UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA

UNAN – LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

TEMA

UNIDAD DIDÁCTICA: PROPORCIONALIDAD

PRESENTADO POR:

Bra. ***Zandra Jeannette Espinoza Calero***
Bra. ***Fátima Concepción López Duarte***
Bra. ***Isabel del Socorro Murillo Gutiérrez***

PARA OPTAR AL TITULO DE:

LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MENCION MATEMATI CA EDUCATIVA Y COMPUTACION

TUTORES:

M.Sc. ***Héctor Benito Flores Guido***
Lic. ***Ronald López Flores***

LEÓN, MAYO, 2006

DEDICATORIA

Dedicamos nuestros triunfos y logros:

A Dios

Creador de todas las cosas y nuestro protector; que nos iluminó en nuestro camino hasta alcanzar nuestra meta.

A Nuestros Padres:

Eslabones y precursores de estímulos con su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTO

Al transcurrir cinco años de nuestra vida profesional, con el cual nos hemos interesado en aprender y conocer sobre una disciplina científica – humanística como es la Matemática Educativa y Computación, para lograrlo tuvimos el apoyo de muchas personas que hoy agradecemos:

- *Al claustro de profesores de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades que nos capacitaron e instruyeron en los conocimientos científicos y pedagógicos.*
- *A los Licenciados Ronald López Flores y Héctor Flores Guido, tutores de nuestro trabajo monográfico, que con su experiencia y dedicación nos supieron orientar a través de su apoyo incondicional.*
- *A nuestros compañeros de clase que con el intercambio de experiencias y solidaridad nos sirvieron para mejorar día a día nuestros conocimientos.*

I N D I C E

I. INTRODUCCIÓN

Tomando en cuenta las necesidades de la sociedad, los retos y desafíos educativos del país, el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (MECD), ha iniciado los procesos de reforma en todos los niveles de Educación Básica y Media.

Esta Reforma Curricular que lleva a cabo el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (MECD) pretende romper los paradigmas conductistas de enseñanza memorística, para orientarse a nuevas formas de enseñar y aprender, potenciando las inteligencias, los talentos y los intereses de l@s estudiantes además promoviendo autonomía, creatividad y cambios en el modo de actuar, pensar, y de relacionarse con los demás, en síntesis, se pretende ofrecer una educación para la vida.

Es en este contexto el profesor juega un rol protagónico, tan importante que algunos de los investigadores, atribuyen el éxito de la reforma a la actuación responsable y colaboradora de los mismos.

El presente trabajo que proponemos, lo pondremos a disposición de los profesores de Educación Secundaria ya que constituye un recurso de apoyo, en la iniciación del enfoque pedagógico: Enseñanza para la Comprensión (EpC).

Estos nuevos enfoques pedagógicos generados en esta época de globalización, y de rápidos cambios en las ciencias, la tecnología y las comunicaciones, es donde la educación nicaragüense necesita de grandes transformaciones en nuestro sistema educativo. Se trata de una guía para que el profesor aproveche al máximo sus encuentros con sus alumnos (as) y le garantice el desarrollo de enseñanza – aprendizaje. Esto considerará al profesor con la capacidad de realizar en el estudiante la relación que tiene con el profesor y la disponibilidad que este muestre para asumir dicha responsabilidad.

Desde el punto de vista pedagógico e innovador, se ha venido trabajando con una visión congruente a la necesidad de mejorar en la calidad educativa, aplicando nuevos enfoques que le faciliten al profesor hacer cambios significativos que le permitan de esta manera el desarrollo de capacidades, habilidades, actitudes y valores permitiendo formar estudiantes competentes para enfrentar este mundo moderno y cambiante.

Finalmente, hay que decir que aunque este documento sea un inicio para el fortalecimiento de la enseñanza de algunos temas contemplados en la enseñanza de las matemáticas para que, además de servir de guía, le permita también acompañar a l@s estudiantes en sus proyectos finales, convirtiendo estos en herramientas metodológicas interesante para orientar la realización de proyectos sociales en otros escenarios de la vida social, bien sea institucional o informal.

Así desde este punto de vista, el proceso metodológico de este documento se apoya en el marco de la Enseñanza para la Comprensión, particularmente en lo relacionado con el proceso para desarrollar unidades didácticas en el aula y desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), la comprensión es lo primero, lo más importante y lo más definitivo en el acto educativo, tanto para el profesor como para el estudiante. Por eso, definir qué quiero que mis estudiantes comprendan, qué puedo hacer para que comprendan y cómo sé que han comprendido, es fundamental.

Y para garantizar el desarrollo de una buena Unidad Didáctica, o de un buen "Proyecto de Síntesis", el tratamiento que se le ha venido dando a la proporcionalidad en Educación Secundaria, tradicionalmente ha sido conductista por el cual pasa desapercibida, el cual no le permite al estudiante desarrollar conocimientos aplicables para la vida.

De igual forma la falta de profesionalización docente, debido al alto índice de empirismo, la falta de actualización en los diferentes cambios pedagógicos y metodológicos ha incidido en la calidad de los aprendizajes.

Como un aporte a este cambio, el presente trabajo pretende mejorar la calidad del Proceso Enseñanza – Aprendizaje en el tratamiento de la **"Proporcionalidad"**, mediante la aplicación del enfoque pedagógico: Enseñanza para la Comprensión (EpC), lo que permitirá a los estudiantes tener una visión de futuro acerca del estudio de las matemáticas orientando l@s aprendizajes hacia la vida y el trabajo donde sea capaz de responder con agilidad y relevancia a las necesidades que demanda nuestro país.

II. ANTECEDENTES

La mayor parte de los profesores pueden dar testimonio acerca de la importancia de enseñar para la comprensión, así como de lo difícil que es esa empresa; además, los profesores saben muy bien que con frecuencia sus estudiantes no comprenden conceptos claves como deberían hacerlo. La investigación confirma dicha percepción. Varios estudios han documentado la falta de comprensión de los estudiantes acerca de ideas claves en las matemáticas y en las ciencias y, también de su visión parroquial acerca de la historia o de su tendencia a reducir complejas obras literarias a estereotipos, etc.

Como respuesta a estos retos, los profesores buscan maneras de ayudar a sus estudiantes a entender mejor. Tratan de explicar claramente. Buscan oportunidades para hacer aclaraciones. Con frecuencia ponen trabajos sin parámetros fijos tales como la planeación de un experimento o la crítica de comerciales en la televisión, tareas que requieren y que refuerzan la comprensión.

Aunque dichos factores son importantes, igualmente se encuentra una paradoja: a pesar de sus esfuerzos es que, los profesores aún se encuentran insatisfechos con la comprensión de sus educandos.

Es obvio que la comprensión merece una atención especial. Pero esto no quiere decir que se reste importancia a otros objetivos educativos. Por ejemplo, es necesario desarrollar habilidades en cuanto a la aritmética, la ortografía, la gramática. Pero, ¿para qué les sirven a los estudiantes la historia o las matemáticas si no la han comprendido? Entre los muchos asuntos que requieren de nuestra atención en educación, con toda seguridad la comprensión debe estar arriba en una lista de altas prioridades y algunas de las prioridades de la proporcionalidad son:

- El carácter de cimiento sobre el que se está construyendo otros conceptos matemáticos.
- Su gran presencia en la vida cotidiana, en definitiva a todo lo que se le llama matemática comercial.

- Otras de las razones es, que nos permiten relacionar la proporcionalidad con la mayoría de las leyes de la naturaleza.
- También dentro de estas proporcionalidades no solo es el fundamento de posteriores estudios, si no que aparecen intercaladas con numerosos temas que se estudian simultáneamente: ejemplo la geometría.

Es así que en el transcurso del tiempo muchos profesores han creado sus planes de trabajo con la ayuda de un marco sencillo, desarrollado como parte de una colaboración que se encuentra en el curso o entre profesores del área.

Es en este momento que la Enseñanza para la Comprensión (EpC) privilegia la comprensión por sobre otras metas educativas, ya que la enseñanza básica que se desarrolla en la actualidad, en nuestros alumnos se observa un aglomerado extraño; unos rudimentos de teoría de conocimiento, que vienen a constituir unos cuantos acertijos aislados cuya relación con la matemática tal vez consista para los niños en que se pueden expresar con unas palabras mágicas que además tienen su traducción cabalística en símbolos misteriosos; una iniciación a otra familia de palabras como grupo, elemento neutro que se les dice que son entes muy importantes, aunque no se les explique muy bien qué se puede hacer con ellos; y cuentas, que es lo que al parecer tiene algo que ver con la vida real.

Resumiendo los defectos que, a nuestro parecer, aquejan más gravemente la enseñanza de la proporcionalidad, consiste en saber resolver problemas que puedan resultar adecuados e interesantes, en una ausencia de espíritu activo, de espíritu lúdico, de conexiones con el mundo real de los niños, jóvenes y adultos con interés y con énfasis excesivo en cuanto al contenido; todas estas situaciones de proporcionalidad la debemos a los matemáticos Regiomontano y Lucas Pacioli.

Es por tanto que El Ministerio de Educación con sus programas renovados de Educación General Básica Media promulgados en la Reforma implementada a partir de1 año 2003 intenta corregir algunos de los errores más crasos de los programas y directrices en cuanto a los programas renovados y estas directrices del MECD acompañan no solo al tímido si no dar el paso en una buena y mejor dirección educativa.

Es así en cuanto a las estrategias, el enfoque trata de desarrollar un modelo de enseñanza que permitiera a los docentes responder: **¿Cómo fomentar la comprensión de l@s estudiantes?** Esta es una inquietud importante que ha llevado a muchos estudios para la búsqueda de esa forma de enseñar como es la comprensión; y es ahí donde radica nuestro trabajo y la proporcionalidad lo permite por su riqueza, aplicabilidad y funcionalidad en todo el desarrollo social; además de esto no importa la disciplina o el desempeño a que se dedique.

III. JUSTIFICACIÓN

La educación de las nuevas generaciones es una labor compleja y sutil de ingeniería humana; se trata, nada menos, de desarrollar y formar el carácter, la inteligencia, la personalidad de las nuevas generaciones, de modo que esta formación los habilite para enfrentar los retos de un mundo complejo, dinámico, informatizado y globalizado.

Por su propia naturaleza, este trabajo está colmado para su desarrollo frente a l@s estudiantes como ante la sociedad; sus efectos, positivos o negativos son profundos y duraderos en el individuo, y en el campo social determinan repercusiones futuras impredecibles y de largo alcance. Bajo esta doble responsabilidad del educador frente al individuo y a la sociedad, Platón escribía, cuatro siglos antes de Cristo: «más importante que la ciencia de gobernar al pueblo es la ciencia de educar a la juventud».

Estamos todavía lejos de comprender la eficacia social de la educación como factor de mejora social; de comprender que ella representa no sólo e1 desarrollo de los niños y adolescentes de hoy, sino también e1 perfeccionamiento de la futura sociedad, que ellos habrán de constituir. Para que ese ideal se realice será necesario transformar la escuela a la y que estamos habituados, adoptar una nueva filosofía educativa de perspectivas más amplias y prometedoras en valores culturales, sociales y morales, y, principalmente, reformar y modernizar nuestros tradicionales procedimientos de enseñanza.

En la actualidad existe una gran preocupación por parte nuestra y es por la calidad de los aprendizajes y por eso, hemos preparado una Unidad Didáctica en relativo a la proporcionalidad sustentada en el enfoque pedagógico: Enseñanza para la Comprensión (EpC) con el propósito de contribuir a la mejora del proceso Enseñanza – Aprendizaje del tema en mención.

Como podemos observar, este tema es tan amplio que hay que dividirlo o separarlo en partes y para lograr debemos ordenar y acoplar las necesidades de programa que el MECD orienta en ese año (grado) específico ya que el centro donde se pretende aplicar la propuesta no se encuentra en reforma.

He aquí algunas ideas generales para hacer este primer acercamiento a los procesos de reforma que se encuentran un número determinados a lo largo y ancho del país y es la justificación de nuestro trabajo.

1. Un primer contacto con las proporciones: hacemos un repaso de su historia u orígenes y de las situaciones cotidianas próximas en las que se usan las proporciones.

2. Las matemáticas comerciales como herramienta fundamental para sus aplicaciones en el comercio y la vida cotidiana.

3. Todo lo anterior se ha visualizado desde el punto de vista aritmético y algebraico, entendido como función entre dos conjuntos; la ubicación geométrica se encontrara en una diversidad de aplicaciones no contemplada en este documento.

IV. OBJETIVOS

IV.1. OBJETIVO GENERAL

Elaborar una Unidad Didáctica metodológica que contribuya a la mejora del proceso Enseñanza – Aprendizaje de la Proporcionalidad que se imparte en el Séptimo Grado de Educación Secundaria, proponiendo nuevas alternativas didácticas bajo el enfoque pedagógico: Enseñanza para la Comprensión (EpC)

IV.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Proponer una Metodología Activa – Participativa que contribuya a la enseñanza – aprendizaje de la proporcionalidad que se imparte en el séptimo grado de Educación Secundaria.

2. Proporcionar a los (as) profesores (as) estrategias de enseñanza – aprendizaje que permita a los (as) estudiantes comprender los conocimientos relativos a Proporcionalidad.

