UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA

TEMA:

ALTERNATIVAS DE CÁLCULO DE RESERVAS PARA SINIESTROS PENDIENTES DE DECLARACIÓN (IBNR).

Trabajo Monográfico para optar al Título de Licenciado en Ciencias Actuariales y Financieras.

Presentado por:

Br. Alejandro José Moreno Vega
Br. Eveling José Estrada Espinoza
Br. Verónica Estela Gutiérrez Narváez

Tutora: Dra. Teresa Somarriba García.

León, Septiembre del 2007.

Dedicatoria

A Dios, Padre Celestial por la vida que me ha prestado permaneciendo conmigo en todo momento, regalándome sabiduría, fortaleza y la oportunidad de alcanzar mis metas.

A mis padres, por haberme brindado su apoyo incondicional en el transcurso del camino, con sus consejos, ayuda y esfuerzo, que me permitieron llegar a este momento y escalar otro peldaño más de mi vida.

Br. Alejandro José Moreno Vega.

Dedicatoria

Este trabajo se lo dedico a:

Mi ser creador Dios, por iluminarme y brindarme el consuelo para salir adelante.

Mi madre, Cándida Rosa Espinoza, por luchar siempre a mi lado, brindándome los consejos, apoyo y el esfuerzo incondicional para alcanzar mi meta.

Mi papá, Leonel Estrada, por el apoyo que me brindó siempre cuando lo necesité.

Mis hermanas, Meyling y Tatiana, por el apoyo, comprensión y ayuda que siempre me brindaron.

Mis amigos, por ser comprensivos y tolerantes conmigo.

Br. Eveling José Estrada Espinoza

Agradecimiento

Es nuestro deseo mencionar aquí a quienes hicieron posible llevar a cabo este trabajo monográfico tan importante para la finalización exitosa de esta etapa académica:

A Dios, razón de nuestras vidas, por haber estado con nosotros en todo momento y permitirnos la culminación de nuestros estudios universitarios.

A nuestros padres, por estar siempre a nuestro lado entregándonos su tiempo, cariño, comprensión y apoyo incondicional y en especial por haber creído en nosotros.

A nuestra tutora, Dra. Teresa Somarriba García, por todo su tiempo, dedicación y conocimientos transferidos de manera desinteresada en la realización de este trabajo.

A los profesores, que nos transmitieron sus conocimientos en el transcurso de nuestra carrera universitaria.

Br. Alejandro José Moreno Vega.
Br. Eveling José Estrada Espinoza
Br. Verónica Estela Gutiérrez Narváez

ÍNDICE

Págs.

1. INTRODUCCIÓN

La actividad de los seguros en nuestro país, es un área que se encuentra en vías de desarrollo y constituye un campo de aplicación particularmente interesante e importante de ciertas herramientas estadísticas y matemáticas con las que los Actuarios y otros profesionales que conocen de este campo debemos familiarizarnos.

Las compañías de seguros son empresas proveedoras de servicios que suelen verse afectadas por variables que determinan su rentabilidad, sujetas a factores externos futuros que pueden conllevar a pérdidas extraordinarias si no son previstos eficientemente.

Las entidades aseguradoras tienen la obligación contable de asignar los siniestros al año de su ocurrencia. Normalmente, la mayoría de los siniestros que abren los aseguradores han ocurrido hace unos pocos días, por lo que el siniestro es abierto en el mismo año de ocurrencia. En este caso no se plantearía ningún problema, puesto que el siniestro es asignado al año en curso.

El problema surge cuando la aseguradora cierra los libros contables a final de año y éstos deben contener los siniestros del año, siendo probable que exista un siniestro cuya comunicación está en camino, por lo tanto no se podrá conocer en el momento de realizar el cierre contable y estos siniestros quedarán sin imputarse en el año y sin sus correspondientes reservas.

Por todo esto, estas empresas requieren medir con precisión los riesgos a los que están sujetas, y deberían recurrir constantemente a la estadística para conocer su exposición a la incertidumbre y estimar los valores de pagos futuros que consideren el impacto de los factores relevantes, especialmente para el ramo de Automóvil o de Responsabilidad Civil por ser unos de los seguros que presentan mayor cantidad de reclamos. Por la misma causa se debe estimar correctamente la provisión a reservar para poder afrontar los pagos para los siniestros incurridos pero no reportados.

Nicaragua no es precisamente el caso de un país que cuente con empresas de seguros no vida con metodologías para estimar pagos futuros, adaptadas a su realidad propia.

Las compañías nicaragüenses suelen calcular las reservas para siniestros pendientes de liquidación, aplicando ciertas políticas; y para aquellos que están pendientes de declaración (IBNR)[1], según normas de constitución y cálculos de reservas de la Superintendencia de Bancos y otras Instituciones Financieras

[1] Reservas Para Siniestros Pendientes de declaración. También llamadas “Reservas IBNR”, corresponden a la reserva que ha de constituirse para hacer frente al costo de los siniestros realmente incurridos en cada ejercicio pero que aun no han sido reportados a la entidad aseguradora antes del cierre de las cuentas de dicho año. El cálculo de estas reservas se lleva a cabo con base en la experiencia que en ejercicios anterioeres y para este tipo de siniestros tenga la propia entidad aseguradora.

(SIBOIF), de la siguiente manera:

Para todos los seguros se constituirá una reserva para siniestros ocurridos y no reportados, la cual se determinará de acuerdo con la experiencia de cada empresa, sin que pueda ser inferior a cinco por ciento (5%), de las reservas para prestaciones y siniestros pendientes de pago del respectivo ejercicio. [2]

En nuestro trabajo presentamos alternativas de cálculo para las reservas que debe constituir cada compañía aseguradora como son las reservas para siniestros pendientes de declaración (IBNR).

La evaluación de la reserva para siniestros pendientes de declaración (reportados y no reportados) se puede realizar mediante métodos clásicos (deterministas), entre los cuales ilustramos el método del Chain Ladder, y la Lógica Borrosa, un método alternativo, con base en los siniestros pagados en los últimos períodos, los cuales se pueden aplicar a varios casos reales, aportando de esta forma una gran herramienta para cualquier aseguradora.

La forma de calcular las reservas para siniestros pendientes de declaración (IBNR), puede ser una de las causas de insolvencia de las compañías de seguros; razón por la cual es recomendable el uso de estos métodos.

Consideramos que actualmente la aplicación de las normas de la Superintendencia de Bancos y Otras Instituciones Financieras en cuanto al cálculo de reservas IBNR no está respaldado por bases técnicas actuariales que brinden confiabilidad a las compañías en la suficiencia de las mismas.

Por esta razón nos hemos motivado a estudiar los métodos mencionados anteriormente para el cálculo de reservas IBNR, con el propósito de brindar herramientas basadas en la experiencia propia del mercado y así lograr un resultado óptimo para las obligaciones pendientes de declaración. Además, el uso y manejo de estos métodos aportaría a su actividad la solidez técnica necesaria.

Para desarrollar y aplicar los diferentes métodos nos apoyamos de las bases teóricas que se derivan de la Estadística Actuarial y las Matemáticas Financieras mediante las cuales se determinan los resultados principales de nuestro trabajo. Finalmente, brindamos recomendaciones en cuanto al manejo de los datos.

2 Tomado de las Normas sobre Constitución y Cálculo de Reservas de la Superintendencia de Bancos y de Otras Instituciones Financieras, Arto. 3, inciso 5.

2. TÍTULO:

ALTERNATIVAS DE CÁLCULO DE RESERVAS PARA SINIESTROS PENDIENTES DE DECLARACIÓN (IBNR).

3. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL:

Estimar reservas para siniestros pendientes de declaración (IBNR), mediante métodos estadísticos y matemáticos, en el Ramo de Automóvil.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Estudiar los diferentes métodos estadísticos para la estimación de las reservas de siniestros pendientes de declaración (IBNR).
- Aplicar el método de Chain Ladder con y sin ajuste por inflación en el cálculo del monto pendiente para los siniestros que se han producido pero no han sido aún declarados (IBNR).
- Determinar predicciones del valor de las IBNR y de su variabilidad aplicando técnicas de la Lógica Borrosa.
- Comparar las reservas estimadas a través de la aplicación de técnicas de la Lógica Borrosa y el método de Chain Ladder, en el caso de los siniestros pendientes de declaración (IBNR).
- Generar información de referencia acerca de métodos estadísticos como el Chain Ladder con y sin ajuste por inflación y el de la Lógica Borrosa en el campo de los seguros.

