UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

UNAN – LEÓN

TESIS

UNIDAD DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA EN NOVENO GRADO DE SECUNDARIA EN DOS CENTROS DE ENSEÑANZA DEL DEPARTAMENTO DE LEÓN Y UNO DE CHINANDEGA, II SEMESTRE 2012.

PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN MENCIÓN MATEMÁTICA EDUCATIVA Y COMPUTACIÓN

AUTORES:

Br. DAGOBERTO LEONARDO REYES CARVAJAL

Br. MARÍA DE LOS ÁNGELES DÍAZ MORENO

Br. ROSA ESPERANZA TERCERO CHÉVEZ

TUTOR: MSC. JOSÉ RAMÓN AVENDAÑO

LEÓN, OCTUBRE 2013

DEDICATORIA

A Dios por haberme dado la inteligencia, sabiduría, la paciencia, la confianza y llevarme por el camino de la rectitud para ser un hombre de bien, forjador del futuro.

A mi madre Marina Carvajal Pérez por su amor y esfuerzo, que me enseñó lo mejor de mi vida, por creer en mí en todos los momentos buenos y difíciles que he pasado y constituir la base de mi vida, brindarme su apoyo incondicional e inculcarme muchos valores que me han ayudado a seguir mi camino.

A mi esposa Concepción González Hernández porque con paciencia y amor me dio la fuerza para luchar contra las adversidades para llevar acabo mi propósito.

A mis hijos Dagoberto Leonardo, Cynthia Yanina, Kepler Dagoberto, quienes son sinónimos de motivación, fortaleza, abrigo y ayuda idónea en la lucha por un futuro mejor.

A mi nieto José Leonardo a quien le digo:

Para triunfar en la vida lo que necesitamos es el amor; el amor vive entre nosotros.

Para llegar a ser un hombre de éxito hay que contar con un verdadero cargamento de cualidades, entre ellos: tenacidad, inteligencia, el trabajo tesonero sin tregua, la sabiduría y sobre todo nuestra inquebrantable fe en Dios quien nos ayuda alcanzar ese éxito y así seguir construyendo un mundo mejor.

Dagoberto Leonardo Reyes Carvajal.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo monográfico a Dios, que me ha dado la vida, fortaleza y sabiduría a lo largo de mis estudios.

A mis hijas Saraí y Génesis que han esperado con paciencia mis ausencias en el hogar. Y a mí esposo Salvador por su incondicional apoyo moral, económico, afectivo y espiritual para alcanzar con éxito mis metas.

Rosa Esperanza Tercero Chévez

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios por la fortaleza, sabiduría y perseverancia que me ha dado para lograr concluirlo.

A mi madre por apoyarme siempre en mis estudios tanto económica como moralmente.

A mis hermanos por incentivarme constantemente para terminar con éxito mis estudios.

María de los Ángeles Díaz Moreno

AGRADECIMIENTO

A nuestro tutor Lic. José Ramón Avendaño por brindar su paciencia y apoyo en la realización de nuestro trabajo monográfico.

Al Lic. Oscar Girón Herrera por colaborar en la realización de los ejercicios y problemas que contiene el material de apoyo para el estudiante.

A los profesores de matemáticas de los Institutos Benito Mauricio Lacayo, Señor de Esquipulas y Santos Edipcia Castillo, por brindar información sobre la unidad “Ecuaciones Cuadráticas”.

A los alumnos por su valiosa participación.

PRESENTACIÓN

El Ministerio de Educación actualmente está enfocado en la calidad educativa haciendo énfasis en la inclusión, retención y aprobación de los estudiantes. Sin embargo, no centra su atención en los verdaderos problemas de enseñanza que se presentan en las diversas disciplinas que se desarrollan en las aulas de clases.

Partiendo de investigaciones y de la experiencia vivida en la práctica docente, la asignatura de Matemática es la que presenta mayores índices de reprobación por diferentes factores especialmente por no concluirse el programa de estudios tal es el caso de la unidad VII Funciones y Ecuaciones de 9^{no} grado de secundaria que no se logra programar mucho menos desarrollarse, también por la carencia de libros de textos bien estructurado y fundamentados de acuerdo al programa.

Elaboramos una Unidad Didáctica sobre “Ecuación Cuadrática” como una propuesta educativa para mejorar la enseñanza, contiene modificaciones sobre metodología, tiempo y orden lógico para desarrollarse de forma sencilla, completa y eficaz.

Además incorporamos un material de apoyo de gran valor didáctico que está en correspondencia con la unidad.

Este trabajo está dividido en seis capítulos que son: Introducción a la investigación, Marco Teórico, Diseño metodológico, Resultados y Análisis, Unidad Didáctica, Conclusiones y Recomendaciones.

INDICE

Contenido Página

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN

1.1.-ANTECEDENTES

Después de realizar diferentes investigaciones sobre trabajos relacionados a la Ecuación Cuadrática comprobamos que existen diversas publicaciones en los sitios de Internet, tanto así que se han creado varios blogs en las redes sociales denominados webquest donde el usuario realiza preguntas sobre el tema respecto a su historia, importancia, utilidad en las ciencias, métodos y resolución de problemas. Con esto nos damos cuenta que la Ecuación Cuadrática es un tema de interés general en los propios estudiantes de secundaria así como de otros profesionales y docentes. Así mismo encontramos diferentes trabajos monográficos referentes al tema, de los cuales describiremos a continuación uno de ellos.

Cruz (2008), Presentó una investigación titulada “Diseño de una secuencia didáctica donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática” de fase prescriptiva como predictiva: el instrumento fue aplicado a profesores y expertos.

Concluye considerando que la investigación responde a sus cuestionamientos y objetivos, como es “Buscar la manera de generalizar el método de factorización en la solución de ecuaciones cuadráticas, con el fin de esclarecer algunas de sus formas, usos e interpretaciones de las ecuaciones, y así, dotar de elementos constructores para el diseño de una secuencia didáctica, que permita a los alumnos apropiarse de este conocimiento matemático” sin embargo, sugiere la puesta en práctica de las actividades de la secuencia didáctica para comprobar si realmente ayudan a mejorar y significar la solución de una ecuación cuadrática. Esta investigación refleja una relación con la presente propuesta al ahondar en estrategias metodológicas que faciliten la enseñanza – aprendizaje de la ecuación cuadrática en sus métodos a través de clases por descubrimiento guiado y tomando en cuenta el aprendizaje significativo.

1.2.-JUSTIFICACIÓN

La enseñanza de la Ecuación Cuadrática ha presentado muchas inconsistencias en su desarrollo. Hemos podido observar en los últimos años que el docente la ha abordado a grandes rasgos y la explica como aparece en los libros con los mismos ejemplos sin profundizar su conocimiento.

En los años 2010 y 2012 este contenido no ha sido programado en los TEPCE's debido a la prolongación del tiempo en otras unidades y la mala estructuración del programa ya que no presenta secuencia lógica en los contenidos.

El aprendizaje de la ecuación cuadrática al igual que todos los contenidos de matemática constituye un elemento importante para contribuir al desarrollo de las diferentes ramas del quehacer humano por sus incontables aplicaciones en otras áreas tales como: Física, Ingeniería, Mecánica, Arquitectura, etc. Como se sabe, algunos problemas de Física se les encuentran solución aplicando ecuaciones cuadráticas. En Matemáticas, por ejemplo: en Ecuaciones Trigonométricas, en Desigualdades Cuadráticas, etc. el alumno debe tener dominio pleno de las ecuaciones cuadráticas y de los métodos de solución.

Todo esto nos motivó a elaborar una unidad didáctica titulada Ecuación Cuadrática con el propósito de contribuir en la formación de su desarrollo y facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Esta unidad didáctica será de gran utilidad al profesor de matemática porque le ayudará a enseñar esforzándose principalmente en satisfacer sus necesidades, en cuanto a perfeccionar algunos aspectos pedagógicos metodológicos sin cambiar nada acerca de métodos de resolución, o sea el fundamento estructural.

Al estudiante para que aprenda a comprender algunas de sus aplicaciones y encausarlo en el proceso de razonamiento ya que el alumno puede aprender matemática sólo haciendo matemática.

Y al Ministerio de Educación para que retome esta sugerencia, haga una revisión y reestructure los contenidos del programa.

1.3.-OBJETIVOS

1.3.1.- OBJETIVO GENERAL

Diseñar una propuesta didáctica para el desarrollo de la ecuación cuadrática en noveno grado de secundaria en dos centros de enseñanza del departamento de León y uno de Chinandega.

1.3.2.- OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1.3.2.1.- Determinar la metodología de enseñanza – aprendizaje implementada por los docentes de matemática de 9^{no} grado de secundaria en el desarrollo de la ecuación cuadrática.

1.3.2.2.- Evaluar el tiempo asignado para el desarrollo de la ecuación cuadrática.

1.3.2.3.- Valorar la secuencia de contenidos previos.

1.3.2.4.- Comprobar si el material de apoyo usado para la enseñanza de la ecuación cuadrática está en correspondencia con los objetivos propuestos por el MINED.

1.4.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Siempre se ha hablado de diferentes problemas escolares ya sean estos de conducta, rendimiento académico, compresión de contenidos de diferentes asignaturas; especialmente en matemática donde se dan grandes desfases de contenidos tal es el caso de la última unidad de noveno grado, número VII Funciones y Ecuaciones, que en los últimos años 2010 - 2012 no se abordaron, ni siquiera se programaron en los TEPCE.

Debido a esto los alumnos que promueven al grado inmediato superior presentan grandes dificultades en las materias de Física y la misma matemática ya que tienen que aplicar la Ecuación Cuadrática en algunos contenidos; por ejemplo: En física para encontrar el tiempo utilizando las ecuaciones $d = v_0t + \frac{1}{2}at^2,\ h = v_0t \pm \frac{1}{2}gt^2$; en matemáticas tenemos las Ecuaciones Trigonométricas, Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas, desigualdades cuadráticas, entre otros contenidos.

Algunos maestros abordan esta unidad, pero, de manera superficial y a grandes rasgos, en la mayoría de las ocasiones no se les aclara bien las dudas que el alumno presenta, y el estudiante llega a considerar que las matemáticas son difíciles de aprender.

El fracaso en el aprendizaje de las Ecuaciones Cuadráticas y la fobia hacia las matemáticas aumenta. No es extraño escuchar frases como: “No le entiendo a la clase de matemática”, “Me da miedo”, “No me gusta” etc.

Este problema se ha venido agudizando con el pasar de los años, como docentes que somos hemos vivido y observado diferentes factores que afectan el cumplimiento del programa de estudio y por ende la calidad de la enseñanza del aprendizaje de esta asignatura.

Tales son:

1. Las afectaciones extra curriculares.
2. Indisciplina laboral.
3. Material de apoyo para el docente muy pobre en conocimiento.
4. Carencia de un buen material de apoyo para los estudiantes que incentive el autoestudio principalmente en las zonas rurales.
5. Falta de capacitaciones didácticas a los maestros sobre Ecuaciones.
6. Desinterés del alumno, ya que este no se esfuerza por asimilar lo que se le dice.

Ante esta situación ahondamos en el conocimiento de estos factores a través de encuesta aplicadas a docentes y alumnos.

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

En el presente trabajo de investigación sobre “El desarrollo de la Ecuación Cuadrática en noveno grado de Secundaria” se abordan temas sobre los diferentes métodos, técnicas, estrategias y modelos de enseñanza que sirven para la buena dirección del aprendizaje. Además se incluyen aspectos sobre el sistema evaluativo y la bibliografía que corresponde tanto al maestro como al estudiante.

Es por eso que este capítulo lo hemos dividido en cuatro epígrafes que son:

1. Metodología.
2. Sistema de evaluación.
3. Programa de estudio.
4. Textos auxiliares.

2.1.- METODOLOGÍA.

En el Proceso de Enseñanza Aprendizaje se hace referencia al término Metodología como el punto esencial del profesor para guiar el aprendizaje de sus alumnos. A partir de este se enlazan otros como método, técnica y estrategia que muchas veces tienden a confundir sus significados y son utilizados como sinónimos, por eso es importante definirlos claramente y establecer sus semejanzas y diferencias para darles la utilidad que corresponde y así obtener los beneficios que de ellos se espera.

Definiremos etimológicamente el término Metodología.

La palabra “Metodología” viene del griego. Está formada por methodos (métodos) y logía (ciencia o estudio de). Entonces metodología significa ciencia que estudia métodos.

Ahora definiremos el término desde el punto de vista de los teóricos.

Según Varela, O (1999). Citado por Losada, A. et al en Métodos, técnicas y estrategias de enseñanza - aprendizaje “Es la teoría sobre los principios, métodos y formas de conocimiento de las regularidades del proceso de la enseñanza y de la educación".

Esto significa que es la base sobre la que se apoya el Proceso de Enseñanza Aprendizaje.

También se describe como el conjunto de procedimientos didácticos expresados por sus métodos y técnicas de enseñanza tendientes a llevar a un buen término la acción didáctica, lo cual significa lograr los objetivos haciendo uso de procedimientos y materiales acertados a la tarea planteada en el menor tiempo posible.

Ahora hablaremos de otros términos relacionados con la metodología.

2.1.1.- MÉTODO

Etimológicamente la palabra Método se deriva del griego*methodos*, de meta, a lo largo y *odos*, camino, que quiere decir: "El camino seguido para llegar a un lugar determinado".

Otros autores lo definen así:

"Describir desde la actitud teórica una realidad estructurada". Habermas, (1968). Citado por Losada, A. et al. Esto significa detallar detenidamente el contenido de una materia siguiendo su estructura (orden) de acuerdo a los objetivos establecidos por cada profesor.

"El procedimiento o reglas generales por los cuales se investiga el objeto de estudio de la ciencia pedagógica". Varela, O. (1999) Citado por Losada, A. et al.

Esto quiere decir que son los pasos que se lleva a cabo para la realización del estudio de la ciencia en forma ordenada.

"Estudia las formas cómo se ordena un todo coherente, un sinnúmero de conocimientos de modo tal que resulten claras la relaciones, la interdependencia de las partes componentes del todo". Gallego, Badillo (1998). Citado por Losada, A. et al.

