamente.

En la siguiente figura



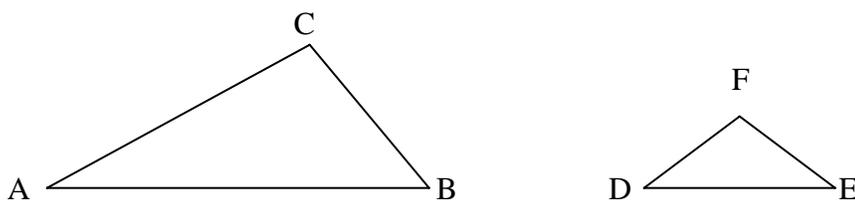
el cuadrado A y el rectángulo B tienen los ángulos de uno congruentes a los ángulos correspondientes del otro, pero obviamente no son semejantes.

SEMEJANZA DE TRIANGULOS

Definición

Dos *triángulos son semejantes* si existe una correspondencia de sus vértices para la cual los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales.

En la siguiente figura



si $\angle A \cong \angle D$; $\angle B \cong \angle E$; $\angle C \cong \angle F$ y $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$, entonces los triángulos ABC y

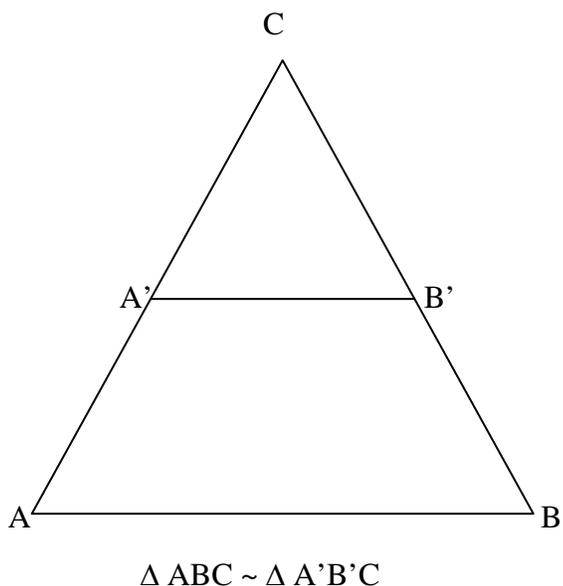
DEF son semejantes, y escribimos $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Para el caso de triángulos semejantes ocurre que, los ángulos de uno de los triángulos no pueden ser congruentes a los ángulos de un segundo triángulo sin que los lados correspondientes no estén en proporción. Inversamente, dos triángulos no pueden tener sus lados correspondientes proporcionales sin que los ángulos correspondientes sean congruentes.

TEOREMA FUNDAMENTAL DE SEMEJANZA

Teorema fundamental de semejanza:

Toda paralela a un lado de un triángulo forma con los otros dos lados un triángulo semejante al primer triángulo.

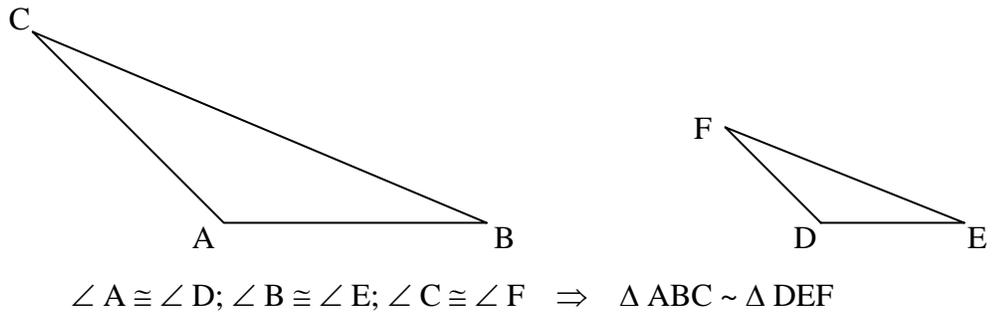


A estos triángulos se le llama triángulos en posición de Tales.

TEOREMAS DE SEMJANZA

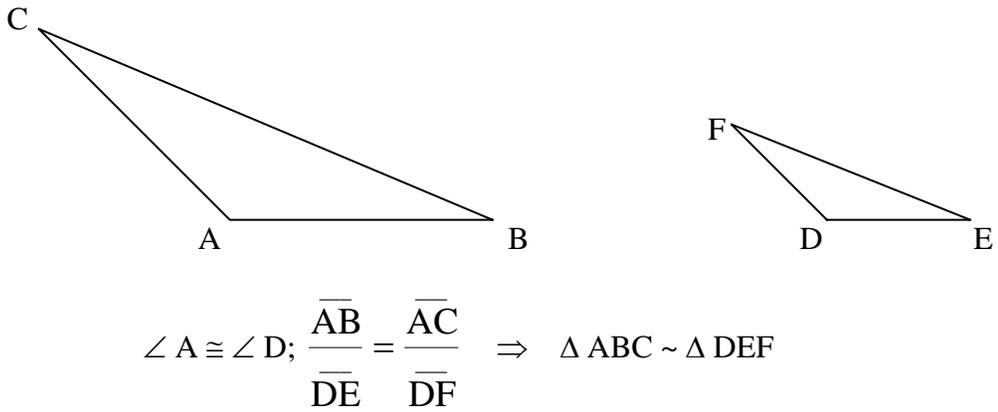
Teorema de semejanza AAA:

Si dos triángulos tienen los tres ángulos de uno respectivamente congruentes a los tres ángulos del otro, los triángulos son semejantes.



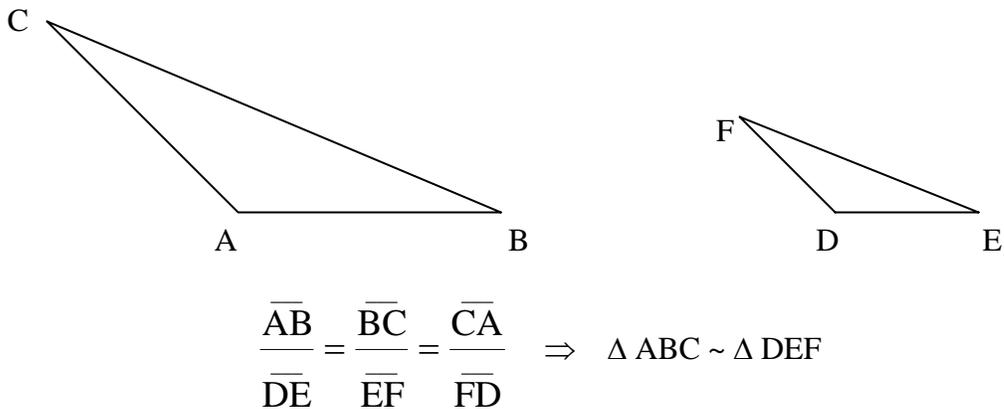
Teorema de semejanza LAL:

Si dos triángulos tienen un ángulo de uno congruente a un ángulo del otro y los lados que incluyen estos ángulos son proporcionales, los triángulos son semejantes.



Teorema de semejanza LLL:

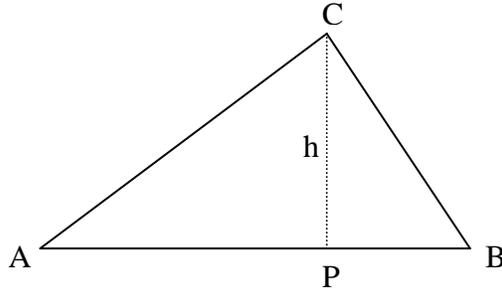
Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, son semejantes.



SEMEJANZA EN LOS TRIÁNGULOS RECTANGULOS

Teorema de la altura:

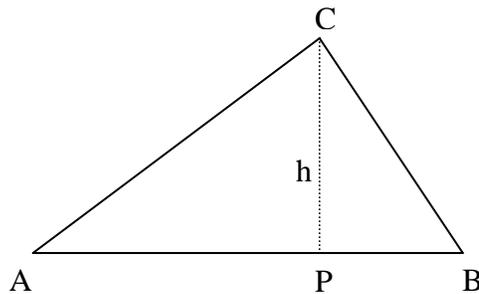
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la altura relativa a la hipotenusa es igual al producto de las longitudes de los segmentos que la altura determina sobre la hipotenusa.



$$h^2 = \overline{AP} \cdot \overline{PB}$$

Teorema del cateto:

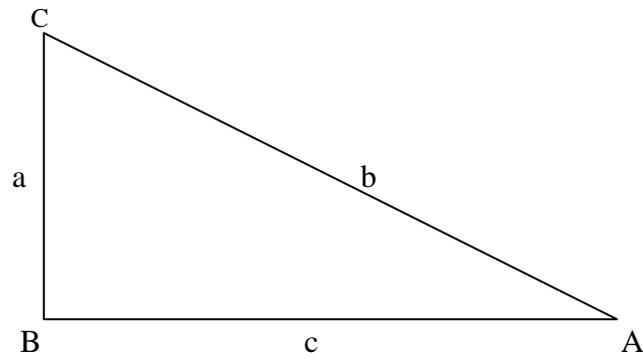
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de cada cateto es igual al producto de las longitudes de la hipotenusa por el segmento de hipotenusa correspondiente al cateto.



$$\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AP} \quad \text{o bien} \quad \overline{BC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{PB}$$

Teorema de Pitágoras:

En todo triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.



$$b^2 = a^2 + c^2$$

INTRODUCCION

OBJETIVOS

**PRESENTACION
DE LA
UNIDAD
DIDÁCTICA**

OBJETIVOS DIDÁCTICOS

CONTENIDOS

FUNDAMENTO TEORICO

ESTRATEGIAS METODÓLOGICAS

ACTIVIDADES

**SISTEMA
DE
EVALUACIÓN**

PLANIFICACIÓN

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

AGRADECIMIENTO

DEDICATORIA

INDICE

Las actividades son la manera activa y ordenada de llevar a cabo las estrategias metodológicas o experiencias de aprendizaje. El principio de actividad es fundamental en la enseñanza actual.

Las actividades que desarrollaremos en esta unidad didáctica están presentes los principios de la enseñanza: de lo próximo a lo distante, de lo fácil a lo difícil, de lo conocido a lo desconocido, de lo individual a lo general y de lo concreto a lo abstracto; así como también los principios que actualmente postula el aprendizaje significativo.

A continuación presentamos la distribución temporalizada de las actividades.

DISTRIBUCIÓN TEMPORIZADA DE LAS ACTIVIDADES

Act. No.	Contenidos	Horas clases
CONGRUENCIA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS		
1	Definición. Notación.	1
2	Segmentos y ángulos congruentes.	1
3	Triángulos congruentes. Definición. Notación.	1
4	Teoremas de congruencia: LAL, ALA y LLL.	1
5	Ejercicios sobre Actividad Número 4.	1
SEMEJANZA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS		
6	Concepto de figuras semejantes.	1
7	Razón. Proporción.	1
8	Segmentos proporcionales.	1
9	División de un segmento en una razón dada.	1
10	Teorema de Thales.	1
11	Ejercicios sobre Actividad Número 10.	1
12	Polígonos semejantes. Definición. Notación.	1
13	Teorema fundamental de semejanza.	1
14	Teoremas de semejanza: AAA, LAL y LLL:	1
15	Ejercicios sobre Actividades Números 13 y 14.	1
16	Teoremas de la altura y del cateto	1
17	Teorema de Pitágoras.	1
18	Ejercicios sobre Actividades Número 16 y 17.	1
Total		18

ACTIVIDAD No. 1

Objetivo

1. Explicar la importancia y aplicación de congruencia de figuras geométricas.
2. Definir figuras congruentes.

Tema

Congruencia de figuras geométricas.

Sumario

§.1. Definición. Notación.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Cartulina.
3. Tijera.
4. Lapiceros.
5. Regla graduada.
6. Escuadra.
7. Transportador.
8. Compás.
9. Geoplano.
10. Hules de colores.

Introducción

Exposición del profesor acerca de la importancia que tiene la congruencia en otros campos del saber humano.

Desarrollo

A cada grupo de estudiantes se le entregará una cartulina donde aparezcan dibujados figuras poligonales. Se orientará que realicen lo siguiente:

1. Recorten las figuras geométricas que aparecen dibujada en la cartulina.
2. Clasifiquen las figuras recortadas según el número de lados.

3. En la clasificación hecha, agrupe aquellas figuras que tengan la misma forma y tamaño.
4. Expliquen, ¿en qué se fundamentaron para hacer la agrupación?.
5. ¿Qué nombre reciben esas figuras geométricas?
6. Formulen la definición de figuras congruentes.

Seguidamente, el profesor explicará que la palabra congruencia se deriva de la palabra latina *con* que significa “con” y *gruere* que significa “concordar, convenir”. Las figuras congruentes pueden hacerse coincidir parte por parte. Las partes coincidentes se llaman partes correspondientes. El símbolo para denotar congruencia es “ \cong ” que es una combinación de dos símbolos “=” que significa tienen el mismo tamaño y “ \sim ” tener la misma forma.

Concluiremos la actividad, seleccionando al azar a tres estudiantes con el objetivo de que pasen al frente del aula a que representen en el geoplano:

- (a) Dos triángulos congruentes.
- (b) Dos cuadriláteros congruentes.
- (c) Dos pentágonos congruentes.

Evaluación

- ◆ Participación, compañerismo, orden y estética en la realización de la tarea asignada.

Autopreparación

Identificar en el medio figuras congruentes y presentarlo en la próxima actividad, por escrito.

ACTIVIDAD No. 2

Objetivos:

1. Definir segmentos congruentes.
2. Definir ángulos congruentes.
3. Comprobar analítica y geoméricamente segmentos y ángulos congruentes.
4. Construir segmentos y ángulos congruentes.

Tema

Congruencia de figuras geométricas.

Sumario

- §.1. Segmentos congruentes.
- §.2. Ángulos congruentes.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Borrador.
4. Regla graduada.
5. Escuadra.
6. Transportador.
7. Compás.
8. Geoplano.
9. Hules de colores.

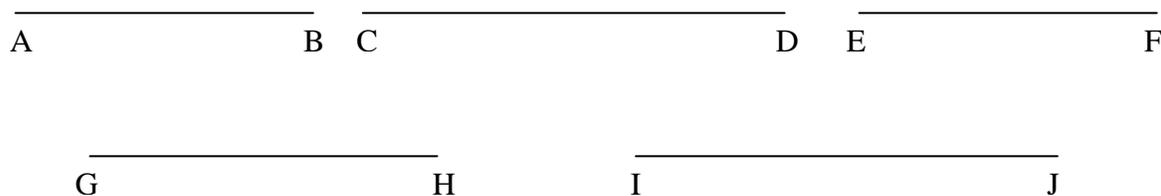
Introducción

1. Presentar en el geoplano un rectángulo y un cuadrado. Preguntarle a los estudiantes si ambas figuras son congruentes. Fundamente su respuesta.
2. Si dos figuras geométricas son congruentes, ¿cómo se llaman las partes coincidentes?

Desarrollo

A. SEGMENTOS CONGRUENTES

A cada grupo de estudiantes se le entregará una hoja de papel donde aparezcan dibujados cinco segmentos. Además, aparecerá en él, las preguntas que deben responder a partir de la ilustración dada.



1. Completen el espacio en blanco colocando = o \neq sobre la base de la ilustración presentada.

$$(a) m \overline{AB} \quad m \overline{IJ} \qquad (b) m \overline{CD} \quad m \overline{GH}$$

$$(c) m \overline{AB} \quad m \overline{GH} \qquad (d) m \overline{CD} \quad m \overline{IJ}$$

$$(e) m \overline{EF} \quad m \overline{GH} \qquad (f) m \overline{IJ} \quad m \overline{EF}$$

2. Superpongan los segmentos que tengan igual medida. ¿Qué ocurre con sus puntos extremos?
3. Superpongan los segmentos que tengan distinta medida. ¿Qué ocurre con sus puntos extremos?
4. ¿Qué nombre reciben los segmentos de igual medida?
5. Formulen la definición de segmentos congruentes.

B. DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN SEGMENTOS CONGRUENTES

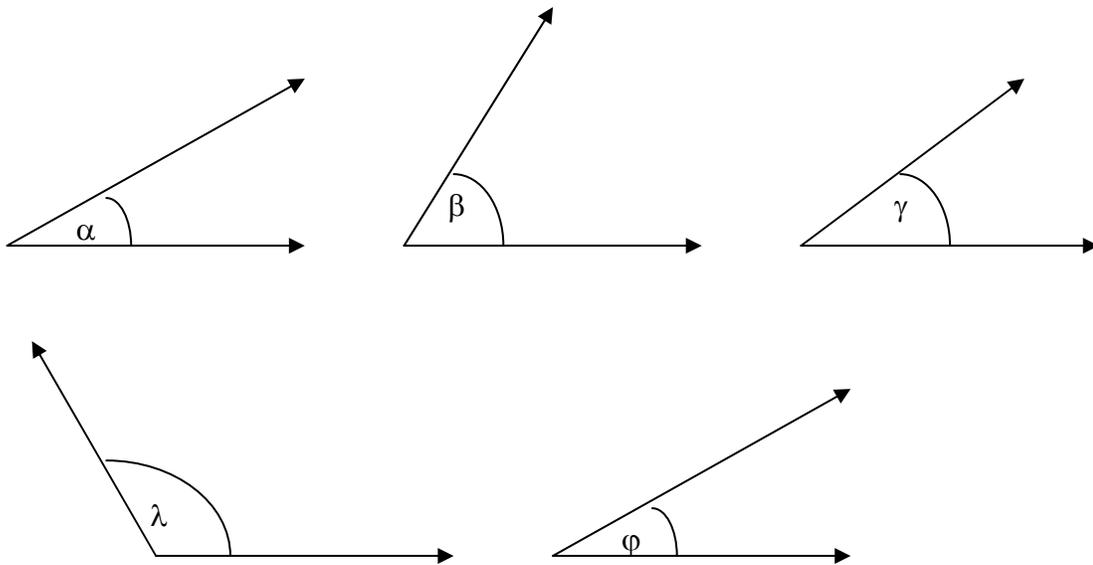
Se le solicita a cada grupo de estudiantes que dividan un segmento dado en cinco segmentos congruentes mediante la realización de los siguientes pasos:

1. Trace un segmento \overline{AB} .
2. Trace una semirrecta \overrightarrow{AP} que no contenga a \overline{AB} .

3. Trasportar con ayuda del compás cinco veces un segmento arbitrario sobre \vec{AP} a partir de A.
4. Designe con las letras C, D, E y F los puntos de intersección con cada uno de los arcos descritos y \vec{AP} .
5. Una F y B por medio de un segmento rectilíneo.
6. Trace paralelas a \overline{BF} por los puntos C, D y E.