3. Propiciar en l@s estudiantes un ambiente de trabajo en concordancia y armonía con la naturaleza, en mutuo respeto con sus compañeros (as) y responsabilidad en el desarrollo de las actividades propuestas.

V. MARCO TEÓRICO

V.1. Enfoque pedagógico: Enseñanza para la comprensión

V.1.1. ¿Qué es la comprensión?

"Es la habilidad de pensar y actuar, con flexibilidad y autonomía a partir de lo que uno sabe, es poder realizar una serie de actividades yendo más allá de la memoria, la acción y el pensamiento rutinario". Perkins[1].

Esto quiere decir que la comprensión es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema; por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo. Presentar analogías y representarlo de una manera nueva.

V.1.2. ¿Qué es la Enseñanza para la Comprensión?

La Enseñanza para la Comprensión es un enfoque pedagógico; una visión pedagógica, cimentada en las bases del constructivismo; la cual pretende ayudar a los docentes en la creación de una nueva pedagogía, que ayuden a construir comprensiones profundas para el desarrollo de un pensamiento cada vez más complejo, que permita al estudiante resolver problemas de manera flexible y crear productos nuevos y significativos para su cultura y desempeño. Así mismo, al crear su acción sobre los preconceptos que los estudiantes tienen de su entorno, y la manera en que este funciona; además, de la responsabilidad que tiene en la construcción de su propio aprendizaje, ha aportado significativamente al desarrollo de una pedagogía para la autonomía.

La Enseñanza para la Comprensión, se sustenta en tres grandes preguntas, estas son:

1. ¿Qué es lo que realmente quiero que los estudiantes comprendan?
2. ¿Cómo sé que lo Comprenden?
3. ¿Cómo saben ellos que lo Comprenden?

[1]. Curso de formación de capacitadores de Matemática y Español. Fondo de Educación Global. PAEBANIC, Managua, Nicaragua. Junio - Julio de 2004.

El enfoque pedagógico: Enseñanza para la Comprensión (EpC), incluye cuatro conceptos claves que propician una pedagogía transformadora al interior de las aulas de clase. Ellos son:

1. Tópicos Generativos.
2. Metas de comprensión.
3. Desempeños de Comprensión.
4. Valoración continua o Evaluación diagnóstica continua.

1. Tópicos Generativos

¿Qué son?

- Selección de contenidos a ser enseñados.
- Conceptos, ideas, preguntas, temas relativos a una disciplina o campo de conocimiento, con ciertas características que los hacen indicados para ser seleccionados como habilitadores de aprendizajes.
- Un nudo desde donde se pueden ramificar líneas de comprensión, permitiendo que diferentes estudiantes puedan, en función de sus propios procesos avanzar en el conocimiento que se propone.

Características de los Tópicos Generativos

- Son centrales para uno o más dominio o disciplinas.
- Son interesantes para el docente y estudiantes.
- Despiertan la curiosidad del estudiante.
- Son accesibles.
- Permiten establecer numerosas conexiones.
- Se deben redactar con un lenguaje sencillo al nivel de los estudiantes.

2. Metas de comprensión

¿Qué son?

Son los conceptos, procesos y habilidades que deseamos que comprendan los alumnos y que contribuyen a establecer un centro cuando determinamos hacia dónde habrán de encaminarse.

Las metas de comprensión vienen en dos “tamaños”: las que corresponden a una unidad y la que corresponden a un curso. Las metas de comprensión de cada unidad describen cuanto queremos que los alumnos obtengan de su trabajo con un tópico generativo. Las metas de comprensión, conocidas como metas de comprensión abarcadoras o hilos conductores, especifican cuanto se desea que los alumnos obtengan de su trabajo con los docentes a lo largo de un semestre o un año. En general, los hilos conductores son:

- Preguntas claves que orientan en la tarea.
- Referencia que permite recuperar el hilo de lo que realmente es importante hacer.
- Se plantean para el trabajo de un año, o para un conjunto de unidades articulándolas y dándoles sentido.
- Respetar expresión de curiosidad de los estudiantes y que sea expresado su propio lenguaje.
- Expresado de manera llana y precisa.
- Orientan la tarea de la asignatura proponiendo un modelo no academicista.
- Mostrar profundidad, rigurosidad y simpleza asociadas.

3. Desempeños de Comprensión

¿Qué son?

- Ciclos de acciones y reflexiones.
- Momentos en los cuales los estudiantes pueden reflexionar sobre su crecimiento, ayudan tanto a construir como a demostrar comprensiones.
- Demuestran la comprensión y la profundizan más allá de lo que sabe, reconfiguran, expanden y construyen a partir de los conocimientos previos.
- Son actividades que requieren que l@s estudiantes usen el conocimiento en nuevas formas y situaciones.
- Facilitan tanto al docente como a los estudiantes la oportunidad de constatar el desarrollo de la comprensión a lo largo del tiempo en situaciones y desafiantes.

Existen tres tipos de Desempeños de Comprensión, estos son:

(a) Exploración o Preliminares.

(b) Investigación Guiada.

(c) Proyecto de Síntesis. Exploración

(a) Exploración o Preliminares

Son los desempeños de comprensión que generalmente corresponden al inicio de la unidad. Son desempeños que consisten en explorar abiertamente el territorio; con ellos se reconoce el respeto por la investigación inicial, todavía no estructurada por métodos y conceptos disciplinares.

Características[2]:

- Aparecen al inicio de la unidad y sirve para atraer al dominio de un tópico.
- De final abierto y se los puede abordar en niveles múltiples que involucren.
- Ayudan a ver conexiones entre tópico – propios intereses – experiencias previas.
- Ofrecen información acerca de lo que ya saben y lo que interesa aprender.
- Comprometen a los estudiantes en la práctica de sus comprensiones anteriores y les permiten confrontar algunos de los enigmas que presentan los Tópico Generativos.

(b) Investigación Guiada

Involucran a los estudiantes en el uso de modalidades de investigación centrales para la comprensión de las Metas.

Centrado en:

- Habilidades básicas tales como la observación cuidadosa, el registro preciso de datos; la síntesis de fuentes múltiples, el análisis de datos empíricos para refinar teorías.
- Desarrollar la comprensión de problemas concretos del tópico que para usted son importantes.

---

2. Reforma Educación Secundaria. Enseñanza para la comprensión. Presentación del enfoque educativo EpC por la sede central del MECD. Escuela Normal de Chinandega, Nicaragua. Marzo de 2004.

(c) Proyecto de Síntesis.

Son desempeños que demuestran con claridad el dominio que tienen los estudiantes de las Metas de Comprensión.

Características[2]:

- Invitan a trabajar de forma independiente, a sintetizar las comprensiones desarrolladas a lo largo de la unidad.
- Es un espacio social donde se piensa individualmente, se dan ideas, se construyen grupos para compartir y construir colectivamente.
- Corresponden a la última etapa y permiten que sinteticen y demuestren la comprensión desarrollada durante otros desempeños.

4. Valoración o Evaluación diagnóstica continua.

La Valoración continua es un conjunto de ciclos de retroalimentación centrado en la comprensión.

Estos ciclos son parte del proceso de Enseñanza – Aprendizaje e incluyen estrategias y herramientas variadas para ayudar a desarrollar la comprensión.

Dentro de estos ciclos hay momentos en donde la valoración puede ser formal, informal, oral o escrita; la realiza el docente, el experto, el compañero o el estudiante mismo. Cuenta con criterios y estándares claros y de calidad.

Evaluación es un proceso continuo de brindar a los estudiantes una respuesta clara sobre su trabajo y que contribuya a mejorar los desempeños de comprensión.

Estos deben ser:

- Claros.
- Públicos.
- Coherentes con las metas de comprensión.

V.1.3. Competencias[3]

Esta corriente fue afinada desde la óptica teórica del conductismo en el sentido de que tales acciones, una vez sencillas otras veces más complicadas son en definitiva acciones físicas, comportamientos específicos que el alumno tiene que realizar durante el período que está preparándose, y por tal razón es que estas fueron acogidas como una novedad importante y a la vez el espectáculo existente a ese momento, hoy también las universidades y otros centros educativos.

- **Capacidades y competencias***:* Las competencias son una especie dentro del género de las capacidades. Estas son potencialidades psíquicas y/o somáticas que los seres humanos poseemos. Así, puede sostenerse que una persona tiene gran capacidad (o pobre capacidad) de pensamiento que posee gran capacidad (o débil capacidad) de percepción, de sentimiento, de voluntad o se puede hablar de capacidad de mover objetos pesados, o para correr, para saltar o para manejar equis instrumento. Las capacidades son dimensionables.

En síntesis, las competencias son una especie dentro de las capacidades. Son, por lo tanto, capacidades como las demás, pero con ciertas características que las tipifican. Las características principales pueden ser:

- **Educación basada en competencias***:* Todos los rubros para alcanzar las metas educativas son importantes por igual, además de que unos y otros se vinculan para conseguir un fin, o el logro que establecen las competencias.

La educación basada en competencias es una nueva orientación educativa que pretende dar respuesta a los problemas que enfrenta la sociedad.

---

3. Mallas y Competencias. V Foro Nacional de Educación. Centro de Convenciones OLOFITO. Managua, Nicaragua. Julio de 2004.

VI. ENFOQUE METODOLÓGICO

El Ministerio de Educación Cultura y Deportes (MECD), consciente de la necesidad de la transformación del sistema educativo, ha proporcionado a la educación un carácter privilegiado, brindándole elementos para la vida y para ello la matemática juega un papel fundamental, todo esto basado en el enfoque metodológico: Enseñanza para la Comprensión (EpC).

Las Competencias esenciales para la vida se orientan a la formación de individuos creativos, reflexivos, críticos con capacidades para comprender, interpretar, adaptarse y transformar su realidad.

L@s profesores, desempeñando el rol de mediadores del proceso de aprendizaje de l@s estudiantes, alcanzarán plenamente este propósito en la medida que se considere a la Matemática que como objeto de estudio escolar, debe de ser presentado a l@s estudiantes atendiendo sus intereses y necesidades, para que lo construyeran a través de la acción transformadora.

Al iniciar los procesos de reconstrucción de los conceptos matemáticos en todos los grados, los docentes deben de considerar un periodo preparatorio para propiciar a los estudiantes la formación de esos conceptos. Es importante que los estudiantes partan de situaciones de su realidad, para que le encuentren sentido y significado al estudio de los conceptos matemáticos.

Los conceptos matemáticos serán reconstruidos mentalmente por los estudiantes partiendo de sus experiencias y conocimientos previos al nuevo conocimiento a reconstruir, apoyándose en la manipulación de objetos concretos, la visualización, juegos y situaciones problemáticas con datos de su realidad que les permitan analizar, reflexionar, explicar, transpolar y extrapolar, generalizar y dar sentido y significado al nuevo conocimiento matemático, para después seguir avanzando hacia las formas simbólicas que les faciliten la abstracción.

Todo este proceso seguido en la reconstrucción de nuevos conceptos matemáticos, facilita la comprensión y el razonamiento para luego memorizar reglas y definiciones, desarrollar destrezas en la aplicación de algoritmos y métodos de trabajo.

Una vez que l@s estudiantes han organizado su aprendizaje a nivel de abstracción, necesitan continuar usando esos conceptos y procesos matemáticos para descubrir nuevas generalizaciones y aplicaciones.

Lo anterior han de conllevar al análisis y la reflexión de situaciones cotidianas que se presentan en el ámbito social mas inmediato o del contexto nacional e internacional según convenga, de manera que propicie el desarrollo del pensamiento crítico y constructivo con responsabilidad e ir formando criterios relevantes y significativos en torno a la vida ciudadana; siendo clave la enseñanza de competencias está en la dependencia de la metodología y la estrategia empleada, relacionándolo con la vivencia y la sistematización practica.

VII. UNIDAD DIDÁCTICA: PROPORCIONALIDAD

VII.1. INTRODUCCIÓN

La nueva oferta educativa, se desarrolla en los aspectos estructurales, la diversificación, sus modalidades, el currículo basado en competencias para la vida, el trabajo y la convivencia y otros aspectos innovadores y retos de la transformación educativa, esto tendrá una visión amplia hacia una nueva cultura pedagógica en los centros educativos, para ello entonces, se hace necesario desarrollar estrategias de capacitación y formación de recursos humanos para la transformación educativa es ahí donde surge esta inquietud de generar un documento que permita al profesorado formular las primeras ideas del tratamiento que debiera de llevar la proporcionalidad.