Quiere decir que para Gallego el método no es más que la secuencia lógica de un proceso bien definido donde se dejan claras las funciones de cada una de las partes.

"Conjunto de normas y ejercicios para enseñar o aprender algo. Orden, sistema y procedimiento que se sigue para enseñar o aprender algo". Neirici, Imidio (1980) Citado por Losada, A. et al.

"Orden previsto para realizar una actividad. Ordenación de las diferentes operaciones que integran una actividad compleja en vista a obtener un resultado". (Pacios, Arsenio) Citado por Losada, A. et al.

Podemos comprobar que los dos últimos autores tienen una concepción parecida sobre la definición del término Método. Para ellos significa establecer con anticipación un orden en los procedimientos para llevar a cabo una determinada tarea.

La clasificación de los métodos de enseñanza es muy amplia ya que están organizados de acuerdo a diferentes aspectos como: en cuanto a la forma de razonamiento, coordinación de la materia, concretización de la materia, actividades del alumno, globalización de los conocimientos, relación del profesor con el alumno, aceptación de lo que es enseñado, y trabajo del alumno, así como también otros que son específicos para algunos contenidos. Analizaremos brevemente algunos de ellos, empezaremos por describir aquellos que pueden ser utilizados en diferentes materias como:

- Método Deductivo: Cuando el asunto estudiado procede de lo general a lo particular. El profesor presenta conceptos o principios de los cuales son extraídas conclusiones o se examinan casos particulares sobre la base de las afirmaciones generales presentadas.

Este método sirve para la presentación de conceptos o definiciones donde se desglosa parte por parte las afirmaciones logrando comprender el todo.

- Método Inductivo: Cuando el tema se presenta por medio de casos particulares, sugiriéndose que se descubra el principio general que los rige. La inducción se basa en la experiencia, observación, en los hechos. Orientada experimentalmente, convence al alumno de la constancia de los fenómenos y le posibilita la generalización que lo llevará al concepto de ley científica.

Significa que se va presentando las particularidades que se utilizan para demostrar y llegar al todo, por ejemplo una fórmula o ecuación así como también las definiciones.

- Método Recíproco: Por el cual el profesor encamina a sus alumnos para que enseñen a sus compañeros.

Se refiere a la escogencia de los mejores alumnos para que sean entrenados en un tema y sirvan de monitores en los círculos de estudio.

- Método Individualizado: Modalidad de enseñanza que tiende a permitir que cada alumno estudie de acuerdo con sus posibilidades personales, en especial, al ritmo de trabajo de cada uno.

En este tipo de método el estudiante busca por sí solo la mejor manera de estudio.

- Método Colectivo: Cuando tenemos a un profesor para muchos alumnos. Este método es más económico y democrático. Sin embargo este tipo de enseñanza debe tener al alumno como un ser individual.

Este es el modelo de los salones de clase actuales donde el profesor explica de forma generalizada, pero al mismo tiempo toma en cuenta sus particularidades.

- Método de trabajo individual: En este método de trabajo escolar es adecuado al alumno por medio de tareas diferenciadas, estudio dirigido o contrato de estudio; el profesor cuenta con mayor libertad. Este método procura conciliar las diferencias individuales favorece el espíritu de grupo.

Se aplica cuando se deja una serie de ejercicios y el alumno los resuelve por si solo desarrollando sus habilidades y el poder de concentración y así como también venciendo sus propias dificultades.

- Método de trabajo colectivo: Se apoya en la enseñanza de grupo. Un plan de estudio es repartido entre los componentes de grupo, contribuyendo cada uno con una parte de la responsabilidad. A este método se le denomina también de enseñanza socializada.

Este método se hace efectivo cuando se realiza un trabajo con el esfuerzo común de los alumnos del grupo. Permite desarrollar la responsabilidad, colaboración equitativa y la ayuda mutua.

Abarcaremos también algunos de los métodos que se utilizan en Matemática específicamente para la resolución de problemas donde se aplica la ecuación cuadrática.

- Método Heurístico: (del griego *heurisko* = yo encuentro). Consiste en que el profesor incite al alumno a comprender antes que fijar, implicando justificaciones o fundamentaciones lógicas o teóricas.

Este se basa entonces en analizar y entender para luego plantear y resolver.

- Método de Polya: George Polya (1887-1985), matemático de origen húngaro, dedicó gran parte de su trabajo a desarrollar una teoría heurística para la resolución de problemas en matemáticas, pero el método general que él propone es más conocido como "Los cuatro pasos de Polya" que consiste en lo siguiente.

Este método está a la solución de problemas matemáticos por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre ejercicio y problema.

Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta.

Para resolver un problema uno hace pausa y reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta.

Esta característica de dar una especie de pasos creativos en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio.

Sin embargo es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estado mental de la persona que se enfrenta a ofrecer la solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuanto es 3 + 2. O bien para los niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? Le planteas un problema mientras que a uno de nosotros esta pregunta sugiere un ejercicio rutinario de dividir.

Hacer un ejercicio es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos entre otras cosas, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentamos a la tarea de resolver problemas.

Como apuntamos anteriormente, la más grande contribución de Polya en la enseñanza de las matemáticas es su método de los cuatros pasos para resolver problemas. A continuación presentamos un breve resumen de cada uno de ellos**.**

Paso 1: Entender el Problema.

1. ¿Entiendes todo lo que dice?

2. ¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?

3. ¿Distingues cuáles son los datos?

4. ¿Sabes a qué quieres llegar?

5. ¿Hay suficiente información?

6. ¿Hay información extraña?

7. ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2: Configurar un Plan.

¿Puedes usar una de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
2. Usar una variable.
3. Buscar un patrón.
4. Hacer una lista.
5. Resolver un problema similar más simple.
6. Hacer una figura.
7. Hacer un diagrama.
8. Usar un razonamiento directo.
9. Usar un razonamiento indirecto.
10. Usar las propiedades de los números.
11. Resolver un problema equivalente.
12. Trabajar hacia atrás.
13. Usar casos.
14. Resolver una ecuación.
15. Buscar una fórmula.
16. Usar un modelo.
17. Usar un análisis dimensional.
18. Identificar sub-metas.
19. Usar coordenadas.
20. Usar simetría.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

1. Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.
2. Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que se te prenda el foco cuando menos lo esperes!).
3. No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

1. ¿Es una solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
2. ¿Adviertes una solución más sencilla?
3. ¿Puedes ver como extiende tu solución a un caso más general?
4. Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oral o en forma escrita. Así, para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta. Este proceso lo podemos representar como sigue:

a.- Lea cuidadosamente el problema y piense en los datos que se dan, junto con la cantidad desconocida que debe encontrar.

b.- Denote la cantidad desconocida mediante una letra. Las frases que contienen palabras como, “que”, “encuentre”, “cuánto”, “a qué distancia” o “cuándo”, nos indican la cantidad desconocida.

c.- Si es posible, trace un croquis o diagrama con las anotaciones apropiadas.

d.- Haga una lista de los datos conocidos, junto con todas las relaciones que contienen la cantidad desconocida.

e.- Después de analizar la lista del paso 4 y tal vez leyendo el problema varias veces, formule una ecuación que describa precisamente lo enunciado en palabras.

f.- Resuelva la ecuación formulada en el paso 5.

g.- Verifique las soluciones obtenidas en el paso 6 refiriéndolas al enunciado original del problema. Observe cuidadosamente si la solución concuerda con las condiciones dadas.

h.- No se desanime, si no puede resolver un problema dado. Se requiere de mucho esfuerzo y práctica para adquirir habilidades para resolver problemas aplicados. ¡Siga intentándolo!

Finalmente podemos decir que este es uno de los mejores métodos para enseñar a analizar, interpretar y resolver problemas con los estudiantes ya que te permite de manera ordenada desarrollarlo desde el principio hasta el final.

- Método Lúdico: Es un conjunto de estrategias diseñadas para crear un ambiente de armonía en los estudiantes que están inmersos en el proceso de aprendizaje.

Este método busca que los alumnos se apropien de los temas impartidos por los docentes utilizando el juego.

El método lúdico no significa solamente jugar por recreación, sino por el contrario, desarrolla actividades muy profundas dignas de aprehensión por parte del alumno, empero disfrazadas a través del juego.

Se puede decir entonces que es una forma dinámica, interactiva y recreativa de construir el aprendizaje con los estudiantes.

Como dijimos anteriormente la clasificación de los métodos es muy amplia, cada uno de ellos tiene su propia utilidad y se les debe dar la importancia que merecen, tomando en cuenta esos detalles dirigimos nuestro trabajo en base a los métodos Deductivo, Inductivo y al de Polya porque consideramos que se adaptan al modelo de enseñanza seleccionado para desarrollar el tema, además porque son los más interactivos ya que le permiten al alumno y al maestro construir en conjunto el aprendizaje.

2.1.2.- TÉCNICA

Este término se deriva del griego: Technian, del latín: Technicus: como hacer algo. “Es el conjunto de procesos de un arte o de una fabricación”.

Esto quiere decir que técnica no es más que la forma o el modo de realizar una actividad.

“Técnica, es un conjunto de conocimientos acerca de procedimientos intencionalmente vinculados para actuar con la mayor eficacia y eficiencia posible, sobre un aspecto de la realidad social”. Ander-Egg, Ezequiel (1987). Citado por Losada, A. et al. Podemos decir entonces que es la habilidad de usar diferentes procedimientos en el momento oportuno.

Técnica de enseñanza se refiere a la buena utilización de los recursos con que se cuenta en el aula para el buen desarrollo de la actividad que se quiere enseñar. Es la habilidad que tenga el profesor de aplicar los procedimientos oportunos en los diferentes momentos de la clase.

2.1.3.- ESTRATEGIA

El término “estrategia” procede del ámbito militar, en el que se entendía como “el arte de proyectar y dirigir grandes movimientos militares”. (Gran Enciclopedia Catalana, 1978). Citado por Monerco, C. et al en Estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Hace más de medio siglo, el uso de este término se restringía al campo militar y al mundo de la diplomacia.

Este término se utiliza en los más diversos contextos, pero la incorporación de la estrategia a nuestro lenguaje común es relativamente reciente.

Las estrategias comenzaron a utilizarse en las ciencias pedagógicas en la década del 60 del siglo XX, coincidiendo con el comienzo del desarrollo de investigaciones dirigidas a describir indicadores relacionados con la calidad de la educación.

En la actividad educacional frecuentemente se utilizan diferentes denominaciones para distinguir el tipo de estrategia que se aplica. Así se utiliza el término de estrategia metodológica, educativa, pedagógica, didáctica, etc.

Estrategia educativa: "Es la proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo en cuya elaboración se interrelacionan de forma dialéctica y activa la comunidad educativa y la dirección institucional, para cumplir con calidad el encargo social de la escuela". (Rodríguez del castillo, M.A. y Rodríguez Palacios, A, 2005, p.26)

Para estos autores estrategia educativa es dar a conocer las ideas de cómo realizar algo, tomando en cuenta los medios y el tiempo determinado. Esto debe hacerse incluyendo a toda la comunidad educativa respetando las diversas opiniones con el fin de lograr el propósito de la escuela.

En el plano pedagógico se define como estrategia" la planificación, organización, ejecución y control de las acciones que deben conducir al grupo a niveles superiores de desarrollo…" Velazco Gallo, A, (1995) se entiende entonces como el proceso ordenado de acciones que conlleven al grupo lograr resultados excelentes en su aprendizaje.

Podemos finalizar diciendo que este término originalmente fue utilizado en el ambiente militar con el propósito de lograr la victoria siempre y cuando el estratega tuviera la habilidad de aplicarla; luego fue adoptado en educación con la diferencia que es utilizado para lograr un objetivo de aprendizaje. Las estrategias se aplican de forma muy intencional.

Estos términos tan utilizados en educación, son tan difíciles de diferenciar en actividades o momentos específicos durante el Proceso de Enseñanza Aprendizaje, pero en base a las definiciones analizadas anteriormente podemos resumir que la diferencia entre Método, Técnica y Estrategia consiste en que el primero es el camino que nos lleva a conseguir una meta, el segundo las operaciones de cómo vamos a recorrer ese camino y el último es la guía de las acciones a seguir.

También podemos establecer una relación entre ellos a partir de que los tres son parte fundamental del Proceso Enseñanza Aprendizaje y no puede estar separado uno del otro ya que existe una secuencia lógica entre ellos para lograr el objetivo propuesto.

2.1.4.- MODELOS DE ENSEÑANZA.

Revisando la literatura sobre modelos didácticos educativos encontramos diferentes definiciones sobre este concepto como la que plantea Escudero (1981) "Construcción que representa de forma simplificada una realidad o fenómeno con una finalidad de delimitar algunas de sus dimensiones(variables)que permite una visión aproximativa, a veces intuitiva, que orienta estrategias de investigación para la verificación de relaciones entre variables, y que aporta datos de la progresiva elaboración de las teorías".

Para Escudero entonces, modelo didáctico es la elaboración sencilla de una idea sobre una realidad o suceso donde se limita claramente los elementos que la integran, pero además permite que al ponerla en práctica se pueda verificar la relación entre ellos para luego aportar datos que continúen desarrollándola.

Según Gimeno (1988) "Representa la realidad y supone un distanciamiento de la misma. Es una representación conceptual, simbólica, indirecta, esquemática, parcial, selectiva de aspectos de esa realidad".

También constatamos que existe una variedad de modelos unos llamados tradicionales y otros alternativos entre los más comunes están:

- Modelo tradicional

Según lo escrito en el libro de Didáctica General (p.34) sobre Modelos Didácticos, el modelo didáctico tradicional está centrado en el profesorado y en los contenidos. Los aspectos metodológicos, el contexto y, especialmente el alumnado, quedaban en segundo plano. Pretende formar a los alumnos dándoles a conocer las informaciones fundamentales de la cultura vigente. Los contenidos se conciben desde una perspectiva más bien enciclopédica y con un carácter acumulativo.