4. MARCO TEORICO

4.1. Demoras en la declaración y liquidación de los siniestros

La liquidación de los siniestros da lugar siempre a una cierta demora, y es necesario que el asegurador dote unas reservas para garantizar el pago de los siniestros cubiertos por la póliza pero aún no liquidados. Existen dos tipos fundamentales de demora:

- Demora en la declaración de los siniestros.
- Demora en la liquidación de los siniestros.

La magnitud del período de demora o de diferimiento varía enormemente de acuerdo con el tipo de ramo de seguro al que tales siniestros se refieran. Por ejemplo, en el caso del Ramo del Automóvil, modalidad de daños propios de los vehículos comerciales pesados, los siniestros son notificados casi instantáneamente y liquidados muy pocos después. En el otro extremo, muchos siniestros del Ramo de Responsabilidad Civil Patronal no son declarados hasta que han transcurrido varios años, y el período de liquidación de algunos que son notificados casi inmediatamente puede ser de 15 años o más.

El método tradicional de estimación del monto de la reserva para siniestros declarados pero aún no liquidados es el de la estimación individual de los distintos siniestros conocidos y no clausurados en la fecha del cierre de cuentas. Esta estimación individual es realizada por el personal del Departamento de Siniestros o de Reclamos, que se supone que tomará en consideración:

- La gravedad del siniestro.
- El período probable de liquidación.
- La inflación del período entre el cierre de cuentas y la liquidación del siniestro.
- Las tendencias en la liquidación de siniestros.

Éstos son factores difíciles de ponderar e incorporar a la estimación de los siniestros no liquidados. En el Seguro de Responsabilidad Civil, por ejemplo, la gravedad del siniestro puede no emerger durante años desde el momento en que el siniestro es declarado.

Debido a las dificultades inherentes al sistema de valoración individual de los siniestros para la estimación de las reservas, en los últimos años se han desarrollado diversos métodos estadísticos para llevar a cabo dicha estimación. En esencia, dichos métodos:

- Pretenden encontrar un modelo consistente de la liquidación pendiente en función de la experiencia del pasado.

- Aplicar dicho modelo (con los correspondientes ajustes por la futura inflación esperada de los siniestros) para estimar el monto pendiente de liquidación de los siniestros que se han producido pero no han sido aún liquidados.

Cuando el proceso de liquidación de los siniestros haya sido razonablemente estable en el pasado, la liquidación futura puede resultar bastante incierta debido a las dudas que suscite el mantenimiento en el futuro de dicho proceso, y así mismo debido al efecto **inflación** en el coste de los siniestros. La reserva a constituir también vendrá afectada por la dimensión de los rendimientos de las inversiones correspondientes a las mismas. (Hossack, I.B., Pollard, J.H., Zehnwirth, B, [5]).

4.2. Métodos de cálculo

<u>Caso por caso</u>. Todos los siniestros en tramitación debidos a accidentes ocurridos antes del cierre del actual ejercicio económico son catalogados y estimados uno por uno. Los casos dudosos, por ejemplo, cuando la causa del accidente está todavía en litigio, son evaluados de acuerdo con la “peor alternativa”.

<u>Métodos colectivos</u>. Se aplican cuando el método anterior es laborioso por el gran número de siniestros pendientes, en general de pequeñas cuantías y no se esperan diferencias significativas con respecto al método caso por caso. (Nieto de Alba, Ubaldo, Vegas Asencio, Jesús, [6]). Los métodos a estudiar no son aplicables a estos casos.

4.3. El triángulo de liquidación (triángulo “run-off”)

La experiencia de siniestralidad de un asegurador relativa a un determinado ramo de seguro puede ser compendiada en un triángulo de liquidación, donde se muestra el período de ocurrencia, el período de aviso o el período de pago, éste último también llamado período de desarrollo y la cantidad total cancelada por los siniestros incurridos en el período i que se han pagado hasta el período j, Z_{ij}.

El Año de ocurrencia es el año de calendario (o año financiero) en el cual se produjo el incidente que dio lugar al siniestro; el Año de desarrollo es el año en el que la compañía hace un pago por el siniestro ocurrido en el año de ocurrencia. El año de ocurrencia equivale al año de desarrollo uno.

El año actual, es el año en el que se presentan los datos del triángulo y se realiza la estimación de la reserva.

4.4. Métodos Link-Ratio

Los métodos link-ratio consisten en determinar el ratio que enlaza cada columna con la siguiente, de modo que se pueda completar el triángulo hasta convertirlo en un rectángulo y teniendo los últimos pagos totales acumulados de cada período, los Z_{ij} ; determinar la reserva P_i , restando a los últimos valores estimados, los últimos pagos que ya se han realizado, es decir los valores de la diagonal.

$$P_i = Z_{i,n} - Z_{i,n-i} \tag{1}$$

La reserva total será la suma de las reservas estimadas para cada período, es decir:

$$P = \sum P_i \tag{2}$$

La forma de obtener los ratios que enlazan unas columnas con otras es lo que caracteriza los diferentes métodos de link-ratio. Algunos métodos existentes son: el método del máximo, mínimo, media aritmética, mediana, Chain Ladder.

En el primer paso se divide cada valor Z_{ij} del triángulo por el anterior, en la medida en que esto sea posible, es decir siempre que exista el dato, de forma que se obtiene un triángulo de ratios $R_{i,j}$, donde, como se ve en la tabla #1,

$$R_{i\,j} = \frac{Z_{i,\,j+1}}{Z_{i,\mathrm{j}}} \tag{3}$$

	1	2	3	...	n
1	R_{11}	R_{12}	R_{13}	...	$R_{(1n)}$
2	R_{21}	R_{22}	R_{23}	...	
⋮	⋮	⋮	⋮		
$m-1$	$R_{m-1\ 1}$	$R_{m-1\ 2}$			
m	R_{m1}				

Tabla #1 Triángulo de Ratios.

A partir de este triángulo, se debe determinar un solo ratio para cada columna de forma que permita estimar el valor de la siguiente, el ratio que se elija determinará el tipo de link-ratio; así, si se elige el mayor $R_{i,j}$ de cada columna se dice que se aplica el método del máximo; si se toma el mínimo de cada columna, se dice que se utiliza el método del mínimo; si se calcula la media de los $R_{i,j}$ de cada columna se está aplicando el método media aritmética.

Si para obtener los ratios, en lugar de tomar cada Z_{ij} y dividirlo por el anterior, se toma la suma total de cada columna *j* y se divide por la suma de la columna (*j*-1) sin tener en cuenta el último valor de esta columna, para que en ambas columnas haya el misma número de términos, se dice que se está aplicando el método de ***Chain Ladder***.

Una vez elegida la forma de calcular los ratios que permiten pasar de una columna a la siguiente, se calculan los factores que hacen pasar de cada valor de la diagonal al último, obteniéndose cada factor como el factor posterior por el ratio de su correspondiente columna.

Sea $F_{m,n-i}$ el factor calculado para el período *m* (con el que se pretende calcular la reserva) aplicable al período de comunicación (*n-i*). Multiplicando cada valor de la diagonal por su correspondiente factor, se obtienen los últimos estimados.

$$Z_{i\,,\,n} = Z_{i\,,\,n-i} \cdot F_{m\,,\,n-i} \qquad (4)$$

	1	2	...	n-1	n
R_j	R_1	R_2	...	R_{n-1}	R_n
$F_{m,j}$	$F_{m,1} = F_{m,2}.R_1$	$F_{m,2} = F_{m,3}.R_2$	...	$F_{m,n-1} = F_{m,n}.R_{n-1}$	$F_{m,n} = R_n$

A partir de ellos, la reserva para cada período se calcula como la diferencia de los últimos valores estimados y el valor de la diagonal. La reserva total será la suma de las reservas estimadas para cada período. [10]

4.5 Método Chain-Ladder sin ajuste por inflación

Para estimar las reservas para siniestros pendientes, utilizando el método Chain-Ladder sin ajuste por inflación, se realiza el siguiente procedimiento:

- Para obtener una mejor descripción del desarrollo del pago de los siniestros se analizan los pagos acumulados de los mismos.