VII.2. PLANEAMIENTO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Unidad Didáctica: Proporcionalidad

Tópico Generativo: “La proporcionalidad en nuestra vida”

Metas Abarcadoras:

1. Explicar la importancia y aplicación de la proporcionalidad en nuestro quehacer diario.
2. ¿Cuál es la importancia de la regla de tres y su aplicación en la vida diaria?
3. ¿Cuál es la importancia del porcentaje en nuestra vida?
4. ¿Cuál es la importancia y aplicación del interés simple

Contenidos	Metas de comprensión	Desempeños de comprensión	Valoración continua	Temporización
Proporcionalidad: 1. Razón. 2. Proporción. 3. Magnitudes proporcionales: directa e inversa. 4. Regla de tres. 4.1. Concepto. 4.2. Simple: directa e inversa. 4.3. Compuesta. 5. Porcentaje, tanto por ciento. 6. Interés simple. Elementos.	Desarrollar comprensión en: (a) Los conceptos de razón y proporción aplicados en la formulación y resolución de ejercicios y problemas. (b) Analizar e interpretar la regla de tres simple directa e inversa en la solución de ejercicios en la vida diaria.	**Exploración:** 1. Analizar y explicar los conceptos de razón y proporción y su aplicación en la formulación y resolución de ejercicios y problemas de la vida real. 2. Mediante lluvia de ideas los alumnos expresarán sus conocimientos previos sobre regla de tres, porcentaje, tanto por ciento.	1. Se observará la forma en que l@s estudiantes explican y analizan los conceptos de razón, proporción, magnitudes proporcionales, y como los aplican en la resolución de ejercicios y problemas de la vida real.	24 horas

Contenidos	Metas de comprensión	Desempeños de comprensión	Valoración continua	Temporización
	(c) El concepto de porcentaje y tanto por ciento en la solución de ejercicios y problemas de la vida real. (d) Analizar e interpretar la regla de tres compuesta y su aplicación en la resolución de ejercicios y problemas de la vida real. (e) Utilización de datos obtenidos en los periódicos para la elaboración de problemas.	3. Propondrán situaciones de la vida diaria en los cuales se apliquen proporciones, regla de tres, porcentaje, tanto por ciento e interés simple. **Etapa guiada:** 1. Los alumnos proponen y resuelven problemas de la vida diaria en los cuales se apliquen los conocimientos adquiridos en el desarrollo de la clase. 2. Resolución de guías de ejercicios. 3. A través de la discusión los alumnos podrán apropiarse de los conceptos estudiados. 4. Haciendo uso de debates los alumnos podrán aclarar dudas acerca de algunos contenidos.	2. Valorar las estrategias aplicadas por los alumnos en la resolución de ejercicios y problemas de la vida real. 3. Se observará la forma en que los alumnos proponen y aplican la regla de tres simple y compuesta en la resolución de ejercicios y problemas de la vida real. 4. Interés por aplicar los conocimientos adquiridos. 5. Empeño y dedicación en el proyecto de síntesis.	

Contenidos	Metas de comprensión	Desempeños de comprensión	Valoración continua	Temporización
		Proyecto de síntesis: Indagar en tres financieras y dos bancos cualesquiera, cuál es el que proporciona mayor facilidad en el pago de un préstamo.		

VII.3. DOCUMENTO DE ESTUDIO

Este documento está elaborado para l@s profesores como para l@s estudiantes.

§.1. Breve reseña histórica

Tales, vivió aproximadamente desde el 639 hasta 545 a. de C. Fue un rico y afortunado comerciante que desarrolló sus tareas como mercader en Mileto y sus innumerables negocios lo llevaron a recorrer muchos países. En generaciones posteriores, fue reconocido como uno de los **“siete sabios de Grecia”**. Hay muchas leyendas en torno a él. Una de ellas dice que, en cierta ocasión, Tales estaba encargado de transportar unas mulas cargadas con sacos de sal. Durante el trayecto, uno de los animales, mientras cruzaban el río, cayó al agua y la sal de su saco comenzó a disolverse, lo que aligeró enormemente el paso El animal, que no necesitaba inteligencia para darse cuenta de su cómoda situación, se metía en todas las charcas que veía en el camino y Tales decidió poner fin a su situación ventajosa cargando en sus bolsas esponjas.

Dedicó su vida, por completo, a la filosofía y a las matemáticas; fue excelente astrónomo, que predijo con exactitud un eclipse solar en el año 585 a. de C. y según cuenta una de las leyenda, mientras realizaba una de sus habituales caminatas nocturnas cayó en una zanja. Entonces, un anciano que pasaba por allí le ayudó, exclamando: “¿Cómo podéis saber qué ocurre en los cielos, si no veis lo que se encuentra a vuestros pies?”

A Tales se atribuyen sencillas proposiciones matemáticas que marcaron toda una época, como las que expresan: “todo diámetro divide al círculo en dos partes iguales”; “los ángulos de la base de un triángulo isósceles son iguales”; todo ángulo semiinscrito en un semicírculo es recto” (que es una verdadera ecuación).

En sus experimentos para determinar la altura de la gran pirámide, Tales dejó anotadas las nociones de razones iguales y proporciones.

Fue el primero que mostró la importancia del lugar geométrico y se le conoce como el padre de las matemáticas, la astronomía y la filosofía griega.

Más tarde y gracias a Eudoxio, “Euclides” en su libro (volumen 5) pudo exponer la teoría las proporciones. Tartaglia, en 1537 utilizó el signo II para indicar las proporciones.

En la Edad Media los árabes dieron a conocer la regla de tres. Leonardo de Pisa la difundió a principios del siglo XIII, con el nombre de “Regla de tres” o Regla de los Traficantes”.

El signo tanto por ciento (%) surgió como alteración de la abreviatura del ciento (Cto), que lo empleaban en las operaciones mercantiles. Delaporte fue el primero en utilizar el signo tal como lo usamos hoy.

§.2. PROPORCIONALIDAD

La **proporcionalidad** es uno de los escasos conceptos matemáticos ampliamente difundido en la población. Esto se debe a que es en buena medida intuitiva y de uso muy común.

Por ejemplo: La receta de un pastel indica que para cuatro personas se necesitan 200 g de harina, 150 de mantequilla, cuatro huevos y 120 g de azúcar. ¿Cómo adaptar la receta para cinco personas?

Según varios estudios, la mayoría de la gente calcularía las cantidades para una persona (dividiendo por cuatro) y luego las multiplicaría por el número real de personas, cinco. Una minoría no siente la necesidad de pasar por las cantidades unitarias (es decir por persona) y multiplicaría los números de la receta por $\frac{5}{4} = 1.25$ (lo que equivale a añadir una cuarta parte a los valores iniciales). El pastel con cinco huevos, 250 g de harina y 187,5 g de mantequilla y 150 de azúcar tendrá el mismo sabor que el otro, si el cocinero aficionado se muestra tan bueno como el *chef* que escribió la receta.

Las proporciones tienen una variada aplicación en matemática y en las ciencias en general. En la física por ejemplo, toda fórmula evidencia alguna proporción. En geometría, por su parte conocemos razones famosas como la división Área o divina y la más conocida: la razón entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro.

Pero las proporciones aparecen en los grandes puentes, en la espiral de una galaxia, en los rosetones de una catedral, en la anatomía de un insecto, en el cuadrante y en la composición de una fotografía, en la concha de un caracol, en nuestro cuerpo mismo; todo tiene en común una disposición en su forma o en su funcionamiento, que corresponde a una constancia íntimamente asociada a la proporcionalidad.

2.1. Razón

Muchas veces en la vida diaria y en las ciencias se necesita comparar medidas y cantidades. Cuando se desea comparar dos magnitudes tales como el largo y el ancho de una lámina, la longitud de dos segmentos, el área de dos figuras geométricas, la cantidad de hombres y mujeres de una región o de un país, la capacidad de dos recipientes o la votación obtenida por dos candidatos en una elección. En consecuencia podemos decir: **Dados dos números en un cierto orden, distinto de cero, se llama razón al cociente entre ellos.**

Ejemplo:

Las edades de dos hermanos son 9 y 12 años, entonces la razón entre la edad del menor y del mayor es:

$$\frac{9 \text{ años}}{12 \text{ años}} = \frac{3}{4}$$

o bien, 3 : 4 y se lee: "3 es a 4".

2.2. Proporción

Una proporción está formada por dos razones iguales:

$$a : b :: c : d$$

donde a, b, c y d son distintos de cero y se lee "a es a b como c es a d".

También se puede representar por

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

En conclusión, la igualdad de dos razones recibe el nombre de proporción.

Por ejemplo, 3 : 4 y 6 : 8 son dos razones iguales, entonces podemos construir la proporción:

$$3 : 4 :: 6 : 8$$

que se lee "3 es a 4 como 6 es a 8". Otra forma de expresar esa proporción es:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$$

Ejemplo

Una madre tiene 35 años y su hijo 15 años. Cuando la madre tenga 70 años (el doble), el hijo tendrá 50 años (que no es el doble). Estas dos magnitudes no son proporcionales.

Cuando desarrollamos los contenidos ***Razón*** y ***Proporción*** lo podemos relacionar con Porcentaje, Probabilidades y Funciones de proporcionalidad, etc.

2.2.1. Propiedad fundamental de las proporciones

En cada proporción se cumple lo siguiente:

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Ejemplo

$$3 : 4 = 6 : 8 \Rightarrow 3 \times 8 = 4 \times 6$$

Ejemplo

Las alturas de dos edificios están en la razón 4 : 5. Si el primero mide 20 (m), ¿cuánto mide el segundo?

Solución

$$\frac{20\ (m)}{x\ (m)}=\frac{4}{5} \Rightarrow x = 25$$

El segundo edificio mide 25 (m).

Ejemplo

Dos niños se reparten 42 canicas en la razón 3 : 4. ¿Cuántas canicas recibió cada uno?

Solución

El primer amigo recibió 3k canicas

El segundo amigo recibió 4k canicas

$3k + 4k = 42 \quad \Rightarrow \quad k = 6$

El primer amigo recibió $3 \times 6 = 18$ canicas

El segundo amigo recibió $4 \times 6 = 24$ canicas

2.2.2. Media proporcional geométrica

Sean a y b números positivos, entonces:

$$G = \sqrt{a \cdot b} \,,$$

en donde G es media proporcional geométrica entre a y b.

Ejemplo

$G = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$, en donde 4 es la media proporcional geométrica entre 2 y 8.

2.2.3. Proporción múltiple:

2.2.4. Una serie de razones está formada por tres o más razones iguales:

$$a : b :: c : d :: e : f$$

y se puede expresar como una proporción múltiple:

$$a : c : e :: b : d : f$$

Ejemplo

Serie de razones:

$$3 : 4 :: 6 : 8 :: 15 : 20$$

Proporción múltiple:

$$3 : 6 : 15 :: 4 : 8 : 20$$

Ejemplo

Las asistencias de personas a tres cines, en un día, estuvieron en la razón 7 : 6 : 5. Si al primer cine concurrieron 100 espectadores más que al tercero, ¿cuántas personas asistieron al segundo cine?

Solución

Al primer cine acudieron 7k asistente

Al segundo cine acudieron 6k asistente

Al tercer cine acudieron 5k asistente

$$7k = 5k + 100 \quad \Rightarrow \quad k = 50$$

Al segundo cine fueron $6 \times 50 = 300$ personas

2.3. Magnitudes proporcionales

Las cantidades que intervienen que una cuestión matemática son variables cuando pueden tomar diversos valores, y son constantes cuanto tienen un valor fijo y determinado.

Si una yarda de tela cuesta 30 córdobas, el costo del carrete de tela dependerá del número de yardas que tenga. Si tiene 5 yardas, su costo será de 150 córdobas. El precio de una yarda de tela no varía, entonces es una constante, en tanto que el número de yardas de la pieza y su costo varían, éstas serán variables.

Un ejemplo de cantidades variables y constantes es lo siguiente:

Si un auto tiene una velocidad constante de 40 kilómetros por horas, el espacio que recorra dependerá del tiempo que se mueva. Si avanza durante 2 horas recorrerá un espacio de 80 kilómetros. En este caso la velocidad (40 km) es una constante, mientras que el tiempo y el espacio recorrido, que toman sucesivos valores son variables.

Analicemos el siguiente ejemplo:

En una refresquería:

Para hacer 30 litros de limonada usamos 10 kg de limones.

Para hacer 60 litros de limonada usamos 20 kg de limones.

Para hacer 90 litros (el triple) de limonada usamos... kg de limones.

Formamos la tabla siguiente:

Limonada (Litros)	30	60	90	...
Limones (Kilogramos)	10	20	L	...

De las relaciones

$$\frac{30}{10} = 3; \quad \frac{60}{20} = 3; \quad \frac{90}{L} = 3$$, se obtiene que L = 30 kg

Estas dos magnitudes son proporcionales.

En base a los ejemplos anteriores, podemos decir que:

Dos magnitudes son **proporcionales** cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida (o viceversa) por el mismo número.

Hay muchas magnitudes en la vida real que son proporcionales y otras muchas que no lo son. A continuación aparecen varias relaciones entre magnitudes. Piensa cuáles son proporcionales y cuáles no

(a) El peso de un saco de patatas y su precio.

(b) El número de páginas de un libro y su precio.

(c) El número de páginas de un libro y el tiempo que se tarda en leerlo.

(d) El volumen del agua y su peso.

(e) La longitud de la circunferencia y su radio.

(f) El perímetro de un cuadrado y la longitud de su lado.

(g) El área de un cuadrado y la longitud de su lado.

(h) El peso de un bebé y su edad.

Las magnitudes proporcionales pueden ser **directa e inversa**.

2.3.1. Magnitudes directamente proporcionales

Un grupo de cuatro amigos desean hacer un paseo a Río San Juan. Por el alquiler de un microbús con capacidad hasta de 20 personas les cobran 6,000 córdobas. De manera que si sólo van los cuatro amigos les toca pagar a cada uno 1,500 córdobas. Como no tienen bastante dinero, deciden buscar más amigos para pagar menos dinero. ¿Cuánto pagarán si viajan 9 amigos? ¿si viajan 18?

En este acápite se verá la forma de resolver situaciones de este tipo que están asociadas a la idea de proporcionalidad, tanto directa como inversa.