Es característico de este modelo el castigo físico, los modales rancios y desfasados, los métodos de enseñanza acientíficos basados en el mero verbalismo y la repetición, los libros con contenidos demasiado anticuados con respecto al desarrollo científico, el mobiliario arcaico y el ambiente arquitectónico disfuncional y por supuesto, los antiguos planes de estudio.

Podemos darnos cuenta que este modelo es el más antiguo, el clásico modelo donde el profesor dicta la clase de manera frontal sin dar oportunidad a ninguna opinión diferente a la suya y sin acciones creativas ni participativas por parte del alumno, todo consiste en recepcionar y repetir al pie de la letra lo que se ha escrito. La parte interesante aquí es el dominio teórico en cada materia.

- Modelo Conductual

Basado en la teoría conductista de la psicología, la que destaca que la conducta humana se puede describir a partir de los estímulos y respuestas observables. Éste surge como una teoría psicológica y posteriormente se adapta su uso en la educación. Esta es la primera teoría que viene a influenciar fuertemente la forma como se entiende el aprendizaje humano.

John Watson, uno de los primeros conductistas, sostenía que la ciencia de la psicología debía únicamente ocuparse de acontecimientos observables. Además indicaba que no podemos observar hechos como pensar o sentir, ni podemos observar directamente la mente. Según el libro de Psicología. Fundamentos y aplicaciones (p.13).

Las bases del conductismo Watsoniano se encuentran en las obras de autores como Pavlov y Thornidike.

En los años 20 el conductismo Watsoniano tuvo gran aceptación entre los estudiosos de la materia y rápidamente se asoció a otras escuelas con principios similares, tal fue el caso de B. F. Skiner con el conductismo operante, cuyas ideas llegaron a convertirse en la principal corriente del conductismo.

El fisiólogo ruso Iván Pavlov quien descubriera el Condicionamiento Clásico se refiere a éste como la asociación de respuestas automáticas con nuevos estímulos. Es posible que aprendamos por condicionamiento clásico muchas de nuestras reacciones emocionales a diversas situaciones.

Thorndike estableció, pues, la base del condicionamiento operante, pero suele atribuirse a B. F. Skinner (1953) la elaboración del concepto. Skinner partió de la idea de que los principios del condicionamiento clásico sólo dan cuenta de una pequeña parte del comportamiento aprendido, puesto que casi toda la conducta humana es operante más que respondiente. El condicionamiento clásico sólo describe la forma en que las conductas se aparean con nuevos estímulos; no explica cómo se adquieren nuevas conductas operantes.

El condicionamiento operante es el aprendizaje en que una conducta voluntaria es fortalecida o debilitada por sus consecuencias o antecedentes.

Podemos decir que las obras de estos autores aunque presentan planteamientos diferentes siguen la misma línea de acción: estímulo-respuesta para observar una conducta determinada.

El currículum: Es cerrado y obligatorio para todos.

Los objetivos: Se jerarquizan y secuencian en generales, específicos y operativos, donde lo importante es llegar a identificar conductas observables, medibles y cuantificables.

La evaluación: Esta se centra en el producto que debe ser evaluable, en cuanto medible y cuantificable. El criterio de evaluación radica en los objetivos operativos.

La motivación: Esta es externa o extrínseca y se apoya en premios o castigos como reforzadores de aprendizaje.

Papel del profesor: Presenta contenido de forma secuenciada paso a paso mediante objetivos conductuales, verificando que los cambios producidos en los alumnos sean observables. Corrige las respuestas de las observaciones.

Papel del alumno: Es vista desde un modelo mecánico y conductista que debe emitir una respuesta.

Trato del conocimiento: Forma habilidades básicas de orden superior. Lo que importa es que se produzca una respuesta, no importa el producto.

Otros aspectos importantes de este modelo son:

La disciplina se convierte en tarea importante en el aula y cuando ésta falla se recomienda recurrir a las técnicas de modificación de conducta.

La inteligencia se entiende desde una perspectiva hereditaria, estática y sin posibilidad de mejora.

Los principios de las ideas conductistas pueden aplicarse con éxito en la adquisición de conocimientos memorísticos.

El comportamiento es la única vía de análisis científico de la psiquis humana.

Aprender es cambiar de comportamiento.

Enseñar es producir estímulos y refuerzos que conduzcan a un cambio observable de conducta. Tomado del folleto de Didáctica General p. 39 y 40.

Podría decirse que es un modelo muy cerrado porque sólo se fija en el comportamiento exterior del alumno y en el cambio que éste pueda producir en su persona. Limita la enseñanza de los estudiantes, mecanizándolos sin darse cuenta que pueden dar más de lo que realmente se observa y además no toma en cuenta los intereses que puedan tener en cuanto a su aprendizaje.

Podemos agregar que tanto el modelo tradicional como el conductual tienen mucha semejanza en cuanto a la disciplina, el papel del profesor y la evaluación. La diferencia entre ambos modelos es que el modelo tradicional es totalmente memorístico, mientras que el conductual propone acciones a través de estímulos-respuestas esperando cambios de conducta en los alumnos.

- Modelo cognitivo

De acuerdo con el enfoque cognitivo de la Psicología (Psicología. Fundamentos y aplicaciones p.15) las personas procesan, evalúan e interpretan la información y los acontecimientos, y sus respuestas están dirigidas tanto por estas “realidades subjetivas” como por la realidad física de los propios hechos. Los humanos piensan, planean, recuerdan y desarrollan expectativas, y estas actividades mentales son parte vital del fundamento de la conducta.

Otra teoría en la que se apoya este modelo es la del Aprendizaje Social de Albert Bandura (1986, 1997). Bandura opina que las teorías conductuales tradicionales del aprendizaje, aunque correctas, son incompletas, porque ofrecen una explicación parcial del aprendizaje y descuidan elementos importantes, en particular la influencia social sobre el aprendizaje.

Jerome Bruner plantea que “El conocimiento es útil a una persona cuando es descubierto por sus propios esfuerzos, integrándolo a lo que se conocía con anterioridad. Esta teoría favorece un tipo de aprendizaje basado en la inducción”.

Las ideas de los autores en las que se basa el modelo tienen en común el haberse enfocado en una o más de las dimensiones de lo cognitivo (atención, percepción, memoria, inteligencia, lenguaje, pensamiento, etc.).

Papel del profesor: Se tiene en cuenta la aportación de la psicología cognitiva a la didáctica. Secuencia el contenido en función de la madurez intelectual del alumno y a la lógica de las disciplinas.

Papel del alumno: Aprende en un ambiente rico en recursos. Se da prioridad al desarrollo de habilidades cognitivas.

Trato del conocimiento: Vienen tratados de diferentes puntos de vista con objetivos que se dan en un aprendizaje significativo.

Otros aspectos interesantes de este modelo son:

La psiquis posee y genera estructuras y engramas de pensamiento.

Aprender es ajustar esos esquemas y engramas, según la madurez del individuo y su desarrollo psicológico, así como sus experiencias previas.

Aprender es construir el pensamiento.

Este modelo trata de complementar la teoría conductual con los aspectos internos que las personas desarrollan, es decir, une lo exterior con lo interior, pero al final nos demuestra que lo más importante es el desarrollo intelectual seguido de los eventos observables. Finalmente, el alumno es capaz de analizar, interpretar y evaluar su aprendizaje permitiéndole formar un criterio propio sobre lo aprendido.

- Modelo Academicista o Intelectualista.

Según lo escrito por Bogantes Molina, Zaida (1998) en su libro “Planeamiento Didáctico” el enfoque academicista enfatiza en el proceso de selección y organización del contenido proveniente de la cultura sistematizada. Esto es, de los contenidos aportados por las diversas ciencias o disciplinas.

Los objetivos se orientan fundamentalmente al desarrollo del potencial intelectual de los alumnos, en tanto que las estrategias didácticas que se planeen tenderán a garantizar una efectiva transmisión de los contenidos seleccionados.

Se planifican básicamente técnicas tradicionales como la clase frontal o magistral, la lectura de texto, la conferencia, etc.

En este enfoque, el rol del docente se perfila esencialmente como la persona que posee y domina el conocimiento, que trata de “transmitir” a los alumnos. Esto conlleva un papel pasivo y receptivo por parte de los estudiantes. En cuanto al proceso evaluativo se recurre a la medición, para percibir “cuanto del contenido” ha sido asimilado y acumulado por los estudiantes.

Este tipo de modelo se basa únicamente en los saberes y conocimientos, no es integral o sea no abarca todos los interese del ser humano. Lo más importante es que el estudiantetenga excelentes conocimientos, dominio de la materia y el maestro sea un catedrático para profundizar en las materias y al final medir cuanto domina el alumno.

- Modelo Tecnológico

Este enfoque se caracteriza por utilizar el diseño instruccional, que es asumido por el docentecomounproceso de determinación de ciertasconductas observables que se espera logre el alumno. Se recurre, a los programas de estudio, como la fuente principal paraelaborar los planesdidácticos. Se da énfasisa la selecciónde recursos, medios o multimedios quegaranticenque, los alumnos procesarány asimilarán los contenidos como objeto de aprendizaje.

En este planeamiento se enfatiza, como elemento fundamental, el señalamiento de los recursos o medios didácticos tecnológicos a los que recurrirá el maestro, para conducir la transmisión de los contenidos, esencialmente los de la cultura sistematizada (materiales impresos de autoaprendizaje o enseñanza programada, televisión, radio, computadora, etc.).

Al seleccionar las estrategias didácticas, se recurre a métodos de enseñanza poco flexibles y a procedimientos de autoaprendizaje (entre ellos, la enseñanza instruccional o programada).

El proceso evaluativo en el enfoque tecnológico se enfatiza en la medición de los contenidos acumulados por los alumnos.

Es un modelo muy cerrado porque se rige sólo por la instrucción y el autoaprendizaje a través de la misma tecnología y no hace uso de otras técnicas de enseñanza que profundicen en el razonamiento y el análisis porque todo ya está programado en los medios tecnológicos, por lo que se puede deducir que el aprendizaje se vuelve mecánico. Lo más importante para este modelo es valorar el producto final de los estudiantes. Sin embargo, no podemos obviar los recursos novedosos que se utilizan en él.

- Modelo Constructivista – Humanista

Algunos aportes importantes sobre el modelo constructivista aparecen en el libro Planeamiento Didáctico de Bogantes Molina, Zaida (1998 p.29); quien expresa que éste se sustenta fundamentalmente en las teorías cognitivas del aprendizaje. En estas corrientes existen diversas posiciones, pero entre las que más han influido en el surgimiento del modelo están las posiciones de Ausubel, Piaget y Vigotsky.

Una de las posiciones fundamentales en este enfoque es la del Aprendizaje Significativo que aparece descrita en la (p.135-137) del libro antes mencionado. Ausubel es uno de los estudiosos que más ha profundizado sobre este aspecto. Su planteamiento parte de clarificar que, si bien el aprendizaje y la instrucción (enseñanza) interactúan, son relativamente independientes.

El autor se concentra en el análisis del aprendizaje, y desarrolla su posición en torno a la existencia de dos tipos opuestos de aprendizaje: el significativo (producción creadora) y el memorístico (repetición verbalista).

El aprendizaje significativo es el que se espera que alcance el alumno cuando la propuesta curricular se enmarca en las corrientes constructivistas. Este tipo de aprendizaje se da cuando el alumno, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los contenidos por aprender y les da un sentido, a partir de los conocimientos que ya posee. Es decir que hace una conexión entre lo conceptual con la práctica vivida.

El aprendizaje significativo supone, así, modificar los esquemas conceptuales que el alumno posee; esto implica partir de la realidad del alumno e impulsarlo a desarrollar su potencial de aprendizaje. Este tipo de aprendizaje es producto de la interacción entre una información nueva y la estructura cognitiva preexistente. Además de poseer ese bagaje de aprendizajes previos, es fundamental que el alumno tenga interés y se esfuerce en utilizarlos para incorporar los nuevos conocimientos.

En pocas palabras podemos decir que el aprendizaje significativo es el resultado de la combinación entre los conocimientos nuevos y los que el estudiante ha adquirido en su medio a lo largo de su vida, para transformarlos y a partir de ello crear nuevas ideas que beneficien su entorno sociocultural.

Otra teoría cognitiva muy interesante para este modelo es la "Zona de Desarrollo Próximo", posición considerada por Vigotsky, quien explica que el individuo posee dos niveles de desarrollo del conocimiento. Uno es el real o actual, que indica lo que el alumno ha conseguido por sí mismo; es decir, aquello que es capaz de aprender y hacer por sí solo; el otro es el potencial, que muestra lo que el individuo puede aprender y hacer con ayuda de los demás; es decir, con la colaboración de las personas que lo rodean.

La Zona de Desarrollo Próximo se define como la distancia entre esas dos zonas. En términos del propio Vigotsky, la zona de desarrollo próximo "…no es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de un compañero más capaz…". (Vigotsky 1978)

Esta teoría permite conocer la capacidad que tiene el alumno de aprender, a través de la conexión entre su conocimiento real y el conocimiento potencial.

De acuerdo a la información escrita en el módulo formativo "Metodología Participativa" del Instituto Técnico para la Administración y Economía (2010), el constructivismo es el postulado epistemológico sobre el que descansa la teoría de Jean Piaget, que considera la elaboración de las estructuras del conocimiento mediante el concurso de la actividad del sujeto. Es la sustitución del paradigma conductista por el paradigma cognitivo.

El constructivismo hace énfasis en el proceso considerado como forma activa y no como respuesta mecánica, es decir que las actividades son realizadas con mucho significado para el alumno y no son simples repeticiones. Todos estos aspectos del constructivismo lo orientan hacia el desarrollo humano ya que favorece el desarrollo de la memoria, razonamiento, aptitudes, capacidades físicas y otras, estas características hacen que sea humanista.

Los sujetos principales o protagónicos del constructivismo humanista lo conforman; un alumno, un maestro, y un director.

El alumno: Aprende significativamente en base a sus experiencias y va desarrollando sus capacidades que le faciliten su integración al desarrollo social-integral. En este modelo el estudiante es considerado como centro del proceso enseñanza-aprendizaje. Además debe tratarse como sujeto activo.