C. ANGULOS CONGRUENTES

A cada grupo de estudiantes se le entregará una hoja de papel bond blanco donde aparezcan dibujados cinco ángulos.



Con ayuda del transportador mida cada ángulo y coloque el signo de $=$ o \neq en el espacio en blanco:

- | | | | | | |
|-----------------------|-------------------|----------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|
| (a) $m \angle \alpha$ | $m \angle \theta$ | (b) $m \angle \beta$ | $m \angle \gamma$ | (c) $m \angle \theta$ | $m \angle \gamma$ |
| (d) $m \angle \phi$ | $m \angle \alpha$ | (e) $m \angle \phi$ | $m \angle \alpha$ | (f) $m \angle \beta$ | $m \angle \theta$ |

Contesten las siguientes preguntas:

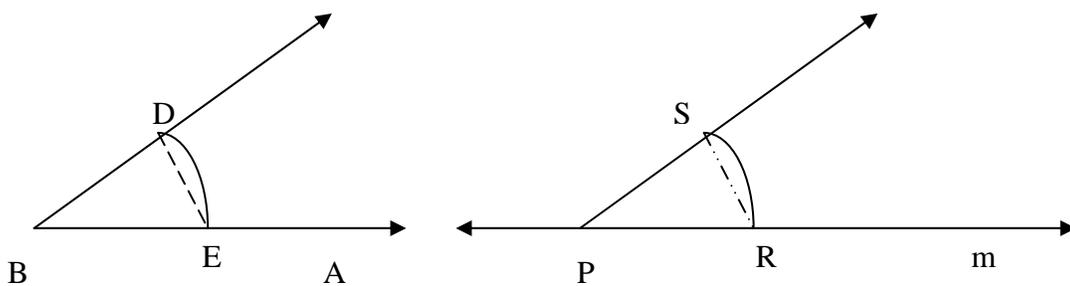
1. Si dos ángulos de distintas medidas se superponen, ¿qué ocurre con sus vértices y sus lados?

2. Si dos ángulos de igual medida se superponen, ¿qué ocurre con sus vértices y sus lados?
3. ¿Qué nombre reciben dichos ángulos?
4. Formulen la definición correcta de ángulos congruentes.

D. CONSTRUCCIÓN DE ANGULOS CONGRUENTES.

Construir un ángulo congruente al dado.

1. Trace un ángulo cualquiera y represéntelo por $\angle ABC$.
2. Con B como centro y cualquier radio, construir un arco que intercepte a \vec{BA} en E y a \vec{BC} en D.
3. Trace una recta m.
4. Con $P \in m$ como centro y radio igual a \overline{BD} , construir un arco RT que intercepte a m en R.
5. Con $R \in m$ como centro y radio igual a \overline{DE} , construir un arco que intercepte al arco RT en S.
6. Trazar \vec{PS} .
7. $\angle ABC \cong \angle RPS$.



Evaluación

- ◆ Participación, compañerismo, orden y estética en la realización de las tareas asignadas.
- ◆ Entrega de los resultados obtenidos, evaluando presentación, científicidad y coherencia.

Actividad No. 3

Objetivos

Definir triángulos congruentes.

Tema

Congruencia de triángulos congruentes.

Sumario

§.1. Definición. Notación.

Materiales

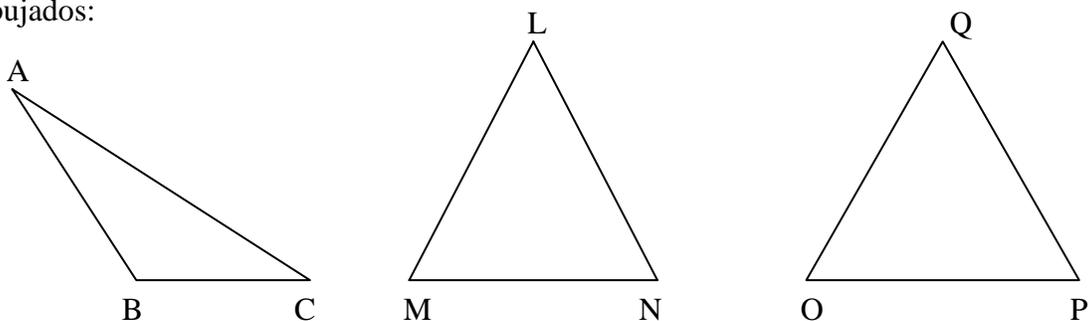
1. Hoja de papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Tijeras.
4. Regla graduada.
5. Transportador.
6. Escuadra.
7. Geoplano.
8. Hules de colores.

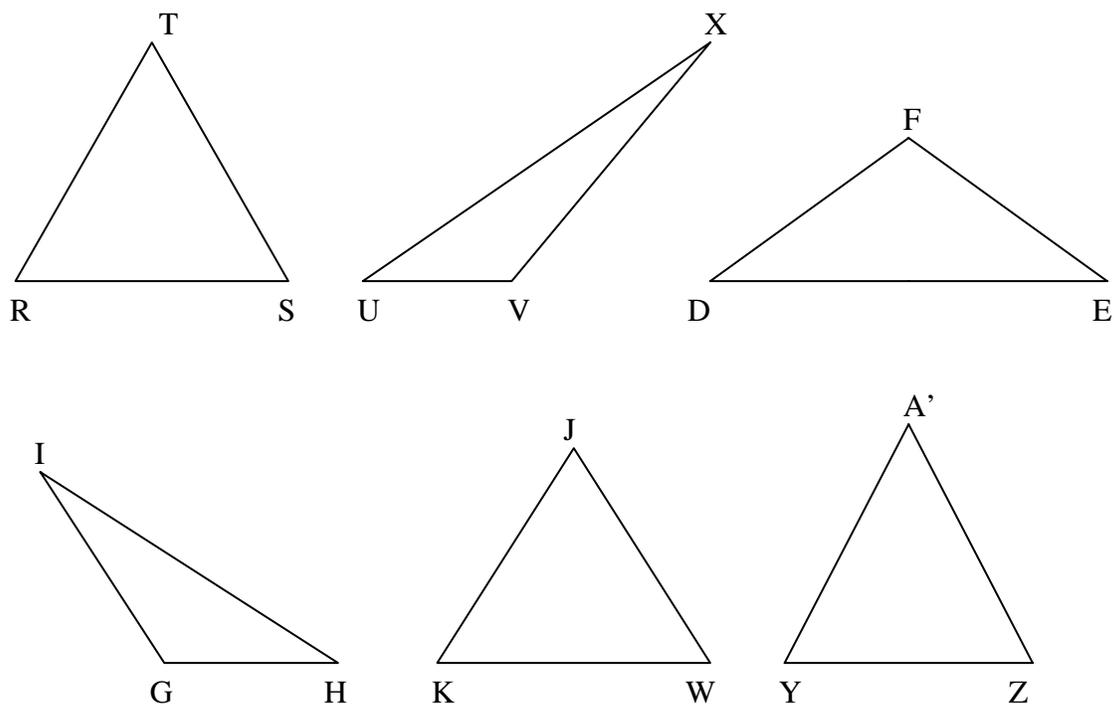
Introducción

Seleccionar a un estudiante al azar para que represente en el geoplano dos ángulos obtusos congruentes.

Desarrollo

Entregarle a cada grupo de estudiantes una hoja de papel bond blanco donde aparezcan dibujados:





Solicítarle a cada grupo de estudiantes que:

1. Recorten los triángulos dados.
2. Formen grupos de triángulos de acuerdo a la clasificación según sus lados.
3. Selecciones en cada grupo aquellos que al superponerse coincidan sus vértices y sus lados.

Antes de que los grupos de estudiantes formulen la definición de triángulos congruentes, el profesor explicará lo siguiente:

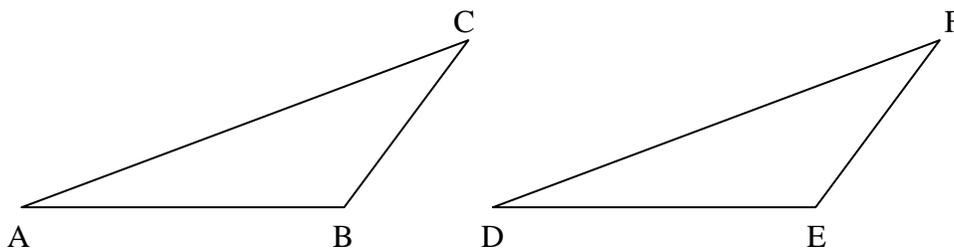
Si al superponerse dos triángulos sus partes coinciden (vértices y lados), la correspondencia entre los vértices y los lados de ambos triángulos se llama correspondencia biunívoca, y las partes pareadas se llaman partes correspondientes. Así se habla de lados correspondientes y ángulos correspondientes.

A continuación, solicitarle a cada grupo de estudiantes a que formulen la definición de triángulos congruentes y, realizarle las siguientes preguntas:

1. En un triángulo escaleno, ¿cuántas correspondencias biunívocas origina una congruencia?
2. En un triángulo isósceles, ¿cuántas correspondencias biunívocas origina una congruencia?
3. En un triángulo equilátero, ¿cuántas correspondencias biunívocas origina una congruencia?

Concluirá el profesor señalando:

Si ΔABC es congruentes ΔDEF el cuál denotamos por $\Delta ABC \cong \Delta DEF$,



entonces se establecen las siguientes relaciones entre los lados y los ángulos correspondientes a dichos triángulos:

$$\angle A \cong \angle D; \quad \angle B \cong \angle E; \quad \angle C \cong \angle F$$

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}; \quad \overline{BC} \cong \overline{EF}; \quad \overline{CA} \cong \overline{FD}$$

Por último, se seleccionarán a dos estudiantes para que representen en el geoplano dos triángulos isósceles congruentes y dos triángulos escaleno congruente.

Evaluación

- ◆ Participación compañerismo, disciplina y estética en la realización de las tareas asignadas.
- ◆ Entrega de las conclusiones obtenidas, evaluando presentación, científicidad y coherencia.

Actividad No. 4

Objetivo

Inducir a los estudiantes a que enuncien los teoremas de congruencia de triángulos:
LAL, ALA y LLL:

Tema

Congruencia de triángulos.

Sumario

- §.1. Teorema de congruencia LAL.
- §.2. Teorema de congruencia ALA.
- §.3. Teorema de congruencia LLL.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Transportador.
6. Compás.
7. Geoplano.
8. Hules de colores.

Introducción

Presentarle en el geoplano dos triángulos y preguntarle a los estudiantes:

1. ¿Son congruentes ambos triángulos?
2. Indique las partes correspondientes de ambos triángulos.

Desarrollo

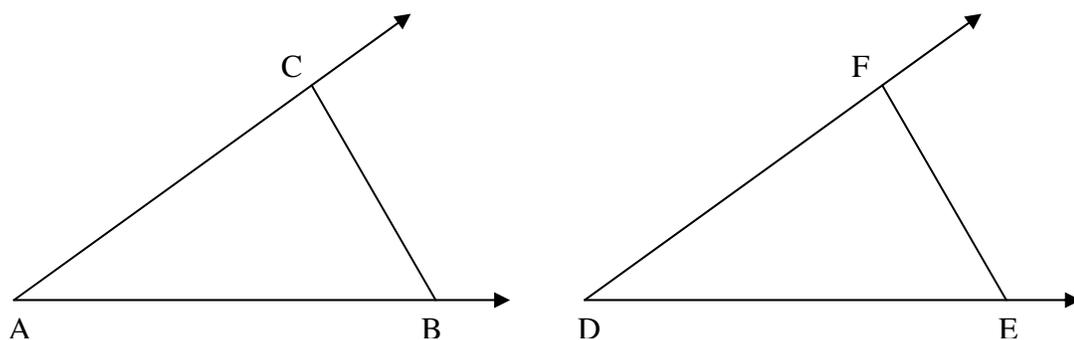
Orientar a cada grupo de estudiantes a que realicen lo siguiente:

A. Teorema de congruencia LAL.

1. Trazar dos ángulos congruentes.
2. Designar los vértices de ambos ángulos por A y D, respectivamente.

- Ubique un punto en cada lado del ángulo cuyo vértice es A, y desígnelo por B y C, respectivamente. A continuación, ubique dos puntos en el ángulo cuyo vértice es D, y desígnelo por E y F, respectivamente; en donde $m\overline{AB} = m\overline{DE}$ y $m\overline{AC} = m\overline{DF}$.
- Mediante un segmento rectilíneo una los puntos B y C, así como E y F.
- ¿Qué figura han formado?

Un esquema gráfico de lo realizado, es:



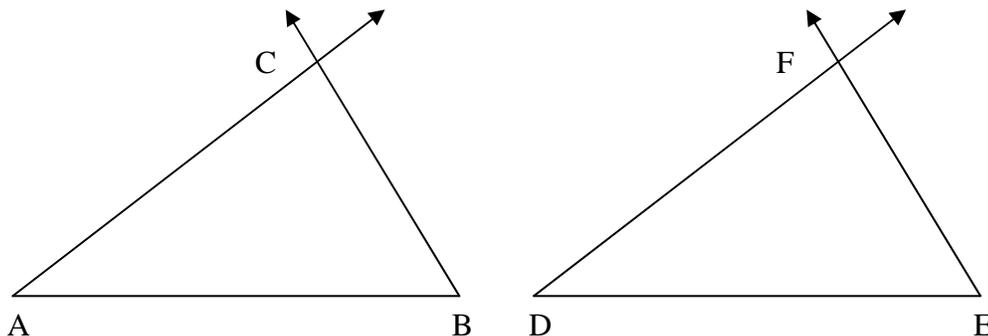
- ¿Qué características poseen estos triángulos?
- ¿Es $\Delta BAC \cong \Delta EDF$? Fundamente su respuesta.
- Formulen literalmente la proposición que debe cumplir dos triángulos para que sean congruentes.

La proposición enunciada corresponde al teorema de congruencia LAL.

B. Teorema de congruencia ALA.

- Trazar dos segmentos congruentes y desígnelos por \overline{AB} y \overline{DE} , respectivamente.
- Trazar dos ángulos congruentes cuyos vértices sean los extremos A y D.
- Trazar dos ángulos congruentes cuyos vértices sean los extremos B y E.
- A los puntos de intersección desígnelos por C y F, respectivamente.
- ¿Qué figura han formado?

Un esquema gráfico de lo realizado es:



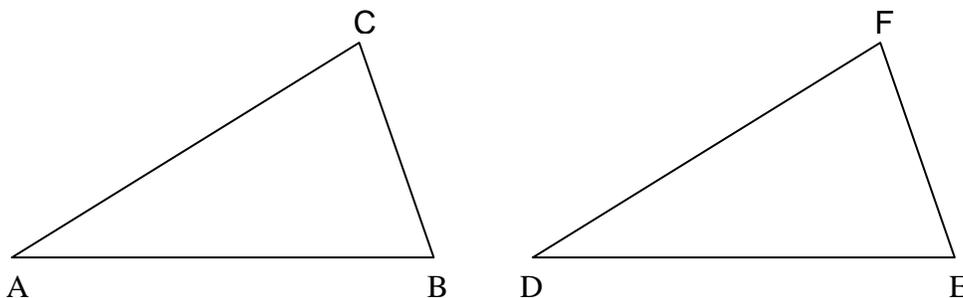
6. ¿Qué características poseen estos triángulos?
7. ¿Es $\triangle ABC \cong \triangle DEF$? Fundamente su respuesta.
8. Formulen literalmente la proposición que debe cumplir dos triángulos para que sean congruentes.

La proposición enunciada corresponde al teorema de congruencia ALA.

C. Teorema de congruencia LLL.

1. Trace tres segmentos de distintas medidas.
2. Construya dos triángulos con los tres segmentos trazado en 1.
3. A los vértices de uno de los triángulos representelo por A, B y C, respectivamente; y a los vértices del otro triángulo por D, E y F, respectivamente.

Un esquema gráfico de lo realizado es:



4. ¿Qué características poseen estos triángulos?
5. ¿Es $\triangle ABC \cong \triangle DEF$? Fundamente su respuesta.

6. Formulen literalmente la proposición que debe cumplir dos triángulos para que sean congruentes.

La proposición enunciada corresponde al teorema de congruencia LLL.

- D. Solicitarle a cada grupo de estudiantes que presenten por escrito las conclusiones obtenidas en una tabla que presente el siguiente formato.

TEOREMAS DE CONGRUENCIA		
NOMBRE	ENUNCIADO	DIAGRAMA
LAL		
ALA		
LLL		

Evaluación.

- Participación, disciplina, solidaridad y compañerismo en la realización de las tareas asignadas.
- Presentación, orden lógico, científicidad y estética en la presentación geométrica de las conclusiones obtenidas.

Actividad No. 5

Objetivo

Aplicar los teoremas de congruencia en la resolución de ejercicios y problemas.

Tema

Congruencia de triángulos.

Sumario

§.1. Ejercicios sobre congruencia de triángulos.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lápices de grafito.
3. Borrador.
4. Lapiceros.
5. Regla.
6. Escuadra.

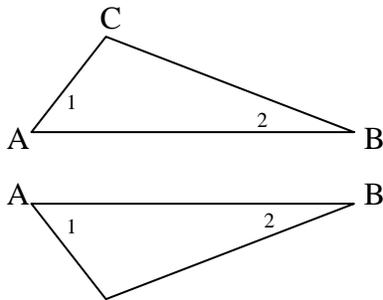
Introducción

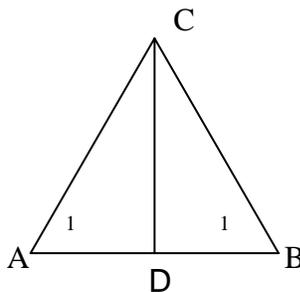
Presentar en cartulina el enunciado de cada teorema de congruencia así como su representación geométrica.