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando el cociente o razón de las cantidades correspondientes es constante.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \ldots \ k$$

La constante k se llama **"constante de proporcionalidad**".

También, podemos decir, que dos magnitudes directamente proporcionales son aquellas que, al multiplicar una de ellas por un número, la otra queda multiplicada por el mismo número, o al dividir por un número, la otra queda dividida por ese mismo número.

Ejemplo

Si una cuadrilla de obreros hace en 4 días 20 metros cuadrado de una obra, en 8 días (doble número de días) hará 40 metros cuadrado (doble número de metros cuadrado) y en 2 días (la mitad) hará 10 metros cuadrado (la mitad de metros cuadrado).

Por lo tanto, el tiempo y las unidades de trabajo realizadas son magnitudes directamente proporcionales o que están en razón directa.

Otras magnitudes directamente proporcionales son:

- El tiempo y las unidades de trabajo realizadas.
- El número de cosas y el precio, cuando se paga en razón del número.
- El peso y el precio de una mercancía, cuando se paga en razón del peso.
- El espacio con la velocidad, si el tiempo no varía.
- El espacio, con el tiempo, si la velocidad no varía.
- El número de obreros empleados y el trabajo realizado.

Ejemplo

Si 5 caramelos cuestan C$ 25, entonces 10 de esos mismos caramelos cuestan C$ 50.

$$\frac{5}{\text{C\$ 25}} = \frac{10}{\text{C\$ 50}} = \frac{1}{5}$$

Ejemplo

Si con C$ 300.00 se pueden comprar 5 bolsas de bombones, entonces ¿cuántas de esas mismas bolsas de bombones se pueden adquirir con C$ 420.00?

Solución

Córdobas	300	420
Bolsas de bombones	10	x

Buscamos la constante de proporcionalidad:

$$k = \frac{\text{C\$ 300}}{10} = 3$$

Entonces,

$$\frac{\text{C\$ 420}}{x} = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 140$$

Se pueden comprar 140 bolsas de bombones con C$ 420.00.

Ejemplo

Un poste de 4 (m) de altura, en cierto instante, da una sombra de 6 (m). ¿Cuánto mide de alto otro poste, si en ese mismo instante, da una sombra de 15 (m)?

Solución

Altura del poste	4	x
Longitud de la sombra	6	15

Buscamos la constante de proporcionalidad:

$$k = \frac{4\ (m)}{6\ (m)} = \frac{2}{3}$$

Entonces,

$$\frac{x}{15\ (m)} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{3}\cdot 15 \quad \Rightarrow \quad x = 10$$

El poste mide 10 (m) de altura.

2.3.2. Magnitudes inversamente proporcionales

Se reparte un premio de lotería por valor de 6 millones de córdobas. Si hay un único acertante, le tocan 6 millones de córdobas; si hay dos (el doble), les tocan 3 millones (la mitad) a cada uno; si hay tres (el triple), les tocan 2 millones (la tercera parte) a cada uno; si hay cuatro, les tocan...

No. de acertantes	1	2	3	4
Premio en millones de córdobas	6,000,000.00	3,000,000.00	2,000,000.00	x

Observa que:

$$1\cdot 6{,}000{,}000 = 2\cdot 3{,}000{,}000 = 3\cdot 2{,}000{,}000 = 4\cdot x = \ldots, \text{ se deduce que } x = 1{,}500{,}000$$

De lo anterior podemos concluir que a medida que aumenta el número de acertantes la cantidad de dinero a recibir por cada uno de ellos disminuye. En este caso, se dice que dichas magnitudes son inversamente proporcionales.

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando el producto de las cantidades correspondientes es constante. Este producto se llama **constante de proporcionalidad inversa**.

$$a\cdot a' = b\cdot b' = c\cdot c' = \ldots = k$$

También, podemos decir que:

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales**, si cambian en la razón inversa; es decir, al multiplicar una de ellas por un número, la otra queda dividida por el mismo, y al dividir una por un número, la otra queda multiplicada por ese mismo número.

Ejemplo

Si 4 hombres hacen una obra en 6 días, 8 hombres (el doble) harían la misma obra en 3 días (la mitad de días) y 2 hombres (la mitad), harían la obra en 12 días (doble número de días).

Por lo tanto, el número de hombres y el tiempo necesario para hacer una obra son magnitudes inversamente proporcionales o que están en razón inversa.

Otras magnitudes inversamente proporcionales, son:

- El número de obreros empleado y el tiempo necesario para hacer una obra.
- Los días de trabajo y las horas diarias que se trabajan.
- La longitud con el ancho y la altura en general de cualquier dimensión de un cuerpo con otra, si la superficie o el volumen del cuerpo permanecen constante.
- La velocidad de un coche con el tiempo empleado en recorrer un espacio.

Ejemplo

Si con una cantidad fija de dinero se pueden comprar 3 bebidas que cuestan C$ 8 c/u, entonces con esa misma cantidad de dinero se pueden comprar 6 bebidas que cuestan C$ 4 c/u.

$$3 \times C\$\,8 = 6 \times C\$\,4 = \$\,24$$

2.4. Regla de tres

Las situaciones de proporcionalidad han dado lugar al aprendizaje de recetas conocidas con el nombre de reglas de tres, a como se muestra en el siguiente:

Ejemplo

Si 5 libras de papas cuestan 30 córdobas. ¿Cuánto cuestan 7 libras?

Solución

Cantidad de papas	Precio
5 libras	30 córdobas
7 libras	x córdobas

Resolviendo:

$$5\cdot x = 7\cdot 30 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7\cdot 30}{5} \quad \Rightarrow \quad x = 42 \text{ córdobas}$$

¿Por qué efectuamos así esta regla?

Son magnitudes directamente proporcionales y, por lo tanto, los cocientes son iguales:

$$\frac{5}{30} = \frac{7}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7\cdot 30}{5}$$

En general, podemos hacer un esquema para dos magnitudes que sean directamente proporcionales:

$$\left.\begin{array}{cc} \text{Magnitud 1} & \text{Magnitud 2} \\ a & b \\ c & x \end{array}\right\} \; a\cdot x = b\cdot c \;\Rightarrow\; x = \frac{b\cdot c}{a}$$

No siempre merece la pena aplicar una regla de tres, tal como se muestra en el siguiente:

Ejemplo

Si con 10 litros de gasolina recorro 60 Km, con 80 litros (8 veces 10 litros) recorreré 8 veces más, es decir $8\cdot 60 = 480$ Km.

En base al ejemplo anterior, podemos decir que:

> La regla de tres es la operación aritmética que consiste en calcular el cuarto término de una proporción conocidos los otros tres. Si en una regla de tres tan sólo intervienen dos cantidades se dice que la regla de tres es simple. Cuando en una regla de tres intervienen tres o más cantidades se dice que la regla de tres es compuesta.

En una regla de tres, los datos de la parte que resulta conocida del problema se denominan supuesto, mientras que los datos de la parte que contiene la incógnita recibe el nombre de pregunta.

Si 6 pelotas de volley ball cuestan 300 córdobas, ¿cuánto costarán 16 pelotas? Aquí el supuesto está constituido por 6 pelotas y 300 córdobas y la pregunta por 16 pelotas y x córdobas.

Resumiendo:

$$\text{Regla de tres} \begin{cases} \text{Simple: cuando intervienen en ella dos magnitudes} \\ \\ \text{Compuesta: Cuando intervienen tres o más cantidades} \end{cases}$$

Los métodos para resolver problemas de regla de tres, son:

(1) Método de reducción a la unidad;
(2) Método de las proporciones; y,
(3) Método práctico.

(1) Método de reducción a la unidad

Regla de tres simple directa

Ejemplo

Si 4 docenas de limón cuestan C$ 12.00, ¿cuántos cuestan 10 docenas?

Solución

Supuesto	4 docenas de limón	C$ 12.00
Pregunta	10 docenas de limón	C$ x

Si 4 docenas de limón cuestan C$ 12.00, una docena de limón costará 4 veces menos: C$ 12 ÷ 4 = C$ 3.00 y 10 docenas de limón costarán 10 veces más, C$ 3 x 10 = C$ 30.

Regla de tres simple inversa

Ejemplo

5 hombres hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la misma obra 10 hombres?

Solución

Supuesto	5 hombres	12 días
Pregunta	10 hombres	x días

Si 5 hombres hacen la obra en 12 días, 1 hombre tardaría para hacerla cinco veces más: 5 x 12 = 60 días y 10 hombres tardarían seis veces menos: 60 ÷ 10 = 6 días.

Los diez hombres realizan la misma obra en seis días.

Regla de tres compuesta

Ejemplo

3 hombres trabajando 10 horas diarias han hecho 90 metros de una obra en 12 días. ¿Cuántos días necesitarán 7 hombres, trabajando 5 horas diarias, para hacer 70 metros de la misma obra?

Solución

Supuesto	3 hombres	10 h. diarias	90 m	12 días
Pregunta	7 hombres	5 h. diarias	70 m.	x días

Si 3 hombres trabajando 10 horas diarias han hecho 90 metros de la obra en 12 días, 1 hombre tardará 3 veces más y 7 hombres siete veces menos:

$\frac{12 \times 3}{7}$ días, trabajando 10 horas diarias.

Si en lugar de trabajar 10 horas diarias, trabajaran 1 hora diaria, tardarían 10 veces más y trabajando 5 horas diarias, tardarían 5 veces menos:

$$\frac{12 \times 3 \times 10}{7 \times 5} \text{ días, para hacer 80 metros}$$

Si en lugar de hacer 90 metros hicieran 1 metro, tardarían 90 veces menos y para hacer 70 metros tardarían 70 veces menos:

$$\frac{12 \text{ x } 3 \text{ x } 10 \text{ x } 70}{7 \text{ x } 5 \text{ x } 90} \text{ días}$$

Luego,

$$\frac{12 \text{ x } 3 \text{ x } 10 \text{ x } 70}{7 \text{ x } 5 \text{ x } 90} = 8 \text{ días.}$$

(2) Método de las proporciones

Aplicaremos este método a los ejemplos anteriores.

Regla de tres simple directa

Ejemplo

Si 4 agendas cuestan 8 dólares, ¿cuánto costarán 15 agendas?

Solución

Supuesto	4 agendas	\$ 8.00
Pregunta	15 agendas	\$ x

Como a más agendas, más dólares cuestan, estas cantidades son directamente proporcionales y la proporción se forma igualando las razones directas. Entonces,

$$\frac{4}{15} = \frac{8}{x} \Rightarrow 4x = (8)(15) \Rightarrow 4x = 120 \Rightarrow x = \$\ 30$$

Regla de tres simple inversa

Ejemplo

5 hombres hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la misma obra 10 hombres?

Solución

Supuesto	5 hombres	12 días
Pregunta	10 hombres	x días

Como a más hombres, menos días, estas cantidades son inversamente proporcionales, y la proporción se forma igualando la razón directa de las dos primeras cantidades con la razón inversa de las dos últimas, o viceversa.

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{12} \Rightarrow 10x = (5)(12) \Rightarrow 10x = 60 \Rightarrow x = 6 \text{ días}$$

Regla de tres compuesta

Ejemplo

3 hombres trabajando 10 horas diarias han hecho 90 metros de una obra en 12 días. ¿Cuántos días necesitarán 7 hombres, trabajando 5 horas diarias, para hacer 70 metros de la misma obra?

Solución

El método de las proporciones consiste en descomponer la regla de tres compuesta en reglas de tres simples y luego multiplicar ordenadamente las proporciones formadas.

Al formar cada regla de tres simple, consideramos que las demás magnitudes no varían.

En este caso, tenemos tres proporciones:

1. 3 hombres hacen la obra en 12 días

   7 hombres la harán en y días

A más hombres, menos días; luego, son inversamente proporcionales. Entonces,

$$\frac{3}{7} = \frac{y}{12} \Rightarrow 7y = (3)(12) \Rightarrow 7y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{7}$$

2. Se emplean $\frac{36}{7}$ días trabajando 10 horas diarias

   Se emplearán z días trabajando 5 horas diarias

A más días menos horas diarias; luego, son inversamente proporcionales. Entonces,

$$\frac{\frac{36}{7}}{z} = \frac{5}{10} \Rightarrow 5z = (10)\cdot \frac{36}{7} \Rightarrow z = \frac{(10)(36)}{(7)(5)} \Rightarrow z = \frac{72}{7}$$

3. Se emplean $\frac{72}{7}$ días para hacer 90 metros de una obra

Se emplearán x días para hacer 70 metros de la misma obra

A más días más metros; luego, son directamente proporcionales. Entonces,

$$\frac{\frac{72}{7}}{x} = \frac{90}{70} \Rightarrow 90x = (70)\cdot\frac{72}{7} \Rightarrow x = \frac{(70)(72)}{(7)(90)} \Rightarrow x = 8 \text{ días}$$

(3) Método práctico

Regla práctica para resolver cualquier problema de regla de tres simple o compuesta

Se escriben el supuesto y la pregunta. Hecho esto, se compara cada una de las magnitudes con la incógnita (suponiendo que las demás no varían), para ver si son directa o inversamente proporcionales con la incógnita. A las magnitudes que sean directamente proporcionales con la incógnita se les pone debajo un signo + y encima un signo –, y a las magnitudes que sean inversamente proporcionales con la incógnita se les pone debajo un signo – y encima un signo +. El valor de la incógnita, será igual al valor conocido de su misma especie (al cual siempre se le pone +), multiplicado por todas las cantidades que llevan el signo +, partiendo este producto por el producto de las cantidades que llevan el signo –.