El maestro: Debe ser un verdadero facilitador del aprendizaje, debe estar consciente que es el quien realiza toda transformación curricular con actitud disponible al cambio que desea. El papel del maestro es guiar, orientar, mediar para que la o el estudiante penetre en el mundo de la cultura sistematizada, pero a partir de lo propio.

El director: Debe asumir como propia la responsabilidad que le corresponde en el centro educativo, estar consciente que es el líder de la comunidad con sus orientaciones, facilita la planificación, ejecución, es el primer responsable del cambio de actitudes de sus docentes en la transformación curricular.

Este enfoque privilegia el rescate de la experiencia previa en cada situación de aprendizaje por desarrollar. Lo hace al menos por dos motivos: para buscarle sentido al contenido educativo y para encontrar el sustento en la estructura del conocimiento de la persona, que permita una posterior desequilibración (entrar en duda), y con ello sentar las bases de nuevos esquemas de conocimiento.

Podemos decir entonces que la experiencia previa del estudiante es la base principal para la introducción del nuevo contenido, ya que ésta permite conectar la práctica real con la teoría descrita en la clase despertando en él mayor curiosidad e interés por aprender porque encuentra significado a lo que hace y experimenta la utilidad para practicarlo en su medio social. Aquí el alumno construye y reconstruye el conocimiento por eso se dice que es significativo.

Por todas las argumentaciones analizadas anteriormente enfocamos el desarrollo de la unidad didáctica en el modelo Constructivista – Humanista por considerarlo que es el más completo y coherente en cuanto a la relación entre los elementos del proceso educativo (maestro, alumno, contenido, metodología y evaluación). Además porque de acuerdo a sus planteamientos la enseñanza y el aprendizaje se desarrollan de forma mucho más interactiva y humana, ya que toma muy en cuenta los intereses particulares del estudiantepara que este sea creador y transformador de una sociedad. También porque este es un modelo que cumple con las exigencias de la sociedad actual (competitividad, creación e innovación).

No existe mejor forma de aprender matemática que haciendo matemática y este modelo pone en práctica la metodología activa–participativa creando oportunidades al estudiante de investigar, experimentar y asociar los conocimientos previos con los nuevos contenidos para transformarlos y hacerlos duraderos.

En cambio los modelos conductual, tradicional, cognitivo, academicista y tecnológico eran incompletos porque no integraban los intereses del alumno dentro de sus objetivos, y veían a éste como objeto, y no como sujeto de cambio.

Para concluir, podemos afirmar que ninguno de los modelos descritos y analizados en nuestra investigación está totalmente equivocado en su planteamiento, debido a que cada uno de ellos se puso en práctica en su época correspondiente y funcionó en un tiempo determinado, hasta que fue sustituido por otro de acuerdo a las necesidades que surgían con el tiempo.

2.2.- SISTEMA DE EVALUACIÓN

Cuando realizamos una actividad cualquiera que esta sea, estamos atentos ante cualquier falla y constantemente revisamos si todo marcha bien porque queremos perfección en los resultados. Lo mismo ocurre en el proceso educativo donde se evalúa el aprendizaje obtenido por los estudiantes para corroborar el cumplimiento de los objetivos propuestos con anterioridad. Dicho proceso se realiza en diferentes momentos y haciendo uso de los instrumentos apropiados para recolectar los datos de manera objetiva.

2.2.1- DEFINICIÓN DE EVALUACIÓN

Según el diccionario de la Real Academia Española la palabra Evaluación, se deriva del término francés "évaluer" que significa señalar, apreciar, calcular el valor de algo.

Lafourcade, Pedro D. (1972) dice que "La evaluación es entendida aquí como una etapa del proceso educacional que tiene por fin controlar de manera sistemática en qué medida se han logrado los resultados previstos en los objetivos que se hubieran especificado con antelación".

Significa que la evaluación es una exigencia del proceso educativo que permite medir constantemente los conocimientos adquiridos por el alumno.

Gronlund, Norman E. opina que "La evaluación en si no es meramente un conjunto de técnicas (la evaluación es un proceso) sino un proceso ininterrumpido que sirve de fundamento a toda buena enseñanza y a todo buen aprendizaje".

Para Norman, evaluar no basta sólo con la aplicación de técnicas para medir los aprendizajes sino el desempeño constante del alumno a lo largo de todo el período.

Coladarci explica que "La evaluación es un componente integral e indispensable del desarrollo y de la revisión de los procedimientos y estrategias educativas".

Cuando dice que es integral se refiere a que se evalúa todo lo referente al desarrollo del Proceso Enseñanza Aprendizaje.

"La evaluación es una actividad o proceso sistemático de identificación, recogida o tratamiento de datos sobre los elementos o hechos educativos, con el objetivo de valorarlos primero y, sobre dicha valoración, tomar decisiones". (García Ramos, 1989)

Aquí la evaluación es entendida como un proceso ordenado con el fin de recolectar información, analizarla y en base a ella tomar decisiones.

En el Manual de Planeamiento Didáctico y Evaluación de los Aprendizajes en Educación Secundaria (2010) se refieren a la Evaluación de los Aprendizajes como "el proceso por medio del cual se recolecta evidencia que permita establecer los logros de las y los estudiantes en cuanto a sus aprendizajes para poder emitir juicios de valor y tomar decisiones".

Finalmente podemos decir que la evaluación es la base fundamental del Proceso Enseñanza Aprendizaje, ya que ella permite juzgar y reflexionar para corregir los errores a tiempo y concluir con éxito los objetivos propuestos.

La evaluación es un proceso que se planifica igual que todo, especialmente porque este requiere de mucho cuidado ya que debe estar acorde a los objetivos del contenido y al modelo por el que se rige la educación en ese momento; para esta planificación se deben tomar en consideración las fases que se plantean en el Manual de Planeamiento Didáctico y Evaluación de los Aprendizajes en Educación Secundaria del Ministerio de educación (MINED) como son:

Fase I: La planificación de la evaluación implica dar respuesta a las siguientes preguntas:

¿Qué evaluaré?

Se trata de seleccionar que indicadores de logros, que actitudes y valores evaluaremos durante una unidad o sesión de aprendizaje, en función de las intenciones de enseñanza.

¿Para qué evaluaré?

Precisamente identificar para que nos servirá la información que recojamos: para detectar el estado inicial de los estudiantes, para regular el proceso de enseñanza aprendizaje, para determinar el nivel de desarrollo alcanzado en algún indicador de logro, otros.

¿Cómo evaluaré?

Seleccionar las técnicas y procedimientos más adecuados para evaluar las capacidades conocimientos y actitudes, considerando además los propósitos que se persigue al evaluar.

¿Con qué instrumentos evaluaré?

Seleccionamos e indicamos los instrumentos más adecuados. Los indicadores de logros son un referente importante para optar por uno u otro instrumento.

¿Cuándo evaluaré?

Precisamos el momento en que se realizará la aplicación de los instrumentos. Esto no quita que se pueda recoger información en cualquier momento, a partir de actividades no programadas.

Fase II: La recolección y selección de información

La obtención de información sobre los aprendizajes de los estudiantes, se realiza mediante técnicas formales, semiformales o no formales. Para que la información sea más confiable y significativa se debe proceder realizando aplicaciones sistemáticas de técnicas e instrumentos y no del simple azar. Por otra parte, la información es significativa si se refiere a aspectos relevantes de los aprendizajes.

Fase III: Interpretación y valoración de la información.

Se realiza en términos del grado de desarrollo de los aprendizajes establecidos. Se trata de encontrar sentido a los resultados de la evaluación, determinar si son coherentes o no con los propósitos planteados y emitir un juicio de valor. En la interpretación de los resultados también se considera las reales posibilidades de los estudiantes, sus ritmos de aprendizaje, la regularidad demostrada, y otros, porque ello determina el mayor o menor desarrollo de las competencias y actitudes. Esta es la base para una valoración justa de los resultados.

Fase IV: Toma de decisiones

Los resultados de la evaluación deben llevarnos a aplicar medidas pertinentes y oportunas para mejorar el proceso de aprendizaje. Esto implica volver sobre lo actuado para atender aquellos aspectos que requieran readecuaciones, profundización, refuerzo o recuperación. Las deficiencias que se produzcan pueden provenir tanto de las estrategias empleadas por el docente como de la propia evaluación.

Fase V: Comunicación de los resultados.

Esto significa que se realiza y se dialoga acerca del proceso educativo con la participación de los estudiantes, docentes y de las madres y padres de familia, de tal manera que los resultados de la evaluación son conocidos por todos los interesados. Así, todos se involucran en el proceso y los resultados son más significativos.

Estas cinco fases de planificación de la evaluación nos permiten reflexionar y darnos cuenta que realmente es un proceso muy delicado, por lo que debe ser elaborado de la manera más coherente y objetiva posible, debemos estar claros como profesores de lo que queremos informarnos y para eso debemos elegir las mejores técnicas e instrumentos necesarios para lograrlo, sin olvidar nunca los objetivos. De la correcta elaboración de la evaluación depende el progreso satisfactorio de todo el proceso. Debemos estar conscientes que a través de ella podemos darnos cuenta del buen o mal uso de estrategias y técnicas de enseñanza y saber actuar con la madurez necesaria para cambiarlas y mejorar.

2.2.2- TIPOS DE EVALUACIÓN

Según información recopilada de www.monografia.com esta clasificación atiende a diferentes criterios. Por tanto, se emplean uno u otro en función del propósito de la evaluación, a los impulsores o ejecutores de la misma, a cada situación concreta, a los recursos con que contemos, a los destinatarios del informe evaluador y de otros factores.

Describiremos a grandes rasgos los criterios anteriores.

- Según su finalidad y función:

Función Diagnóstica: Este tipo de evaluación nos permite detectar progresos y dificultades en un momento determinado. Es esencial en la evaluación inicial (aunque no exclusiva de este período), al inicio de un curso o al inicio de cada unidad educativa.

A través de la evaluación diagnóstica el profesor podrá darse cuenta de las capacidades del alumnado y si éste posee los requisitos necesarios para abordar el curso o las unidades a tratar. También es útil para conocer el grado de alcance de los objetivos propuestos en el curso y las habilidades y destrezas de los alumnos.

Quiere decir que esta función de la evaluación permite al maestro conocer de forma general las fortalezas y debilidades de su grupo al momento de iniciar cualquier actividad.

Función Formativa: La evaluación se utiliza preferentemente como estrategia de mejora y para ajustar sobre la marcha, los procesos educativos de cara a conseguir las metas u objetivos previstos. Es la más apropiada para la evaluación de procesos, aunque también es formativa la evaluación de productos educativos, siempre que los resultados se empleen para la mejora de los mismos. Suele identificarse con la evaluación continua.

Es una función efectiva en la evaluación ya que va junto al desarrollo de las actividades realizadas en cada contenido, es la que permite reconocer con mayor facilidad los logros y dificultades para realizar las mejoras de forma oportuna.

Aquí se destaca algo muy importante como es darle a la evaluación de productos una función formativa,ya que si se le da el valor correcto a ésta, con los resultados que se obtengan de ella se trabaja todo el proceso en mejora a lo próximos resultados, es decir que también el proceso está en dependencia de una evaluación a largo plazo que permita ver hacia atrás y retomar fortalezas y debilidades para mejorar.

Función Sumativa: Suele aplicarse más en la evaluación de productos, es decir, de procesos terminados, con realizaciones precisas y valorables.

Esta función de la evaluación es más cuantitativa, pero no podemos tampoco restarle méritos, ya que si la interpretamos de forma correcta, los resultados nos orientarán los errores cometidos en el proceso.

Es decir que esta función de la evaluaciónpermite darle un valor numérico a un determinado periodo o a todo el proceso, lo que permite la aprobación o reprobación del curso.

- Según su Extensión.

Evaluación Global: Se pretende abarcar todos los componentes o dimensiones del alumno, del centro educativo, del programa, etc. Se considera el objeto de la evaluación de un modo holístico, como una totalidad interactuante en la que cualquier modificación en uno de sus componentes o dimensiones tiene consecuencias en el resto.

Es un tipo de evaluación que ve a los componentes de la educación como un todo.

Evaluación Parcial: Pretende el estudio o valoración de determinados componentes o dimensiones de un centro, de un programa, del rendimiento de un alumno.

Es un tipo de evaluación más específico, centrada en analizar uno de los componentes de forma independiente.

- Según los agentes evaluadores.

Evaluación Interna: Es aquella que es llevada a cabo y promovida por los propios integrantes de un centro, un programa, etc.

Aquí van incluidas:

Autoevaluación: Al estudiante le corresponde el rol fundamental, es él quien debe llevar a cabo el proceso de evaluación.

Es un tipo de evaluación personal, ya que es el propio estudiante quien expresa sus logros y debilidades que ha tenido durante el proceso educativo.

Hetereo-evaluación: El profesor delinea, planifica, implementa y aplica el proceso evaluativo, el estudiante sólo responde a lo que se le solicita (la más utilizada).

Esta evaluación es planificada y dirigida por el profesor para todo el grupo de estudiantes que él atiende.

Coevaluación: Se realiza en conjunto, ya sea por algunos de sus miembros o del grupo en su conjunto.

Este tipo de evaluación es recíproca. Por ejemplo el grupo de estudiantes da su punto de vista sobre el desarrollo de la clase al profesor y éste hace lo mismo en cuanto a la actuación de sus estudiantes con el fin de obtener mayores progresos en sus actividades.

Evaluación Externa: Se da cuando agentes no integrantes de un centro escolar o de un programa evalúan su funcionamiento. Suele ser el caso de la "evaluación de expertos".

- Según el momento de aplicación.

Evaluación Inicial: Es la que se efectúa al inicio y posibilita el conocimiento de la situación de partida, ésta es importante para decidir sobre el punto de partida y también para establecer, más adelante, los verdaderos logros y progresos de los alumnos atribuibles a su participación en una experiencia de enseñanza aprendizaje formal.

Este tipo de evaluación le permite al docente apreciar el nivel de conocimientos que posee el estudiante al momento de iniciar el curso y a partir de eso decidir si puede dar inicio a su programa o reafirmar contenidos previos si es necesario.