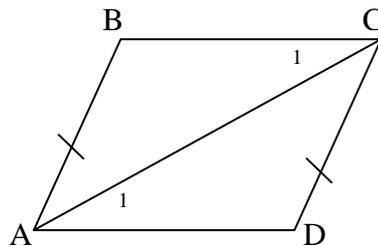
Desarrollo

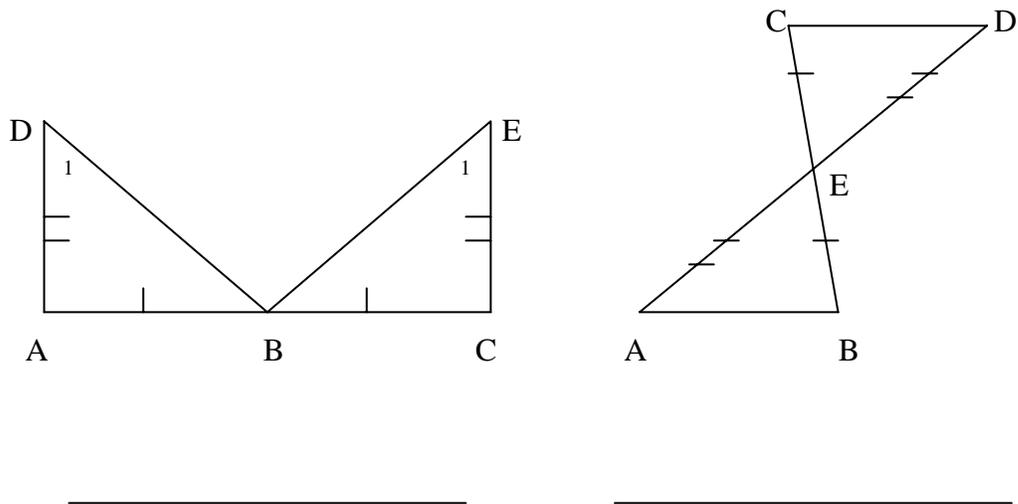
Resolver en grupo los siguientes ejercicios:

- I. Los triángulos de cada uno de los ejercicios siguientes están marcados para mostrar los lados y los ángulos congruentes. Coloque LAL, ALA o LLL según el teorema que se aplica para inferir que los triángulos son congruentes.









II. Probar los siguientes ejercicios

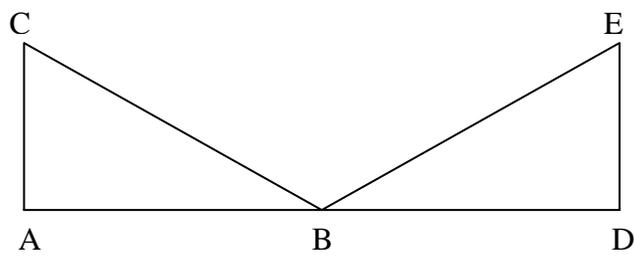
1. Hipótesis)

$$\overline{AC} \perp \overline{AB}; \overline{DE} \perp \overline{BD};$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DE}; B \text{ biseca a } \overline{AD}$$

Conclusión)

$$\Delta ABC \cong \Delta DBE$$



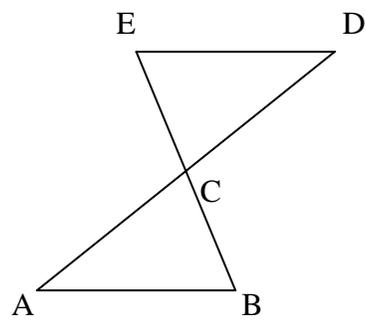
2. Hipótesis)

\overline{AD} y \overline{BE} se interceptan en C;

$$\overline{CE} \cong \overline{CB}; \overline{AC} \cong \overline{DC}$$

Conclusión)

$$\Delta ABC \cong \Delta DBE$$

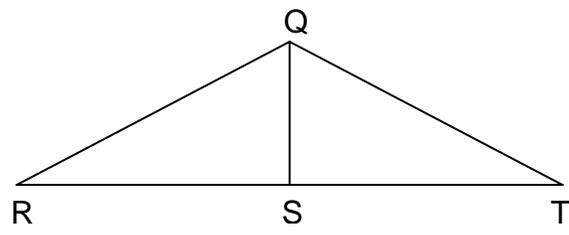


3. Hipótesis)

$\overline{QS} \perp \overline{RT}; S \text{ biseca a } \overline{RT}$

Conclusión)

$$\Delta RSQ \cong \Delta TSQ$$



III. Proporcionar las razones para las proposiciones en la siguiente demostración.

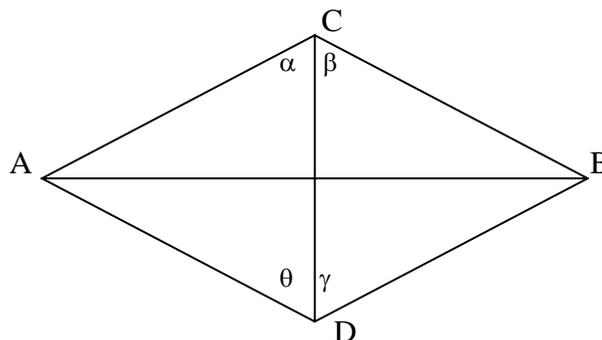
Hipótesis)

$$\overline{AC} \cong \overline{AD}; \overline{BC} \cong \overline{BD};$$

$$\angle \alpha \cong \angle \theta; \angle \beta \cong \angle \gamma$$

Conclusión)

$$\Delta ABC \cong \Delta ABD$$



Demostración)

PROPOSICIONES	RAZONES
1. $\overline{AC} \cong \overline{AD}$	
2. $\overline{BC} \cong \overline{BD}$	
3. $m \angle \alpha = m \angle \theta$	
4. $m \angle \beta = m \angle \gamma$	
5. $m \angle \alpha + m \angle \beta = m \angle \theta + m \angle \gamma$	
6. $m \angle C = m \angle \alpha + m \angle \beta$	
7. $m \angle D = m \angle \theta + m \angle \gamma$	
8. $m \angle B = m \angle D$	
9. $\angle B \cong \angle D$	
10. $\Delta ABC \cong \Delta ABD$	

IV. Describir un método para medir aproximadamente, con una cinta métrica y un transportador, la distancia GP a través de una corriente de agua. Probar la validez del método.

Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo, orden y estética en la realización de los ejercicios propuestos.
- Seleccionar a un representante de cada grupo que pase a la pizarra a explicar cualquier ejercicio de lo propuesto, haciendo uso de Papelógrafo; evaluando presentación, coherencia, científicidad y claridez en la exposición.

Orientación hacia la próxima actividad

Un participante de cada grupo traer una fotografía tamaño carné y tamaño pasaporte con la finalidad de introducir el concepto de figuras semejantes.

Actividad No. 6

Objetivos

1. Explicar la importancia del concepto de figuras semejantes en otros campos del saber humano.
2. Inducir a los estudiantes a que formulen el concepto de figuras semejantes.

Tema

Semejanza de figuras geométricas.

Sumario

§.1. Concepto.

Materiales

1. Papel milimetrado.
2. Geoplano.
3. Hules de colores.
4. Regla graduada.
5. Escuadra.
6. Lapiceros.

Introducción

Explicación por parte del profesor acerca de la importancia y aplicación de figuras semejantes en otros campos del saber humano.

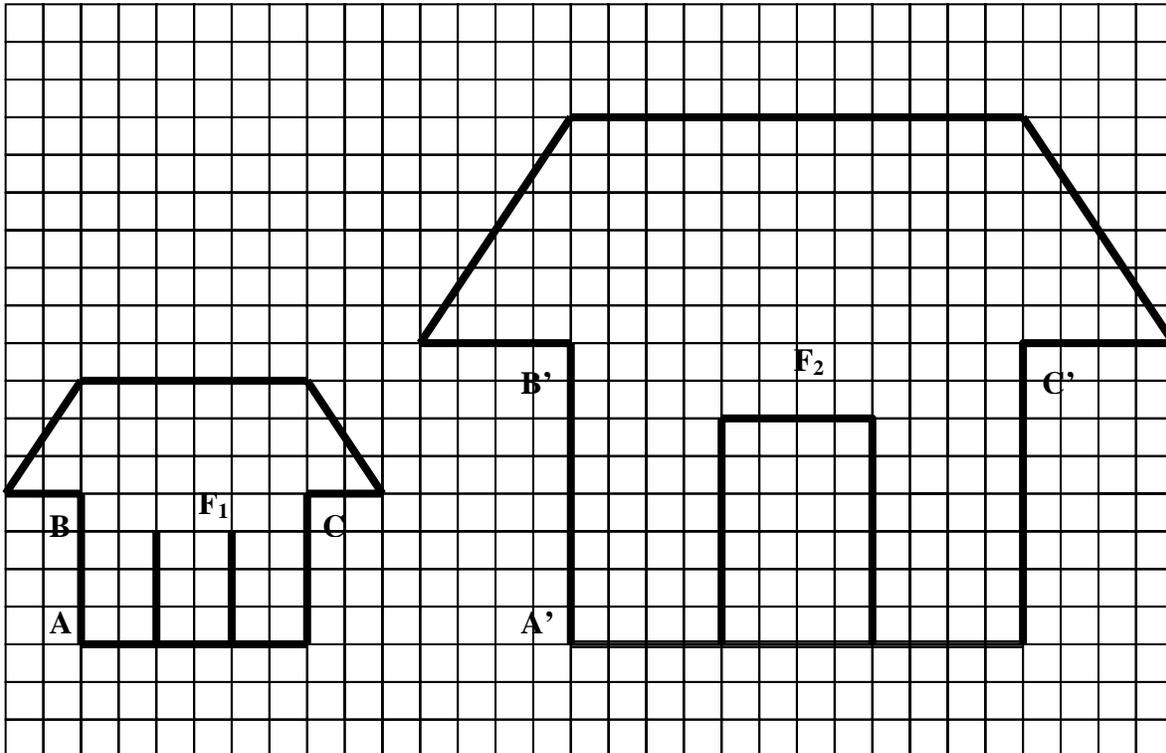
Desarrollo

Existen numerosas situaciones que pueden llevarnos al estudio de figuras semejantes, es decir, de formas iguales, como son, por ejemplo, la ampliación y reducción de dibujos, fotografías o fotocopias, los dibujos a escala (desde sencillos planos a mapas diversos), las maquetas (barcos, coches, aviones, proyectos urbanísticos, reproducciones de una ciudad o de una región, etc.). En esta actividad, induciremos al estudiante a que reconozca si dos o más figuras tienen la misma forma, aplicando criterios visuales y geométricos.

SITUACIÓN 1. Enmarcar una ampliación fotográfica.

Presentarle a cada grupo de estudiantes una serie de marcos rectangulares, donde ellos tienen que determinar cuáles de las fotografías tamaño pasaporte encajan perfectamente.

SITUACIÓN 2. Reproducción de modelos a través de una escala.



Suponiendo que las dimensiones de cada cuadrado son de un centímetro, responda a las siguientes preguntas.

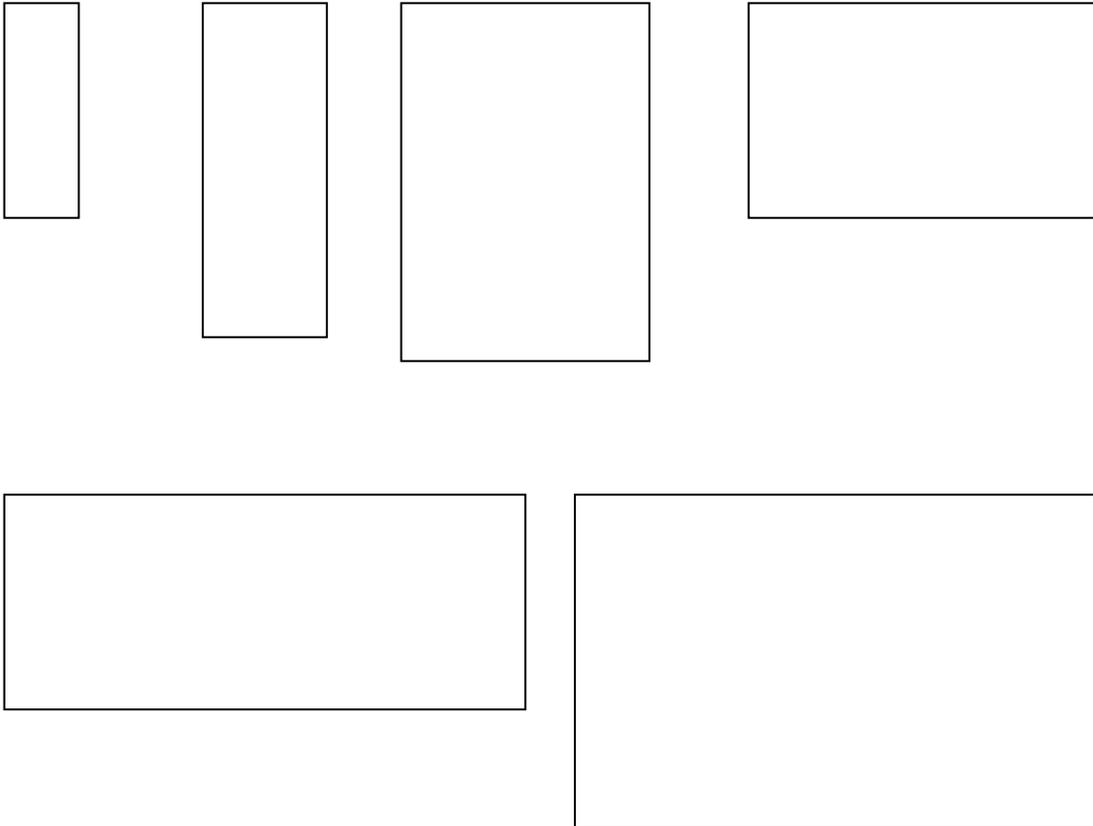
1. ¿Cuál es la longitud del segmento $\overline{A'B'}$ de la figura F_2 ?
2. ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{AB} de la figura F_1 ?
3. Determine la escala de la figura F_2 a la figura F_1

$$\frac{4 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = \frac{2}{1}; \text{ o sea, } 2 : 1$$

SITUACIÓN 3. Rectángulos semejantes.

Descubrimiento de propiedades geométricas de la semejanza de rectángulos.

1. Recorta los rectángulos y dibuja las diagonales, por detrás de cada uno de ellos.



2. Coloca los rectángulos con la cara blanca hacia arriba y agrúpalos de manera que los rectángulos tengan la misma forma.
3. Toma los rectángulos y superponlos de varias maneras:
 - (a) Con un vértice en común y correspondiéndose los largos y cortos de cada uno, ¿qué observas?
 - (b) Con el centro en común y correspondiéndose los lados cortos y largos, ¿qué observas?
 - (c) Traza una recta y coloca sobre ella dos rectángulos de manera que sus bases estén sobre la misma recta. Une los vértices correspondientes de cada rectángulo por medios de recta y prolonga éstas, ¿qué sucede?

De la discusión y el análisis de las tres situaciones descritas, solicitar a cada grupo de estudiantes a que formulen el concepto de figuras semejantes.

Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo y estética en la realización de las tareas asignadas.
- Presentación, científicidad y coherencia de las conclusiones obtenidas en cada situación planteada.

Autopreparación

En el geoplano reproduzca polígonos irregulares de tres lados, cuatro lados con escala 1:3, 1:2 y 3:1.

Actividad No. 7

Objetivos

1. Definir razón.
2. Definir proporción.
3. Enunciar las propiedades de las proporciones.
4. Aplicar la definición de proporción y sus propiedades en la resolución de ejercicios.

Tema

Proporcionalidad

Sumario

- §.1. Razón.
- §.2. Proporción.

Materiales

1. Marcadores acrílicos.
2. Marcadores permanentes.
3. Papelógrafo.
4. Papel bond blanco.
5. Lapiceros.
6. Calculadora.
7. Cinta métrica.

Introducción

En esta actividad se estudiarán los conceptos de razón y proporción, así como las propiedades de las proporciones. Estos temas son importantes para el estudio de la proporcionalidad geométrica.

Desarrollo

Esta actividad se hará en dos partes. La primera corresponderá al profesor, y abordará los aspectos teóricos de los temas a estudiar, así como su ejemplificación; la segunda parte, será asumida por los estudiantes y consistirá en la resolución de ejercicios, no obviando la intervención del profesor para aclarar dudas.

A. EXPOSICIÓN POR PARTE DEL PROFESOR.

Esta se llevará a cabo haciendo uso de Papelógrafo, y contendrá lo siguiente:

1. RAZÓN.

La comunicación de ideas en la actualidad frecuentemente se basa en la comparación de números y cantidades. Cuando se dice que una persona tiene una estatura de 1.80 metros, se está comparando su altura con la de una unidad menor, llamada metro.

El químico y el físico continuamente comparan las cantidades medidas en el laboratorio. La ama de casa está comparando cuando mide las cantidades de los ingredientes para hacer un pastel. El arquitecto con sus escalas y el dibujante de máquinas con sus diseños, están comparando longitudes de rectas en los dibujos con las longitudes reales correspondientes en el producto terminado.

Definición

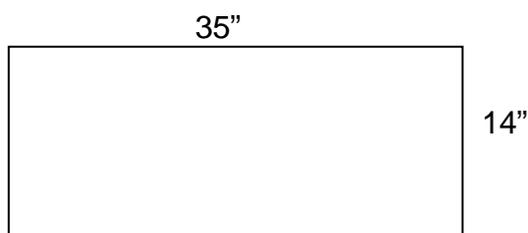
La *razón* de una cantidad a otra cantidad semejante es el cociente de la primera dividida por la segunda.

Es importante destacar que una razón es un cociente de medidas de cantidades *semejantes*. La razón de la medida de un segmento rectilíneo a la de un ángulo no tiene significado; no son cantidades del mismo tipo. Podemos hallar la razón de la medida de un segmento rectilíneo a la medida de un segundo segmento rectilíneo o también la razón de la medida de un ángulo a la medida de un segundo ángulo. Sin embargo, no importa qué unidad de longitud se use para medir los segmentos, la razón de sus medidas es el mismo número siempre que se use la misma unidad para los dos.