Regla de tres simple

Ejemplo

Si 4 libros de aritmética cuestan $ 120.00, ¿cuántos cuestan 10 libros?

Solución

	–	+
Supuesto	4 libros de aritmética	$ 120.00
Pregunta	10 libros de aritmética	$ x
	+	

Comparamos: A más libros más córdobas; luego, estas magnitudes son directamente proporcionales; ponemos + debajo de los libros y – encima; ponemos + también a $ 120.00

Ahora, el valor de x será igual al producto de 10 por 120, que son los que tienen el signo +, sobre 4 que tiene el signo –. Es decir, $x = \frac{(10)(120)}{4} = \$\ 300.00$

Regla de tres simple inversa

Ejemplo

Una cuadrilla de 5 obreros hombres hace una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la misma obra 10 hombres?

Solución

	+	+
Supuesto	5 hombres	12 días
Pregunta	10 hombres	x días
	–	

Comparamos: A más hombres menos días; luego, son inversamente proporcionales. Ponemos – debajo de hombres y + arriba; ponemos + también a 12 días. Ahora, el valor de x será igual el resultado de dividir el producto de las cantidades que tienen el signo + entre la cantidad que tiene el signo –. Es decir,

$$x = \frac{(5)(12)}{10} = 6 \text{ días.}$$

Regla de tres compuesta

Ejemplo

3 hombres trabajando 10 horas diarias han hecho 90 metros de una obra en 12 días. ¿Cuántos días necesitarán 7 hombres, trabajando 5 horas diarias, para hacer 70 metros de la misma obra?

Solución

El método de las proporciones consiste en descomponer la regla de tres compuesta en reglas de tres simples y luego multiplicar ordenadamente las proporciones formadas.

	+	+	–	+
Supuesto	3 hombres	10 h. diarias	90 metros	12 días
Pregunta	7 hombres	5 h. diarias	70 metros	x días
	–	–	+	

Comparamos: A más hombres, menos días; ponemos – debajo de hombres y + encima; a más horas diarias de trabajo, menos días en hacer la obra; ponemos – debajo de horas diarias y + encima; a más metros, más días, ponemos + debajo de metros y – encima; ponemos + también a 12 días.

El valor de x será el resultado de dividir el producto de las cantidades que tiene el signo + entre el producto de las cantidades que tienen el signo –. Es decir,

$$x = \frac{(3)(10)(70)(12)}{(7)(5)(90)} = 8 \text{ días}$$

2.5. Porcentaje, tanto por ciento

El tanto por ciento de un número es una o varias de las cien partes iguales en que se puede dividir dicho número, es decir, uno o varios centésimos, y se escribe con el signo %.

Las operaciones de tanto por ciento sirven para determinar la relación existente entre una cantidad fija 100 y otra variable denominada tanto.

Los elementos que intervienen son:

1. Base B, cantidad sobre la que se aplica el %.
2. Tanto por ciento %, cantidad que se toma por cada 100 unidades de la base.
3. Tanto por uno t, centésima parte del % y cantidad que se toma por cada unidad de la base.
4. Porcentaje p, cantidad que resulta de tomar el % de la base.

Cuando la base es 100, el % y el porcentaje son iguales y cuando la base es la unidad, el tanto por uno y el porcentaje también son iguales.

Para más objetividad, en lo sucesivo con mencionar el % deben sobreentenderse los demás datos.

5. Monto M, cantidad base más un x porcentaje, de donde resulta la fórmula M = B + p.

6. Diferencia D, cantidad base menos un x porcentaje, de donde resulta la fórmula $D = B - p$

Cálculo del porcentaje

Para encontrar el porcentaje basta multiplicar la base por el tanto por uno: $p = Bt$

Ejemplo

¿Cuánto se descuenta de una factura de $ 5,800.00, si el proveedor hizo un descuento del 5% por pronto pago?

Solución

% = 5

B = $ 5,800.00

p = x

t = 0.05

Se aplica la fórmula para el cálculo de porcentaje y resulta:

$$p = \$\ 5{,}800.00 \times 0.05 = \$\ 290.00$$

Ejemplo

¿Qué cantidad se debe pagar si por una factura de $ 3,200.00 el proveedor cobra adicional el 8% por flete de las mercancías?

Solución

% = 8

M = x

B = $ 3,200.00

p = x

t = 0.08

Se aplica la fórmula: $p = Bt$, y se obtiene: $p = \$\ 3{,}200.00 \times 0.08 = \$\ 256.00$.

Pero como esta cantidad es adicional al valor de la factura, se aplica la fórmula del monto y resulta:

$M = B + p = \$\ 3{,}200.00 + \$\ 256.00 = \$\ 3{,}456.00$, que es la cantidad que en realidad se debe pagar.

Cálculo de la base en función del porcentaje

De la fórmula del porcentaje se despeja B y queda:

$$p = Bt \Rightarrow B = \frac{p}{t}$$

O sea, que para encontrar la base se divide el porcentaje entre el tanto por uno.

Ejemplo

Por la compra de un artículo rebajan el 6% equivalente a \$ 96.00. ¿Cuál es el valor de la factura?

Solución

% = 6

B = x

p = \$ 96.00

t = 0.06

Se aplica la fórmula para obtener la base B. Entonces,

$$B = \frac{p}{t} \Rightarrow B = \frac{96}{0.06} \Rightarrow B = \$\ 1{,}600.00$$

El valor de la factura es \$ 1,600.00

Cálculo del tanto por uno en función del porcentaje

De la fórmula del porcentaje se despeja t y resulta $t = \frac{p}{B}$. O sea, basta dividir el porcentaje entre la base para encontrar el tanto por uno.

Ejemplo

Al concluir el año escolar en una escuela hay 60 alumnos en primer año, de los cuales 18 reprobaron en la asignatura de matemática, ¿qué % de reprobados hubo?

Solución

t = x

% = x

B = 60

p = 18

Se aplica la fórmula $t = \frac{p}{B}$, y se obtiene, $t = \frac{18}{60}$, o sea, t = 0.30. En consecuencia, reprobaron el 30% de los alumnos.

Cálculo de la base en función del monto

Se sabe que el monto M, está dado por la fórmula M = B + p, pero p = Bt; entonces,
$M = B + Bt \Rightarrow M = B(1 + t)$ y, en consecuencia, la base está dada por

$$B = \frac{M}{1+t}$$

Ejemplo

Una ciudad tiene 142,000 habitantes en este año, y su incremento poblacional se calculó en 4% respecto al año anterior, ¿cuántos habitantes había el año pasado?

Solución

% = 4

B = x

p = x

t = 0.04

M = 142,000

Mediante la fórmula de la base resulta:

$$B = \frac{M}{1+t} \Rightarrow B = \frac{142000}{1+0.04} \Rightarrow B = \frac{142000}{1.04} \Rightarrow B = 136{,}538 \text{ habitantes}$$

2.6. Interés simple. Elementos

Por medio de la **Regla de Interés** se puede encontrar la **ganancia** o **interés** que produce una suma de dinero o capital, prestado a un **tanto por ciento** determinado y durante un tiempo también determinado.

Aquí el capital se representa por c, el tiempo por t, el % por r y el interés o **rédito** por I.

El dinero nunca está inactivo, pues al darse en préstamo debe producir una ganancia para quien lo presta, la cual es un % dado de la cantidad prestada, cuyo % es convenido por las partes que hacen el contrato. Así, prestar dinero al 5% anual significa que por cada \$ 100.00 la persona que recibe el dinero pagará \$ 5 al año; al $1\frac{1}{2}$% mensual significa que se debe pagar \$ 1.50 al mes por cada \$ 100.00.

El interés se clasifica en **simple** y **compuesto**. El interés es **simple** cuando el **interés** o **rédito**, es decir, la ganancia que produce el capital prestado, se percibe al final de períodos iguales **sin que el capital varíe**. Y también puede ser **compuesto**, cuando los intereses que produce el capital se le suman al final de cada período formando un **nuevo capital**.

Deducción de fórmulas del interés simple

En las fórmulas que se deducen a continuación, r representa el tanto por ciento anual, es decir, lo que reditúan \$ 100 al año.

(1) Siendo el tiempo 1 año:

\$ 100	producen	r al año
\$ c	producen	I

Como el capital y el interés son directamente proporcionales, porque a doble capital, doble interés, formaremos la proporción igualando las razones directas:

$$\frac{100}{c} = \frac{r}{I}$$

y despejando en esta proporción I, c y r, tendremos:

$$I = \frac{c \cdot r}{100} \qquad c = \frac{100 \cdot I}{r} \qquad r = \frac{100 \cdot I}{c}$$

(2) Siendo el tiempo de varios años:

Es evidente que el interés que produce un capital c durante t años, es igual al interés que produce un capital t veces mayor durante un año, o sea el interés durante un año del capital ct.

Por lo tanto,

$ 100	producen	r al año
$ c·t	producirán	I al año

Al formar la proporción, tendremos:

$$\frac{100}{c \cdot t} = \frac{r}{I}$$

y despejando:

$$I = \frac{c \cdot t \cdot r}{100} \qquad c = \frac{100 \cdot I}{t \cdot r} \qquad t = \frac{100 \cdot I}{c \cdot r} \qquad r = \frac{100 \cdot I}{c \cdot t}$$

(3) Siendo el tiempo de varios meses:

Cuando el tiempo t represente meses, $\frac{t}{12}$ representará años de esa forma estaremos en el caso anterior:

$ 100	producen	r al año
$ $\frac{c \cdot t}{12}$	producirán	I

Formando la proporción, tendremos:

$$\frac{100}{\frac{c \cdot t}{12}} = \frac{r}{I}$$

Simplificando, queda:

$$\frac{1200}{c \cdot t} = \frac{r}{I}$$

despejando:

$$I = \frac{c \cdot t \cdot r}{1200} \qquad r = \frac{1200 \cdot I}{c \cdot t} \qquad c = \frac{1200 \cdot I}{r \cdot t} \qquad t = \frac{1200 \cdot I}{c \cdot r}$$

(4) Siendo el tiempo de algunos días:

El año comercial se considera de 360 días.

Cuando el tiempo t representa días, $\frac{t}{360}$ representará años, luego, diremos:

$ 100	producen	r al año
$ $\frac{c \cdot t}{360}$	producirán	I

Formando la proporción, tendremos:

$$\frac{100}{\frac{c \cdot t}{360}} = \frac{r}{I}$$

Simplificando:

$$\frac{36000}{c \cdot t} = \frac{r}{I}$$

y despejando:

$$I = \frac{c \cdot t \cdot r}{36000} \qquad r = \frac{36000 \cdot I}{c \cdot t} \qquad c = \frac{36000 \cdot I}{r \cdot t} \qquad t = \frac{36000 \cdot I}{c \cdot r}$$

Para aplicar esta fórmula debe considerarse que, siendo el % anual, cuando el tiempo sea en años se emplean las fórmulas con 100; cuando sea en meses con 1200, y en días, con 36000.

Cálculo del interés

Ejemplo

Hallar el interés de $ 450 al 5 % anual en 4 años.

Solución

Aplicamos la fórmula I con 100, porque el tiempo está dado en años:

$$I = \frac{c \cdot t \cdot r}{100} = \frac{450 \text{ x } 5 \text{ x } 4}{100} = \$90$$

Ejemplo

Un granjero hipoteca su granja en $ 3600 al $5\frac{3}{4}$ % anual. ¿Cuánto pagará de intereses al mes?

Solución

Hay que hallar el interés de 1 mes. Aplicamos la fórmula de I con 1200, porque el tiempo está en meses:

$$I = \frac{c \cdot t \cdot r}{1200} = \frac{3600 \text{ x } 1 \text{x} 5.75}{1200} = \$\,17.25$$

Ejemplo

Hallar el interés que han producido \$ 6000 invertidos durante 2 años, 8 meses y 6 días al $\frac{1}{2}$% mensual.

Solución

Hay que expresar 2 años, 8 meses y 6 días a días = 966 días, Entonces se aplica la fórmula de I con 36000, porque el tiempo está en días, pero para poderla aplicar primero se obtiene el % anual. Como es $\frac{1}{2}$% mensual se multiplica por 12 y se tiene $\frac{1}{2}$x12 = 6% anual.

$$I = \frac{c \cdot t \cdot r}{36000} = \frac{6000 \text{ x } 966 \text{ x } 6}{36000} = \$\ 4.27$$

Cálculo del capital

Ejemplo

¿Qué suma al $5\frac{1}{5}$% produce \$ 104 en 8 meses?

Solución

Aplicamos la fórmula de capital con 1200, porque el tiempo está en meses:

$$c = \frac{1200 \cdot I}{r \cdot t} = \frac{1200 \text{ x} 104}{5.2 \text{ x } 8} = \$\ 3000$$

Ejemplo

Por un dinero que recibí en préstamo al $\frac{1}{3}$% mensual y que devolví a los 80 días pagué \$ 400 de interés. ¿Cuál fue la suma prestada?