Evaluación Procesual: Se realiza una evaluación de este tipo si el enjuiciamiento o valoración se realiza sobre la base de un proceso continuo y sistemático del funcionamiento y progreso de lo que se va a juzgar, en esta ocasión, los aprendizajes de los alumnos en un periodo determinado.

La evaluación procesual es imprescindible si se quiere tomar decisiones adecuadas y oportunas conducentes a mejorar los resultados en los estudiantes.

Evaluación Final: Es posible que todo profesor lleve a cabo un proceso de evaluación final, para determinar los aprendizajes al término del periodo que se tenía previsto para desarrollar un curso o unidad, con el cual los alumnos deberían lograr determinado objetivos.

Hemos mencionado mucho que para evaluar necesitamos hacer uso de diferentes técnicas e instrumentos, pero antes debemos preguntarnos ¿Qué es una técnica? Como ya analizamos este concepto anteriormente en este trabajo podemos decir brevemente que técnica no es más que las operaciones o sea el procedimiento para llevar a cabo una actividad. Y ¿Qué es un instrumento? Es una herramienta específica que se aplica para recoger la información de forma sistematizada y objetiva. Es un recurso que se utiliza bajo una técnica concreta.

Necesitamos conocer primero las diferentes técnicas e instrumentos de uso general para seleccionar el más adecuado a cada situación de aprendizaje. Aquí presentamos las más comunes.

Tabla 1: Técnicas e instrumentos para la evaluación del aprendizaje.

Técnica	**Instrumento**
Observación	Lista de cotejo
El proyecto	Guía de observación
Pruebas Objetivas	Entrevistas, exámenes
Pruebas Orales	Rangos o escalas
El portafolios	Registro Anecdótico
Técnica de la pregunta	Entrevista, cuestionario, pruebas de desarrollo.

Definiremos ¿Qué es la observación? Es la captación inmediata del objeto, la situación y las relaciones que se establecen, consisten en la observación directa, por parte de la o el maestro, de todo el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Es una de las técnicas más utilizadas para constatar valores, actitudes de los comportamiento, nivel de integración, conducta, sin embargo es importante que el maestro utilice instrumentos adecuados para suregistro, de lo contrario, las observaciones serán muy subjetivas con peligro que se mezclen hechos y opiniones.

¿Qué es lista de cotejo?

La lista de cotejo es un instrumento de evaluación que registra las características, comportamientos, actuaciones, proceso o productos de aprendizaje. Sirve para constatar la entrega o evidencia del trabajo desarrollado en clase y asigna una valoración al mismo.

Es un instrumento de recolección de información. A través de ella se recogen evidencias de aprendizajes de los estudiantes durante el proceso de enseñanza. Es utilizado para evaluaciones de proceso.

2.3.-PROGRAMA DE ESTUDIO.

El Ministerio de Educación en el libro “Programa de Estudio de Matemáticas Educación Secundaria (7mo, 8vo, 9no grado)”del año 2009, propone para la asignatura de Matemática de noveno grado el siguiente cuadro de distribución de las unidades en el tiempo.

Tabla 2: Distribución de unidades en el tiempo.

Número y nombre de la unidad	Tiempo horas/clase
I. Estadística	18
II. El conjunto de los números reales	18
III. Factorización	18
IV. Operaciones con radicales	24
V. Sistemas de Ecuaciones Lineales	18

Número y nombre de la unidad	Tiempo horas/clase
VI. Congruencia y Semejanza	18
VII. Funciones y Ecuaciones	26

La unidad de interés para el trabajo de investigación es: Funciones y Ecuaciones, cuyo propósito es analizar las características y propiedades de los tipos de funciones algebraicas, ecuaciones lineales y cuadráticas al formular y resolver problemas de su realidad.
Se adjunta la unidad para una mayor apreciación en el Anexo 3

De estos contenidos básicos centraremos el estudio en “Ecuación cuadrática”, para esto hemos analizado detalladamente la unidad encontrando las siguientes inconsistencias en primer lugar debería llamarse Ecuaciones y Funciones ya que no se puede explicar funciones sin antes haber impartido ecuaciones sobre todo ecuaciones de segundo grado que son la base para contenidos más complejos, por ejemplo: El ministerio de educación propone en las actividades sugeridas graficar funciones cuadráticas de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ transformándola a la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$ para hacer esto hay que factorizar el coeficiente de x^2 de los primeros dos términos de $f(x)$, después completar el cuadrado aquí el alumno tiene que saber en qué consiste el método de Completación de cuadrado. Para obtener una gráfica precisa de una función de segundo grado hay que buscar las intersecciones con los ejes "x" y "y", para obtener los interceptos con el eje x el alumno tiene que saber resolver la ecuación cuadrática por cualquiera de los tres métodos. En segundo lugar esta unidad está recargada de contenidos ya que encierra los temas de ecuación racional, cuadrática y todos los tipos de funciones (constante, lineal, afín y cubica) donde el alumno debe dominar definiciones, métodos, gráficas y sobre todo desarrollar habilidades para interpretarlas y resolver ejercicios y problemas prácticos de la vida cotidiana, por ende el tiempo asignado para la unidad no es suficiente para desarrollar estos contenidos en 26 h/c estipuladas en el programa.

Así mismo encontramos que no hay secuencia entre un contenido y otro, estos quedan inconclusos y son retomados en otras unidades por lo que se pierde el ritmo de enseñanza coherente.

Tal es el caso de los contenidos previos a la unidad “Funciones y Ecuaciones” que deberían ser factorización, operaciones con radicales y sistemas de ecuaciones lineales. La unidad VI congruencia y semejanza debería desarrollarse después de Funciones y Ecuaciones ya que esta no forma parte de los conocimientos previos a la unidad en estudio. Además porque en los contenidos que se estudian en esta unidad encontraremos expresiones que están elevadas al cuadrado, por ejemplo: al aplicar el Teorema de Pitágoras, Teorema del cateto, de la altura y en algunos casos hay problemas que cuya solución se encuentra aplicando ecuación cuadrática. Por lo tanto es necesario desarrollarse después de haber estudiado ecuación cuadrática.

Otra observación importante es la incoherencia encontrada en la unidad IV Operaciones con radicales, en ella se abarcan las operaciones con fracciones algebraicas debiéndose haber desarrollado en la unidad anterior III Factorización, porque es continuación de los temas de la unidad recordemos que en fracciones, hay que factorizar por lo que sería inconsistente empezar otra unidad y luego volver a retomar los temas sobre factorización, mientras que al llevar la secuencia los estudiantes refuerzan los contenidos y se apropian de ellos.

2.4.-ANÁLISIS DE TEXTOS

Al revisar el orden de las unidades de contenidos en los libros de Matemática: Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica de Earl W. Swokowski, Álgebra y Trigonometría de Dennis G. Zill y Fundamentos de Matemática de Ramón Sebastián Escobar Morales, pudimos observar que éstos coinciden estrictamente en introducir conceptos fundamentales de Álgebra previos al desarrollo de la unidad de Ecuaciones en la que se incluyen contenidos tales como: Ecuaciones Lineales, Cuadráticas, Números Complejos, Ecuaciones de otros tipos (polinomiales) y sus aplicaciones; ya que al desarrollar el contenido de ecuación cuadrática es necesario que el estudiante tenga dominio de conocimientos sobre potenciación y radicación debido a que en este tipo de ecuaciones encontramos términos elevados al cuadrado, así como expresiones a las que se les tendrá que extraer raíz cuadrada y donde necesitará obligatoriamente aplicar sus propiedades como es el caso de la raíz de índice par de un número negativo que no se puede expresar por ningún número real.

Ejemplo:

$\sqrt{-4} \neq \pm 2$, ya que $(\pm 2)^2 = +4$

Entonces nos estaríamos refiriendo a otro sistema numérico llamado el conjunto de los números complejos. Es por eso que en estos libros se introducen los números complejos en la unidad de ecuaciones después del contenido de la ecuación cuadrática lo que consideramos conveniente para no limitar las soluciones de éstas.

Otra propiedad necesaria de radicación nos dice que la raíz de índice par de un número real positivo tiene exactamente dos raíces reales, siendo una de ellas positiva y otra negativa.

Por ejemplo:

$\sqrt{16} = \pm\, 4$, ya que$(\pm 4)^2 = 16$

También debe utilizar productos notables y factorización como procesos inversos uno del otro para poder resolver por factorización o descomposición de factores una ecuación cuadrática o de segundo grado, pero específicamente de productos notables $(x+a)^2$, $(x+a)(x+b)$ y $(mx+a)(nx+b)$ que después éstos en factorización se les conocecomo trinomio cuadrado perfecto $x^2+2ax+a^2$ y trinomios de la forma x^2+bx+c y ax^2+bx+c.

También observamos que para los autores de los libros anteriores es de prioridad el desarrollo de Ecuaciones antes de Funciones, al contrario de lo que se plantea en el programa de Matemática de noveno grado de secundaria donde se desarrollan funciones antes de ecuaciones y ubica esta unidad como la última en su estudio. Y nosotros consideramos de acuerdo a nuestro estudio que no es conveniente desarrollar funciones antes de ecuaciones, sencillamente porque no existe secuencia lógica, es como querer resolver un problema de ecuación cuadrática primero sin antes haber enseñado a resolver una ecuación.

Por definición una función cuadrática tiene la siguiente forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Por lo cual el estudiante primero debe conocer la definición y resolución de una ecuación cuadrática para después poder graficarla. Hay que recordar que para graficar una función cuadrática se debe encontrar el vértice, los intercepto con los ejes x e y; para eso hay que hacer $x = 0$ $y = 0$ en la función. En el caso de que sea $y = 0$ la función cuadrática toma la forma siguiente $f(x) = y = ax^2 + bx + c$ expresado $ax^2 + bx + c = 0$ por consiguiente debe resolver la ecuación cuadrática que resulta, entonces no hay lógica en empezar a impartir funciones.

En el libro de Álgebra de Aurelio Baldor se detallan generalidades sobre funciones antes de ecuaciones de segundo grado, pero profundiza en el desarrollo y gráficos más precisos después de éstas. En cambio el programa hace referencia al desarrollo de funciones de forma más específica abarcando la función constante, lineal, afín, cuadrática y cúbica además hace hincapié en gráficas y propiedades antes del estudio de la ecuación cuadrática.

Por tanto encontramos discrepancia entre la bibliografía que puede consultar el profesor y lo planteado en el programa.

CAPITULO III: DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo describiremos el área donde se realizará el estudio, la población y la muestra, el instrumento a aplicarse y las diferentes variables que son de interés para la realización de la investigación.

3.1.- TIPO Y ÁREA DE ESTUDIO.

Nuestro trabajo consiste en la elaboración de una unidad didáctica que responde a necesidades concretas de enseñanza-aprendizaje sobre la temática de ecuación cuadrática a maestros y alumnos de 9º grado de secundaria, para lo cual hemos realizado un estudio investigativo de análisis descriptivo con carácter cuali-cuantitativo y transversal durante el II semestre del año 2012 en los Institutos: Señor de Esquipulas, Santos Edipcia Castillo Ruiz e Instituto Nacional de Occidente Benito Mauricio Lacayo de los municipios de Telica, Posoltega y León respectivamente; que nos permitió averiguar cómo es o cómo está la situación de las variables relacionadas a organización de contenidos, metodología utilizada por profesores, tiempo de las unidades del programa, conocimientos previos a la unidad y materiales didácticos utilizados.

3.2.- POBLACIÓN Y MUESTRA DE ESTUDIO

La primera muestra fue seleccionada de manera dirigida y no al azar (muestra intencional) tomando en cuenta los 9 maestros que forman la población de interés, porque la información solicitada en el cuestionario está dirigida únicamente a los maestros de Matemática de 9º y 10º grado de secundaria que abordan el tema "Ecuación Cuadrática" correspondiente al ciclo básico.

La segunda muestra se obtuvo de la siguiente población estudiantil.

Tabla 3: Número de alumnos a encuestar distribuido proporcionalmente a su población por centro educativo.

Municipio	**Instituto**	**Cantidad de estudiantes(población)**	**Muestra**
León	Instituto Nacional de Occidente	600	130
Telica	Instituto Nacional Público Señor de Esquipulas	107	23
Posoltega	Instituto Público Santos Edipcia Castillo Ruíz	47	10
Total		**754**	**163**

De los 754 estudiantes de tres centros educativos de los municipios de León, Telica y Posoltega, se tomó una muestra de 163 alumnos distribuidos proporcionalmente a su población. Para esta selección se aplicó la siguiente ecuación $n = \frac{N\, pq(z^{\alpha}/_{2})^2}{pq\left[z^{\alpha}/_{2}\right]^2 - (N-1)E^2}$de Estadística Descriptiva e Inferencial y también muestreo estratificado, donde:

n: Tamaño de la muestra

N: Población

p: Probabilidad teórica

q: Probabilidad de que ocurra un evento

z: Nivel de confianza

E: Error

3.3.- OBTENCIÓN DE LA INFORMACIÓN.

La información se obtuvo de las siguientes fuentes primarias.

a.- De los profesores de Matemática de noveno y décimo grado de tres centros de educación secundaria públicos, rurales y urbanos delos municipios de León, Telica y Posoltega durante el año 2012.

b.- De los alumnos de noveno y décimo grado de tres centros de educación secundaria públicos, rurales y urbanos de los municipios de León, Telica y Posoltega durante el año 2012.

Y de fuentes secundarias como: libros, programa de estudio de Matemática de Educación Secundaria de 7º,8º y 9º grado, folletos e internet.

3.4.- INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

El instrumento que se utilizó para recopilar la información fue un cuestionario diseñadopor 21 ítems previamente validado y sometido a un proceso de confiabilidad, para obtener información precisa y concreta de las características de los estudiantes y maestros de Matemática de 9º y 10º grado de secundaria, así también de los aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la Ecuación Cuadrática.

El análisis de los datos se hará por medio de la estadística descriptiva al representar los resultados mediante tablas.

3.5.- OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES.

Las variables de nuestro estudio se reflejan en el siguiente cuadro.

Tabla 4: Variables de estudio de la investigación.