- Calcular los ratios que relacionan la siniestralidad total liquidada hasta el final del siguiente año de desarrollo con lo liquidado al final del año anterior sin tomar el último valor de este año.

- Estimar el coste total de siniestralidad a 31 de Diciembre del año actual, correspondiente a cada año de ocurrencia, multiplicando el último pago acumulado de cada año por cada uno de los ratios empezando por el ratio que relaciona la siniestralidad total liquidada del siguiente año de desarrollo con el anterior.

- La reserva requerida correspondiente a los siniestros incurridos de cada año se obtiene por la diferencia entre el costo total estimado de acuerdo al inciso anterior y el último pago acumulado.

- La reserva total, que una compañía aseguradora debe tener para solventar los pagos de los siniestros, se obtiene sumando las reservas estimadas por cada año de ocurrencia.

Si el plazo transcurrido entre el momento de ocurrencia del siniestro y el pago del mismo sigue un patrón estable en el tiempo, no existe inflación, o al menos, ésta permanece estable, la distribución de riesgos en la cartera es constante, el anterior método Chain-Ladder puede aportar una razonable estimación de las reservas.

Se puede obviar la distorsión causada por cambios en la tasa de inflación utilizando el Método de Chain-Ladder con ajuste por inflación.

4.6 Método Chain-Ladder con ajuste por inflación.

Para estimar las reservas para siniestros pendientes de declaración, utilizando el Método Chain-Ladder con ajuste por inflación, se sigue el siguiente procedimiento:

- Utilizando la inflación que se experimenta en el período de estudio se expresan cada uno de los pagos en unidades monetarias de Diciembre del año actual.

- Se acumulan los pagos obtenidos con el paso anterior.

- Calcular los ratios que relacionan la siniestralidad de unas columnas con otras.

- Utilizando los ratios, estimar los pagos acumulados ubicados por debajo del triángulo.

- Separar los pagos acumulados a valor constante, es decir en pagos por año de desarrollo.

- Utilizando la inflación posterior al 31 de Diciembre del año actual y suponiendo que los pagos se efectúan a mitad del año de desarrollo se procede a expresar financieramente el valor de los pagos constantes estimados a mitad de dicho año.

- Con la tasa de rendimiento esperada por la futura inversión de las reservas, descontar cada pago (del paso anterior) al 31 de Diciembre del año actual.

- La reserva total estimada se obtiene sumando los pagos que la entidad hace, posterior al 31 de Diciembre de dicho año actual.

Es claro que, la estimación de las reservas afectadas por la inflación es superior a la que se obtiene mediante el método Chain-Ladder sin ajuste inflacionario. [5]

4.7 Conceptos básicos de Lógica y aritmética Borrosa

La LB se construye a partir del concepto de subconjunto borroso. Un subconjunto borroso $\tilde{A}$ es un subconjunto definido sobre un conjunto de referencia X para el que el nivel de pertenencia de un elemento $x \in X$ a $\tilde{A}$ acepta más grados que 0 o 1 (no pertenencia o Pertenencia absoluta). Así, un subconjunto borroso $\tilde{A}$ puede ser definido como, $\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X\}$, donde $\mu_a(x)$ es la función de pertenencia.

El nivel de pertenencia de un elemento X en $\tilde{A}$ toma valores en [0,1], donde 0 supone la no pertenencia de x a $\tilde{A}$ y 1 su absoluta pertenencia, pudiendo existir para x niveles de pertenencia intermedios (por ejemplo, 0.5).

Alternativamente, un subconjunto borroso $\tilde{A}$ puede ser representado a través de sus α-cortes. Un α-corte es un conjunto ordinario que contiene a aquellos elementos de $\tilde{A}$ cuyo grado de pertenencia es, como mínimo, α. Para el subconjunto borroso $\tilde{A}$, denotaremos un α-corte como A_α, siendo su expresión matemática:

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\},\ 0 \leq \alpha \leq 1$$

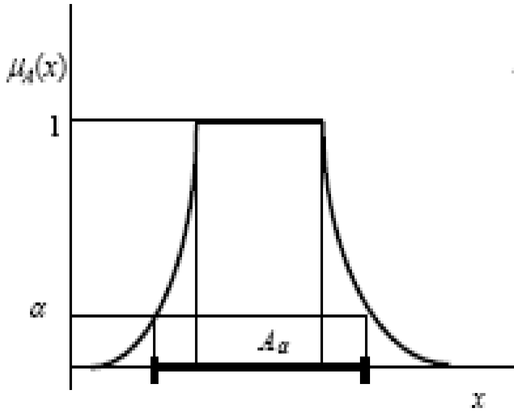

Figura 1. Número borroso $\tilde{A}$

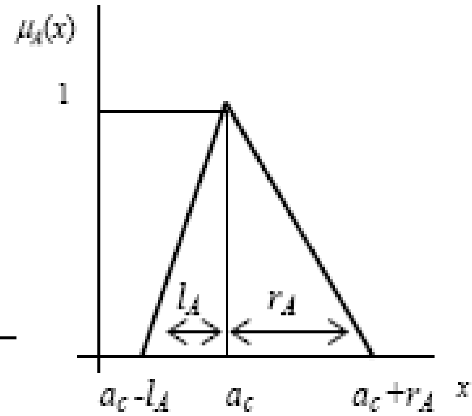

Figura 2. El NBT $\tilde{A} = (a_C, l_A, r_A)$

Un número borroso (NB) $\tilde{A}$, es un subconjunto borroso definido sobre los números reales (el conjunto referencial X es $\Re$) y es el principal instrumento de la LB para cuantificar magnitudes inciertas.

En aplicaciones prácticas, los números borrosos más utilizados son los números borrosos triangulares (NBT), ya que son fáciles de manipular aritméticamente y presentan una interpretación muy intuitiva.

Un número borroso triangular $\tilde{A}$ se denotará como $\tilde{A} = (a, l_a, r_a)$ donde a es el centro y l_a , r_a los radios izquierdo y derecho respectivamente.

La combinación lineal de NBTs es un nuevo NBT Por tanto, si partimos de los NBT $\tilde{A}_i = (a_i, l_{ai}, r_{ai})$, $i = 1,2,...,n$, el resultado de su combinación lineal será el NBT $\tilde{B} = (b, l_b, r_b)$, cuyos centros y radios se obtienen como:

$$\tilde{B} = (b, l_b, r_b) = \left(\sum_i k_i a_i , \sum_{i|k_i \geq 0} |k_i| l_{a_i} + \sum_{i|k_i < 0} |k_i| r_{a_i} , \sum_{i|k_i \geq 0} |k_i| r_{a_i} + \sum_{i|k_i < 0} |k_i| l_{a_i} \right) \tag{5}$$

Al efectuar operaciones aritméticas no lineales (como el producto) con NBTs, no obtendremos un NBT. No obstante, el producto de dos NBTs puede ser aproximado razonablemente bien a través de un NBT. Así, para $\tilde{A}_i = (a_i, l_{ai}, r_{ai})$, $i = 1,2$, si la aproximación de $\tilde{B} = \tilde{A}_1 x \tilde{A}_2$ es:

$$\tilde{B} \approx (b, l_b, r_b) = \left(a_1 \cdot a_2 , a_1 \cdot l_{a_2} + a_2 \cdot l_{a_1} , a_1 \cdot r_{a_2} + a_2 \cdot r_{a_1} \right) \tag{6}$$

En muchos problemas, aunque estimemos las variables que lo describen mediante NBs, será necesario cuantificar las magnitudes que proyectamos mediante un valor cierto. En nuestro caso, esto ocurrirá cuando debamos determinar el valor definitivo de las IBNR, por ejemplo, para reflejar su valor en los estados contables del asegurador. Este problema es lo que se conoce como ***desfuzzyficar*** [3] un NB, cuyo análogo estadístico consistiría en determinar una medida de posición de una variable aleatoria. Aquí se utilizará el concepto de valor esperado de Campos y González (1989). El valor esperado de un NB $\widetilde{A}$, que denotaremos como $EV\left[\widetilde{A},\beta\right]$, se obtiene introduciendo la ***aversión al riesgo*** [4] del decisor a partir de un parámetro $0 \le \beta \le 1$ como:

$$EV[\widetilde{A},\beta] = (1-\beta)\int_0^1 \underline{A}(\alpha)\mathrm{d}\alpha + \beta\int_0^1 \overline{A}(\alpha)\mathrm{d}\alpha \qquad (7)$$

y para el NBT $\widetilde{A} = (a, l_a, r_a)$, entonces:

$$EV[\widetilde{A},\beta] = a - (1-\beta)\frac{l_a}{2} + \beta\frac{r_a}{2} \qquad (8)$$

4.8 Mínimos Cuadrados Ordinarios

El método de MCO, bajo ciertos supuestos, tiene algunas propiedades estadísticas muy atractivas que lo han convertido en uno de los más eficaces y populares del análisis de regresión.