Una razón es una fracción y todas las reglas que gobiernan una fracción se aplican a las razones. Una razón se denota con una raya de fracción, una diagonal, el signo de división o con el símbolo : (que se lee “es a”). Por ejemplo, la razón de 3 a 4 es $\frac{3}{4}$, $3/4$, $3 \div 4$ o bien

3 : 4. El 3 y 4 se llaman *términos* de la razón.

Una razón siempre es un número abstracto; es decir, no tiene unidades. Es un número que no depende de las unidades de medición de las cuales proviene. Así, en la figura siguiente



la razón de ancho al largo es 35 a 14 o bien 5 : 2.

2. PROPORCION

Una *proporción* es una expresión de la igualdad de dos razones. Por ejemplo, $6/8$ y $9/12$ tiene el mismo valor, las razones pueden igualarse como una proporción, $6/8 = 9/12$ o bien $6 : 8 = 9 : 12$. Por lo tanto, si las razones $a:b$ y $c:d$ son iguales, la expresión $a:b = c:d$ es una proporción. Esto se lee “a es a b como c es a d” o también “a y b son proporcionales a c y d”. En la proporción, se dice que a es el primer término, b es el segundo, c es el tercero y d es el cuarto.

Frecuentemente se dice que el primero y cuarto términos de la proporción son los *extremos* y que el segundo y el tercero son los *medios*

La *cuarta proporcional* de tres cantidades es el cuarto término de la proporción, los primeros tres términos de la cual se toman en orden. Así, en la proporción $a:b = c:d$, d es la cuarta proporcional para a, b y c.

Cuando el segundo y tercer término de una proporción son iguales, se dice que cualquiera de los dos es la *media proporcional* entre el primero y cuarto término de la proporción.

Así, si $x:y = y:z$, y es la media proporcional entre x y z.

Teoremas acerca de las proporciones:

1. En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

2. En una proporción, pueden intercambiarse el segundo y tercer términos para obtener una proporción válida.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

3. En una proporción, pueden invertirse las razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

4. Si el producto de dos cantidades es igual al producto de otras dos cantidades, cualesquiera de los dos pares puede usarse como los medios y el otro par como los extremos de una proporción.

$$a \cdot b = c \cdot d \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{d}{b}$$

5. Si los numeradores de una proporción son iguales pero distintos de cero, los denominadores son iguales.

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} \wedge a = b \Rightarrow x = y$$

6. Si tres de los términos de una proporción son iguales a los tres términos correspondientes de otra proporción, los términos remanentes son iguales.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \wedge \frac{a}{b} = \frac{c}{y} \Rightarrow x = y$$

7. Si cuatro cantidades están en proporción, los términos están en proporción por adición o sustracción; es decir, la suma (o diferencia) del primero y segundo términos es al segundo término como la suma (o la diferencia) del tercero y cuarto términos es al cuarto término.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \wedge \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

B. RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS.

Orientar a cada grupo de estudiantes a que resuelvan en grupo los siguientes ejercicios:

1. La edad de María es de 5 años y 4 meses. La de su madre es de 28 años y 9 meses. ¿Cuál es la razón de la edad de María a la de su Madre?
2. ¿Cuáles son los dos ángulos complementarios que tienen la razón 4:1?
3. Encuentre la cuarta proporcional a 3, 5 y 8.
4. Hallar la media proporcional entre 9 y 16.
5. Si una máquina puede fabricar 300 objetos en 40 minutos, ¿cuántos objetos podrá fabricar en 8 horas?
6. A mediodía, una persona de 1.80 metros proyecta una sombra de 3 metros de largo. ¿Cuál debe ser la altura de un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 72 metros?

Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo en la realización de los ejercicios propuestos.
- Entregar por escrito la resolución de los ejercicios propuestos, donde se evaluará presentación, científicidad, procedimiento lógico y estética.

Autopreparación

Resuelva el siguiente ejercicio:

Se va a construir el modelo de una iglesia a una escala de 1 centímetro a 1 metro. ¿Cuál debe ser la altura del chapitel del modelo de la iglesia si el chapitel real tiene una altura de 90 metros?

Actividad No. 8

Objetivos

1. Explicar el concepto de segmentos proporcionales.
2. Construir segmentos proporcionales.

Tema

Proporcionalidad

Sumario

§.1. Segmentos proporcionales.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Lápices de grafito.
4. Lápices de colores.
5. Borrador.
6. Regla graduada.
7. Escuadra.
8. Compás.

Introducción

Trazar en la pizarra dos segmentos de medida arbitraria y distinta.



Pasar un estudiante a la pizarra para que determine la razón del segmento AB al segmento CD.

Desarrollo

A. SEGMENTOS PROPORCIONALES.

Orientar a cada grupo de estudiantes a que realicen las siguientes actividades:

1. Tracen cuatro segmentos de longitudes 6, 9, 10 y 15 centímetros y désínelos por \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} y \overline{GH} , respectivamente.

2. Coloque en el espacio en blanco el símbolo = o \neq .

$$(a) \frac{\overline{AB}}{\overline{GH}} \quad \frac{\overline{CD}}{\overline{EF}} \qquad (b) \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} \quad \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$$

3. En cuál de los casos presentados en 2. se establece una proporción.

4. ¿Qué nombre reciben los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} , así como los segmentos \overline{EF} y \overline{GH} .

5. Inducirlo a que formulen el concepto de segmentos proporcionales.

B. DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN SEGMENTOS PROPORCIONALES A VARIOS SEGMENTOS DADOS.

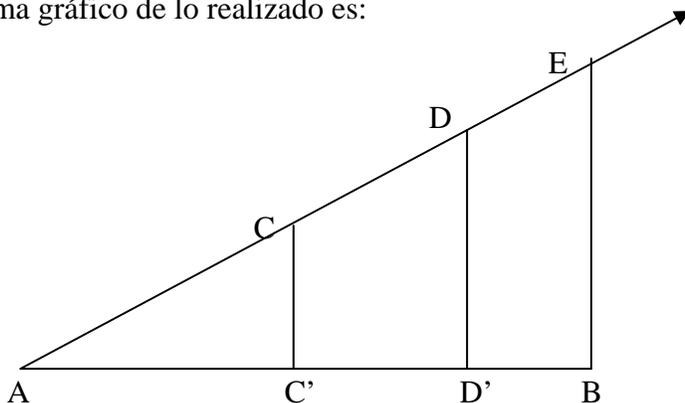
Para esta actividad se entregará a cada grupo de estudiantes una hoja de papel bond blanco donde aparezcan dibujados el segmento AB y tres segmentos cuyas longitudes estén representados por las letras a, b y c, respectivamente. También estarán las orientaciones a seguir para dividir el segmento AB en segmentos proporcionales a los tres segmentos dados.



1. Trace el segmento AB en el centro del papel.
2. Trace una semirrecta desde el punto A que no contenga al segmento AB.
3. Con la ayuda del compás trace los segmentos cuyas longitudes son a, b y c, respectivamente en la semirrecta de origen A, sucesivamente.
4. A los puntos de división de la semirrecta representarlos por las letras C, D y E, respectivamente.
5. Una los puntos B y E con un segmento rectilíneo.
6. Tracen paralelas a \overline{BE} por los puntos de división C y D.

7. Represente los puntos de intersección de las paralelas trazadas con \overline{AB} por las letras C' y D', respectivamente.

Un esquema gráfico de lo realizado es:



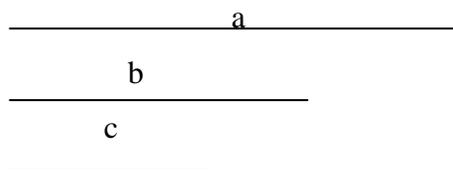
8. Plantee la proporcionalidad de los segmentos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{D'B}}$$

9. Compruébelo analíticamente.

C. CONSTRUCCIÓN DE UN SEGMENTO QUE FORME PROPORCION CON TRES SEGMENTOS DADOS (CUARTA PROPORCIONAL)

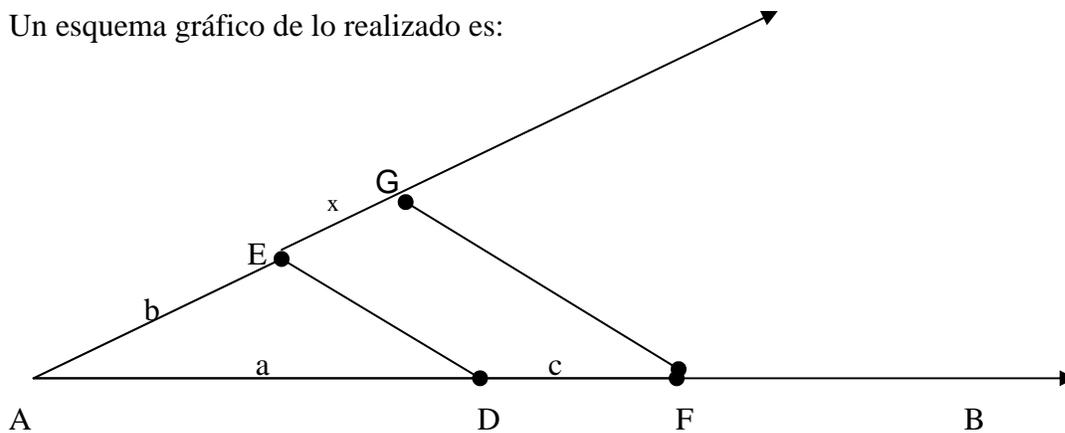
A cada grupo de estudiantes se les entregará una hoja de papel blanco donde aparezcan dibujados tres segmentos cuyas longitudes la representamos por a, b y c, respectivamente. Además, se orientan los pasos a seguir para la construcción de la cuarta proporcional.



1. Trace un ángulo agudo y denótelo por $\angle BAC$.
2. Transportar los segmentos cuyas longitudes son a y c sobre la semirrecta \overrightarrow{AB} , sucesivamente.

3. A los puntos de división de \overrightarrow{AB} , represéntelos por las letras D y F, respectivamente.
4. Transportar el segmento cuya longitud es b en la semirrecta \overrightarrow{AC} .
5. Al punto de división de \overrightarrow{AC} , represéntelo por la letra E.
6. Trace \overline{DE} .
7. Trace paralela a \overline{DE} por el punto de división F.
8. Designe por G al punto de intersección de la paralela trazada y \overrightarrow{AC} .
9. \overline{EG} es la cuarta proporcional de los segmentos AD, AE y DF.

Un esquema gráfico de lo realizado es:



Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo, orden y estética en la realización de las tareas asignadas.
- Presentar por escrito los resultados obtenidos en las tres situaciones planteadas.

Autopreparación

1. Construya la cuarta proporcional a tres segmentos de 6, 9 y 8 centímetros. ¿Cuánto mide dicha cuarta proporcional?
2. Divide un segmento de 18 centímetros en tres partes que sean proporcionales a tres segmentos de 1, 2 y 3 centímetros. Di cuánto mide cada una de dichas partes.

Actividad No. 9

Objetivos

1. Construir múltiplos de un segmento.
2. Obtener la razón en que un punto divide a un segmento dado.

Tema

Proporcionalidad.

Sumario

§.1. División de un segmento en una razón dada.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Regla graduada.
3. Escuadra.
4. Compás.
5. Lapiceros.

Introducción

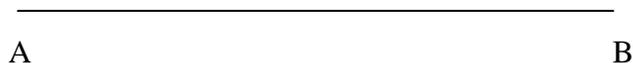
1. Explique brevemente el concepto de segmentos proporcionales.
2. Para establecer la proporcionalidad entre segmentos, ¿cuántos segmentos se necesitan?

Desarrollo

La construcción de múltiplos de un segmento sentará la base para obtener la razón en que un punto divide a un segmento en una razón dada.

A cada grupo de estudiantes le entregamos una hoja de papel bond blanco donde aparezca dibujado un segmento AB, y las orientaciones a seguir para la construcción de múltiplos del

segmento AB ($k \cdot \overline{AB}$) donde k es un número natural; k es un número racional mayor que 1 o bien k es un número racional menor que 1.



A. k es un número natural.

Descripción del procedimiento:

Prolongamos \overline{AB} a partir de A o B con el compás $n - 1$ veces.

Construyan $3 \cdot \overline{AB}$.

B. k es un número racional.

En este caso, sucede que $k < 1$ o bien $k > 1$.

B.1. Para $k < 1$, tomemos $k = \frac{5}{6}$. Esto significa que debemos dividir \overline{AB} en siete segmentos congruentes y tomar cuatro de ellos a partir de A o B.

B.2. Para $k > 1$, tomamos $k = \frac{5}{3}$. Esto significa que debemos construir la tercera parte de \overline{AB} y quintuplicar entonces ésta.

El gráfico que resulta tanto en B.1. como en B.2., son:

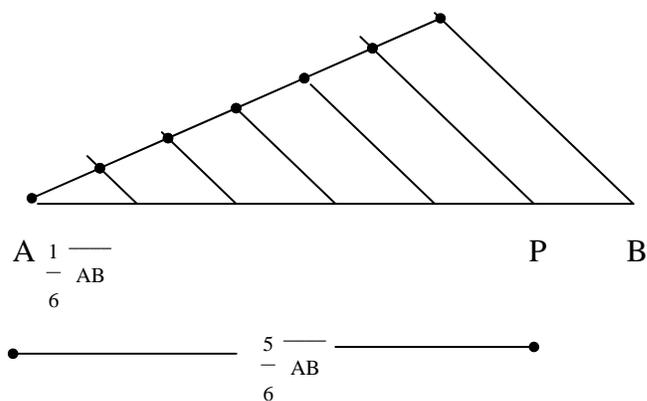


Figura B.1.

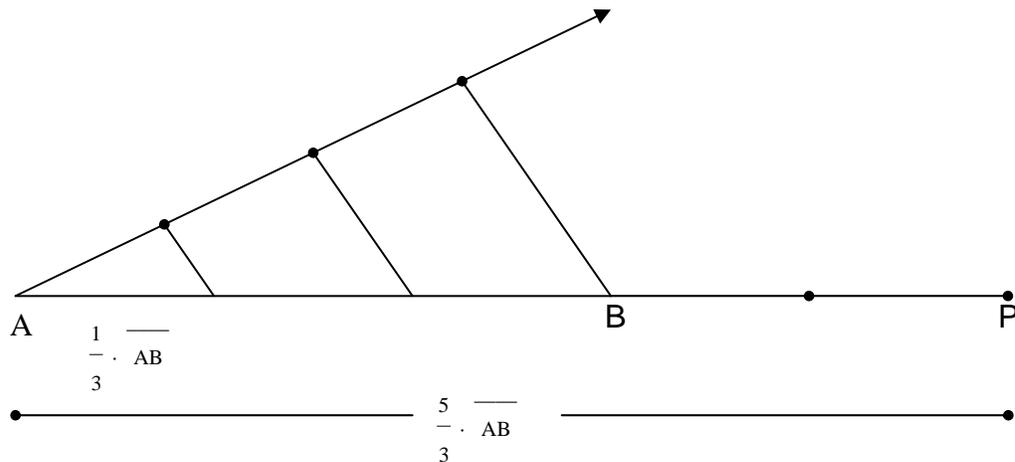


Figura B.2.

Complete en términos del segmento AB:

En B.1.:

(i) $\overline{AP} =$

(ii) $\overline{PB} =$

En B.2.:

(i) $\overline{AQ} =$

(ii) $\overline{QB} =$

¿En qué razón divide el punto P al segmento AB?

$$r = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} \Rightarrow r = \frac{\frac{5}{6} \cdot \overline{AB}}{\frac{1}{6} \overline{AB}} \Rightarrow r = 5$$

¿En qué razón divide el punto Q al segmento AB?

$$r = \frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} \Rightarrow r = \frac{\frac{5}{3} \cdot \overline{AB}}{\frac{2}{3} \overline{AB}} \Rightarrow r = \frac{5}{2}$$

Si $k \in \mathbf{Q}$ y $k < 1$, ¿el punto P es interno o externo a \overline{AB} ?

Si $k \in \mathbf{Q}$ y $k > 1$, ¿el punto P es interno o externo a \overline{AB} ?

Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo, orden en los trabajos asignados.
- Evaluar presentación, científicidad y coherencia en las conclusiones obtenidas.

Autopreparación

1. Trazar un segmento cualquiera y construye el múltiplo de dicho segmento para distintos valores de k:

$$(a) \quad k = \frac{3}{5} \qquad (b) \quad k = \frac{5}{4}$$

2. Encuentre para cada caso la razón en que los puntos dividen al segmento trazado.

Actividad No. 10

Objetivos

1. Inducir a los estudiantes a que formulen el teorema de Thales.
2. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de ejercicios.

Tema

Proporcionalidad.

Sumario

§.1. Teorema de Thales.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Calculadora.

Introducción

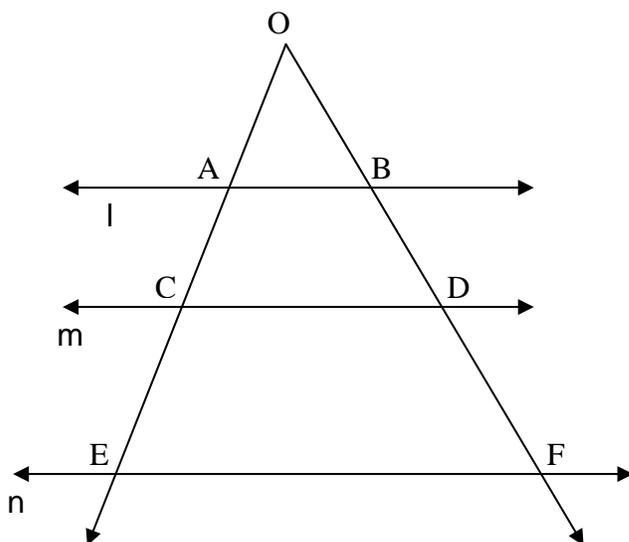
Expliquen el concepto de segmentos proporcionales.

Desarrollo

Orientar a cada grupo de estudiantes a que realicen las siguientes actividades con el fin de formular el teorema de Thales.

1. Tracen un ángulo agudo con vértice O.
2. Tracen dos rectas paralelas que corten a los lados del ángulo.
3. Señale los puntos de intersección de las rectas paralelas con los lados del ángulo por las letras A, B, C, D, E y F, y a las rectas paralelas por las letras l, m y n, respectivamente.