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Caracterización de los estudiantes y docentes de noveno y décimo grado de secundaria	1. Sexo	Condición biológica que define a un hombre y a una mujer	Solicitada al alumno y al docente	Masculino Femenino	Encuesta
	2. Edad	Tiempo transcurrido desde el nacimiento a la actualidad	Solicitada al alumno y al docente	Años cumplidos	Encuesta
	3. Centro de estudio	Nombre exacto del centro escolar donde estudia	Solicitada al alumno	Nombre	Encuesta
	4. Centro donde labora	Nombre exacto del centro escolar donde labora	Solicitada al docente	Nombre	Encuesta
	5. Departamento de procedencia	División territorial a la que pertenece el centro educativo	Solicitada al alumno y al docente	León Chinandega.	Encuesta
	6. Municipio	División territorial a la que pertenece el centro educativo.	Solicitada al alumno y al docente	León Telica Posoltega	Encuestas

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Caracterización de los estudiantes y docentes de noveno y décimo grado de secundaria	7. Tipo de centro donde labora y estudia	Característica institucional del centro educativo	Solicitada al docente y al alumno	Privado Público Sub-vencionado	Encuestas
	8. Zona de ubicación del centro	Localización geográfica del centro escolar	Solicitada al alumno y al docente	Urbano Rural	Encuestas
	9. Número de centros donde labora	Cantidad de centros de estudios donde imparte clases de matemática	Solicitada al docente	. Uno . Dos Más de dos	Encuesta
	10. Títulos que posee	Diplomas que validan el desempeño profesional	Solicitada al docente	. Bachiller . Prof. de Primaria .PEM en Matemáticas . Lic. en Matemática . Otras Licenciaturas	Encuestas
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase.	11. ¿Recibió el contenido Ecuación Cuadrática?	Afirmación o negación sobre el desarrollo del contenido.	Solicitad al alumno	. Si . No	Encuesta

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase	12. Nivel de la educación en que recibió el contenido de la ecuación cuadrática	Grado de escolaridad en que fue recibido el contenido.	Solicitada al alumno	. II Semestre de noveno grado . I semestre de décimo grado	Encuesta
	13. Métodos que conoce para resolver una ecuación cuadrática	Grado de conocimiento sobre las diferentes formas de resolución de una ecuación cuadrática	Solicitada al alumno	. Factorización .Completación de cuadrados . Formula general	Encuesta
	14. Problemas que resolvió sobre ecuaciones cuadráticas	Cantidad de problemas resueltos aplicando ecuaciones cuadráticas	Solicitada al alumno	. De 1 a 5 . De 6 a10 . De 11 a más . Ninguno	Encuesta
	15. Bloque de clase que recibió sobre ecuación cuadrática	Tiempo en horas que se dedicaron para el desarrollo del contenido	Solicitada al alumno	. 1 a 2 bloques . 3 a 4 bloques . 5 a 6 bloques . En ningún bloque	Encuesta
	16. Libros de Consulta para resolver tus tareas	Característica de la bibliografía que se utiliza en la resolución de tareas	Solicitada al alumno	. Propio . Del MINED . De la biblioteca . No consulto libro	Encuesta

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase	17. Clasificación de la frecuencia en la escala del 0 al 5 para los siguientes aspectos.		Solicitada al alumno	. 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5	Encuesta
	17.1 Actividades que el profesor aplicó durante el desarrollo de la ecuación cuadrática	Diferentes formas de trabajo en el aula	Solicitada al alumno	. Investigación . Exposición . Trabajo individual . Trabajo grupal . Tarea	Encuesta
	17.2 Materiales que el profesor utilizó en el desarrollo de la ecuación cuadrática	Medios didácticos	Solicitada al docente	. Libros . Folletos . Papelógrafo . Pizarra .Computadora . Medios audiovisuales	Encuesta
	18. ¿Programó en el último TEPCE el contenido de ecuación cuadrática?	Afirmación o negación sobre la programación del contenido	Solicitada al docente	. Si . No	Encuestas

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase	19. ¿En qué nivel?	Grado de escolaridad en que se programó el contenido	Solicitada al docente	. Noveno grado . Décimo grado	Encuesta
	20. ¿Desarrolló el contenido de ecuación cuadrática en noveno grado	Verificación del desarrollo del contenido	Solicitada al docente	. Completo . Incompleto	Encuesta
	21. Experiencia docente en noveno grado	Años de servicio en noveno grado	Solicitada al docente	. De 1 a 3 años . De 4 a 6 años . De 7 a 9 años . De 10 a más años	encuesta
	22. Experiencia docente en décimo grado	Años de servicio en décimo grado	Solicitada al docente	. De 1 a3 años . De 4 a 6 años . De 7 a 9 años . De 10 a más años	Encuesta
	23. Frecuencia con la que ha impartido la ecuación cuadrática en noveno y décimo grado	Cantidad de veces que ha desarrollado el contenido en noveno y décimo grado de secundaria	Solicitada al docente	. Siempre . Casi siempre . Algunas veces . Nunca	Encuesta

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase	24. ¿Considera usted que los contenidos del programa de educación de noveno grado de matemática tiene secuencia lógica?	Adecuada organización de los contenidos en el programa de estudio	Solicitada al docente	. Totalmente de acuerdo . De acuerdo . Ni de acuerdo, ni en desacuerdo . En desacuerdo . Muy en desacuerdo	Encuesta
	25. ¿Cree oportuno desarrollar funciones antes de ecuaciones cuadráticas?	Conveniencia del desarrollo de funciones antes de ecuaciones cuadráticas	Solicitada al docente	. Totalmente de acuerdo . De acuerdo . Ni de acuerdo, ni en desacuerdo . En desacuerdo . Muy en desacuerdo	Encuesta
	26. De acuerdo a su experiencia escribe el orden que deben tener las unidades del programa para que sean conocimientos previos a la ecuación cuadrática	Orden lógico de las unidades del programa	Solicitada al docente	Escribir las unidades	Encuesta

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase	27. Considera adecuado el tiempo asignado a la unidad “Funciones y Ecuaciones” (26 h/c) según el programa de estudio de noveno grado	Suficiencia del tiempo asignado a la unidad	Solicitada al docente	. Muy poco . Poco . Suficiente . Mucho . Demasiado	Encuesta
	28. Tipo de clase que utiliza en su labor docente	Forma de desarrollar la clase	Solicitada al docente	. Expositiva . Conferencia . Explicativa .Experimental . Grupal	Encuesta
	29. Aspecto que toma en cuenta al planificar su clase	Consideraciones que se toman en cuenta al planificar la clase	Solicitada al docente	. Interés del alumno . Madurez intelectual . Edad del alumno . Programa	Encuesta
	30. Materiales didácticos que utiliza para el desarrollo de la ecuación cuadrática	Recurso con que se vale para desarrollar la clase	Solicitada al docente	. Libros . Folletos . Papelógrafo . Pizarra .Computadora. Medios audiovisuales	Encuesta

Aspectos	Variable	Definición	Indicadores	Posibles Respuestas	Instrumento
Aspectos curriculares y metodológicos sobre el desarrollo de la clase	31. Manera de resolver problemas de ecuación cuadrática	Método aplicado en problemas de ecuación cuadrática	Solicitada al docente	. Juegos . Análisis . Diagramas . Al tanteo . Deducción lógica	Encuesta

CAPITULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS.

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos en la investigación realizada a maestros de matemática y estudiantes de 9no y 10mo grado de secundaria de los institutos consultados.

Tabla 5: Resultados de las encuestas

No	Características	Cantidad	Porcentaje %
1.	Sexo		
	. Masculino	78	48
	. Femenino	85	52
2.	Edad		
	14 años	11	6.7
	15 años	47	28.8
	16 años	43	26.4
	17 años	42	25.8
	18 años	14	8.6
	19 años	6	3.7
3.	Centro de estudio		
	. Instituto Nacional de Occidente	130	80
	. Instituto Nacional Público Señor de Esquipulas	23	14
	. Instituto Público Santos Edipcia Castillo Ruíz	10	6
4.	Departamento de procedencia		
	. León	153	94
	. Chinandega	10	6
5.	Municipio		
	. León	130	80
	. Telica	23	14
	. Posoltega	10	6

No	Características	Cantidad	Porcentaje %
6.	Tipo de centro donde estudia		
	. Privado . Público . Subvencionado	– 163 –	– 100 -
7.	Zona de ubicación del centro de estudio		
	. Urbana . Rural	153 10	94 6

En noveno y décimo grado de secundaria predomina el sexo femenino con edades que oscilan entre los 14 y 19 años siendo la edad promedio de 15 años. Las edades más representativas varían entre 15 a 17 años.

Se encuestaron estudiantes de los departamentos de León y Chinandega perteneciendo la mayor parte de ellos al municipio de León y al Instituto Nacional de Occidente. Son estudiantes de colegios públicos y el 94% de estos colegios están ubicados en la zona urbana.

Tabla 6: Resultados referidos al desarrollo y tiempo asignado al contenido de Ecuación Cuadrática.

No	Aspectos	Cantidad	Porcentaje%
8.	¿Recibió el contenido Ecuación Cuadrática?		
	. Sí .No	91 72	56 44
	En 9no. Grado		
	Si No	13 70	16 84
	En 10mo. Grado		
	Si No	78 2	97 3

No	Aspectos	Cantidad	Porcentaje%
9.	Ejercicios resueltos por el método de factorización		
	. De 1 a 5 . De 6 a 10 . De 11 a más . Ninguno	30 17 32 84	18 10 20 52
10	Ejercicios resueltos por el método de completación de cuadrado		
	. De 1 a 5 . De 6 a 10 . De 11 a más . Ninguno	12 2 11 138	7 1 7 85
11	Ejercicios resueltos por el método de la fórmula general		
	. De 1 a 5 . De 6 a 10 . De 11 a más . Ninguno	19 13 24 107	12 8 15 66
12	Bloques de clase que recibió sobre ecuación cuadrática		
	. De 1 a 2 . De 3 a 4 . De 5 a 6 . Ninguno de los anteriores	56 24 11 72	34 15 7 44

El 56% de los estudiantes encuestados dijeron haber recibido el contenido de ecuación cuadrática dominando los métodos de factorización y fórmula general habiendo resuelto por lo menos 11 ejercicios por cada uno, en aproximadamente 2 bloques de clases que corresponden a 4h/c. Se pueden apreciar los datos en la siguiente tabla (tabla 7).

Tabla 7: Métodos que más domina al resolver una ecuación cuadrática.

	1 Método			**2 Método**				**3 Métodos**	**Ningún método**	**Total**
Niveles	a	B	c	a	b	c	Total			
9no.	13								70	83
10mo.	11		5	*		*	39	23	2	80
Total	24		5				39	23	72	163

a. Factorización, b. Completación de cuadrados, c. Formula general

Tabla 8: Resultados referidos a la metodología aplicada en el desarrollo de la ecuación cuadrática.

13. Actividades que el docente aplicó durante el desarrollo de la ecuación cuadrática	**Nunca**		**Algunas veces**		**Casi Siempre**		**Siempre**	
	C.	**%**	**C.**	**%**	**C.**	**%**	**C.**	**%**
. Investigación	115	71	26	16	20	12	2	1
. Exposición	31	80	26	16	6	4	-	-
. Trabajo Individual	5	52	13	8	24	15	41	25
. Trabajo Grupal	93	57	19	12	30	18	21	13
. Tarea	89	55	-	4	16	10	51	31

14. Materiales que el profesor utilizó en el desarrollo de la ecuación cuadrática	**Nunca**		**Algunas veces**		**Casi Siempre**		**Siempre**	
	C.	**%**	**C.**	**%**	**C**	**%**	**C.**	**%**
. Libros	133	82	19	12	4	2	7	4
. Folletos	99	60	14	9	14	9	36	22
. Papelógrafo	141	87	11	7	9	5	2	1
. Pizarra	86	53	14	9	15	9	48	29
. Computadora	159	97	3	2	-	-	1	1
. Medios Audiovisuales	155	95	5	3	2	1	1	1

Los estudiantes encuestados afirmaron que el profesor desarrolló el contenido haciendo uso de la pizarra y folletos a través de trabajos individuales, grupales y tareas.

Tabla9: Bibliografía consultada por los estudiantes de noveno y décimo grado

No.	Aspectos	Cantidad	Porcentaje
15	El libro que consultas para resolver tus tareas es:		
	.Propio	25	15
	.Del MINED	13	8
	.De la biblioteca	37	23
	.Ninguna de las anteriores	88	54

La mayoría de los estudiantes no consultan ningún tipo de bibliografía para resolver sus tareas, podemos decir que únicamente estudian con lo que el profesor les da en clase. Los pocos alumnos que estudian de manera independiente lo hacen ya sea con libros de la biblioteca o de su propiedad, ya que el MINED no proporciona material bibliográfico para ellos.

Tabla 10: Análisis de los principales resultados referidos a las características de los docentes de Matemática de noveno y décimo grado de secundaria.

No.	Características	Cantidad	Porcentaje
1	Sexo		
	Masculino	6	67
	Femenino	3	33
2	Edad		
	. < de 30 años	1	11
	.30 - 39	2	22
	. 40 - 49	1	11
	. 50 - 59	5	56
	. 60 o más	0	0
3	Centro donde labora		
	. INO	3	33
	. INPSE	4	45
	. IPSECR	2	22
4	Municipio		
	León	3	33
	Telica	4	45
	Posoltega	2	22
5	Departamento		
	León	7	78
	Chinandega	2	22
6	Tipo de centro donde trabaja		
	Publico	9	100
	Privado		
	Subvencionado		

No.	Características	Cantidad	Porcentaje
7	Zona de ubicación del centro		
	Urbano	7	78
	Rural	2	22
8	Número de centro donde imparte Matemática		
	Uno	7	78
	Dos	0	0
	Más de dos	2	22
9	Títulos que posee	**Posee**	**No posee**
	Bachiller	9	0
	Profesor de primaria	0	0
	Profesor de Educación Media en Matemática	3	6
	Licenciado en Matemática	8	1
	Otra licenciatura	1	8

Se encuestaron a 9 docentes de los Institutos públicos INO, INPSE, IPSECR de los departamentos de León y Chinandega estando ubicado el 78% de ellos en la zona urbana de los municipios de Telica y León. En este grupo de docentes predomina el sexo masculino con edades diferentes que oscilan entre los 25 y 60 años. Son maestros graduados en Matemática.