Solución

$\frac{1}{3}$% mensual = $\frac{1}{3}$ x 12 = 4 % anual

Se aplica la fórmula de capital con 36000 porque el tiempo está en días:

$$c = \frac{36000 \cdot I}{r \cdot t} = \frac{36000 \text{ x } 400}{4 \text{ x } 80} = \$\ 45000$$

Cálculo del por ciento

Ejemplo

¿A qué % anual se invirtieron \$ 75000 que produjeron en 24 días \$ 250?

Solución

Aplicamos la fórmula r con 36000 porque el tiempo está en días:

$$r = \frac{36000 \cdot I}{c \cdot t} = \frac{36000 \text{ x } 250}{75000 \text{ x } 24} = 5\% \text{ anual}$$

VII.4. ACTIVIDADES

Con la puesta en práctica de las actividades aquí planteadas nos proponemos que los estudiantes alcancen las siguientes competencias:

1. Comprenda la utilidad del concepto de proporción en la vida diaria y en otras disciplinas del saber humano.
2. Plantea y resuelve problemas, aplicando la regla de tres simple directa e inversa y el cálculo porcentual.
3. Crea y resuelve problemas aplicando la regla de tres compuesta directa e inversa y el interés simple.

Actividad No. 1

La presente actividad está enfocada a analizar las distintas situaciones que se presentan en la vida corriente y en otras ciencias con el propósito de llegar a comprender el concepto de proporción.

Materiales:

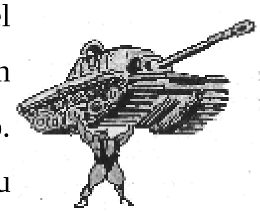
- Documento.
- Lapiceros.
- Hojas de papel.
- Calculadora.

Procedimiento:

- Forme equipos de tres integrantes.
- Leer, discutir y analizar las situaciones y ejemplos que se presentan en el documento.
- Responder las interrogantes que se presentan.

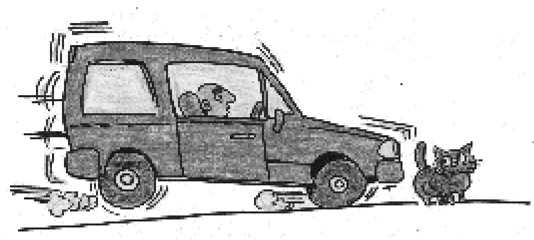
En la vida corriente utilizamos el término *PROPORCIÓN* con distintos sentidos:
Cuando decimos que alguien está bien proporcionado damos a este término un sentido de armonía y estética: “este niño ha crecido mucho, pero está bien proporcionado”

- Si comentamos que el éxito de una persona es proporcional (o está en proporción) a su trabajo ponemos de manifiesto la correlación entre estas dos variables: ÉXITO y TRABAJO.
- También solemos utilizarlo para comparar fenómenos en distintos ámbitos: "proporcionalmente una hormiga es más fuerte que un elefante " (el hombre no resiste las comparaciones con otros animales: un escarabajo puede levantar 850 veces el peso de su propio cuerpo. Proporcionalmente equivaldría a que un hombre levantara sobre su cabeza un tanque de 50 Tm. Una pulga puede saltar hasta 130 veces su altura. Para competir con ella un hombre debería saltar limpiamente la Giralda de Sevilla).



También se cometen errores:

- Hace años se estudió la reacción de un elefante macho al LSD (una droga). Los científicos calcularon la dosis que se debía administrar a partir de la cantidad que pone a un gato en estado furioso. Esta proporción fue trágica para el elefante pues inmediatamente empezó a correr y a trompetear, tuvo convulsiones y expiró.



En matemáticas esta palabra tiene un significado más restringido que trataremos de precisar:

Consideremos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1

En la siguiente tabla se relaciona la superficie de una valla a pintar y la pintura empleada.

m^2 de valla a pintar	1	1'5	2	4
Litros de pintura empleados	0'33	0'495	0'66	1'32

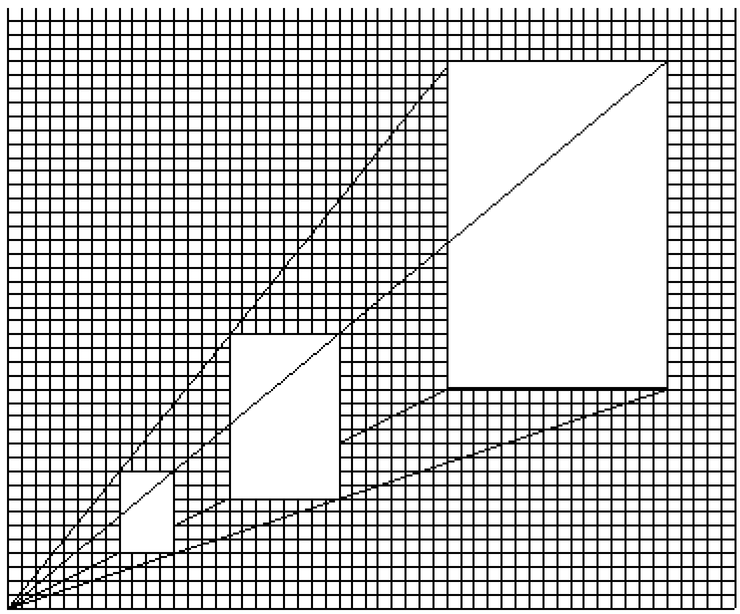
Ejemplo 2

Desde que un conductor ve un obstáculo, reacciona, pisa el freno y el coche realmente se detiene, se recorre una distancia que depende de la velocidad:

Velocidad que lleva (Km/h)	20	40	60	80	100
Distancia total de detención (m)	7	20'5	39'5	64	95

Ejemplo 3

Observa el dibujo y construye una tabla que relacione la altura de cada rectángulo con su base.



Ejemplo 4

El precio de un aparcamiento es:

Tiempo	**Precio**
hasta 1 hora	2 córdobas
hasta 2 horas	4 córdobas
....	....

En todos estos ejemplos existe una relación entre dos magnitudes. Además, cuando una varía provoca que varíe la otra. Podemos precisar aún más:

En el ejemplo 1:

- Al **doble** de m^2 de valla corresponde **doble** cantidad de litros de pintura.
- Al **triple** de m^2 de valla corresponde **triple** cantidad de litros de pintura.
- A la **mitad** de m^2 de valla corresponde la **mitad** cantidad de litros de pintura.

En el ejemplo 3:

- A **doble** base corresponde **doble** altura.
- A **triple** base corresponde **triple** altura.
- A **cuádruple** base corresponde **....** altura.

Cuando podemos utilizar este tipo de expresiones:
A doble . . . doble,
A mitad . . . mitad,
A triple . . . triple,
A un tercio . . . un tercio,
etc. . .,
decimos que las dos magnitudes son directamente proporcionales.

"La superficie de valla a pintar es **directamente proporcional** al volumen de litros de pintura".
"Las longitudes de las bases son **directamente proporcionales** a las longitudes de las alturas".

En el ejemplo 4 es conveniente observar que si sólo tomamos valores enteros puede parecer que existe proporcionalidad. No es así, como ponen de manifiesto los siguientes valores:

Tiempo	Precio
30 minutos	$ 1
60 minutos	$ 1
70 minutos	$ 2
140 minutos	$ 3

En este caso diremos que el precio del estacionamiento no es directamente proporcional al tiempo aparcado.
¿Y el ejemplo 2? Averígualo.

Actividad No. 2

¿Sabía usted que hay una manera de estimar cuántas Tilapias hay en el lago de Granada?

Con frecuencia los ambientalistas e inversionistas interesados en la explotación de los recursos marinos desean saber la población de una especie en particular, y por lógica sería imposible e impracticable hacer un conteo real.

Un método de estimar la población es la técnica de **captura** y **recaptura.**

En la presente actividad los estudiantes van a simular esta técnica usando granos de maíz blanco (o cualquier otra semilla) para representar los peces, y bolsas de papel o plásticas a colores para representar el lago de Granada.

Materiales

- Bolsas de papel o Bolsas plásticas.
- Puñado de maíz blanco.
- Papel y lápiz

Procedimiento

- Forme equipos de tres integrantes.
- Poner cierta cantidad de granos, sin contarlos, en la bolsa.
- Tomar n puñado de maíz de la bolsa, marcarlos y contar la muestra sustraída, este número representa las capturas, anote la siguiente razón.

$$\frac{\textit{Número original de granos marcados } (\textit{Capturados})}{\textit{Números de granos en la bolsa } (\textit{desconocidos o sea } X)}$$

- Retornar los granos de maíz marcados a la bolsa, mezclarlos bien para sacar la primera muestra (cuide que no se caiga ni extravíe ningún grano)
- Tomar la muestra y contar el número total de granos, este número representa la recaptura. Contar los granos marcados y anote la siguiente razón:

$$\frac{\textit{Número total de granos marcados en la muestra}}{\textit{Número total de granos en la muestra } (\textit{recaptura})}$$

- Basándose en las dos razones anteriores establezca la proporción y calcule el número total de granos en la bolsa (x) para su primera estimación.
- Construya una tabla como se muestra a continuación y anote los resultados
- Devolver los granos a la bolsa, mezclarlos bien y sacar la segunda muestra. Calcule la segunda estimación
- Continuar el procedimiento anterior hasta completar un total de 20 muestras.
- Sacar la media total de las 20 estimaciones.

No de muestra	**No total de granos**	**No de granos marcados**	**Estimaciones**
1			
2			
3			
N			
Promedio de estimaciones			

Análisis

1. ¿Por qué es una buena idea basar las predicciones sobre varias muestras en ves de una sola muestra?
2. ¿Qué sucedería si pierde o elimina un grano marcado durante el muestreo?
3. Encuentre el número de granos en la bolsa ¿Cómo es su estimación en relación al número real?
4. ¿Qué conclusiones podemos llevar?
5. Construya un gráfico donde refleje el número de muestras realizadas y las estimaciones encontradas.

Actividad No. 3

Materiales

- Canicas
- Cronómetro
- Regla de un metro
- Calculadora
- Papel blanco
- Lapiceros

Procedimiento

- Forme equipo de cuatro integrantes
- Deje caer a altura de 5, 20, 45, 80, 125 y 180 metros
- Mida el tiempo que empleó la canica al tocar el suelo en cada una de las alturas dadas
- Complete la tabla siguiente

h (m)	t (s)	$\frac{h}{t}$ (m/s)	t^2 (s^2)	$\frac{h}{t^2}$ (m/ s^2)
5	1	?	$1^2 = 1$	?
20	2	$\frac{20}{2} = 10$	?	$\frac{20}{4} = 5$
45	3	?	$3^2 = 9$	?
80	4	$\frac{80}{4} = 20$	?	?
125	5	?	?	$\frac{125}{25} = 5$
180	6	$\frac{180}{6} = 30$	$6^2 = 36$	?

Responda las siguientes interrogantes:

- ¿Es la altura h directamente proporcional a t^2? ¿Por qué?
- ¿Es la altura h inversamente proporcional a t^2? ¿Por qué?

- Da al menos 2 ejemplos presentes en tu entorno de magnitudes:
  - Inversamente proporcional
  - Directamente proporcional

Actividad No. 4

Materiales

- Bolsas plásticas
- Bolsas de papel
- 250 semillas (Maíz Blanco, Maíz amarillo u otras semillas)
- 250 semillas (Frijoles rojo, Frijoles negros, Frijoles blancos u otras semillas)

Procedimiento

- Forme equipos de tres integrantes, luego enumérelos.
- Se crearán (simularán) dos poblaciones de peces utilizando granos y/o semillas de dos tipos diferentes, para este ejemplo usaremos frijoles rojos y blancos, los granos de color rojo representarán las variables bajo estudio y los de color blanco representarán las otras especies.
- Los granos se pondrán en las bolsas de papel, la que simularán el lago de granada.
- Se crearán las siguientes poblaciones:

POBLACION 1: 100 granos de frijol rojo, 100 granos de frijol blanco.
POBLACION 2: 150 granos de frijol rojo, 150 granos de frijol blanco.

- Los grupos impares preparan las bolsas con sus granos para la POBLACION 1.
- Los grupos pares preparan las bolsas con sus granos para la POBLACION 2.
- Cada miembro del equipo debe de tomar una muestra sacando un puñado de granos de la bolsa, contar el número de granos rojos y blancos, encontrar la razón siguiente;

$$\frac{\textit{Número de granos rojos}}{\textit{Números de granos blan}\cos}$$

- Anote los resultados en la tabla para su primera muestra.
- Devolver los granos a la bolsa, mezclarlos bien y sacar una nueva muestra.
- Proceder con forme al paso anterior y anote su resultado hasta completar un total de 20 muestras.

TABLA DE RESULTADOS			
POBLACION 1		POBLACION 2	
100 granos de frijol rojo, 100 granos de frijol blanco.		150 granos de frijol rojo, 150 granos de frijol blanco.	
Muestras	Resultado	Muestras	Resultado
1		1	
2		2	
3		3	
4		4	
5		5	
20		20	

Análisis

1. Comparar los resultados para cada población.
2. ¿Son aproximadamente iguales?
3. ¿Se esperaba que fuera así?
4. Compare las razones de sus muestras con las razones conocidas de granos en las bolsas.
5. ¿Son los resultados de la muestra similar a las razones conocidas de la población?
6. ¿Se esperaban estos resultados? Escribe tu razonamiento.