El principio o método de mínimos cuadrados escoge $\hat{b}_i$ y $\hat{c}_i$ de tal manera que para una muestra dada o conjuntos de datos, las diferencias entre los valores observados y los estimados elevados al cuadrado sea lo más pequeño posible.

Los estimadores MCO están expresados únicamente en términos de las cantidades observables y se calculan a través de las siguientes fórmulas:

[3] En la literatura borrosa se conoce como "desfuzzyficar" números borrosos a la cuantificación de las magnitudes que se pretenden estimar finalmente mediante un valor cierto, es decir, reducir dichos números borrosos a unos valores ciertos representativos.

[4] **Aversión al Riesgo:** Actitud de un inversionista hacia la tenencia de activos riesgosos en su portafolio. Un inversionista con mayor aversión al riesgo demandará una prima mayor cuando considere que un instrumento posee alto riesgo. Una persona tiene aversión al riesgo si es que, suponiendo todo lo demás constante, prefiere "algo seguro" que algo incierto. En este caso particular, este "algo" se refiere a riqueza.

$$\hat{C}_i = \frac{n\sum_{j=1}^{n} X_{i,j} * Y_{i+1,j} - \sum_{j=1}^{n} X_{i,j} * \sum_{j=1}^{n} Y_{i+1,j}}{n * \sum_{j=1}^{n} X_{i,j}^{2} - \left(\sum_{j=1}^{n} X_{i,j} \right)^2} \qquad (9)$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^{N} X_{i,j}}{n} \qquad (10)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{i+1,j}}{n} \qquad (11)$$

$$\hat{b}_i = \bar{Y} - \hat{c}_i * \bar{X} \qquad (12)$$

4.9 Características numéricas de los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).

- Los estimadores numéricos cuadráticos son calculados a partir de los datos observados.
- Son estimadores puntuales.
- Una vez obtenido los estimadores de MCO se puede obtener fácilmente la recta de regresión.

4.10 Propiedades de la recta

- Pasa a través de las medias muestrales de Y y X, es decir $\bar{\bar{Y}}$ y $\bar{X}$
- El valor medio de Y estimado es igual al valor medio de Y observado.
- El valor de la media de los residuos es cero.
- Los residuos no están correlacionados con el valor predicho Y_i.
- El valor medio de las perturbaciones es cero.

4.11 Supuestos del método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios

- El modelo de regresión es lineal en los parámetros.
- Los valores de X son fijos en muestreo repetido.
- El número de observaciones n debe ser mayor que el número de parámetros. Para el caso de regresión simple n es mayor que dos. El valor de n tiene que ser siempre mayor que la cantidad de parámetros que vayamos a estimar.
- Variabilidad en las X.
- El modelo de regresión está correctamente especificado.
- No hay multicolinealidad. Es decir, no debe existir relación entre las X.

(Gujarati, N. Damodar, [3])

4.12 Regresión Borrosa con coeficientes asimétricos

Como en cualquier método de regresión, el objetivo de la RB es determinar una relación funcional entre una variable dependiente y un conjunto de variables independientes. Dicha relación, que se supone lineal, debe ser obtenida de la muestra de n observaciones: $\{(Y_1, X_1), (Y_2, X_2), ..., (Y_j, X_j), ..., (Y_n, X_n)\}$ donde X_j es la *j*-ésima observación de la variable explicativa, siendo $X_j = (X_{0j}, X_{1j}, X_{2j}, ..., X_{ij}, ..., X_{mj})$. Asimismo, $X_{0j} = 1 \forall j$, y X_{ij} es el valor observado para la *i*-ésima variable de la *j*-ésima observación de la muestra. Por otra parte, Y_j es la *j*-ésima observación de la variable explicada con $j = 1, 2, ..., n.$.

Así, debemos estimar la siguiente función con parámetros borrosos:

$$\tilde{Y}_j = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{1j} + \ldots + \tilde{A}_m X_{mj}, \; j=1,2,\ldots,n \quad .$$

donde $\tilde{Y}_j$ es la estimación de Y_j con un NB tras ajustar los parámetros $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, ..., \tilde{A}_m$. Obsérvese que en la RB, la imprecisión que existe en la relación lineal no se introduce con un sumando de carácter estocástico, sino dentro de los coeficientes borrosos.

Si, como es usual, se supone que los parámetros son NBTs, es decir, $\tilde{A}_i = (a_i, l_{ai}, r_{ai})$, $i = 0, 1, ..., m$, entonces, la estimación de Y_j, $\tilde{Y}_j$, es también un NBT que denotamos como $\tilde{Y}_j = (y_j, l_{yj}, r_{yj})$. A partir de (6), los centros y los radios de $\tilde{Y}_j, j = 1, ... n$ se obtienen como:

$$y_j = a_0 + \sum_{i=1}^{m} X_{ij} a_i \tag{13a}$$

$$l_{y_j} = l_{a_0} + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} \geq 0}}^{m} \left| X_{ij} \right| l_{a_i} + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} < 0}}^{m} \left| X_{ij} \right| r_{a_i} \tag{13b}$$

$$r_{y_j} = r_{a_0} + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} \geq 0}}^{m} \left| X_{ij} \right| r_{a_i} + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} < 0}}^{m} \left| X_{ij} \right| l_{a_i} \tag{13c}$$

Para ajustar los parámetros borrosos $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \ldots\ldots, \tilde{A}_m$ debemos determinar, en primer lugar, los centros $a_0, a_1, \ldots\ldots, a_m$ mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Dichas estimaciones las simbolizaremos como $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_m$. Posteriormente, debemos determinar los parámetros l_{ai} y r_{ai}, que deben, simultáneamente, minimizar la incertidumbre total de las estimaciones de $Y_{,J}, \tilde{Y}_j$ (es decir, sus radios), y maximizar el grado de inclusión de las observaciones (Y_j) en sus estimaciones $(\tilde{Y}_j)$. Así, si para el segundo objetivo se requiere un cumplimiento mínimo de α*, el ajuste de los radios se realiza resolviendo el siguiente programa lineal:

$$\underset{r_{a_i}, l_{a_i}}{\text{Minimizar}}\ z = \sum_{j=1}^{n} l_{y_j} + \sum_{j=1}^{n} r_{y_j} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{m} \left| X_{ij} \right| l_{a_i} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{m} \left| X_{ij} \right| r_{a_i} \tag{14a}$$

sujeto a:

$$y_j - l_{y_j}\left(1-\alpha^*\right) = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^{m} \hat{a}_i X_{ij} - \left(l_{a_0} + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} \geq 0}}^{m} l_{a_i} \left| X_{ij} \right| + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} < 0}}^{m} r_{a_i} \left| X_{ij} \right| \right)\left(1-\alpha^*\right) \leq Y_j,\ j=1,2,\ldots,n \tag{14b}$$

$$y_j + r_{y_j}\left(1-\alpha^*\right) = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^{m} \hat{a}_i X_{ij} - \left(r_{a_0} + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} \geq 0}}^{m} r_{a_i} \left| X_{ij} \right| + \sum_{\substack{i=1 \\ x_{ij} < 0}}^{m} l_{a_i} \left| X_{ij} \right| \right)\left(1-\alpha^*\right) \geq Y_j,\ j=1,2,\ldots,n \tag{14c}$$

$$l_{a_i}, r_{a_i} \geq 0 \qquad i=0,1,\ldots,m \qquad (14d)$$

4.13 Determinación de las IBNR utilizando Regresión Lineal

Para la determinación de las IBNR suele partirse de la información sobre la evolución de las reclamaciones ordenada en un triángulo *run-off* como el de la tabla #2.