Tabla11: Resultados referidos al desarrollo y tiempo asignado al contenido ecuación cuadrática

No.	Aspectos	Cantidad	Porcentaje
9	¿Programó en el último TEPCE el contenido E.C?		
	Sí	6	67
	No	3	33
10	¿En qué nivel?		
	9no. Grado	6	67
	10mo. Grado	0	0
	Ninguno	3	33

No.	**Aspectos**	**Cantidad**	**Porcentaje**
11	¿Desarrolló el contenido?		
	Completo	0	0
	Incompleto	8	89
	Ninguno	1	11
12	Experiencia en 9no grado		
	De 1 a 3 años	3	33
	De 4 a 6 años	3	33
	De 7 a 9 años	2	22
	De 10 a más	1	11
No.	Aspectos	Cantidad	Porcentaje
13	Experiencia docente en 10mo. Grado		
	De 1 a 3 años	3	33
	De 4 a 6 años	4	44
	De 7 a 9 años	0	0
	De 10 a más	2	22
14	Nivel en que ha desarrollado el contenido ecuación cuadrática		
	9no. Grado		
	Siempre	4	44
	Casi siempre	1	11
	Algunas veces	3	33
	Nunca	1	11
	10mo. Grado		
	Siempre	O	0
	Casi siempre	O	0
	Algunas veces	4	44
	Nunca	5	56

No.	Aspectos	Cantidad	Porcentaje
15	Secuencia lógica en las unidades del programa…		
	Totalmente de acuerdo	2	22
	De acuerdo	4	44
	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	1	11
	En desacuerdo	2	22
	Muy en desacuerdo	0	0
16	¿Cree oportuno desarrollar funciones antes de ecuaciones?		
	Totalmente de acuerdo	3	33
	De acuerdo	0	0
	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	4	44
	En desacuerdo	2	22
	Muy en desacuerdo	0	0
17	Tiempo asignado a la unidad		
	Muy poco	0	0
	Poco	7	78
	Suficiente	2	22
	Mucho	0	0
	Demasiado	0	0

El 67% de los maestros dijeron haber programado el contenido Ecuación Cuadrática en 9no. Grado y el 89% coinciden haberlo desarrollado de manera incompleta, posiblemente la diferencia de porcentaje se deba a que algunos maestros de acuerdo a la utilidad del contenido se ven en la necesidad de desarrollarlo sin haberse programado en el TEPCE, también por la suficiente experiencia que poseen en ambos niveles por haberlos impartido al menos cuatro años.

La mayoría de ellos afirma que siempre han desarrollado el contenido en 9no. Grado y no en 10mo. A pesar de que el 66% dice estar de acuerdo con la secuencia lógica de los contenidos en el programa, solamente el 33% cree oportuno dar funciones antes de ecuaciones. De igual manera consideran poco el tiempo asignado a la unidad en el programa.

Tabla12: Metodología implementada por el docente.

Nº	Aspectos	N		A. V		C. S		S	
		C	%	C	%	C	%	C	%
18.1	Tipo de clases								
	• Expositiva	1	11	4	44	3	33	1	11
	• Conferencia	7	78	2	22	-	-	-	-
	• Explicativa	2	22	1	11	4	44	2	22
	• Experimental	6	67	1	11	2	22	-	-
	• Grupal	1	11	2	22	3	33	3	33
18.2	Aspectos que toma en cuenta al planificar la clase								
	• Intereses del alumno	-	-	1	11	4	44	4	44
	• Madurez intelectual	4	44	-	-	3	33	2	22
	• Edad del alumno	4	-	3	33	1	-	1	-
	• Programa	1	11	-	-	2	22	6	67
	• Contexto	3	-	1	11	4	44	1	11
18.3	Materiales Didácticos								
	• Libros	2	22	1	11	1	11	5	56
	• Folletos	3	33	3	33	-	-	3	33
	• Papelógrafo	3	33	2	22	-	-	4	44
	• Pizarra	1	11	1	11	1	11	5	67
	• Computadora	7	78	2	22	-	-	-	-
	• Medios audiovisuales	5	56	3	33	1	11	-	-
18.4	Maneras que utiliza para resolver problemas								
	• Juegos	7	78	2	-	-	-	-	-
	• Análisis	1	11	-	-	2	22	6	67
	• Diagrama	5	56	-	-	1	11	3	33
	• Tanteo	6	67	-	-	1	11	2	22
	• Deducción	2	22	2	22	2	22	3	33
	• Lógica								

Clave: N nunca, A.V a veces, C.S casi siempre, S. siempre, C. cantidad

Los maestros utilizan la clase grupal, expositiva y explicativa para desarrollar los contenidos mediante el uso de la pizarra, libros y folletos y tomando en cuenta el cumplimiento del programa, los intereses del alumno y el contexto. Dicen resolver los problemas a través del análisis y la deducción lógica.

De todo lo expuesto anteriormente encontramos que:
Aunque el 89% de maestros afirman haber desarrollado incompleto el contenido Ecuación Cuadrática en 9no. Grado, la mayoría de los estudiantes de ese nivel dicen no haberlo recibido.

Existe un 44% de estudiantes que no recibió ni recibirá el contenido.

Tanto maestros como estudiantes coinciden en el poco tiempo en que se desarrolló el contenido ya que no profundizaron los tres métodos ni resolvieron problemas posiblemente por ser la última unidad del programa.

Se puede apreciar que la metodología que utiliza el maestro en su clase coincide con las actividades que realizan los estudiantes.

Los maestros no aplican un modelo específico en el desarrollo de la clase sino que combinan diferentes aspectos de ellos tratando de hacer una clase constructivista humanista a pesar de la realidad que se vive en los ambientes escolares como es el caso de la característica del estudiante, la escasez de material, la cantidad de alumnos por aula y las condiciones de la escuela.

CAPITULO V: UNIDAD DIDÁCTICA

5.1.-INTRODUCCIÓN.

La unidad didáctica que hemos elaborado es una propuesta de enseñanza aprendizaje sobre "Ecuación Cuadrática" a desarrollarse en ocho bloques correspondientes a dieciséis horas clases. Esta idea surgió de las numerosas deficiencias observadas en la enseñanza de la unidad a lo largo de nuestra investigación en los institutos públicos Santos Edipcia Castillo Ruíz, Señor de Esquipulas y el Instituto Nacional de Occidente Benito Mauricio Lacayo de los municipios de Posoltega, Telica y León respectivamente.

En esta unidad se pretende adecuar el orden de los contenidos y el tiempo para cada uno de ellos; así como hacer modificaciones en su estructura, ubicando primero ecuaciones y después funciones para lograr un orden lógico. Además aplicamos el método de Polya en la resolución de problemas sobre ecuaciones de segundo grado; el método inductivo y deductivo para la demostración de la fórmula general y en el análisis de problemas para planteamientos de ecuaciones.

También empleamos la estrategia de socialización a través de trabajos grupales y exposiciones, utilizando como material didáctico fundamental el folleto; todo esto con el fin de lograr una enseñanza constructiva-humanista, activa y dinámica que ayuden al maestro a enseñar este contenido de una forma sencilla y eficaz; y al estudiante asimilarlo con mayor facilidad, de manera que le permita adquirir nuevos conocimientos relacionados con éste en sus estudios superiores.

La unidad está dividida en cinco partes

1. Propósito de la unidad.
2. Distribución de contenidos en el tiempo.
3. Descripción de la aplicación de la metodología.
4. Sistema de evaluación.
5. Desarrollo de las clases.

5.2.- PROPÓSITO DE LA UNIDAD.

Que el estudiante domine y aplique la definición de ecuación cuadrática a la solución de ejercicios y problemas de la vida cotidiana.

5.3.-DISTRIBUCIÓN DE LOS CONTENIDOS EN EL TIEMPO.

Para el desarrollo de la unidad didáctica "Ecuación Cuadrática" proponemos la siguiente distribución de contenidos.

Tabla 13: Distribución de contenidos

No.	Contenidos	Tipo de clase	Horas Clases h/c
1.	Ecuación Cuadrática .Definición .Conjunto Solución Método de solución .Descomposición de factores	Teórico-Práctico	2h/c
2.	Método de solución .Completación de cuadrados	Teórico-Práctico	2h/c
3.	Método de solución .Fórmula general	Teórico-Práctico	2h/c
4.	Ecuaciones cuadráticas incompletas	Teórico-Práctico	2h/c
5.	Ecuación Cuadrática Métodos de solución	Práctica	2h/c
6.	Resolución de problemas aplicados a ecuaciones cuadráticas. Clase Práctica	Teórico-Práctico	6h/c

5.4.- DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA.

Esta unidad está diseñada bajo los fundamentos del modelo constructivista humanista porque es el que le permite al alumno manifestarse abiertamente y relacionar el nuevo contenido con las experiencias vividas anteriormente.

Como el mismo modelo exige la participación activa del estudiante en las distintas acciones didácticas, hemos optado por desarrollar las clases en tres periodos que son: Iniciación, desarrollo y culminación, a través de los cuales el alumno podrá desempeñarse de diferentes formas de manera que exista orden lógico desde inicio hasta fin.

Período de Iniciación: En éste se realizarán las actividades de exploración de contenidos previos a través de preguntas orales y ejercicios prácticos que serán el punto de partida al desarrollo del nuevo contenido y de retroalimentación de conocimientos adquiridos a través de presentaciones de tareas en el pizarrón que serán corregidas por el grupo y el docente para aclarar las dudas y fortalecer los aprendizajes.

Período de desarrollo: Abarca las distintas actividades de desempeño sobre el nuevo contenido que son realizadas por el estudiante a través de pequeños grupos a fin de promover entre ellos ayuda mutua, intercambio de experiencias y saberes, así mismo la verificación y corrección de sus propios errores para lograr construir un aprendizaje significativo y de calidad.

En este período el docente actúa como facilitador de los aprendizajes brindando instrucciones y reforzando ideas.

Período de culminación: Es el período donde el estudiante consolida conocimientos y corrige errores de actividades prácticas en conjunto con el grupo y el docente ya sea en plenario o directamente con el docente.

En cada una de las clases se trabajará apoyados de folletos que contienen todos los contenidos de la unidad, tanto en su parte teórica como práctica (ejemplos resueltos) que le servirán al docente para lograr los objetivos propuestos en el menor tiempo posible y al alumno asimilar con mayor facilidad, ya que además de la explicación del docente podrá trabajar de forma independiente y grupal tanto en el aula como fuera de ella, a través de los distintos ejemplos que aparecen en él, contribuyendo así a crear el hábito al estudio y la práctica constante para profundizar los conocimientos.

5.5.- SISTEMA DE EVALUACIÓN

Nos proponemos en esta unidad didáctica aplicar la evaluación de proceso y de producto tanto cualitativa durante el transcurso y desarrollo de las actividades planificadas, a través de la observación del docente y participación activa de los estudiantes a fin de detectar fortalezas y debilidades que permitan mejorar o corregir errores; como cuantitativa a través de los trabajos grupales, tareas, pruebas escritas y exposiciones (defensas).

Aquí se cumplirá con las funciones de la evaluación a través de las siguientes actividades:

1.- Función Diagnóstica:

. Exploración de conocimientos previos a través de ejercicios claves y preguntas generadoras.

. Reafirmación de contenidos anteriores a través de presentaciones de tareas.

2.- Función Formativa:

. Lectura y análisis del contenido en el material de apoyo en conjunto con el grupo.

. Resolución de ejercicios tanto individual como grupal.

. Integración y participación de los estudiantes en los grupos de trabajo.

3.- Función Sumativa:

.Aplicación de pruebas escritas, trabajo grupal, exposición (defensa de trabajos grupales) y presentaciones de tareas.

- Instrumentos a utilizar en la evaluación cualitativa

Este instrumento es utilizado para la evaluación cualitativa, recolección de datos

Tabla 14: Lista de cotejo individual

I. Datos Generales

Escuela: Fecha:

Nombre del estudiante/a: Grado:

II. Propósito: Valorar el desempeño progresivo del estudiante en el aprendizaje de la unidad.

Desarrollo

No.	Indicadores	Excl.	MB	B	R	D
1	Disponibilidad para realizar los ejercicios.					
2	Justifica el uso de procedimientos empleados en la solución de ejercicios.					
3	Disposición al intercambio de ideas.					
4	Comprensión del conocimiento adquirido.					
5	Realización de tareas.					

Clave: Exc: Excelente, MB: Muy bueno, B: Bueno, R: Regular y D: Deficiente

Tabla 15: Lista de cotejo grupal

I. Datos Generales

Escuela: Fecha:

Grado: Grupo #

II. Propósito: Constatar las habilidades para resolver ecuaciones cuadráticas en ejercicios y problemas de forma grupal.

Desarrollo

No.	Indicadores	Excl.	MB	B	R	D
1	Disponibilidad para trabajar en equipo.					
2	Domina los tres métodos de solución de una Ecuación Cuadrática.					
3	Explica correctamente los pasos para completar el cuadrado en una E. C.					
4	Reconoce los tipos de trinomios a descomponer en factores para resolver ecuaciones cuadráticas.					
5	Emplea correctamente la fórmula general en la solución de ecuaciones cuadráticas.					
6	Se expresa correctamente.					
7	Justifica el uso de procedimientos empleados en la solución de ejercicios sobre ecuaciones cuadráticas.					
8	Aplica correctamente los pasos del método de Polya en la resolución de problemas sobre ecuación cuadrática					

5.6.- DESARROLLO DE LAS CLASES

Clase No. 1

Tiempo: 2h/c

Grado: 9^{no}

Disciplina: Matemática

Unidad: IV Funciones y Ecuaciones

Indicador de Logro

Domine el concepto de Ecuación Cuadrática.

Resuelve Ecuaciones Cuadráticas por descomposición de factores.