Un esquema gráfico de lo realizado, es:

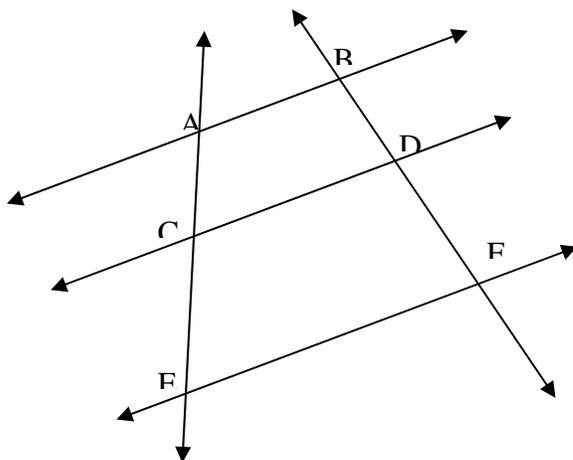


4. Midan los segmentos \overline{AC} , \overline{CE} , \overline{BD} y \overline{DF} .

5. Obtengan las razones $\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}}$ y $\frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$. ¿Son iguales las razones?

6. ¿Qué nombre reciben los segmentos \overline{AC} , \overline{CE} , \overline{BD} y \overline{DF} ? Fundamente su respuesta.

A continuación, el profesor le entregará a cada grupo de estudiantes una hoja de papel donde aparezca dibujada la siguiente figura



y, orientarle a cada grupo que realicen los pasos 4., 5. y 6. ¿Qué conclusión obtienen?

Concluimos:

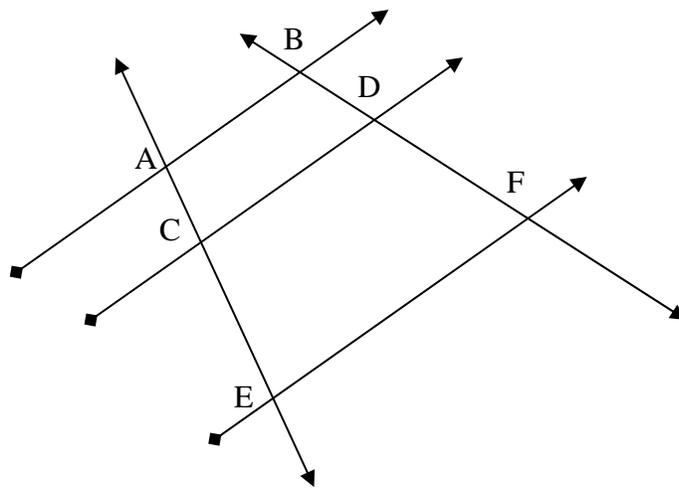
En ambas actividades se tienen:

1. Dos transversales.
2. Un sistema de rectas paralelas, y determinan segmentos proporcionales.

Por último, orientaremos a cada grupo a que formulen el teorema de Thales.

Teorema de Thales

Un sistema de rectas paralelas determina sobre dos rectas concurrentes segmentos proporcionales.

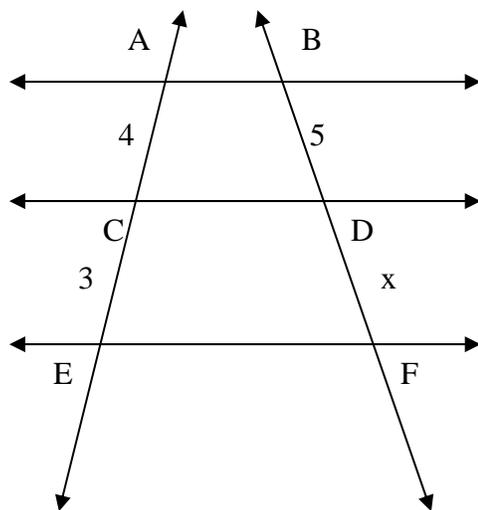


$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$$

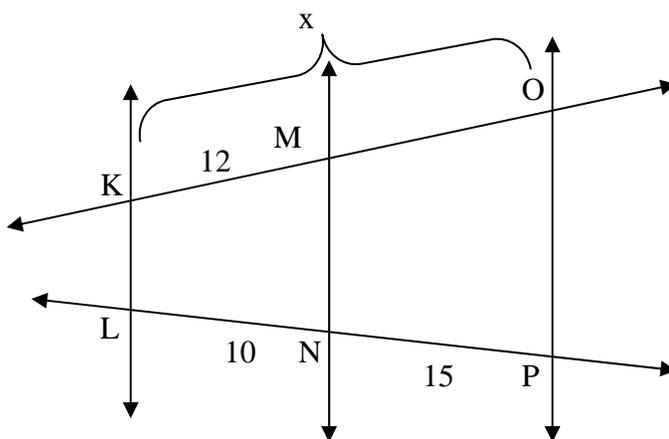
Este teorema se cumple para cualquier número de rectas paralelas y para cualquier posición de las transversales.

C. Ejercicios.

1. Hallar el valor de x :



2. Hallar el valor de y :



Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo y orden en el desarrollo de la actividad.
- Presentación, coherencia, orden lógico en la resolución de los ejercicios planteados.

Actividad No. 11

Objetivo

Aplicar el teorema de Thales en la resolución de ejercicios.

Tema

Proporcionalidad

Sumario

Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Calculadora.
4. Regla graduada.
5. Escuadra.

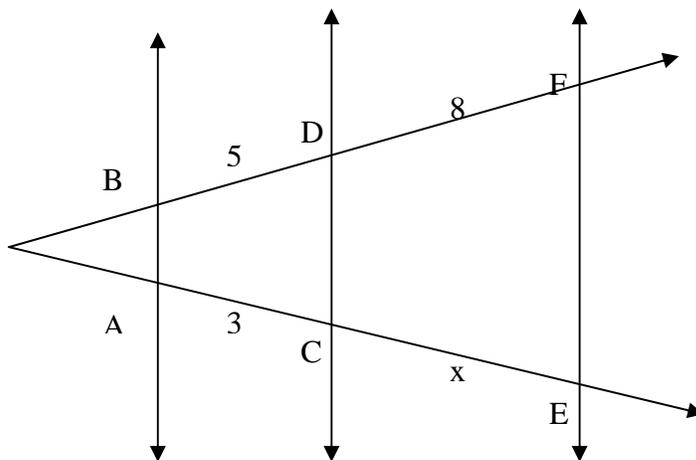
Introducción

Enunciar y representar geoméricamente el teorema de Thales.

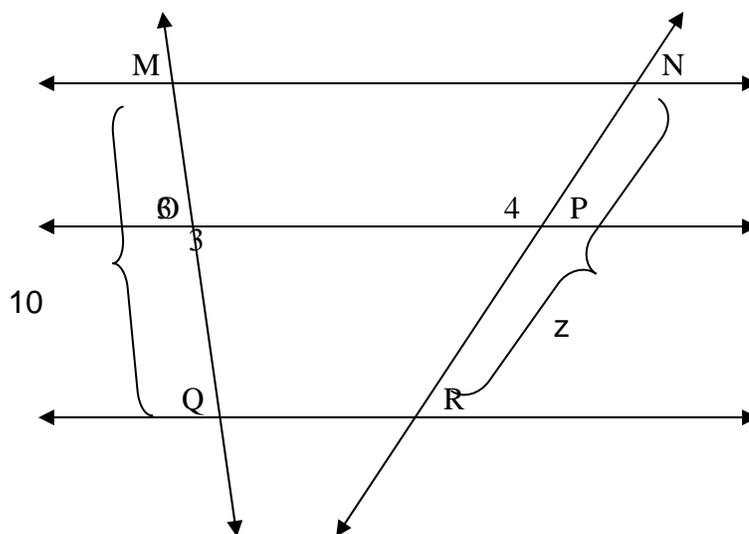
Desarrollo

Resuelva en grupo los siguientes ejercicios

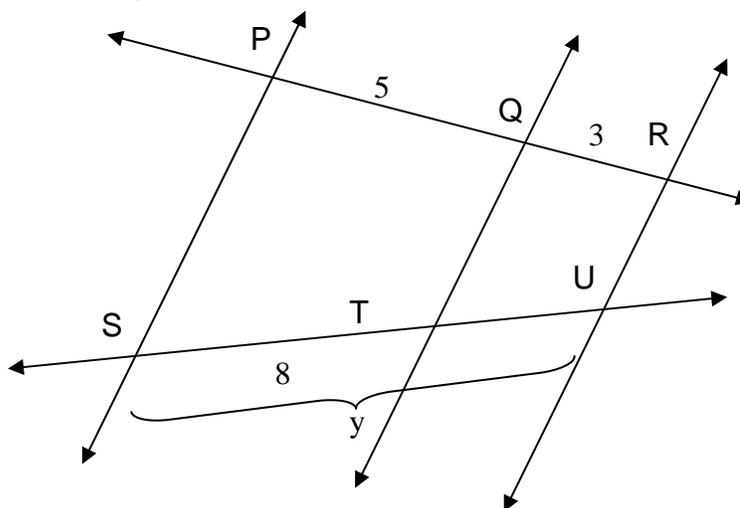
1. Encuentren el valor de x :



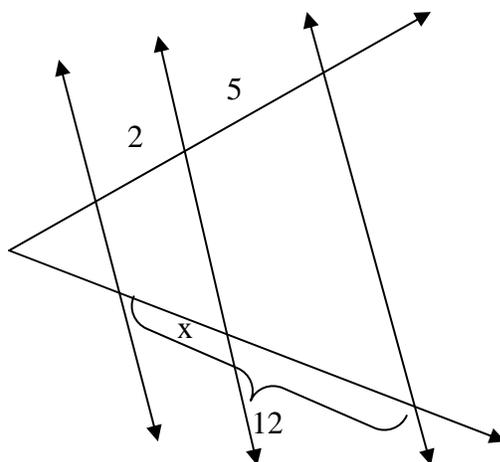
2. Encuentre el valor de z:



3. Encuentre el valor de y:



4. Encuentre el valor de x:



Antes de finalizar la actividad procedemos a seleccionar a un estudiante por grupo para que resuelva el ejercicio que se le asigne.

Evaluación

Participación, disciplina, compañerismo, orden y estética en la realización de los ejercicios propuestos.

Actividad No. 12

Objetivos

1. Definir polígonos semejantes.
2. Definir razón de semejanza.
3. Construir polígonos semejantes..

Tema

Polígonos semejantes.

Sumario

1. Definición. Notación.
2. Razón de semejanza.

Materiales

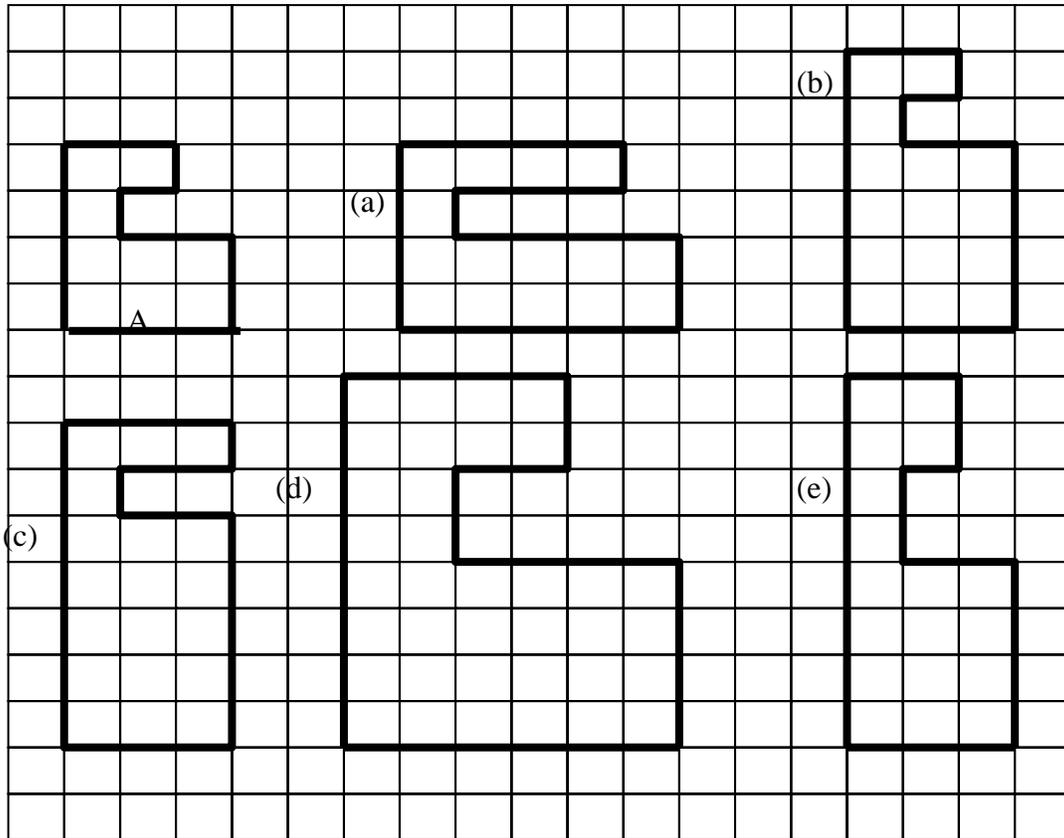
1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Papel milimetrado.
4. Regla graduada.
5. Escuadra.
6. Transportador.

Introducción

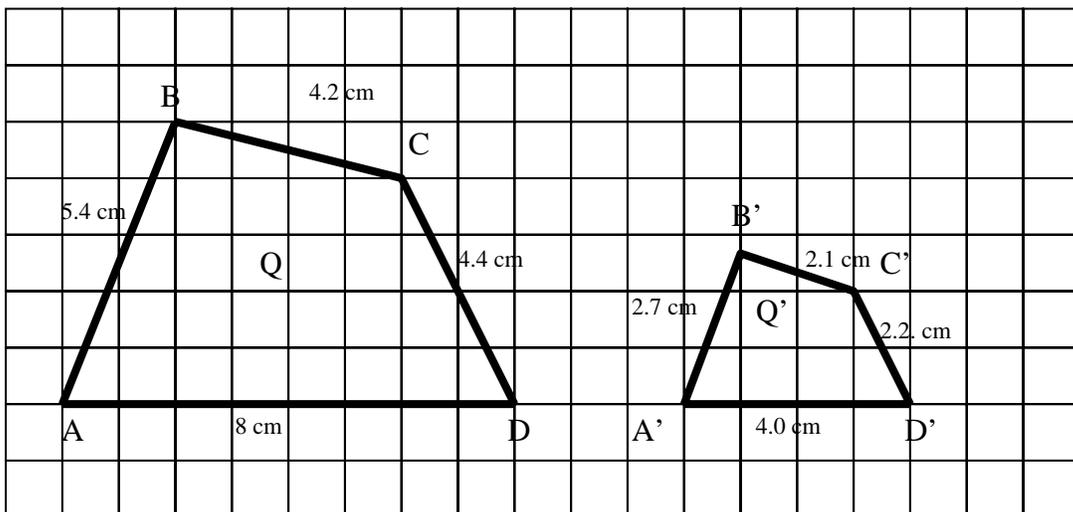
Esta actividad está encaminada a definir polígonos semejantes, a partir de la congruencia de ángulos y la proporcionalidad de los lados correspondientes.

Desarrollo

A. ¿Cuáles de las siguientes figuras son ampliaciones de A? Explique la respuesta para cada caso.



B. Observen los dos cuadriláteros siguientes: Tienen la misma forma y por eso decimos que son semejantes.



1. Mide los ángulos, por medio de un transportador y escribe las igualdades que obtengas. (Pueden recortarse y superponerse)

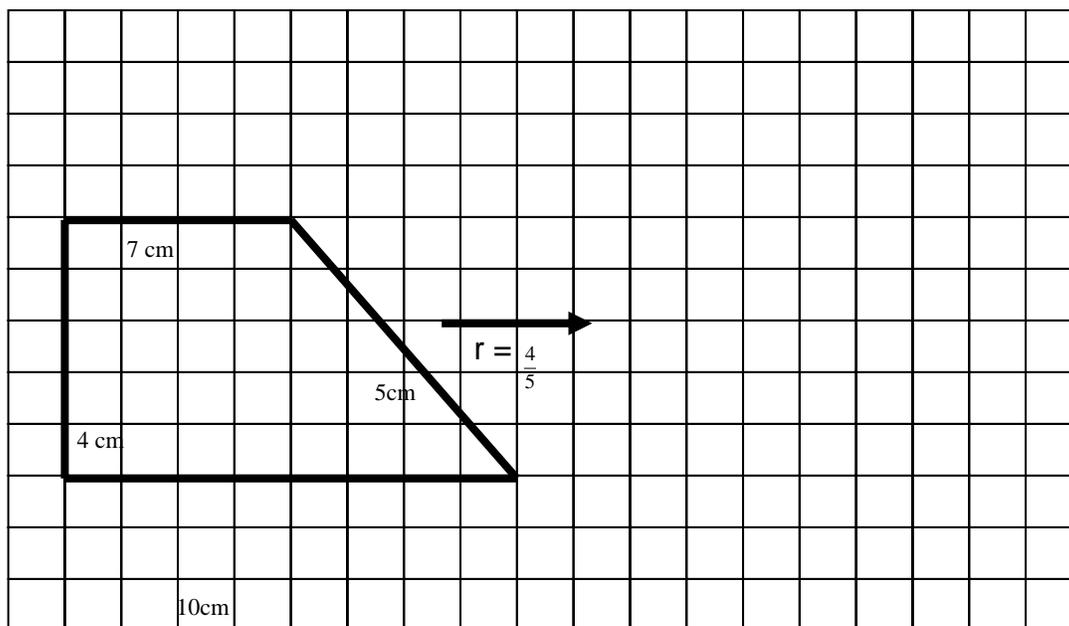
2. Calculen las razones de los lados correspondientes $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$, $\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$, $\frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}}$ y $\frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}}$.

¿Qué relación hay entre los lados de las dos figuras?

Sobre la base de las discusiones y a los resultados obtenidos en A. y B., formulen la definición de polígonos semejantes. El símbolo de semejanza es “~”. Para los cuadriláteros ABCD y A'B'C'D', escribimos cuadrilátero ABCD ~ cuadrilátero A'B'C'D', que se lee: cuadrilátero ABCD es semejante al cuadrilátero A'B'C'D'.