		Año de ocurrencia									
		1	**2**	**...**	**j^***	**j^*+1**	**...**	**j**	**...**	**n-1**	**n**
Año de desarrollo	**1**	$Z_{1,1}$	$Z_{1,2}$	…	Z_{1,j^*}	Z_{1,j^*+1}	...	$Z_{1,j}$	…	$Z_{1,n-1}$	$Z_{1,n}$
	2	$Z_{2,1}$	$Z_{2,2}$	…	Z_{2,j^*}	Z_{2,j^*+1}	...	$Z_{2,j}$	…	$Z_{2,n-1}$	
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮		
	i	$Z_{i,1}$	$Z_{i,2}$	…	Z_{i,j^*}	Z_{i,j^*+1}	...	Z_{i,j^*}	…		
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮			
	***n-j*+1**	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	$Z_{n-j+1,j}$			
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					
	***m*-1**	$Z_{m-1,1}$	$Z_{m-1,2}$	…	Z_{m-1,j^*}	Z_{m-1,j^*+1}					
	m	$Z_{m,1}$	$Z_{m,2}$	…	Z_{m,j^*}						

Tabla #2 Triángulo run-off.

En la tabla #2, Z_{ij} es el coste acumulado de la siniestralidad ocurrida en el año *j* (nótese que disponemos de una historia de *n* años de ocurrencia) al final del año de desarrollo *i* (obsérvese que la siniestralidad para un año se desarrolla en *m* años), donde $j=1$ denota el año de ocurrencia más lejano y $j=n$ el último disponible. Por supuesto, *n*≥*m*. Asimismo, como *j** hemos denotado al último año de ocurrencia sobre el cual se dispone información para todos los *m* años de desarrollo. Así, para *j**+1 se dispone información para los *m*-1 años siguientes de desarrollo y, en general, para *j*>*j** se dispondrá información sobre los *m*-*j*+*j** primeros años de desarrollo. Obviamente, para *j*>*j** no se conoce el coste de la siniestralidad acumulada durante los años de desarrollo $i = m - j + j^* + 1, \ldots, m$ y por tanto, dicha siniestralidad debe ser inferida.

La evolución de las reclamaciones de los siniestros incurridos en el año *j*– ésimo desde el *i*-ésimo año hasta el *i*+1 año de desarrollo puede ser aproximada a partir de la relación lineal:

$$Z_{i+1,j} = b_i + c_i \, Z_{i,j} + \varepsilon_i \qquad (15)$$

donde ε_i es el término de perturbación aleatorio, debiéndose estimar los coeficientes b_i y c_i mediante MCO.

Las estimaciones de b_i y c_i, $\hat{b}_i$ y $\hat{c}_i$, deben ser obtenidas a partir de las observaciones del triángulo *run-off* con los pares variable dependiente/independiente: $\{(Z_{i+1j};Z_{IJ})\}i=1,2,......,m-1,\ j=1,2,.....,n-1$

Debemos obtener la estimación del monto total de la siniestralidad acumulada al final de los *m* años de desarrollo, para cada uno de los *n* años de ocurrencia, $\hat{Z}_{m,j}$:

$$\hat{Z}_{m,j}=\begin{cases} Z_{m,j} & \text{si } j\le j^* \\ \hat{b}_{m-1}+\hat{c}_{m-1}\left\{\hat{b}_{m-2}+\hat{c}_{m-2}\left[\ldots\hat{b}_{m-j+j^*+1}+\hat{c}_{m-j+j^*+1}\left(\hat{b}_{m-j+j^*}+\hat{c}_{m-j+j^*}Z_{m-j+j^*,j}\right)\right]\right\} & \text{si } j>j^* \end{cases} \tag{16}$$

La IBNR que debe dotarse para el *j*-ésimo año de ocurrencia, P_j, se hallará como la diferencia entre la siniestralidad acumulada proyectada para los *m* años de desarrollo, $\hat{Z}_{m,j}$, y la siniestralidad acumulada conocida, que denominaremos como Z_j^*. Es decir:

$$P_j = \hat{Z}_{m,j} - Z_j^* \tag{17}$$

donde:

$$Z_j^* = \begin{cases} Z_{m,j} & \text{si } j \le j^* \\ Z_{m-j+j^*,j} & \text{si } j > j^* \end{cases} \tag{18}$$

Así, la IBNR para todos los años de ocurrencia considerados, P, es:

$$P = \sum_{j=1}^{n} P_j \tag{19}$$

4.14 Determinación de las IBNR utilizando Regresión Borrosa

La utilización de Mínimos Cuadrados Ordinarios es bastante fiable cuando se dispone de una muestra amplia, pero ello no es aconsejable en nuestro problema.

La evolución de la siniestralidad acumulada para el año de ocurrencia j del i-ésimo hasta el (i+1)-ésimo año de desarrollo puede ser ajustada a través de la relación lineal borrosa:

$$\tilde{Z}_{i+1,j} = \tilde{b}_i + \tilde{c}_i Z_{i,j} \qquad (20)$$

Si partimos de que $\tilde{b}_i = (b_i, l_{bi}, r_{bi})$ y $\tilde{c}_i = (c_i, l_{ci}, r_{ci})$, reescribimos

(20) a partir de (5) como:

$$\tilde{Z}_{i+1,j} = \left(Z_{i+1,j}, l_{Z_{i+1,j}}, r_{Z_{i+1,j}}\right) = \left(b_i, l_{b_i}, r_{b_i}\right) + \left(c_i, l_{c_i}, r_{c_i}\right) Z_{i,j} = \left(b_i + c_i Z_{i,j}, l_{b_i} + l_{c_i} Z_{i,j}, r_{b_i} + r_{c_i} Z_{i,j}\right) \qquad (21)$$

La estimación del coste final de los siniestros incurridos durante el año j, $\hat{\tilde{Z}}_{m,j}$, se obtiene evaluando (16) con NBTs; es decir:

$$\hat{\tilde{Z}}_{m,j} = \begin{cases} Z_{m,j} & \text{si } j \le j^* \\ \tilde{b}_{m-1} + \tilde{c}_{m-1}\left\{\tilde{b}_{m-2} + \tilde{c}_{m-2}\left[\ldots \tilde{b}_{m-j+j^*+1} + \tilde{c}_{m-j+j^*+1}\left(\tilde{b}_{m-j+j^*} + \tilde{c}_{m-j+j^*} Z_{m-j+j^*,j}\right)\right]\right\} & \text{si } j > j^* \end{cases} \qquad (22)$$

$\hat{\tilde{Z}}_{m,j}$ es un valor cierto si j≤j*, y un número borroso en caso contrario. También es fácil comprobar que no será un NBT cuando j>j*+1. No obstante, aplicando la aproximación triangular (6) en cada producto de NBTs del cálculo recursivo (22), obtendremos una buena aproximación a c $\hat{\tilde{Z}}_{m,j}$ con un NBT, y así:

$$\hat{\tilde{Z}}_{m,j} = \left(\hat{Z}_{m,j}, l_{\hat{Z}_{m,j}}, r_{\hat{Z}_{m,j}}\right) \qquad (23)$$

Puede inferirse la cuantía que debe provisionarse para los siniestros acaecidos durante el año j-ésimo, que denotaremos como $\tilde{P}_j$:

$$\tilde{P}_j = \left(P_j, l_{P_j}, r_{P_j}\right) = \hat{\tilde{Z}}_{m,j} - Z_j^* = \left(\hat{Z}_{m,j} - Z_j^*, l_{\hat{Z}_{m,j}}, r_{\hat{Z}_{m,j}}\right) \qquad (24)$$

La IBNR total será el NBT $\widetilde{P} = \left(P, l_p, r_p\right)$, que se obtiene sumando las reservas parciales de cada año de ocurrencia $j = 1,2,......n,$:

$$\widetilde{P} = \left(P, l_P, r_P\right) = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{P}_j = \sum_{j=1}^{n} \left(P_j, l_{P_j}, r_{P_j}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} P_j, \sum_{j=1}^{n} l_{P_j}, \sum_{j=1}^{n} r_{P_j}\right) \tag{25}$$

Para determinar la cuantía final de la IBNR a efectos contables, deberemos reducir $\widetilde{P}$ a un número cierto P^*. Para ello, se utiliza el concepto de valor esperado de un número borroso, cuya expresión para NBTs, viene dada en (8). En este caso, β debe fijarse a partir de la necesaria prudencia que debe tener el actuario, es decir, debería cumplirse en (8) que β>0.5. (Sánchez, Jorge de Andrés, [7]).