Actividad No. 5

Materiales

- Documento
- Calculadora
- Lapiceros
- Hoja de papel blanco

Procedimiento

- Formen equipo de cuatro integrantes
- Leer y analizar regla de tres simple en el documento
- Analizar los ejercicios resueltos
- Aplique métodos diferentes en la resolución de los ejercicios resueltos
- Resolver los ejercicios propuestos
- Entregar los ejercicios propuestos

1. Si 4 libros cuestan 80 dólares, ¿cuánto costarán 15 libros?

Solución

	–	+
Supuesto	4 libros	80 dólares
Pregunta	15 libros	x dólares
	+	

A más libros más dólares; luego, estas magnitudes son directamente proporcionales; ponemos + debajo de los libros y – encima, y también + en 80. El valor de x será igual al producto de 80 por 15, que lo que tiene el signo +, dividido por 4 que tiene -, y tendremos:

$$x = \frac{80 \text{ x } 15}{4} = \$ \, 300$$

2. Una cuadrilla de obreros concluye una obra en 20 días trabajando 6 horas diarias. ¿En cuánto días la habrían terminado trabajando 8 horas diarias?

Solución

	+	+
Supuesto	20 días	6 horas diarias
Pregunta	x días	8 horas diarias
		–

A más días menos horas diarias; luego, estas magnitudes son inversamente proporcionales. Entonces, la proporción se forma igualando la razón directa de las dos primeras cantidades con la razón inversa de las dos últimas, o viceversa.

$$\frac{6}{8}=\frac{x}{20} \Rightarrow x=\frac{6\cdot 20}{8} \Rightarrow x=\frac{120}{8} \Rightarrow x=15 \text{ días}$$

3. Si 6 pintores necesitan 54 días para pintar un edificio, ¿en cuánto tiempo lo pintarían 18 pintores?

Solución

	+	+
Supuesto	6 pintores	54 días
Pregunta	18 pintores	x días
	–	

A más pintores menos días, las magnitudes son inversamente proporcionales; entonces, ponemos – debajo de pintores y + encima; además colocamos + encima de 24. Entonces,

$$x=\frac{6\cdot 54}{18}=18 \text{ días}$$

4. Una torre de 25.05 metros da una sombra de 33.40 metros. ¿Cuál será, a la misma hora, la sombra de una persona cuya estatura es 1.80 metros?

5. Un recién nacido aumenta en el primer mes la cuarta parte de su peso y en el segundo mes gana las dos terceras partes del aumento del primero. Al fin del segundo mes pesa 5 kg y 100 g. ¿cuánto pesó al nacer?

6. Una fábrica de bombones necesita, para envasar su producción diaria con cajas de $\frac{1}{2}$ kg, 3600 cajas. ¿Cuántas cajas necesitará si quiere que sean de $\frac{1}{4}$ kg? ¿Y si quiere que sean de 300 kg?

7. El agua de un depósito se extrae en 200 veces con un bidón de 15 litros. Calcule en cuántas veces se extraería con un bidón de 25 litros.

8. Realizamos un trabajo en 2 meses y somos 12 personas. Necesitamos hacerlo en sólo 18 días. ¿Cuántas personas debemos contratar?

Actividad No. 6

Materiales

- Calculadora
- Papel blanco
- Lapiceros
- Documento

Procedimiento

- Formen equipo de cuatro integrantes
- Leer, analizar los ejercicios resueltos
- Resolver los ejercicios 6 y 7
- Entregar resuelto los ejercicios 6 y 7

1. Un crucero por el Caribe para 200 personas durante 15 días necesita, para gastos de alojamiento y comida, $ 54,000. ¿Cuánto se gastará para alojar y alimentar a 250 personas durante 10 días?

G = Gastos	P = No. de personas	D = No. de días
$ 5,400	200 personas	15 días
$ x	250 personas	10 días

Veamos qué relación de proporcionalidad, directa o inversa, mantiene la magnitud **G** de la incógnita con las otras dos magnitudes. Es fácil observar que si **P** es constante entonces "a doble número de días, doble gasto; o que a triple número de días triple gasto; o que si reducimos las vacaciones a la tercera parte, el gasto se reducirá a la tercera parte;........ Resumiendo **G** es directamente proporcional a **D**.

De igual manera, si **D** es constante entonces **G** es directamente proporcional a **P**.

2. En la siguiente tabla intentaremos reducir el estudio de las magnitudes conocidas (en este caso personas y días) a uno.

Gastos ($)	5400	$\frac{1}{200}\cdot 5400$	$\frac{1}{15}\cdot\frac{1}{200}\cdot 5400$	$\frac{10}{15}\cdot\frac{1}{200}\cdot 5400$	$\frac{10}{15}\cdot\frac{250}{200}\cdot 5400$
Personas	1	1	1	1	250
Días	15	15	1	10	10

Por lo tanto:

$$x = \frac{10}{15}\cdot\frac{250}{200}\cdot 5400 = 4500$$

Escrito de otra forma:

9.000.000 —— 15 —— 200

x —— 10 —— 250

$$\frac{x}{9.000.000} = \frac{10}{15}\cdot\frac{250}{200}$$

3. Si 18 máquinas mueven 1200 m^3 de tierra en 12 días, ¿cuántos días necesitarán 24 máquinas para mover 1600 m^3 de tierra?

4. Con un mismo número de máquinas, para mover doble o triple cantidad de tierra, se necesitarán el doble o el triple número de días, respectivamente. Por lo tanto la relación de proporcionalidad es directa.

5. Para una misma cantidad de m^3 de tierra, doble o triple cantidad de máquinas tardarán la mitad o la tercera parte, respectivamente. Por tanto, esta relación de proporcionalidad es inversa.

18 máquinas —— 1200 m^3 —— 12 días

24 máquinas —— 1600 m^3 —— x días

$$\frac{x}{12} = \frac{1.600}{1.200}\cdot\frac{18}{24}$$

y despejando, x = 12.

6. En un mes, un equipo de 22 hombres ha realizado una calle de 16 m. ¿Cuántos metros realizarán 15 hombres en 22 días?

7. Una guarnición de 1.800 hombres tiene víveres para tres meses con raciones de 800 gr/día. ¿Cuál debería ser la ración si hubiese 2.100 hombres y los víveres tuvieran que durar 4 meses?

Actividad No. 7

Materiales

- Documento
- Calculadora
- Lapiceros
- Hojas de papel

Procedimiento

- Formar equipo de cuatro alumnos
- Leer y discutir en el documento: Regla de tres compuesta
- Discutir y analizar el ejercicio resuelto
- Resolver los ejercicios propuestos

Ejercicios

1. Si 3 hombres trabajan 8 horas diarias y hacen 80 metros de una obra en 10 días, ¿cuántos días necesitarán 5 hombres trabajando 6 horas diarias para hacer 60 metros de la misma obra?

Solución

	+	+	–	+
Supuesto	3 hombres	8 horas diarias	80 metros	10 días
Pregunta	5 hombres	6 horas diarias	60 metros	x días
	–	–	+	

A más hombres, menos días; ponemos – debajo de hombres y + encima; a más horas diarias de trabajo, menos días para terminar la obra: ponemos – debajo de horas diarias y + encima; a más metros, más días: ponemos + debajo de metros y – encima y + a 10 días.

El valor de x será el producto de 10 por 60, por 8 y por3, que tienen signo + dividido por el producto de 80 por 6 y por 5, y tendremos:

$$x = \frac{10 \text{ x } 60 \text{ x } 8 \text{ x } 3}{80 \text{ x } 6 \text{ x } 5} = 6 \text{ días}$$

2. Un cuartel de 1600 hombres tiene víveres para 10 días a razón de 3 raciones diarias por cada hombre. Si se refuerza con 400 hombres más, ¿cuántos días durarán los víveres si cada hombre toma 2 raciones diarias?

Solución

Supuesto	1600 hombres	10 días	3 raciones diarias
Pregunta	2000 hombres	x días	2 raciones diarias

A más hombres, suponiendo que las raciones no varían, menos días durarán los víveres: ponemos signo – debajo de hombres y + encima; a más raciones diarias, suponiendo que el número de hombres no varía, menos días durarán los víveres: ponemos signo – debajo de las raciones y signo + encima; además ponemos + en 10 días, y tendremos

	+	+	+
Supuesto	1600 hombres	10 días	3 raciones diarias
Pregunta	2000 hombres	x días	2 raciones diarias
	–		–

Entonces, x será igual al producto de las cantidades que tienen el signo +, que son 3, 1600 y 10, dividido por el producto de las que tienen signo –, que son 2000 y 2, y tendremos:

$$x = \frac{3 \text{ x } 1600 \text{ x } 10}{2000 \text{ x } 2} = 12 \text{ días}$$

3. Para realizar una auditoria a una empresa se han necesitado 6 auditores trabajando 12 horas diarias durante 5 días. ¿Cuánto días necesitarán 10 auditores trabajando 6 horas diarias para hacer una auditoria a una empresa igual?

4. Un grifo abierto 9 horas durante 8 días ha arrojado 5400 litros. ¿Cuánto litros arrojará durante 18 días?

5. Ocho bujías iguales, encendidas durante 4 horas diarias han consumido en 30 días 48 kw/h. ¿Cuánto consumirán 6 bujías iguales a las anteriores, encendidas 3 horas diarias, durante 20 días?

6. Transportar 720 cajas de libro a 240 km cuesta 12000 córdobas. ¿Cuántas cajas iguales se han transportado a 300 km si hemos pagado 15000?

Actividad No. 8

Materiales

- Documento
- Calculadora
- Lapiceros
- Hojas de papel

Procedimiento

- Formar equipo de cuatro alumnos
- Leer y discutir en el documento: Porcentaje

En esta actividad se dedicará al estudio de los porcentajes en la vida cotidiana y a realizar juegos de proporciones, ella se realizará en conjunto profesor – estudiantes.

El Porcentaje en la vida cotidiana.

"Una de las habilidades matemáticas más usadas en la vida diaria, en el comercio, en los medios de comunicación, etc, y que sin embargo, no se maneja con demasiada facilidad"

Si hay algún aspecto matemático sencillo que un ciudadano o ciudadana va a utilizar fuera de las aulas de clase es el de los porcentajes. Están presentes en las transacciones comerciales diarias (no hay que ser comerciante, basta con hacer las compras habituales o fijarse en las rebajas que con tanto bombo se suelen anunciar); en todo tipo de información de la prensa en particular en una sección muy apreciada por los estudiantes: los deportes o de los medios audiovisuales.

Es muy fácil constatar la poca soltura que suelen manejar los porcentajes complicados como: el 46% o el 73% o inclusive algunos muy sencillo como: el 20% o el 30%, cuyo cálculo tendría que ser automático.

Para explicar es situación pueden encontrarse situaciones complejas. Pero una primera reflexión no indica que dentro de la enseñanza se dedica muy poco tiempo a los porcentajes; mucho menos que a las fracciones y a los decimales. Hay algo así como una relación inversa entre el tiempo que se dedica en la escuela a cada una de esas tres formas de representar cantidades no enteras y la importancia (medida en su utilización en la vida diaria) que la sociedad le concede fuera de ella (al menos en la actualidad).

Antes de referirnos exclusivamente a los porcentajes es importante reflexión en que la fracciones y los decimales (a los que se les dedica bastante tiempo en la escuela) hay grandes errores y muy extendidos. La solución para dominar (un poco mejor, al menos) los porcentajes no está únicamente en dedicarle más tiempo, sino en hacerlo de otra forma. Y por otro lado, en general los porcentajes se suelen abordar de forma separada a las fracciones con lo cual parece que nos estamos refiriendo a otra cosa. **Quizás no estaría demás intentarlo ver de forma integrada.**

Vamos a presentar casos de la vida diaria en los que aparecen los porcentajes para su análisis posterior en la resolución de ejercicios.

Caso 1: **Algunas consideraciones sobre los márgenes comerciales**.

Con frecuencia escuchamos en ambientes comerciales expresiones como las siguientes:
"En este artículo gano el 100%" ¿Es correcta esta expresión? En caso afirmativo ¿que quiero decir?

Para responder a este caso, vale la pena fijarse en que en el caso de una venta el beneficio que se obtiene (y algunas veces, por desgracia, las pérdidas) se pueden calcular sobre el precio de venta o sobre el precio de compra. Por ejemplo, si se compra un artículo a C$ 50 y se vende a C$ 80, el beneficio es de C$ 30. Si lo queremos dar en porcentaje podemos decir que es 60% del precio de compra (de lo que nos costó: $\frac{30}{50} = 0.6$) o que es el C$ 37.5 del precio de venta (puesto que $\frac{30}{80} = 0.375$).

Por eso si doblamos el precio de compra para obtener el de venta, tendremos que hemos ganado el 100% respecto al precio de compra, por lo tanto efectivamente es correcta la expresión siempre que nos refiramos al precio de compra; si fuera respecto al de venta, una ganancia del 100% querría decir que no nos ha costado nada el artículo, que todo el dinero que hemos sacado de la venta es beneficioso. Respecto al precio de venta, ¿cuál es el porcentaje de beneficio que tendremos?

Parece bastante claro que el 50% (en efecto, si hemos comprado a N córdobas y hemos vendido a 2N, el beneficio es N, puesto que: $\frac{N}{2N} = 0.5$).

Caso 2: Situación de descuento y precios de venta de algunos artículos.