C. Que resuelvan el siguiente ejercicios. Esto lo harán individualmente, y será entregado al profesor al terminar la actividad.

Trace un trapecio semejante al dado y cuya razón de semejanza es $r = \frac{4}{5}$.



Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo y orden en las tareas asignadas.
- Presentación, procedimiento lógico, estética y científicidad en la resolución del ejercicio propuesto.

Actividad No. 13

Objetivos

1. Deducir el teorema fundamental de semejanza.
2. Aplicar el teorema fundamental de semejanza en la resolución de ejercicios.

Tema

Semejanza de triángulos.

Sumario

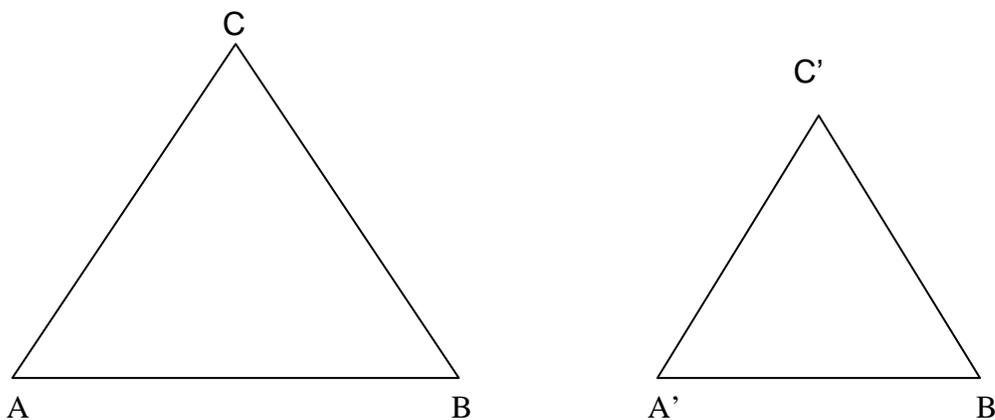
- §.1. Teorema fundamental de semejanza.
- §.2. Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Transportador.

Introducción

Dibujar en la pizarra dos triángulos equiláteros de distinto tamaño.



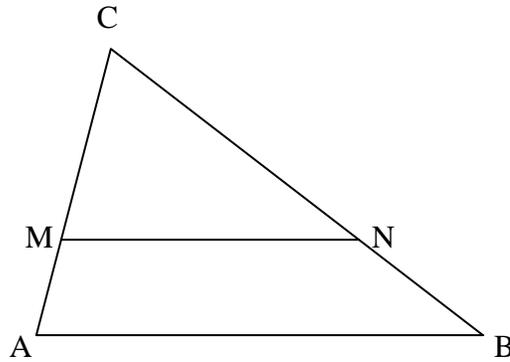
Defina triángulos semejantes.

Desarrollo

- A. Teorema fundamental de semejanza.
 1. Trace un triángulo acutángulo y represente los vértices por A, B y C.

2. Trace una paralela al lado AB.
3. Los puntos de división de los lados AC y BC por M y N, respectivamente.

La siguiente ilustración muestra los pasos 1. y 2.



4. ¿Cuántos triángulos se forman? Nómbrelo.
5. Determine si $\Delta ABC \sim \Delta MNC$.

Recordarle que para que se cumpla la semejanza de dichos triángulos debe verificarse que:

- (a) Los ángulos correspondientes son congruentes.
- (b) Los lados correspondientes deben ser proporcionales.

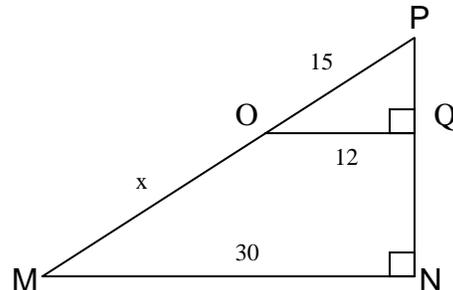
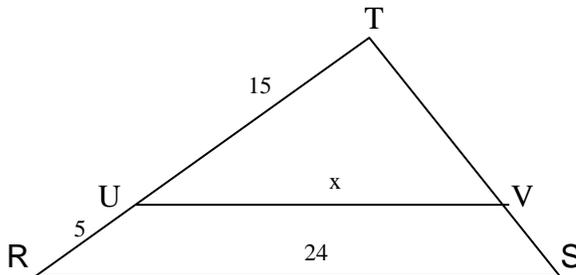
Con la ayuda del profesor formular una proposición que involucre a todo el procedimiento descrito anteriormente, y concluir que dicha proposición corresponde al teorema fundamental de semejanza.

Teorema fundamental de semejanza:

Toda paralela a un lado de un triángulo forma con los otros dos lados un triángulo semejante al primero.

B. Ejercicios.

1. Hallen el valor de x en cada figura:



Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo, orden en las tareas asignadas.
- Presentación, orden lógico, coherencia y científicidad en la resolución de ejercicios.

Actividad No. 14

Objetivo

Interpretar los teoremas de semejanza

Tema

Semejanza de triángulos.

Sumario

§.1. Teorema de semejanza AAA.

§.2. Teorema de semejanza LAL.

§.3. Teorema de semejanza LLL.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Compás.

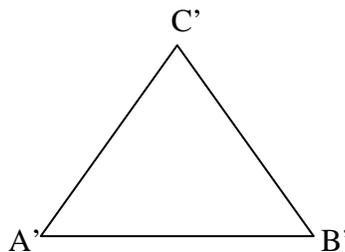
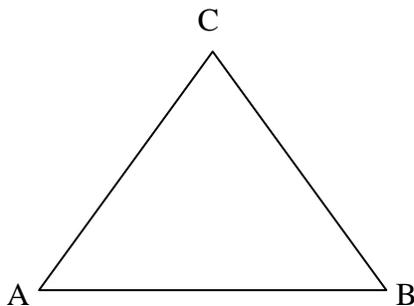
Introducción

Enuncie el teorema fundamental de semejanza.

Desarrollo

A. Teorema de semejanza AAA.

1. Trace dos triángulos cuyos lados midan 8 centímetros y 4 centímetros.



2. ¿Qué nombre reciben dichos triángulos? Fundamente su respuesta.
3. ¿Son congruentes los ángulos correspondientes? Fundamente su respuesta.

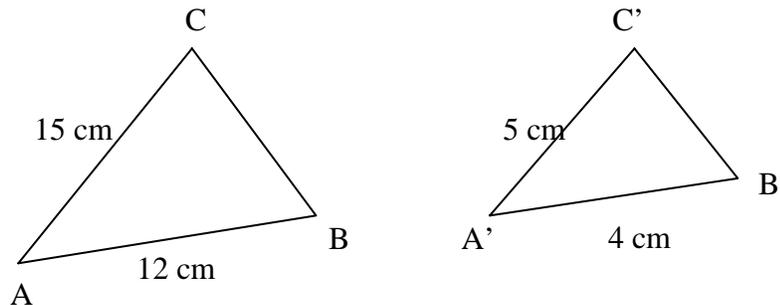
- ¿Son proporcionales sus lados correspondientes? Fundamente su respuesta.
- Sobre la base de las respuestas obtenida en 3. y 4. ¿A qué conclusión llegan?

“Basta que dos triángulos sean equiángulos para que ellos sean semejantes”

- Enuncie el teorema Angulo – Angulo – Angulo (AAA)

B. Teorema de semejanza LAL.

- Tracen un triángulo tal que dos de sus lados midan 15 cm. y 12 cm., y el ángulo comprendido entre ellos mida 67° .
- Tracen un triángulo tal que dos de sus lados midan 5 cm. y 4 cm., y el ángulo comprendido entre ellos mida 67° .



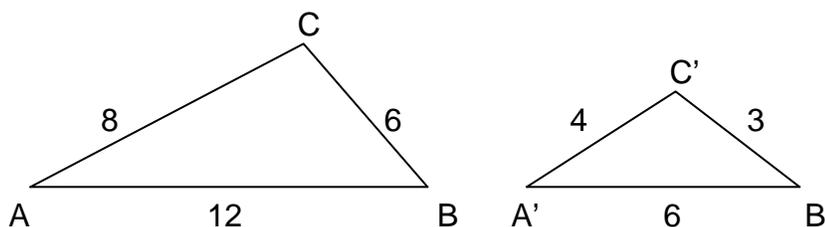
- Determine si los lados correspondientes son proporcionales.
- Sobre la base de lo realizado, ¿a qué conclusión llegan?

“Basta que dos triángulos tengan dos lados proporcionales y congruente el ángulo comprendido entre dichos lados para que ellos sean semejantes”.

- Enuncie el teorema de semejanza Lado – Angulo – Lado (LAL).

C. Teorema de semejanza LLL.

- Trace un triángulo cuyos lados midan 12, 8 y 6 centímetros.
- Trace un triángulo cuyos lados midan 6, 4 y 3 centímetros.



3. ¿Son congruentes los ángulos correspondientes? Fundamente su respuesta.
4. ¿Son proporcionales los lados correspondientes? Fundamente su respuesta.
5. Sobre la base de lo realizado, ¿a qué conclusión llegan?
“Basta que los lados correspondientes de dos triángulos sean proporcionales para que los triángulos sean semejantes”.
6. Enuncie el teorema de semejanza Lado- Lado – Lado (LLL).

Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo, orden y estética en la realización de las tareas asignadas.

Autopreparación

Relacionen las definiciones de congruencia, proporcionalidad y semejanza.

Actividad No. 15

Objetivos

1. Aplicar el teorema fundamental de semejanza en la resolución de ejercicios.
2. Aplicar los teoremas de semejanza en la resolución de ejercicios y problemas.

Tema

Semejanza de triángulos.

Sumario

§.1. Ejercicios.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Calculadora.

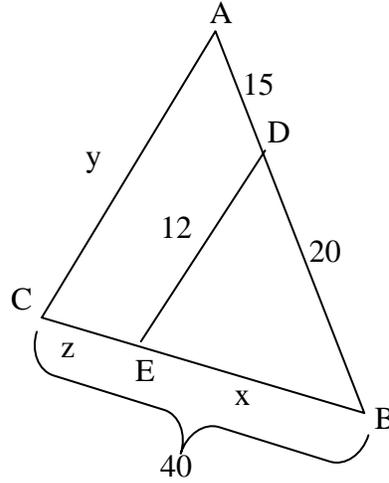
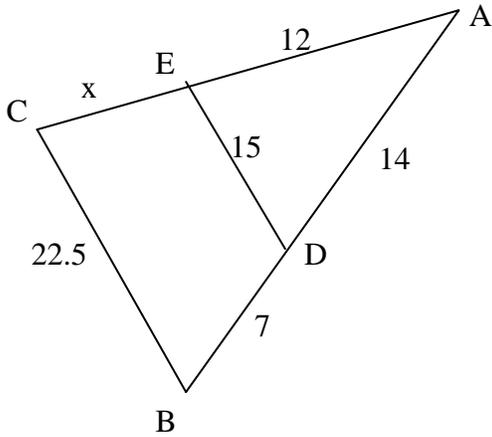
Introducción

El profesor hará un resumen de los conceptos a utilizar en el desarrollo de esta actividad. Este resumen será presentado a los estudiantes en un papelógrafo.

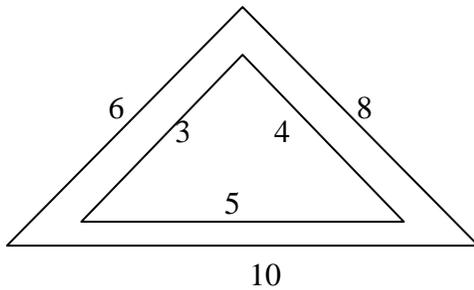
TEOREMA FUNDAMENTAL DE SEMEJANZA		
ENUNCIADO	DIAGRAMA	RELACION
TEOREMA DE SEMEJANZA AAA		
ENUNCIADO	REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA	
TEOREMA DE SEMEJANZA LAL		
ENUNCIADO	REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA	
TEOREMA DE SEMEJANZA LLL		
ENUNCIADO	REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA	

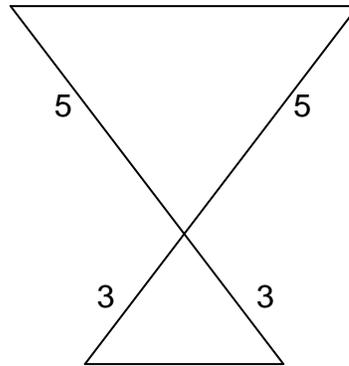
Desarrollo

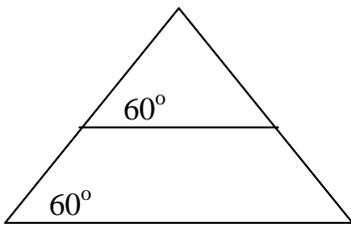
I. En las siguientes figuras, halle el valor de las cantidades desconocidas.

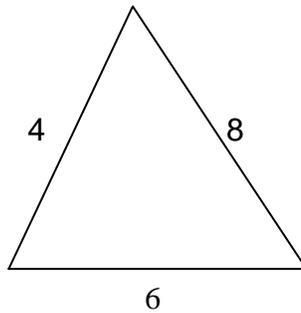


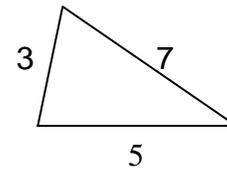
II. En cada uno de los siguientes pares de triángulos, indíquese si los dos triángulos son semejantes o no, si lo son cítese el teorema o la definición que justifica la conclusión.











Resuelva los siguientes problemas:

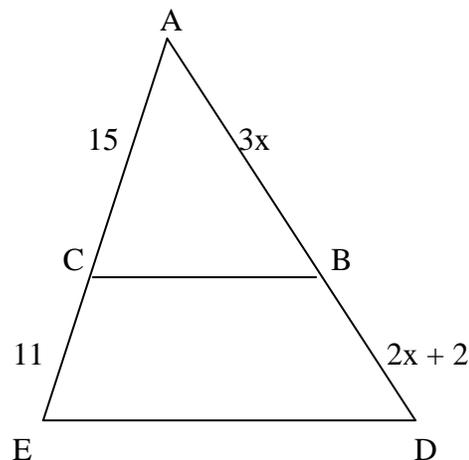
1. Para hallar la altura de un asta de bandera, un joven cuyos ojos se encuentran a 1.65 metros del suelo coloca una vara de 3 metros de largo clavada en el piso a 15 metros de distancia del asta. Entonces, retrocediendo 2.55 metros, encuentra que puede ver la punta del asta alineada con la punta de la vara. ¿Cuál es la altura del asta?
2. Un muchacho observa que la sombra de un árbol tiene 15.68 metros de largo cuando el de su sombra es de 1.95 metros. Si la altura del muchacho es de 1.73 metros, ¿cuál es la altura del árbol?

Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo y orden en las tareas asignadas.
- Presentación, procedimiento lógico, coherencia y estética en las representaciones geométricas en la resolución de los ejercicios y problemas propuestos.

Autopreparación

1. Hallen el valor de x :



3. Una escalera de 10 metros de longitud está apoyada contra una pared. El pie de la escalera dista de la pared 1.6 metros. ¿Cuánto dista de la pared un escalón que está a 2.3 metros del extremo de la escalera que se apoya en el suelo?

Actividad No. 16

Objetivos

1. Interpretar geoméricamente los teoremas de la altura y del cateto.
2. Aplicar los teoremas de la altura y del cateto en la resolución de ejercicios.

Tema

Semejanza de triángulos rectángulos.

Sumario

- §.1. Teorema de la altura.
- §.2. Teorema del cateto.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Calculadora.

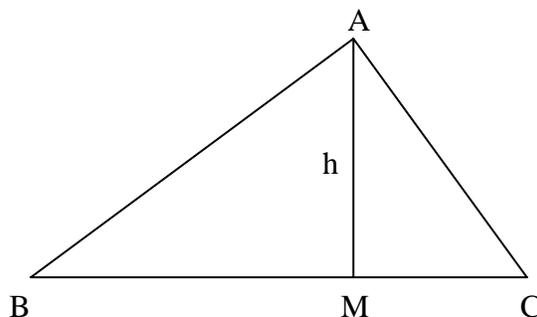
Introducción

Passar a un estudiante elegido al azar a que resuelva el segundo ejercicio que aparece en la autopreparación de la actividad anterior.

Desarrollo

Orientar a cada grupo de estudiantes a que realicen las siguientes actividades con el fin de establecer la semejanza de triángulos semejantes.

1. Trace un triángulo rectángulo en A.
2. Trace la altura desde el vértice A.



3. ¿Son semejantes los triángulos BMC y CMA? Fundamente su respuesta.

4. ¿Son semejantes los triángulos rectángulos BMC y CMA al triángulo rectángulo BAC? Fundamente su respuesta.
5. Sobre la base de las conclusiones obtenidas formule una proposición geométrica que resuma las actividades anteriores.

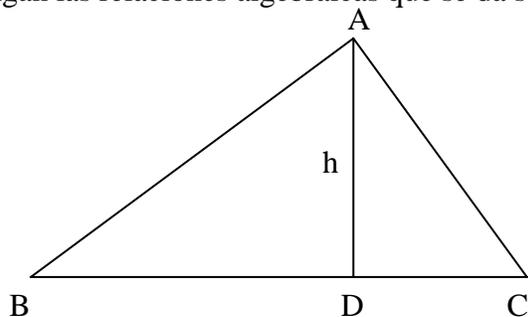
“La altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo forma dos triángulos rectángulos que son semejantes al triángulo dado y también mutuamente semejantes”.