5. DISEÑO METODOLÓGICO

El campo de los Seguros requiere conocimientos teórico-prácticos de métodos estadísticos, principalmente para la estimación de las reservas que debe constituir una Compañía de Seguros para hacerle frente a siniestros pendientes de declaración.

La presentación de este trabajo requirió recopilación de información de fuentes secundarias: textos bibliográficos y artículos publicados en Internet.

Trabajamos con una base de datos, de una cartera homogénea del ramo de Automóvil, correspondiente al período comprendido entre el segundo semestre de 1999 y el primer semestre de 2006 de la Superintendencia de Seguros de la Nación (SSN), de Argentina la que publico vía Internet un análisis descriptivo basado en la información de catorce aseguradoras del país.

Identificamos los costos totales pagados y los ordenamos según el ejercicio de ocurrencia y su desarrollo; y cuánto quedó pendiente de liquidación, utilizando estos datos formamos un triángulo de liquidación y aplicamos el método determinista Chain Ladder y la Lógica Borrosa, como un método alternativo, con los cuales obtuvimos los datos estimados que nos permiten formar el rectángulo con los futuros pagos y, posteriormente, procedimos a ajustarlo aplicando una tasa de inflación posterior al 31 de Diciembre del 2006 del 10% y la tasa de rendimiento futura estimada del 9.2%.

Para estimar las reservas a través de la Lógica Borrosa fue necesario utilizar el paquete estadístico SPSS, versión 11.5 para Windows, para calcular el valor de los parámetros centros; el WINQSB para el cálculo de los radios izquierdos l_b y derechos r_b. Así como también Microsoft Excel para procesar y calcular con mayor facilidad los datos en estudio.

Las estimaciones se realizaron al 31 de Diciembre del 2006.

6. RESULTADOS

Método Chain Ladder sin ajuste por inflación**:**

En la tabla #1 se presentan datos de costes de siniestros obtenidos de la base de datos de la Superintendencia de Seguros de la Nación de Argentina, del Ramo de Automóvil del periodo comprendido del II semestre de 1999 al I semestre del 2006, que se registran a lo largo del tiempo para cada año de ocurrencia, de pagos unitarios.

Tabla #1

Año de Ocurrencia	**Pagos unitarios de siniestros (expresados en millones $) por año de desarrollo**					
	Año de Desarrollo					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1999-2000	281.671	510.869	91.685	57.364	67.599	41.561
2000-2001	314.836	577.255	86.688	66.137	56.058	55.857
2001-2002	340.326	694.081	106.897	72.769	56.607	
2002-2003	528.227	922.268	102.175	92.125		
2003-2004	406.131	831.15	142.478			
2004-2005	508.281	1034.672				
2005-2006	870.416					

Fuente: Superintendencia de Seguros de la Nación, Argentina, 1999-2006.

En la siguiente tabla obtenemos las estimaciones de pagos acumulados de siniestros en los sucesivos periodos de liquidación utilizando los ratios obtenidos por año de desarrollo los cuales se calcularon en base a la tabla de pagos acumulados y se utilizaron para la estimación de los costos de siniestros pendientes a pagar en los siguientes años, para luego estimar los costos de siniestros pendientes al 31 de diciembre del 2006 por año de ocurrencia y finalmente obtener el valor total de las IBNR.

Tabla #2

Año de Ocurrencia	Pagos acumulados de siniestros (expresados en millones $) por año de desarrollo – Año de Desarrollo 1	2	3	4	5	6	Siniestros Pendientes Estimados 31/12/2006	Coste Total Estimado
1999-2000	281.671	792.540	884.225	941.589	1,009.188	1,050.749	0.000	1,050.749
2000-2001	314.836	892.091	978.779	1,044.916	1,100.974	1,156.831	0.000	1,156.831
2001-2002	340.326	1,034.407	1,141.304	1,214.073	1,270.680	**1,329.131**	58.451	1,329.131
2002-2003	528.227	1,450.495	1,552.670	1,644.795	**1,736.904**	**1,816.801**	172.006	1,816.801
2003-2004	406.131	1,237.281	1,379.759	**1,466.684**	**1,548.818**	**1,620.064**	240.305	1,620.064
2004-2005	508.281	1,542.953	**1,694.162**	**1,800.895**	**1,901.745**	**1,989.225**	446.272	1,989.225
2005-2006	870.416	**2,542.485**	**2,791.649**	**2,967.523**	**3,133.704**	**3,277.854**	2,407.438	3,277.854
						IBNR	**3,324.472**	

Fuente: Superintendencia de Seguros de la Nación, Argentina, 1999-2006.

	Ratios calculados				
j	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Rj	2.921	1.098	1.063	1.056	1.046

Método Chain Ladder con ajuste por inflación:

Las tasas de inflación correspondientes al período del 2000 – 2006 fueron obtenidas por la publicación en la página web del Banco Central de Argentina y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla #3

Tasas de Inflación						
2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
-0.7%	-1.5%	41.0%	3.7%	6.1%	12.3%	9.8%

La tabla #4 muestra los pagos unitarios de costos de siniestros expresados en unidades de millones de dólares ajustados por la tasa de inflación.

Tabla #4

Año de Ocurrencia *(j)*	Pagos unitarios de siniestros (a precios de Diciembre 2006) Millones $ hechos en el año de desarrollo.					
	Año de Desarrollo *(i)*					
	1	2	3	4	5	6
1999-2000	527.015	962.590	175.385	77.824	88.438	51.247
2000-2001	593.220	1,104.239	117.608	86.525	69.123	61.331
2001-2002	651.014	941.643	139.850	89.728	62.154	
2002-2003	716.633	1,206.576	125.987	101.153		
2003-2004	531.329	1,024.853	156.441			
2004-2005	626.738	1,136.070				
2005-2006	955.717					

Fuente: Superintendencia de Seguros de la Nación, Argentina, 1999-2006.

En la tabla #5 se presentan los pagos acumulados de costos de siniestros, en unidades de millones, ajustados con la tasa de inflación. Posteriormente con los pagos acumulados se realizó el cálculo de los ratios para las estimaciones correspondientes. Por debajo de las líneas punteadas, se ubican los costos acumulados de los siniestros que se calcularon mediante los ratios mencionados anteriormente.

Tabla #5

Año de Ocurrencia *(j)*	Pagos acumulados de siniestros (a precios de Diciembre 2006) Millones $ hechos en el año de desarrollo.					
	Año de Desarrollo *(i)*					
	1	2	3	4	5	6
1999-2000	527.015	1,489.605	1,664.990	1,742.814	1,831.252	1,882.499
2000-2001	593.220	1,697.459	1,815.067	1,901.592	1,970.715	2,032.046
2001-2002	651.014	1,592.657	1,732.507	1,822.235	1,884.389	1,940.921
2002-2003	716.633	1,923.209	2,049.196	2,150.349	2,236.363	2,303.454
2003-2004	531.329	1,556.182	1,712.623	1,796.542	1,868.403	1,924.455
2004-2005	626.738	1,762.808	1,916.172	2,010.065	2,090.467	2,153.181
2005-2006	955.717	2,627.266	2,855.838	2,995.774	3,115.605	3,209.073

	Ratios calculados				
j	2	3	4	5	6
Rj	2.749	1.087	1.049	1.04	1.03

La siguiente tabla presenta los pagos unitarios estimados por año de desarrollo posterior al 31 de Diciembre del 2006 sin ajuste inflacionario.

Tabla #6

Año de Ocurrencia *(j)*	Pagos unitarios de siniestros estimados (a precios de Diciembre 2006) Millones $ hechos en el año de desarrollo.					
	Año de Desarrollo *(i)*					
	1	2	3	4	5	6
1999-2000						
2000-2001						
2001-2002						1,940.921
2002-2003					86.014	67.091
2003-2004				83.919	71.861	56.052
2004-2005			153.364	93.893	80.402	62.714
2005-2006		1,671.549	228.572	139.936	119.831	93.468

La siguiente tabla indica los pagos unitarios afectados por la tasa de inflación del 10%, estimada posterior al 31 de Diciembre del 2006, presentando la reserva para las prestaciones pendientes.