En el último mes de julio unos almacenes hicieron una rebaja del 15% sobre los precios de junio en los artículos de ropa para jóvenes. Un pantalón costaba en junio C$ 144. ¿Qué descuento hay que aplicarle? ¿Cuál es su precio de venta en julio?

El porcentaje es un caso particular de las proporciones. Un 15% de descuento significa que de cada C$ 100 del precio de un artículo, el comercio descuenta C$ 15. El importe del descuento es una magnitud proporcional al precio original. Por tanto, para resolver el problema hay que aplicar la siguiente regla de tres directa:

$$\begin{array}{l} \text{C\$ 100} \longrightarrow 15 \\ \text{C\$ 144} \longrightarrow x \end{array}$$

Y por tanto, el descuento aplicado es x = C$ 21.6. El precio final de venta es de

C$ 144 – C$ 21.6 = C$ 122.40

El porcentaje es quizá el ejemplo de función de proporcionalidad directa que con más frecuencia se presenta en la vida cotidiana.

Algunos Juegos con porcentajes

Una de las dificultades que se detectan en el aprendizaje de los porcentajes es que no se relacionan con sus equivalentes fraccionarios o decimales. Por ejemplo 25% es lo mismo que 0.25 que $\frac{1}{4}$ (o cualquiera de sus fracciones equivalentes: $\frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \ldots$, y por supuesto $\frac{25}{100}$).

Para interiorizar esas equivalencias podemos hacer uso de algunos juegos cuyo fundamento sea justamente esa equivalencia. Presentamos a continuación dos tipos (un dominó y un juego de cartas) que pueden reproducirse y utilizarse cuando se considere conveniente.

DOMINÓ DE FRACCIONES, DECIMALES Y PORCENTAJES

Se utiliza como procedimiento de juego el habitual para este tipo de juego, pero con la diferencia que se pueden poner en contacto, como iguales, distintas representaciones de un mismo número (tales como 75%, $\frac{3}{4}$, o 0.75). Las fichas podrían ser como las que se muestra a continuación:

			10%		20%		25%
	50%		75%		100%	0.1	10%
10%	0.2	10%	0.25	0.1	1/2	0.1	3/4
1/10	1	0.2	20%	0.2	1/4	1/5	0.5
1/5	0.75	1/5	100%	0.25	25%	1/4	50%
25%	0.75	1/4	100%	0.5	50%	0.5	3/4
0.5	1	0.75	75%	3/4	1	100%	1

Actividad No. 9

Materiales

- Calculadora
- Lapiceros
- Hoja de papel blanco

Procedimiento

- Formar equipo de cuatro integrantes
- Resolver los ejercicios propuestos

Ejercicios

1. Un comerciante al que llamaremos A, marca el precio de venta de todos sus artículos añadiendo el 25% al precio que le cuestan. Otro comerciante, al que llamaremos B, gana también en cada una de sus ventas el 25%, pero en este caso del precio de venta. Suponemos que en un determinado año los dos comerciantes A y B han tenido un mismo volumen de ventas, y también han coincidido para ambos los gastos generales (impuesto, personal, alquiler, etc…).
   - Puede usted explicar, ¿cuál de los dos ha ganado más dinero? ¿Por qué?

2. Poco antes de implantar los nuevos precios, el dueño de una tienda decide aumentar el porcentaje del descuento a aplicar a los artículos al 20% en vez del 15%. Calcula los importes de los descuentos con ese nuevo porcentaje así como los nuevos precios finales y escribe los resultados en la siguiente tabla.

Rebajas de julio			
Artículo	Precio original	Descuento	Precio final
Pantalón	250		
Camisa	150		
Chaqueta	180.55		
Zapatos	230		
Set ropa interior	125.88		

3. Al finalizar el mes de julio, el almacén decide aplicar un nuevo descuento de otro 20% sobre los precios vigentes en ese mes. Calcula los precios que debe aplicarse a los artículos anteriores en el mes de agosto.

Rebajas de agosto					
Artículo	Precio original	Descuento en julio	Precio en julio	Descuento en agosto	Precio final
Pantalón	14.40				
Camisa	9.00				
Chaqueta	34.80				
Zapato	19.20				
Set ropa interior	13.20				

4. En el campeonato de la Liga Nacional de Béisbol Profesional el equipo de León jugó 40 partidos de los que ganó 25, empató 10 y perdió 5 partidos. ¿Qué porcentaje representan los partidos ganados, empatados y perdidos?

5. En el aula de clase de 7º grado "A" hay 28 estudiantes en matricula Inicial pero, hasta la fecha asisten regularmente 27 estudiantes. Los aprobados en la primera evaluación del año escolar se reflejan en la tabla adjunta: Calcula el porcentaje de aprobados en las distintas asignaturas y el porcentaje de deserción hasta la fecha.

Asignatura	Matrícula final	Aprobados limpios	% aprobados	% reprobados
Matemáticas	20	12		
Lengua y Literatura	17	15		
Ciencia Físico Naturales	19	15		
Ciencias sociales	24	23		
Lengua Extranjera	27	20		

¿Quién tiene la Razón?

6. En el Instituto José Dolores Estrada de Nandaime los estudiantes de Octavo grado obtuvieron los siguientes resultados según cuadro adjunto.

	2004		2005	
	Matrícula	Aprobados	Matrícula	Aprobados
No repitiente	22	12	15	8
Repitiente	3	3	10	9
Total	25	15	25	12

Hasta aquí los datos son los mismos para todos. Lo que difieren son las interpretaciones.

A continuación mencionamos algunas de ellas.

- El ***director del centro*** expresa: el año 2005 marca un avance del 13% en el número de aprobados entre nuestros estudiantes de octavo. Es otra demostración del buen trabajo que han realizado a lo largo del año los docentes y estudiantes. Felicitaciones para todos.
- Un ***profesor del centro*** dice: Agradezco al director su comentario en lo que me afecta, pero no creo que haya que echar la casa por la ventana porque la tasa de aprobados no ha crecido más del 8%.
- Un ***estudiante*** comenta: como siempre, los docentes tienen un punto de vista muy extraño. Tanto si es repetidor como si no, este año las cosas han sido peor que en el 2004. No creo que sea cuestión de felicitarse.
- Un ***estudiante repetidor*** dice: No creo que haya que ponerse como el compañero, por que la verdad es que, repitiendo, en el 2005 tenías un 35.5% más de posibilidades de aprobar que el curso pasado.
- Otro ***estudiante repetidor*** expresa: en absoluto. repitiendo este año tenías un 10% menos de posibilidades de aprobar que en el 2004.
- Explique mediante cálculos porcentuales **¿Quién de todos tiene la razón?**

Actividad No. 10

Materiales

- Calculadora
- Lapiceros
- Hojas de papel
- Hoja de ejercicios

Procedimiento

- Formen equipo de cuatro alumnos
- Resuelvan los ejercicios que se te plantean
- Entrega los ejercicios resueltos

Ejercicios

1. Unos análisis hechos en una granja de 7200 animales han dado un 24 % de animales enfermos. Se emplea una dosis de vitamina A como tratamiento en 2 de cada 3 animales. ¿Cuántas dosis de vitamina A se necesitan?

2. Calcula el tanto por ciento de alcohol en una mezcla de 3 litros de alcohol y 5 litros de agua.

3. En una granja, la peste porcina mata al 18 % de los cerdos, quedando 164. ¿Cuántos han muerto?

4. Un cultivo de bacterias de un laboratorio tiene 120,000 bacterias y adquiere una enfermedad que produce la muerte del 16 % de la población. Tratadas las bacterias supervivientes con un producto muy eficaz se consigue aumentar la población en un 14 %. ¿Cuántas bacterias forman la población finalmente?

5. En una clase el 50 % de los estudiantes lleva gafas. El 30 % es rubio y el 10 % es rubio y lleva gafas. ¿Cuántos estudiantes no son rubios y no llevan gafas?

Actividad No. 11

Materiales

- Documento
- Calculadora
- Lapiceros
- Hojas de papel

Procedimiento

- Formar equipo de cuatro integrantes
- Leer y analizar en el documento de estudio: Interés simple
- Discutir los ejercicios resueltos
- Resolver los ejercicios propuestos

Interés simple

Si Juan presta a Pedro 30 dólares durante un cierto tiempo, éste tendría motivos para estarle agradecido. En las operaciones de comercio la gratitud no se espera; tales favores se pagan y el pago constituye el llamado **interés del capital**. Así, si Pedro devuelve 33 dólares, 3 es el interés de los 30 dólares prestados.

El interés **i** es directamente proporcional al capital **C** y al tiempo **t** transcurrido: suponemos que un mismo capital producirá doble o triple interés en el doble o el triple de tiempo y que en un mismo tiempo doble o triple capital producirá doble o triple interés.

Calcula el interés **i** que produce un capital **C** = 7.600 € durante **t** = 40 días al 6 % anual (llamado **rédito**, **tasa** o **tanto por ciento**).

	Capital		Interés		Tiempo (en días)
6% anual	100	→	6	→	360
	7600	→	i	→	40

Un capital de 100 dólares genera un interés de 6 dólares en un año comercial de 360 días.

Recordando la proporcionalidad compuesta:

$$\frac{i}{6} = \frac{7.600}{100} \cdot \frac{40}{360}, \text{ es decir, } i = \frac{7.600 \cdot 6 \cdot 40}{36.000}$$

Si en lugar de 7600 utilizamos un capital **C** cualquiera; en lugar del 6 % utilizamos un rédito **r** y en lugar de 40 días utilizamos un tiempo **t** cualquiera obtenemos las fórmulas del interés:

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000} \text{ (t en días);} \quad I = \frac{c \cdot r \cdot t}{1200} \text{ (t en meses).} \quad I = \frac{c \cdot r \cdot t}{100} \text{ (t en años)}$$

De estas fórmulas pueden deducirse otras que den el capital en función del interés, rédito y tiempo; el tiempo en función del capital, interés y rédito; y el rédito en función del tiempo, capital e interés.

Ejercicios

1. Qué interés produce un capital de 10,000 dólares en 10 años con un rédito del 5.25%.
2. Calcular el capital que debe imponerse 3 años al 5% para que los intereses sean de 60,000 dólares.
3. Un capital de 10,000 dólares impuesto al 3% produce 3,960 dólares. Calcular el tiempo de imposición.

Actividad No. 12

Materiales

- Hoja de ejercicios
- Calculadora
- Lapiceros
- Hojas de papel blanco

Procedimiento

- Formar equipo de cuatro integrantes
- Orientación del profesor de los tópicos a aplicar en la resolución de ejercicios
- Entregar los ejercicios resueltos

Ejercicios

En éste y los siguientes ejercicios si no se establece uno específico, el % se entiende que es anual.

1. Se toman $ 4800 en hipoteca al 7 %. ¿cuánto hay que pagar de interés mensual?
2. Si presto $ 120 al 1 % mensual, ¿cuánto me pagarán mensualmente de intereses?
3. ¿Cuánto producen 8200 dólares prestados al $\frac{1}{4}$ % mensual durante 90 días?
4. ¿Qué suma al $5\frac{1}{2}$ % en 5 meses produce 110 dólares?
5. ¿Qué capital al $7\frac{1}{2}$ % produce en 5 meses $ 400?
6. ¿A qué % se invirtieron $ 1254 que en 6 meses producen $ 410?
7. Con los intereses de 60,000 córdobas al 1 % mensual se adquirió un solar de 9,000 metros cuadrados, ¿cuánto tiempo estuvo invertido el dinero?

VIII. RECOMENDACIONES

1. Proveer a l@s profesores de un documento de apoyo para la docencia y disminuir el déficit cognitivo.

2. Incrementar la práctica motivadora de l@s estudiantes y su implicación en el proceso de aprendizaje, desde el punto de vista cognitivo.

3. Seguir relacionando el contenido proporcionalidad con su entorno y la vida diaria para seguir fortaleciendo sus conocimientos.

4. Implementar el trabajo compartido entre profesores del centro donde se pondrá en práctica el documento y resolver problemas de manera conjunta.

5. Poner en práctica el documento y compartirlo con los demás centros de estudio.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- Vizmanos, José. Anzola, Máximo. (2000). **Algoritmo 2000**, **matemáticas**. Ediciones SM. Madrid, España.

- Antúnez, S. (1992). **Del Proyecto Educativo al Aula**. Editorial Graó. Barcelona, España

- MECD. (2004). **Reforma de Educación Secundaria**. Enseñanza para la Comprensión. Managua, Nicaragua.

- MECD. (2004). **Enseñanza para la Comprensión** Segundo Proyecto Cero. Managua, Nicaragua.

- Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (1999). **Hacia la construcción de Nuevos Métodos y Estrategias en el proceso de Enseñanza – Aprendizaje**. León, Nicaragua.

- MECD. (2005). **Presentación. Estrategia de Matemática**. Managua, Nicaragua.

- Vizmanos, José. Anzola, Máximo. (2000). **Algoritmo 2000**, **matemáticas**. Ediciones SM. Madrid, España.

- Azcarane – Berubu et al. **Proporcionalidad geométrica.** Matemática 6. Ministerio de Educación y Ciencia. Dirección General de Renovación Pedagógica.

- MECD. (2005). **Módulo Interactivo de Matemáticas**. Managua, Nicaragua.

- Jiménez, Manuel. Briales José Francisco. (1988). **Matemática viva**. Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra. Madrid, España.