A. Teorema de la altura.

“La altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es la media proporcional entre las medidas de los segmentos de la hipotenusa”

Orientar a cada grupo de estudiantes a que realicen:

1. Representen geoméricamente el teorema de la altura.
2. Obtengan las relaciones algebraicas que se da según el teorema de la altura.



$$\Delta ADC \sim \Delta ADB$$

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$$

O también

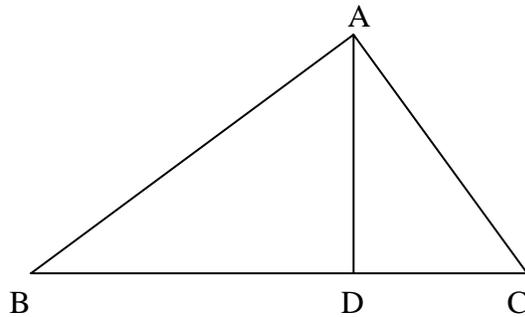
$$\overline{AD}^2 = \overline{CD} \cdot \overline{BD}$$

B. Teorema del cateto.

“Cualquiera de los catetos de un triángulo rectángulo es la media proporcional entre la medida de la hipotenusa y la medida del segmento de la hipotenusa interceptado por la altura y que es adyacente a ese cateto”.

Orientar a cada grupo de estudiantes a que realicen:

1. La representación geométrica.
2. Obtengan las relaciones algebraicas que se verifican según el teorema del cateto.



$$\Delta BAC \sim \Delta ADB; \Delta BAC \sim \Delta ADC$$

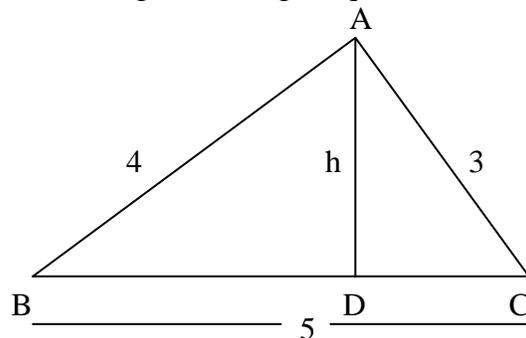
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}; \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$$

O también,

$$\frac{2}{\overline{AB}} = \overline{BC} \cdot \overline{BD}; \frac{2}{\overline{AC}} = \overline{BC} \cdot \overline{CD}$$

C. Ejercicios

Encontrar la altura del triángulo rectángulo que se muestra en la siguiente figura.



Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo y orden en las tareas asignadas.
- Presentación, procedimiento lógico en la resolución del ejercicio propuesto.

Actividad No. 17

Objetivo

1. Deducir el teorema de Pitágoras.
2. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de ejercicios.

Tema

Semejanza de triángulos rectángulos.

Sumario

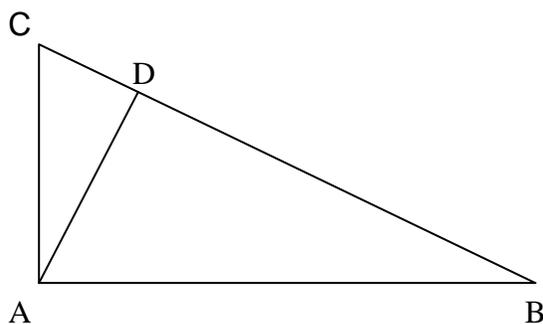
§.1. Teorema de Pitágoras.

Materiales

1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Regla graduada.
4. Escuadra.
5. Calculadora.

Introducción

Dado el siguiente triángulo rectángulo



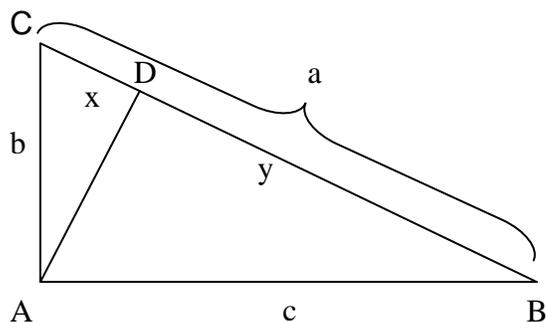
Complete:

(a) $\overline{AC} =$ (b) $\overline{AD} =$ (d) $\overline{AB} =$

Desarrollo

Induiremos a cada grupo de estudiantes a que deduzcan el teorema de Pitágoras mediante la realización de las siguientes actividades:

1. Dibuje un triángulo rectángulo en A. Designe los otros dos vértices por B y C, y los lados opuestos a cada vértice por sus correspondientes letras minúsculas.
2. Trace la altura en A y al pie de la perpendicular represéntelo por D.
3. Represente por x e y los segmentos \overline{CD} y \overline{BD} .



4. Aplique el teorema del cateto para obtener b y c.

$$b^2 = a \cdot x$$

$$c^2 = a \cdot y$$

5. Sumen ambas igualdades.

$$b^2 + c^2 = a \cdot x + a \cdot y$$

6. Distribuya en el lado derecho de la igualdad

$$b^2 + c^2 = a \cdot (x + y)$$

7. Como $x + y = a$, se obtiene

$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$

8. Multiplique

$$b^2 + c^2 = a^2$$

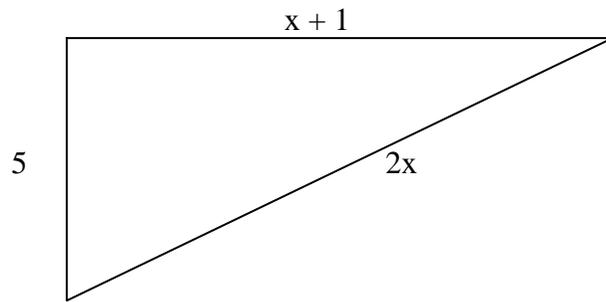
9. Traduzca literalmente la relación obtenida en 8.

Indicar a los estudiantes que el enunciado corresponde al teorema de Pitágoras.

10. Enuncien correctamente el teorema de Pitágoras.

B. Ejercicios.

Aplicando el teorema de Pitágoras, halle el valor de x :



Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo, orden y estética en la realización de las actividades planteadas.

Actividad No. 18

Objetivos

Aplicar los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras en la resolución de ejercicios.

Tema

Semejanza de triángulos rectángulos.

Sumario

§.1. Ejercicios.

Materiales

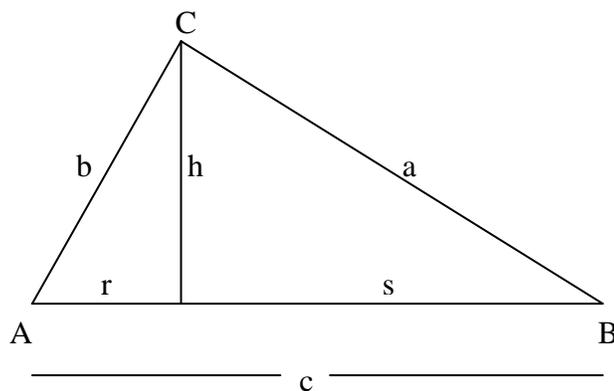
1. Papel bond blanco.
2. Lapiceros.
3. Calculadora.

Introducción

Enuncien los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.

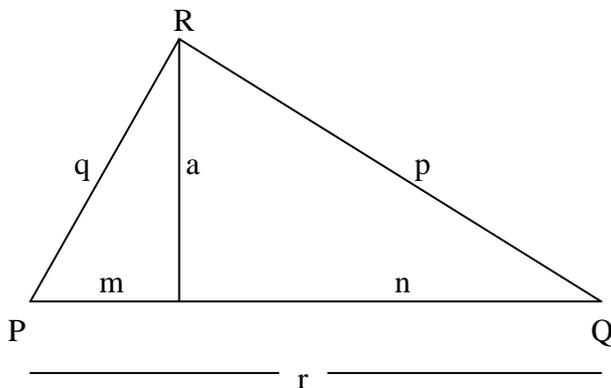
Desarrollo

1. En la figura, el triángulo ABC es rectángulo en C; \overline{CD} es la altura correspondiente a la hipotenusa de ΔABC .

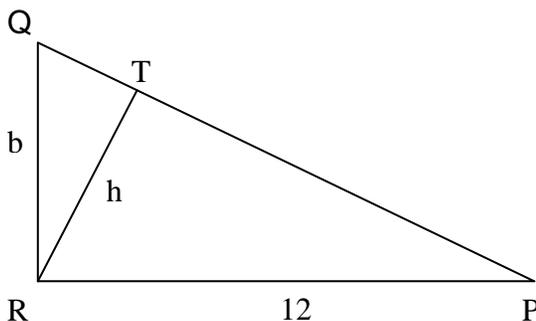


Dado que $r = \sqrt{3}$ y $s = \sqrt{12}$; determine h, a y b.

2. En la figura, el triángulo PRQ es rectángulo en R; \overline{RS} es la altura correspondiente a la hipotenusa de Δ PRQ.



- (a) Si $m = 27$ y $n = 3$, determinen a, p y q.
 (b) Si $p = 15$ y $n = 9$, determinen m y q.
 (c) Si $a = 8$ y $m = 16$, determinen n, p y q.
3. El triángulo ABC es rectángulo en C; \overline{CD} es la altura correspondiente a la hipotenusa de Δ ABC. Si $\overline{AC} = 20$ y $\overline{BC} = 15$; determine: (a) \overline{AB} y (b) la altura correspondiente a la hipotenusa.
4. En la figura, el triángulo PRQ es rectángulo en R; $\overline{QR} = 5$; $\overline{RP} = 12$; $\overline{RT} = h$; $\overline{QR} \perp \overline{RP}$ y $\overline{RT} \perp \overline{PQ}$. Determinése el valor de h.

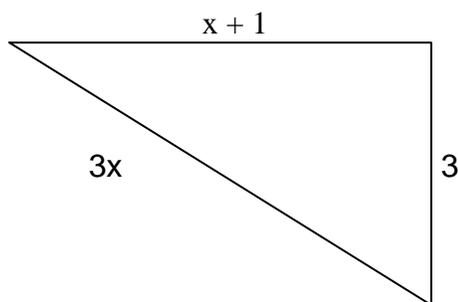


Evaluación

- Participación, disciplina, compañerismo y estética en la tarea asignada.
- Presentación, procedimiento lógico, coherencia, estética en la representación geométrica en la resolución de los ejercicios propuestos.

Autopreparación

1. Encuentre el valor de x



2. Si las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo son a y b , determinar la longitud, h de la altura correspondiente a la hipotenusa, en términos de a y b .

Las estrategias metodológicas se refieren a un conjunto ordenado de aquellas actividades, recursos y medios didácticos que utiliza el docente en su práctica educativa, con el fin de que el aprendizaje de los nuevos conocimientos por parte de los estudiantes sea significativo y funcional.

En el desarrollo de la unidad didáctica, utilizaremos distintas acciones didácticas, pero fundamentalmente el trabajo en pequeños grupos, que consiste de forma específica en incorporar los conocimientos en actividades promoviendo de esta manera los beneficios cognitivos e incrementando la calidad de los aprendizajes tales como: Desarrollo de habilidades sociales y capacidades de cada alumno; también se tendrán tareas a cumplir como profesor de aula, estableciendo condiciones apropiadas para que mediante el trabajo en grupo los alumnos asimilen el o los conocimientos sean cada vez más autónomos y competentes para aprender. Como en todo grupo clase la heterogeneidad permite ventajas respecto a las producciones y las estrategias que se vuelven más variadas y de distinta complejidad, en los alumnos.

La estrategia de aprendizaje cooperativo, mediante la enseñanza recíproca nos permite distribuir el esfuerzo cognitivo que supone una tarea compleja, centrándonos solamente en una de las operaciones que la componen para conseguir así una mayor conciencia de cada paso en la mejora educativa. Esta metodología se trata de una técnica que la utilizaremos para la comprensión de textos y resolución de problemas; para ejecutar esta técnica utilizaremos los siguientes pasos como una forma de dirigirse a los estudiantes:

- Selección y composición de los grupos.
- Reparto de las tareas a realizar.
- Tiempo de aprendizaje de la tarea.
- Cambios en las funciones.
- Evaluación.

En este tipo de estrategia, la forma de agrupar a los estudiantes, los recursos y materiales didácticos a utilizar , etc., son con el objetivo de conseguir una buena actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje (motivación, atención, interés, etc.) de los nuevos contenidos, y un buen aprovechamiento del mismo (comprensión, retención, transferencia, etc.)

Para la aplicación de estas acciones didácticas que llevaremos a cabo en el desarrollo de la unidad didáctica, debemos tomar en cuenta:

- Los conocimientos previos de los estudiantes.
- El tiempo disponible para el desarrollo de cada contenido.
- El uso correcto de los recursos y medios didácticos.
- La importancia, relación y aplicación de los contenidos a impartir en otros campos del saber humano.

Antes de iniciar el estudio de los temas Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas, realizaremos una prueba diagnóstica para determinar cuál es la situación inicial de los estudiantes, en cuanto a los conocimientos previos necesarios para la comprensión y memorización de los nuevos contenidos.

Para el desarrollo de cada una de las actividades propuesta en la unidad didáctica proponemos formar grupo no mayores de cuatro estudiantes.

Para lograr un aprendizaje significativo de los temas Congruencia y Semejanza de Figuras Geométricas, proponemos a cada grupo de estudiantes:

- La discusión e interpretación del concepto de congruencia de figuras geométricas y la definición de triángulos congruentes.

- La interpretación de los teoremas de congruencia: ALA, LAL y LLL:
- La aplicación de los teoremas de congruencia ALA, LAL y LLL, en demostraciones sencillas.
- Construcción de segmentos y ángulos congruentes.
- La discusión e interpretación geométrica de las definiciones de semejanza de figuras geométricas y triángulos semejantes.
- La ampliación y reducción de figuras semejantes.
- La discusión e interpretación geométrica del concepto de segmentos proporcionales.
- Discusión del procedimiento a utilizar para dividir un segmento en una razón dada.
- La interpretación geométrica del teorema de Thales.
- Resolución de ejercicios y problemas, aplicando el teorema de Thales.
- Interpretación y comprensión de los teoremas de semejanza de triángulos: AAA; LAL; LLL.
- Aplicación de los teoremas de semejanza de triángulos en demostraciones sencillas.
- Resolución de ejercicios y problemas aplicando teorema de Thales y los teoremas de semejanza de triángulos.

- Interpretación geométrica de los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.
- Resolución de ejercicios y problemas aplicando los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.

La planificación es un proceso que comprende la selección de alternativas tendientes a satisfacer las necesidades del docente, así como las tareas que en función de ellas será necesario llevar a cabo, incluidas las formas y los medios que resulten más convenientes.

La importancia de la planificación radica en:

- Dirigir y orientar el desarrollo de los contenidos en función de los objetivos; es decir, enfoca la atención hacia los mismos.
- Reduce al mínimo la improvisación, eliminando la incertidumbre y el cambio.
- Facilita medir la acción individual y colectiva.
- Permite establecer una organización de trabajo de una forma más eficiente.
- Ayuda a integrar los esfuerzos de todos sus componentes para lograr el objetivo planteado.

TEMA 1: CONGRUENCIA DE FIGURAS GEOMETRICAS

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Definir figuras geométricas congruentes- Definir segmentos congruentes. Definir ángulos congruentes. Definir triángulos congruentes. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Interpretar geoméricamente las definiciones de figuras geométricas congruentes y triángulos congruentes, Dividir un segmento en segmentos congruentes. Construir ángulos congruentes. Interpretar geoméricamente los teoremas congruencia: ALA, LAL y LLL. Construir segmentos congruentes a partir de un segmento dado. Aplicar los teoremas de congruencia en demostraciones sencillas. Aplicar los teoremas de congruencia para establecer la congruencia de triángulos. Aplicar los teoremas de congruencia en la resolución de problemas. 	<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Definición de figuras geométricas congruentes. Definición de triángulos congruentes. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Interpretación geométrico de las definiciones de figuras geométricas, segmentos, ángulos y triángulos congruentes. División de un segmento en segmentos congruentes. Construcción de ángulos congruentes. Interpretación geométrica de los teoremas de congruencia: ALA, LAL y LLL: Construcción de segmentos congruentes a partir de un segmento dado. Aplicación de los teoremas de congruencia en demostraciones sencillas. 	<ol style="list-style-type: none"> Búsqueda de información consistente en la importancia y aplicación de congruencia de figuras geométricas. Identificar en el medio figuras congruentes. Inducir a los estudiantes a que interpreten y formulen correctamente los conceptos de congruencia de figuras geométricas, segmentos, ángulos y triángulos congruentes. Exposición del profesor para orientar las actividades a realizar y aclarar dudas que surjan en el desarrollo de ellas. Trabajo en grupo consistente en demostraciones sencillas, resolución de ejercicios y problemas relativos a situaciones concretas. 	<ol style="list-style-type: none"> Libro de texto. Folleto. Hoja de ejercicios. Papel bond blanco. Marcadores. Papelógrafos. Regla graduada. Escuadra. Transportador. Calculadora. Papel milimetrado. Geoplano. 	<ol style="list-style-type: none"> En los trabajos grupales evaluar orden, aseo, estética, responsabilidad, participación, compañerismo y científicidad en los resultados obtenidos. Presentar, exponer y defender de manera individual y grupal las conclusiones obtenidas de los trabajos asignados. Verificar el uso del lenguaje algebraico y geométrico. Preguntas de comprobación. Clase Práctica. Prueba Corta. 	<p>5 horas</p>

TEMA 1: CONGRUENCIA DE FIGURAS GEOMETRICAS (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>9. Aplicar el conocimiento lógico – matemático en demostraciones sencillas, establecimiento de congruencia de triángulos y resolución de problemas relativos a situaciones concretas.</p> <p>10. Aplicar correctamente los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la interpretación y resolución de ejercicios y problemas.</p>	<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>7. Aplicación de los teoremas de congruencia para establecer la congruencia de triángulos.</p> <p>8. Aplicación de los teoremas de congruencia en la resolución de problemas.</p> <p>9. Aplicación del conocimiento lógico – matemático en demostraciones sencillas, establecimiento de congruencia de triángulos y resolución de problemas relativos a situaciones concretas.</p> <p>10. Aplicación correcta de los procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos en la resolución de ejercicios.</p>	<p>6. Trabajo grupal consistente en escribir ALA, LAL y LLL, según el teorema de congruencia para el cual se sabe que los triángulos dados son congruentes.</p>			

TEMA 1: CONGRUENCIA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>ACTIDUINALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Mostrar habilidades y destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos. 2. Fomentar el trabajo cooperativo, el compañerismo, la solidaridad y el .respeto con sus compañeros. 3. Adquirir habilidades de razonamiento en demostraciones sencillas de congruencia de triángulos. 4. Adquirir habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios y problemas. 	<p>ACTIDUINALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Desarrollo de habilidades y destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos. 2. Entusiasmo y participación en los trabajos asignados. 3. Adquiera habilidades de razonamiento lógico en demostraciones sencillas de congruencia de triángulos. 4. Adquisición de habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios. 				