Tabla#7

Año de Ocurrencia *(j)*	Reserva estimada requerida a 31 de Diciembre 2006 Millones $ con ajuste: tasa inflación. Año de Desarrollo *(i)*						Totales
	1	2	3	4	5	6	
1999-2000							0.000
2000-2001							0.000
2001-2002						59.291	59.291
2002-2003					90.212	77.402	167.614
2003-2004				88.015	82.905	71.133	242.053
2004-2005			160.850	108.323	102.035	87.547	458.755
2005-2006		1,753.135	263.701	177.587	167.280	143.526	2,505.229
						I.B.N.R.	3,432.942

Los pagos unitarios afectados por las tasas futuras de inflación del 10% y de rendimiento del 9.2% para calcular el valor de las IBNR con ajuste por inflación y rendimiento se presentan a continuación:

Tabla #8

Año de Ocurrencia *(j)*	Reserva estimada requerida a 31 de Diciembre 2006 Millones $ con ajustes: tasa inflación y rendimiento. Año de Desarrollo *(i)*						Totales
	1	2	3	4	5	6	
1999-2000							0
2000-2001							0
2001-2002						56.739	56.739
2002-2003					86.328	67.830	154.158
2003-2004				84.226	72.652	57.084	213.962
2004-2005			153.925	94.927	81.883	64.337	395.072
2005-2006		1,677.661	231.088	142.513	122.932	96.589	2,270.783
						I.B.N.R	3,090.714

Método: Lógica Borrosa

La siguiente tabla presenta los pagos acumulados de costos de siniestros incluidos los del año de desarrollo que corresponden al período de 1999 – 2006.

Tabla #9

Año de Desarrollo	Pagos acumulados de siniestros (expresados en millones $) por año de desarrollo Año de Ocurrencia						
	1999-2000	2000-2001	2001-2002	2002-2003	2003-2004	2004-2005	2005-2006
	1	2	3	4	5	6	7
1	281.671	314.836	340.326	528.227	406.131	508.281	870.416
2	792.54	892.091	1034.407	1450.495	1237.281	1542.953	
3	884.225	978.779	1141.304	1552.67	1379.759		
4	941.589	1044.916	1214.073	1644.795			
5	1009.188	1100.974	1270.68				
6	1050.749	1156.831					

Fuente: Superintendencia de Seguros de la Nación, Argentina, 1999-2006.

Los siguientes resultados llamados centros, correspondientes a los diferentes años de desarrollo, fueron calculados a través del paquete estadístico SPSS utilizando los datos de pagos acumulados de la tabla #9.

Tabla #10

	Calculo de Parámetros para la estimación de los centros Año de Desarrollo				
	1999-2000	2000-2001	2001-2002	2002-2003	2003-2004
	1	2	3	4	5
b	12.771	59.883	15.53	98.564	-115.624
c	2.889	1.043	1.05	0.964	1.156

Los siguientes datos se estimaron utilizando la ecuación (15) y los parámetros encontrados anteriormente llamados centros.

Tabla #11

Año de Desarrollo	Pagos estimados acumulados de siniestros (expresados en millones $) por año de desarrollo Año de Ocurrencia						
	1999-2000	2000-2001	2001-2002	2002-2003	2003-2004	2004-2005	2005-2006
	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							2527.403
3						1669.183	2695.964
4					1464.277	1768.172	2846.292
5				1684.146	1510.127	1803.082	2842.389
6			1353.282	1831.249	1630.083	1968.739	3170.178

La tabla #12 presenta datos de las IBNR por año de Ocurrencia que se determinaron con regresión lineal simple.

Tabla #12 Determinación de Reservas con Regresión Lineal.

I.B.N.R. para el Año de Ocurrencia *j* (*Pj*)							I.B.N.R Total
1999-2000	2000-2001	2001-2002	2002-2003	2003-2004	2004-2005	2005-2006	
1	2	3	4	5	6	7	*(Pj)*
0.000	0.000	82.602	186.454	250.324	425.786	2,299.762	3,244.928

Los siguientes números borrosos para cada año de desarrollo que contienen los valores centros (b_i, c_i) y los radios (l_{bi}, r_{bi}), cuyos radios se estimaron mediante programación lineal utilizando el software WINQSB se muestran en la siguiente tabla:

Tabla #13 Valores calculados de centros y radios a través de Mínimos Cuadrados Ordinarios y Programación Lineal (WINQSB).

		$\widetilde{b}_i = \left(b_i, l_{b_i}, r_{b_i}\right)$	$\widetilde{c}_i = \left(c_i, l_{c_i}, r_{c_i}\right)$
Año de desarrollo	1	(12.7710 , 0.0000 , 0.0000)	(2.889 , 0.3344 , 0.2521)
	2	(59.8830 , 0.0000 , 0.0000)	(1.043 , 0.0277 , 0.0475)
	3	(15.5300 , 4.7540 , 3.3360)	(1.050 , 0.0000 , 0.0000)
	4	(98.5640 , 9.7780 , 5.8640)	(0.964 , 0.0000 , 0.0000)
	5	(-115.624 , 0.0000 , 0.0000)	(1.156 , 0.0005 , 0.0000)

Las IBNR y sus posibles desviaciones por año de Ocurrencia se determinaron utilizando regresión borrosa, obteniendo como resultados una IBNR y radios totales, así como un valor final de ésta aplicando un nivel de aversión al riesgo β y valor esperado, se presenta en la tabla siguiente:

Tabla #14 Determinación de Reservas con Lógica Borrosa.

	I.B.N.R. para el Año de Ocurrencia *j* (*Pj*)							**I.B.N.R Total (*Pj*)**
	1999-2000	**2000-2001**	**2001-2002**	**2002-2003**	**2003-2004**	**2004-2005**	**2005-2006**	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	
Pj	0.000	0.000	82.602	186.454	250.324	425.786	2,299.762	**3,244.928**
lpj	0	0	0.635	12.145	17.356	67.513	455.164	**552.813**
rpj	0	0	0	6.779	10.496	96.254	418.768	**532.297**

Cálculos de la Reserva Final:

Nivel de Aversión al Riesgo $\beta = 1$

$$P^* = EV\left[\tilde{P},1\right] = 3{,}244.929 - (1-1)\cdot\frac{552.813}{2} + 1\cdot\frac{532.297}{2}$$

$P^* = 3{,}511.078$ Millones de dólares.

$$Intervalo: \quad \left[2{,}692.116 \quad , \quad 3{,}777.226\right]$$

7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Al aplicar el método de Chain Ladder con ajuste inflacionario obtuvimos un resultado de $3,432.942 millones (ver resultados Tabla #7) cuyo valor es sustancialmente superior a los $3,324.472 millones (ver resultados, Tabla #2) que como estimación de la reserva o provisión para siniestros pendientes se obtuvo sin ajuste de las tasas de inflación y rendimiento.

Cuando la reserva también es afectada por la dimensión del rendimiento de las inversiones correspondientes a las mismas, se precisa, en consecuencia, una reserva total aproximadamente de $3,090.714 millones (ver resultados, Tabla #8), la cual es menor que las reservas obtenidas anteriormente, debido a que los pagos futuros estimados con ajuste por inflación son deflactados con una tasa de rendimiento esperada de 9.2% al 31/12/06 y por tanto ésta será la estimación real de las reservas para las I.B.N.R.

A partir de la experiencia del pasado, el valor más verosímil para las I.B.N.R es de $3,244.929 millones, aproximadamente, pero este valor podría desviarse por debajo en $552.813 millones, hasta llegar a los $2,692.116 millones, y por encima en $532.297 millones hasta un máximo aproximado de $3,777.226 millones. (Ver resultados, Tabla #14).

Para un nivel de aversión al riesgo , la $\beta = 1$ I.B.N.R final, P^* , que será reflejado en los estados contables es aproximadamente de $3,511,078,000. (Ver en resultados cálculos de la Reserva Final).

Después de estimar el intervalo de posibles valores de reservas para las I.B.N.R. a través de la Lógica Borrosa, [2,692.116, 3,777.226], podemos observar que los resultados puntuales obtenidos con el método Chain Ladder con o sin inflación están dentro del intervalo obtenido. (Ver en resultados cálculos de la Reserva Final).