TEMA 2: SEMEJANZA DE FIGURAS GEOMETRICAS

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Definir figuras semejantes. Definir razón, proporción, segmentos proporcionales y triángulos semejantes. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Aplicar las definiciones de razón entre segmentos, proporción y segmentos proporcionales en la resolución de ejercicios. Dividir un segmento en una razón dada. Interpretar geoméricamente el teorema de Thales. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de ejercicios. Construir polígonos semejantes. Ampliar y reducir figuras poligonales. 	<p>CONCEPTUALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Definición de figuras semejantes. Definición de razón, proporción, segmentos proporcionales y triángulos semejantes. <p>PROCEDIMENTALES</p> <ol style="list-style-type: none"> Aplicación de las definiciones de razón entre segmentos, proporción y segmentos proporcionales en la resolución de ejercicios. División de un segmento en una razón dada. Interpretación geométrica del teorema de Thales. Construcción de polígonos semejantes. Aplicación del teorema de Thales en la resolución de ejercicios. Ampliación y reducción de figuras poligonales. 	<ol style="list-style-type: none"> Búsqueda de información acerca de la importancia y aplicación de la semejanza de figuras geométricas en otros campos del saber humano. Orientación por parte del profesor en cada actividad a realiza . Aclaración de dudas surgidas durante el desarrollo de cada actividad por parte del profesor. Identificar en el medio figuras semejantes. Trabajo grupal consistente en la interpretación y formulación de los conceptos: razón entre segmentos, proporción y segmentos proporcionales. Realizar en grupo, el trazado de figuras semejantes, segmentos proporcionales y división de un segmento en una razón dada. 	<ol style="list-style-type: none"> Libro de texto. Folleto. Hoja de ejercicios. Papel bond blanco. Papel milimetrado. Papelógrafo. Cartulina. Marcadores. Regla graduada. Escuadra. Transportador. Calculadora. Papel milimetrado. Compás de reducción. Pantógrafo. 	<ol style="list-style-type: none"> Comprobar por medio de preguntas orales el grado de dominio de los contenidos impartidos. Evaluar en los trabajos asignados, orden, estética, responsabilidad, participación, compañerismo y científicidad en los resultados obtenidos. Presentar, exponer y defender de manera individual y grupal las conclusiones obtenidas en los trabajos asignados. Verificar el uso del lenguaje algebraico y geométrico. Clase Práctica. Prueba Corta. 	<p>13 horas</p>

TEMA 2:SEMEJANZA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>7. Interpretar geoméricamente los teoremas de semejanza: ALA; LAL y LLL.</p> <p>8. Aplicar los teoremas de semejanza en demostraciones sencillas.</p> <p>9. Aplicar los teoremas de semejanza de triángulos en la resolución de ejercicios y problemas.</p> <p>10. Interpretar correctamente los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.</p> <p>11. Aplicar los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras en la resolución de ejercicios.</p> <p>12. Aplicar el razonamiento lógico – matemático en demostraciones sencillas de triángulos semejantes y en la resolución de ejercicios y problemas.</p>	<p>PROCEDIMENTALES</p> <p>7. Interpretación geométrica de los teoremas de semejanza: ALA, LAL y LLL:</p> <p>8. Aplicación de los teoremas de semejanza en demostraciones sencillas.</p> <p>9. Aplicación de los teoremas de semejanza en la resolución de ejercicios y problemas.</p> <p>10. Interpretación correcta de los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.</p> <p>11. Aplicación de los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras en la resolución de ejercicios.</p> <p>12. Aplicación del razonamiento lógico – matemático en demostraciones sencillas de triángulos semejantes y la resolución de ejercicios y problemas.</p>	<p>7. Trabajo consistente en la resolución de ejercicios y problemas aplicando el teorema de Thales.</p> <p>8. Inducir a los estudiantes a que establezcan la relación entre congruencia, proporcionalidad y semejanza.</p> <p>9. Trabajo en grupo consistente en la resolución de ejercicios aplicando los teoremas de semejanza.</p> <p>10. Realizar en grupo ampliaciones y reducciones de figuras geométricas.</p> <p>11. Realizar en grupo construcciones de polígonos semejantes.</p> <p>12. Discutir en grupo los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.</p> <p>13. Trabajo en grupo consistente en la resolución de ejercicios aplicando los teoremas de la altura, del cateto y de Pitágoras.</p>			

TEMA 2: SEMEJANZA DE FIGURAS GEOMETRICAS (Continuación)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION DEL APRENDIZAJE	TIEMPO
<p>ACTITUDINALES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Valorar la importancia del estudio de semejanza de figuras geométricas. 2. Fomentar el trabajo en equipo, el compañerismo, la solidaridad y el respeto con sus compañeros. 3. Adquirir habilidad y destrezas en el uso y manejo de materiales e instrumentos geométricos. 4. Adquirir habilidades de razonamiento lógico en demostraciones sencillas de semejanza de figuras geométricas. 5. Adquirir habilidades y destrezas en la interpretación y resolución de ejercicios y problemas. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocimiento de la importancia del estudio de semejanza de figuras geométricas. 2. Entusiasmo y participación en los trabajos asignados. 3. Adquiera habilidad y destrezas en el uso y manejo de materiales e instrumentos geométricos. 4. Adquiera habilidad en la interpretación y resolución de ejercicios y problemas. 5. Adquiera habilidad de razonamiento lógico en demostraciones sencillas de semejanza de figuras geométricas. 				

La evaluación que proponemos en esta unidad didáctica tiene como finalidad constatar en el transcurso y desarrollo de las actividades planificadas, el progreso de los estudiantes con relación a las metas propuestas; todo esto ayudará al docente a detectar si en las actividades la estrategia utilizada y los recursos usados fueron los más adecuados, en caso contrario, realizar los ajustes necesarios. Esta forma de evaluación estará dirigida tanto a docentes como a estudiantes.

En función del profesor se evaluará:

- Las estrategias de enseñanzas utilizada.
- Los recursos y medios didácticos empleados.
- Si orienta correctamente el desarrollo de cada actividad propuesta.
- Si aclara la importancia y aplicación que tienen los temas a estudiar con relación a otros campos del saber humano.

En función de los estudiantes se evaluará:

- Aspectos cognoscitivos:
 - Conocimientos (Conceptos, definiciones y propiedades)
 - Habilidades (Razonamiento lógico, resolución de ejercicios y problemas)
- Aspectos afectivos:
 - Actitud hacia la geometría, en especial, congruencia y semejanza de figuras geométricas (gusto por ella, reconocimiento de su utilidad)
- Aspectos manipulativos:
 - Habilidades prácticas (mediciones, trazado y construcciones)

Para el cumplimiento de esta actividad proponemos aplicar los tres momentos de la evaluación: Diagnóstica o inicial, formativa o de proceso y sumativa o de resultado.

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Este tipo de evaluación nos permitirá indagar sobre aquellos conocimientos que los estudiantes ya poseen y que son necesarios para la construcción de los nuevos conocimientos, esto se logrará proponiendo algunas actividades individuales o de grupo; así, como conocer que capacidades, habilidades y destrezas adquirieron en años anteriores. Por último, conocer las actitudes que tienen ellos acerca del aprendizaje de las matemáticas. Para este tipo de evaluación proponemos la realización de una prueba escrita (Ver Anexo No. 1) antes de dar inicio al estudio de congruencia y semejanza de figuras geométricas. A partir de esta evaluación podremos saber lo que el alumno conoce sobre el tema a desarrollar y aprovechar esta información a la hora de formar los pequeños grupos de trabajo, de esta forma los aprendizajes se vuelven más significativos para los alumnos porque les ven una utilidad práctica o de aplicación en su vida cotidiana.

En fin, con la realización de esta prueba conoceremos cuáles son aquellos conocimientos que poseen o no los estudiantes para la construcción de los nuevos conocimientos, y sobre la base de las deficiencias detectadas orientar actividades (círculo de estudio, trabajo extraclase, visitas a bibliotecas, etc.) que permitan superarlas.

EVALUACIÓN FORMATIVA

Con esta forma de evaluación pretendemos darle seguimiento en forma constante y sistemática a todo el proceso de aprendizaje de los estudiantes, incidiendo positivamente en él.

Mediante en esta forma de evaluación el profesor va recogiendo información pasando de grupo en grupo mientras trabajan, también se atenderá las demandas de los grupos y de los alumnos que se le soliciten si se lo consideran apropiado también pueden irse deteniendo entre tarea y tarea para comprobar que se ha avanzado correctamente.

En esta forma de evaluación destacamos los siguientes aspectos:

- Comprensión y memorización de los nuevos conocimientos.
- Habilidades matemáticas.
- Destrezas en el uso y manejo de instrumentos geométricos.
- Valoración de los estudiantes acerca de la función del tema en estudio en el quehacer cotidiano, la ciencia y la tecnología.
- Capacidad para trabajar individual y colectivamente, así como la preferencia por un tipo de actividad.

Los instrumentos que utilizaremos en esta forma de evaluación, son:

1. Guía de observación (Ver Anexo No. 2) para los trabajos grupales y los trabajos prácticos (trabajos escritos y exposiciones) de los estudiantes con el objetivo de conocer aspectos afectivos relacionados con el aprendizaje de los contenidos relativos a congruencia y semejanza de figuras geométricas.
2. Cuestionario de preguntas concretas (Ver Anexo No. 3) dirigida a los estudiantes con el fin de determinar cuáles aspectos están incidiendo negativamente en el proceso enseñanza – aprendizaje, que nos permitan reorientar nuestras acciones que conlleve a superar dichas deficiencias en pro del mejoramiento de nuestra práctica educativa.
3. La realización de pruebas sencillas (orales o escritas) para conocer lo que han captado los estudiantes al final de cada actividad.

EVALUACIÓN SUMATIVA

Al finalizar las tareas es conveniente reservar un tiempo para comprobar qué han aprendido los alumnos en relación con los objetivos previstos, tanto de la unidad estudiada como del trabajo en pequeños grupos.

Con esta forma de evaluación mediremos el grado de adquisición que han tenido los estudiantes con respecto a los contenidos impartidos. Proponemos evaluar mediante la resolución de ejercicios lo mismo que problemas relativos a situaciones concretas, la capacidad de interpretar, aplicar definiciones y teoremas, destreza adquirida en el uso y manejo de instrumentos geométricos, así como la de razonar lógicamente las distintas formas de resolverlo. Este tipo de evaluación se hará mediante la aplicación de una prueba escrita y será aplicada por el docente. (Ver Anexo No. 4), esta de forma individual y plantillas para las grupales.

1. Antunez, S y otros. 1992. **Del Proyecto Educativo a la Programación de Aula**. Editorial Grao. Barcelona, España.
2. Baldor, A. 1983. **Geometría con Trigonometría**. Publicaciones Cultural. México.
3. Brihuega, J. y otros. 1985. **Didáctica de las matemáticas: Geometría**. Comunidad de Madrid col.: Programa de formación del profesorado. Madrid, España.
4. Escobar Morales, Ramón S. 1995. **Fundamentos de Matemática de Tercer Año Básico**. Programa Textos Escolares Nacionales. Managua, Nicaragua.
5. Grupo BETA. 1990. **Proporcionalidad geométrica y semejanza**. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje No. 14. Madrid, España.
6. Hemmerling, Edwin. 1981. **Geometría Elemental**. Editorial Limusa. México.
7. Luque L. Alberto. (1989). **Elementos de Geometría Euclidiana**. Editorial Limusas. México, D.F.
8. Moise, E. 1980. **Geometría**. Editorial Continental. México.
9. Narváez, Luis. 1994. **Geometría. Circunferencia y Círculo**. Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (MECD). Managua, Nicaragua.

ANEXO No. 1
PRUEBA DIAGNOSTICA

Colegio o Instituto: _____

Fecha de realización: _____

Nombres y Apellidos: _____

Año: _____ Sección: _____ Número: _____

I. Englobe la respuesta correcta.

1. El valor de $\sqrt{98}$ es:

- (a) $2\sqrt{7}$ (b) $3\sqrt{7}$ (c) $7\sqrt{2}$ (d) $7\sqrt{3}$

2. Las raíces de la ecuación cuadrática $2x^2 + 3x - 2 = 0$ son:

- (a) $-\frac{1}{2}$ y -2 (b) $\frac{1}{2}$ y 2 (c) $-\frac{1}{2}$ y 2 (d) $\frac{1}{2}$ y -2

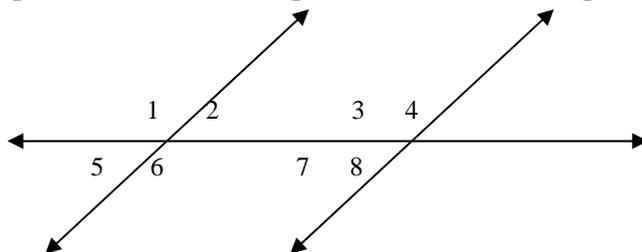
3. La descomposición factorial de $x^2 - 7x + 10$ es:

- (a) $(x - 5)(x + 2)$ (b) $(x + 5)(x + 2)$ (c) $(x - 5)(x - 2)$ (d) $(x + 5)(x - 2)$

II. Defina:

- (a) Rectas paralelas.
(b) Rectas perpendiculares.

III. En el espacio en blanco, coloque los nombres de los pares de ángulos



- (a) $\angle 4$ y $\angle 7$ _____ (b) $\angle 1$ y $\angle 8$ _____
(c) $\angle 2$ y $\angle 6$ _____ (d) $\angle 5$ y $\angle 8$ _____

IV. Haga un esquema sobre la clasificación de los triángulos según sus lados y según sus ángulos.

ANEXO No. 2
GUIA DE OBSERVACION A ESTUDIANTES
ASIGNATURA: MATEMATICA

Nombre del estudiante: _____

Tema: _____ **Fecha:** _____ **Actividad No.** _____

#	PARÁMETROS A EVALUAR	1	2	3	4	5
1	Aplica los conocimientos aprendido					
2	Participa en clase oportunamente					
3	Muestra entusiasmo ante los trabajos					
4	Sabe trabajar en grupo					
5	Presenta ordenadamente los trabajos					
6	Entrega a tiempo los trabajos					
7	Es inactivo en el grupo					
8	Se expresa con espontaneidad y claridad					
9	Se deja influenciar por sus compañeros					
10	Impone sus criterios					
11	Participa en clase (debate y exposiciones)					
12	No contesta al preguntarle					
13	Discute y analiza con sus compañeros las actividades propuestas					
14	Es seguro al momento de responder					
15	Influye en sus compañeros positivamente					
16	Es solidario y coopera con sus compañeros					

CLAVES:

1. Nunca.
2. Muy poco.
3. Poco.
4. Casi siempre.
5. Siempre.

ANEXO No. 3
GUIA DE OBSERVACION AL PROFESOR
ASIGNATURA: MATEMATICA

Nombre del profesor: _____

Nombre del estudiante: _____

Tema: _____ **Fecha:** _____ **Actívada No.** _____

#	PARÁMETROS A EVALUAR	1	2	3	4	5
1	Considera que su acción está planificada					
2	Improvisa con frecuencia					
3	Enuncia los objetivos con claridad					
4	Los contenidos están bien secuenciados					
5	Las actividades sugeridas son acertadas					
6	Relaciona los contenidos con otros					
7	Es organizado					
8	Domina los conocimientos desarrollados					
9	Expone con claridad los conceptos					
10	Lleva la clase preparada					
11	Da oportunidad para plantear dudas					
12	Las actividades están bien orientadas					
13	Promueve la participación en clase					
14	Sigue de cerca las tareas propuestas					
15	Valora positivamente las intervenciones					
16	Introduce elementos motivadores					
17	Hace uso adecuado del tiempo					
18	Se dirige siempre sólo a una parte del grupo					
19	Consolida los nuevos conocimientos con ejemplos prácticos					
20	Hace un resumen final de cada clase					
21	Utiliza la evaluación para mejorar el aprendizaje					

CLAVES:

1. Mucho 2. Bastante 3. Suficiente 4. Poco 5. Nada

ANEXO No. 4
PRUEBA FINAL

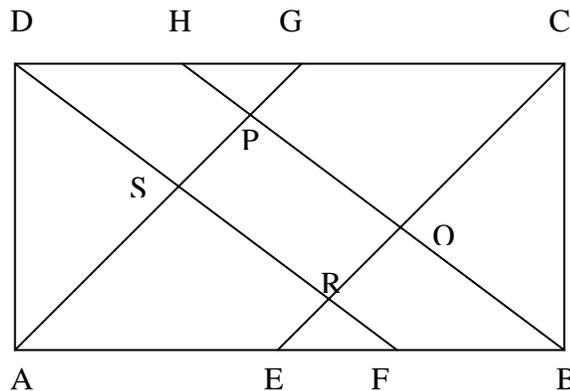
Colegio o Instituto: _____

Fecha de realización: _____

Nombres y Apellidos: _____

Año: _____ Sección: _____ Número: _____

- I. Las bisectrices del rectángulo ABCD se cortan en los puntos P, Q, R y S, a como se muestra en la figura



Fundamente:

(a) $\triangle AFD \cong \triangle EBC$.

(b) $\triangle AFS \cong \triangle ABP$

- II. Roberto eleva un papalote tan alto como se lo permite el cordel de 87 metros de largo. Mario ve el papalote perpendicularmente a él. ¿Qué altura ha alcanzado el papalote si Mario se encuentra a 60 pasos de Roberto? Cada paso representa una distancia de 80 centímetros. (No tome en cuenta el pando del cordel)
- III. ¿Cuál es la altura de una torre, sabiendo que produce una sombra de 32 metros al mismo tiempo que un bastón de 1.20 metros proyecta una sombra de 1.5 metros?

- IV. Sobre un lado de un ángulo O se tienen los segmentos $OA = 10 \text{ mm}$ y $OB = 35 \text{ mm}$. Sobre el otro lado se tienen los segmentos $OA' = 16 \text{ mm}$ y $OB' = 56 \text{ mm}$. ¿Son paralelas AA' y BB' ?