8. CONCLUSIONES

El método Chain Ladder se basa en hipótesis que abarcan aspectos amplios como son la inflación y una tasa futura de rentabilidad, que nos permite obtener un cálculo puntual, es decir se enmarca en un ambiente determinístico. La Lógica Borrosa arroja predicciones de las I.B.N.R más completas, ya que se estima un resultado puntual (centro), y las posibles variabilidades (radio izquierdo y derecho) de las mismas sobre este valor.

Para utilizar el método del Chain Ladder lo idóneo es partir de una amplia experiencia para ajustar los parámetros de los modelos, pero esto no es aconsejable en la determinación de las I.B.N.R. ya que al tomar en consideración observaciones muy alejadas del momento en que deben calcularse las IBNR conllevarían a obtener estimaciones poco realistas para las mismas. En cambio, para aplicar Lógica Borrosa la información puede ser escasa y se obtiene un intervalo amplio de posibles estimaciones para las I.B.N.R y de su variabilidad, que las que se predicen con Chain Ladder.

La reserva obtenida utilizando el método Chain Ladder sin inflación fue de $ 3,324.472 millones y con el ajuste inflacionario obtuvimos un resultado de $3,432.942 millones.

Después de estimar el intervalo de posibles valores de reservas para las I.B.N.R. a través de la Lógica Borrosa, [2,692.116, 3,777.226], podemos observar que los resultados puntuales obtenidos con el método Chain Ladder con o sin inflación están dentro del intervalo obtenido.

Por lo tanto consideramos que, de acuerdo a la comparación realizada a los resultados obtenidos en la aplicación a los métodos en estudio, la Lógica Borrosa es el método que estima mejor el valor de las reservas I.B.N.R., ya que cuenta con las bases estadísticas y matemáticas que se requieren para predecirlas.

9. RECOMENDACIONES

- Para las compañías aseguradoras es importante que registren de manera ordenada los costos de siniestros por ramo, de tal forma que se conozcan los siniestros que ocurrieron en un determinado periodo; y, cuánto se ha venido pagando hasta llegar a la cancelación de los mismos, así como también cuánto quedaron pendientes. Esto con el fin de tener un mejor manejo de los datos al aplicar métodos estadísticos.

- En Nicaragua sería viable utilizar estos métodos con datos registrados mensualmente, ya que hay pocos siniestros que ocurren en un periodo y son cancelados años después, solamente si se encuentran en proceso de litigio.

- Cuando se requiere de la utilización de juicios subjetivos por parte del Actuario, o bien en los cuales la información de partida es suficientemente escasa o vaga es recomendable el manejo de los instrumentos derivados de la Lógica Borrosa, ya que estos no necesitan de una amplia experiencia del pasado para obtener una buena estimación de las I.B.N.R.

- Es importante mantener una relación directa entre la Empresa y Universidad para beneficios mutuos en el desarrollo de trabajos estadísticos actuariales.

10. BIBLIOGRAFÍA

[1] Castelo Matrán, Julio, Guardiola Lozano, Antonio. Diccionario MAPFRE de seguros, pág.195.

[2] Diccionario de administración y finanzas, grupo Océano. Océano/centrum. Pág.271, 470 y 495.

[3] Gujarati, N. Damodar. Econometría Básica. III Edición, Mc. Graw-Hill 1997 interamericana, Sta. Fe, Bogotá. Págs. 51-60.

[4] Hernández Sampieri, Roberto. Fernández Collado, C arlos. Baptista Lucio, Pilar. Metodología de la Investigación. Cuarta Edición, Mc. Graw Hill

[5] Hossack, I.B., Pollard, J.H., Zehnwirth, B. Introducción a la Estadística con Aplicaciones a los Seguros Generales. Editorial MAPFRE, S.A.1999, 2001. Págs. 231-249.

[6] Nieto de Alba, Ubaldo, Vegas Asencio, Jesús. Matemática Actuarial. 1993 Editorial MAPFRE, S.A., Madrid. Págs. 237 y 238.

[7] Sánchez, Jorge de Andrés. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, ISSN 0534-3232, Nº 9, 2003, págs. 11-40.

[8] Superintendencia de Bancos y de Otras Instituciones Financieras. Normas sobre Constitución y Cálculo de Reservas. Arto. 3, inciso 5.

[9] http://www.ssn.gov.ar

[10] http://www.matematicas.unal.edu.co/academia/programas/documentos_tesis/1-2006/1.pdf

[11] http://www.adcvaloraciones.com/guiausuario.htm

11. GLOSARIO

Aversión al Riesgo: Actitud de un inversionista hacia la tenencia de activos riesgosos en su portafolio. Un inversionista con mayor aversión al riesgo demandará una prima mayor cuando considere que un instrumento posee alto riesgo. Una persona tiene aversión al riesgo si es que, suponiendo todo lo demás constante, prefiere “algo seguro” que algo incierto. En este caso particular, este “algo” se refiere a riqueza.

Costos de siniestros: Cantidad monetaria real que la compañía desembolsa para resarcir los daños ocurridos por un evento inesperado.

Desfuzzyficar: En la literatura borrosa se conoce como “desfuzzyficar” números borrosos a la cuantificación de las magnitudes que se pretenden estimar finalmente mediante un valor cierto, es decir, reducir dichos números borrosos a unos valores ciertos representativos

Gravedad del siniestro: Es el grado de los daños ocasionados momentos después del siniestro que pueden o no emerger durante años desde el momento en que el siniestro es declarado representado cuantitativamente.

Índice de actualización: Se aplica en la capitalización de los montos futuros, a pagarse por aquellos siniestros pendientes de liquidación, que se descuentan con una tasa de rendimiento r, al 31 de Diciembre del año actual, partiendo de la hipótesis que los pagos se realizan a mediado de año, denotado por $v = 1/(1+r)$.

Inflación: Fase de un ciclo económico, caracterizado por precios normalmente altos, decremento del poder adquisitivo del dinero y espiral creciente de costes y salarios.

Inflación del período entre el cierre de cuentas y la liquidación del siniestro: Es el decremento del poder adquisitivo del dinero y espiral creciente que afecta a los costos de los siniestros que quedaron pendientes de liquidación entre el cierre de cuentas y la liquidación de estos.

Número de siniestros: Cantidad de eventos que ocurren por una desgracia o infortunio que sufren las personas o los bienes (incendio, naufragio, accidente) producidos particularmente por factores externos o ajenos a la voluntad.

Período probable de liquidación: Es el período de tiempo probable que la empresa estima para liquidar totalmente el costo total de los siniestros ocurridos.

Reservas para siniestros pendientes de liquidación y pago

Son las cantidades que han de conservarse para atender al pago de los siniestros pendientes de liquidación o de pago en el momento de finalizar el ejercicio.

Reservas para siniestros pendientes

Al cerrar el ejercicio podemos distinguir dos grupos de siniestros no finiquitados, sobre los que habrá que constituir la correspondiente “reserva para siniestros pendientes”:

Siniestros pendientes de pago.
Siniestros pendientes de liquidación.

En el primer grupo, la reserva estará constituida por el importe definido de los siniestros de tramitación terminada, incluidos los gastos originados por la misma, pendientes solamente de pago. En el segundo grupo habrá que establecerá el importe presunto de los siniestros en tramitación, incluidos los gastos estimados que su liquidación vaya a dar lugar.

Reservas para siniestros pendientes de declaración: también llamadas “reservas IBNR”, corresponden a la reserva que ha de constituirse para hacer frente al costo de los siniestros realmente incurridos en cada ejercicio pero que aún no han sido comunicados a la entidad aseguradora antes del cierre de las cuentas de dicho año.

El cálculo de estas reservas se lleva a cabo con base en la experiencia que en ejercicios anteriores y para este tipo de siniestros tenga la propia entidad aseguradora.

Ratio: Es el factor que relaciona la siniestralidad total liquidada hasta el final del siguiente año de desarrollo con lo liquidado al final del año anterior.

Tasa de rendimiento: Tasa porcentual media de incremento del dinero, medida y expresada en términos anuales.

Tendencias en la liquidación del siniestro: Situación que se presenta en el proceso de liquidación de los siniestros ya sea, por ejemplo, que se está determinando quién es realmente el culpable o de cuanto es el monto total de los daños ocasionados por el siniestro, es decir el caso no se ha resuelto por lo que todavía se encuentra en litigio.