Contenido

Ecuación Cuadrática

*Definición

*Conjunto Solución

Métodos de Solución

* Descomposición de Factores

Desarrollo del contenido

1. **Actividades de Iniciación**

1.1 Analice las expresiones y en base a ellas responda las siguientes preguntas:

a. $3x - 1 = 9 + x$
b. $x^2 + 11x = -2 + 8x$

Preguntas del inciso a

1. ¿Qué representa la expresión?
2. ¿Qué es una igualdad?
3. ¿Qué es una ecuación?

Preguntas del inciso b

4. ¿Qué diferencia encuentra entre la primera expresión y ésta?
5. ¿Cómo se llamaría la ecuación?
6. ¿Qué es una ecuación cuadrática?

1.2 Posibles respuestas de los estudiantes sobre las preguntas anteriores.

1. Una expresión algebraica, una igualdad, una ecuación.

2. Expresión de dos cantidades, expresión algebraica.

3. Una igualdad, una expresión algebraica con cantidades desconocidas.

4. Que la variable desconocida está elevada al cuadrado, tiene un término elevado a la dos

5. Ecuación cuadrática.

6. Una expresión elevada al cuadrado.

1.3 Encuentre el valor de x en las expresiones anteriores.

a. $3x - 1 = 9 + x$

Solución

Transponer los términos de un miembro a otro

$3x - x = 9 + 1$

$2x = 10$

$x = 10 \div 2$

$x = 5$ Rta.

b. $x^2 + 11x = -2 + 8x$

Solución

Transposición de términos

$x^2 + 11x - 8x + 2 = 0$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

Factorizando

$(x+2)(x+1)=0$

$x+2=0 \quad x+1=0$

$x=-2, \qquad x=-1$ Rta.

1.4 Escribe otros ejemplos de ecuación.

$4x+1=2.$

2. Actividades de desarrollo

2.1 Discute con el grupo y el docente los conceptos que se encuentran en el folleto sobre Igualdad, Ecuación, Ecuación Cuadrática y el método de factorización para verificar sus respuestas.

Igualdad

Es la expresión de que dos cantidades o expresiones algebraicas tienen el mismo valor.

Ejemplo: $a=b+c \qquad 3x^2=4x+15$

Ecuación

En matemáticas, una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números o constantes. Las incógnitas representadas generalmente por letras, constituyen los valores que pretende hallar. Por ejemplo la ecuación: $3x-1=9+x$

¿Qué es una Ecuación Cuadrática?

1. Es un tipo de ecuación particular en la cual la variable o incógnita está elevada al cuadrado, es decir, es de segundo grado. Por ejemplo $x^2+2x-3=0$. En este tipo de ecuación no es posible despejar fácilmente la x, por lo tanto se requiere un procedimiento general para hallar la solución.

2. Una ecuación de segundo grado o cuadrática, es una forma proposicional con la siguiente estructura $ax^2 + bx + c = 0$ donde $a, b \; y \; c$ pertenecen a los números reales $a \neq 0$ y x es una variable cuyo conjunto universo es R.

¿A qué se llama raíces de una ecuación?

1. Raíces de una ecuación cuadrática o segundo grado son los valores de la incógnita que satisface la ecuación, o sea que al sustituirlas en la ecuación el resultado satisface la igualdad.
2. Se llama raíz o solución de $ax^2 + bx + c = 0$ a todo elemento del conjunto solución S = {x/ $ax^2 + bx + c = 0$}. Toda ecuación cuadrática tiene dos raíces y ambos valores satisfacen la ecuación.

2.2 Lea los diferentes métodos que existen para resolver una ecuación cuadrática.

Métodos de Resolución

Resolver una ecuación cuadrática es hallar las raíces o valores de la variable que la satisfacen, vamos a utilizar tres métodos para resolver la ecuación que son:

1. Descomposición de Factores
2. Completación de Cuadrados
3. Fórmula General

2.3 Analice la lectura sobre el método de Descomposición de factores que aparece en su material de apoyo y sigue los pasos que se indican para resolver y comprender los ejemplos.

Descomposición de Factores

En los productos notables nos dan los factores y encontramos los productos que originan los factores. En la factorización nos dan el producto y encontramos los factores que origina el producto. O sea que: Los productos notables y la factorización son procesos inversos uno del otro.

Productos Notables

$(x+a)(x+b)= x^2+(a+b)x+a*b$

$(ax+b)(cx+d)= acx^2+(a*d+b*c)x+b*d$

Ejemplo # 1

Resolver la ecuación $x^2 - x - 6 = 0$ por descomposición de factores.

Recuerde que para factorizar trinomios de la forma x^2+bx+c se procede de la siguiente forma:

1) Se descompone el trinomio en dos factores binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada del primer término del trinomio o sea x.
2) En el primer factor después de x se escribe el signo del segundo del término trinomio, y en el segundo factor, después de x se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término del trinomio por el signo del tercer término del trinomio.
3) Se deben buscar dos números que multiplicados resulten el término independiente c y sumados el término lineal b.

Solución:

Factorizando el trinomio se tiene

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2)=0$

Podemos suponer que cualquiera de los factores es cero

Si $x-3=0$se tiene que$x=3$

Si $x+2=0$ se tiene que $x=-2$

Lo anterior nos dice que x puede tener los valores de 3 y -2 por lo tanto el conjunto solución de la ecuación$x^2-x-6=0$es $S=\{-2,3\}$

Comprobemos el resultado

a) Para $x = -2$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(-2)^2 - (-2) - 6 = 0$

$4 + 2 - 6 = 0$

$0 = 0$

b) Para $x = 3$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(3)^2 - 3 - 6 = 0$

$9 - 3 - 6 = 0$

$0 = 0$

Ejemplo#2

Resolver la ecuación $2x^2 + 7x - 4 = 0$ por descomposición de factores

Recuerde que para factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, se multiplica y se divide el trinomio por a, dejando indicada la multiplicación en el primer término y segundo término del trinomio, y efectuada en el tercer término para darle la forma conocida de $\frac{(ax)^2+b(ax)+a*c}{a}$ luego se aplica el mismo procedimiento para factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

Nos proponemos resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ transformando en un producto de dos factores lineales a cero$(x + m)(x + n) = 0$

Teorema: Para todos los números reales $a\ y\ b$ se cumple $a * b = 0$ si y sólo si $a = 0$ o $b = 0$.

Solución

Factorando el trinomio se tiene

$2x^2 + 7x - 4 = 0$

$(2x)^2 + 7(2x) - 8 = 0$

$(2x + 8)(2x - 1) = 0$

$2x + 8 = 0 \qquad 2x - 1 = 0$

$2x = -8 \qquad 2x = 1$

$x = -\frac{8}{2} \qquad x = \frac{1}{2}$

$\boldsymbol{x = -4}$

Por lo tanto el conjunto solución de la ecuación es $S = \{-4, {}^{1}\!/_{2}\}$

Ejemplo# 3

Resolverla ecuación $16x^2 - 48x + 36 = 0$ por descomposición de factores

Recuerde un trinomio es cuadrado perfecto si el primer y tercer término son cuadrados perfectos es decir tienen raíz cuadrada exacta y positiva, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas.

Solución:

Podemos notar que si analizamos la ecuación el primer miembro es un trinomio cuadrado perfecto y podemos factorizarlo, extrayendo la raíz cuadrada del primer y tercer término y se separan estas raíces por el signo del segundo término del trinomio. El binomio así formado se eleva al cuadrado.

$16x^2 - 48x + 36 = 0$

$(4x - 6)^2 = 0$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad tenemos

$\sqrt{(4x-6)^2} = \sqrt{0}$

$4x - 6 = 0$

$4x = 6$

$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

La solución en este caso es $x = \frac{3}{2}$

Recuerde que toda ecuación cuadrática tiene siempre dos soluciones. Cuando ella es un trinomio cuadrado perfecto, las dos soluciones son iguales, en este ejemplo $x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$

2.4 Escuche la explicación del docente sobre los ejemplos anteriores para verificar los procedimientos y aclarar dudas.

2.5 Resuelve en pareja las siguientes ecuaciones aplicando el método de descomposición de factores.

$a)\ x^2 - 3x + 2 = 0 \qquad b)\ 6x^2 + 5x - 4 = 0$

$c)\ x^2 - 8x + 20 = 0 \qquad d)\ 4x^2 + 6x - 4 = 0$

2.6 Comparte con sus compañeros el procedimiento de las ecuaciones en el pizarrón y corrige errores.

3. Evaluación

Resuelva la siguiente prueba escrita.

Completa los espacios en blanco para encontrar el conjunto solución de la siguiente ecuación.

1) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x - \_\_\_)^2 = 0$

$\sqrt{(\_\_\_\_ - 3)^2} = 0$

$2x - \_\_\_ = 0$

Tarea

Completa las ecuaciones y encuentre el conjunto solución.

1. $x^2 + 7x + 10 = 0$

   $(x - \_\_\_)(x + 2) = 0$

2) $x^2 - 2x - 3 = 0$

   $(x - 3)(x + \_\_\_) = 0$

3) $x^2 - 14x + 33 = 0$

   $(x - \_\_\_)(x + \_\_\_) = 0$

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas por descomposición de factores

1) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

2) $x^2 + 2x + 1 = 0$

3) $x^2 - 10x + 25 = 0$

4) $x^2 + 7x + 10 = 0$

5) $x^2 + 6x - 16 = 0$

6) $x^2 - 14x + 49 = 0$

Clase No. 2

Tiempo: 2h/c

Grado: 9^{no}

Disciplina: Matemática

Unidad: IV Funciones y Ecuaciones

Indicador de logro

*Domine el concepto de Ecuación Cuadrática

*Aplique el método de Completación de cuadrados en la resolución de Ecuaciones Cuadráticas

Contenido

Ecuación Cuadrática

Métodos de Solución

* Completación de Cuadrados

Desarrollo del Contenido

1. **Actividades de Iniciación**

1.1 Reafirme la clase anterior respondiendo las siguientes interrogantes.

a. ¿Qué es una ecuación cuadrática?

Es un tipo de ecuación particular en la cual la variable o incógnita está elevada al cuadrado, es decir, es de segundo grado. Por ejemplo $x^2 + 2x - 3 = 0$

b. ¿Cuáles son los métodos que existen para resolver ecuaciones cuadráticas?

El método de descomposición de factores, completación de cuadrados y la fórmula general.

1.2 Comparto con mis compañeros y profesor conclusiones de la tarea asignada en la clase anterior.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

$x - 3 = 0 \qquad x + 1 = 0$

$x = 3 \qquad\quad x = -1$

2. Actividades de desarrollo

2.1 Lea y analice en pareja con el folleto los pasos que se siguen en la aplicación del método de completación de cuadrados en ecuaciones cuadráticas y compruébelos resolviendo los ejemplos que a continuación aparecen.

Completación de Cuadrados

Para completar el cuadrado en una ecuación cuadrática vamos a efectuar un artificio sencillo que consiste en transformar la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ a la forma $(x + A)^2 = B$ donde $A\ y\ B$ son constantes.

Para comprender mejor este método consideraremos primero la ecuación del tipo $x^2 + bx + c = 0\ a =\ 1$ podemos escribir esta ecuación del siguiente modo $x^2 + bx = -c$. Vamos a sumar a ambos miembros un número k de tal manera que se obtenga en el primer miembro un trinomio cuadrado perfecto. Este valor k es igual a la mitad del valor del término lineal b elevado a la segunda potencia $k =$ $(b/2)^2$ o lo que es lo mismo $b^2/4$, y al segundo miembro le agregamos la misma cantidad para que no altere.

Cuando el coeficiente de x^2 es mayor que 1, el procedimiento es el mismo, sólo que, como primer paso dividimos los tres términos de la ecuación entre a coeficiente de x^2 y al binomio $x^2 + \frac{b}{a}x$ le agregamos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ para que sea un Trinomio Cuadrado Perfecto y al segundo miembro, para que no altere la ecuación.

El procedimiento de resolución de una ecuación cuadrática completando el cuadrado se esboza en los siguientes pasos.

1. Dividimos toda la ecuación entre el coeficiente dex^2.
2. Pasamos el término constante al segundo miembro.
3. Sumamos $(b/2)^2$ en el caso de que $a = 1$, y $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ en el caso de que a 1 , a ambos miembros de la ecuación.
4. Ahora, el lado izquierdo es un cuadrado perfecto $(x + A)^2$, de modo que la solución se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros.

Ejemplo# 1

Efectué la ecuación $x^2 + 7x + 12 = 0$ completando cuadrado

Solución: Como $a = 1$ omitimos el Paso 1.

Paso 2. Pasamos el término constante al segundo miembro.

$x^2 + 7x = -12$

Paso 3. Sumamos$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2$ambos miembrosde la ecuación

$$x^2 + 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 -12$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} -12$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49-48}{4}$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Paso 4. Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros

$$\sqrt{(x+\frac{7}{2})^2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x + \frac{7}{2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{7}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_1 = -\frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{-7+1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_2 = -\frac{7}{2} - \frac{1}{2} = \frac{-7-1}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{-4, -3\}$

Ejemplo#2

Efectúe la ecuación $3x^2 - 7x + 2 = 0$completando cuadrado

Solución:

Paso 1. Dividimos toda la ecuación entre 3 coeficiente de x^2

$$3x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$\frac{3}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

Paso 2. Pasamos el término constante al segundo miembro.

$$x^2 - \frac{7}{3}x = -\frac{2}{3}$$

Paso 3. Sumamos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{7}{2x3}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2$ a ambos miembros de la ecuación.

$$x^2 - \frac{7}{3}x + \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{2}{3}$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36} - \frac{2}{3}$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49 - 24}{36}$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

Paso 4. Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros.

$$\sqrt{\left(x - \frac{7}{6}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{25}{36}}$$

$$x - \frac{7}{6} = \pm\frac{5}{6}$$

$$x = \frac{7}{6} \pm \frac{5}{6}$$

$$x_1 = \frac{7}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{2, {}^{1}/_{3}\}$

2.2 Resuelve voluntariamente en el pizarrón uno de los ejemplos del folleto y explique los pasos a seguir.

2.3 Resuelve en conjunto con el docente el procedimiento de los ejemplos anteriores en caso de haber presentado dificultades para aclarar dudas.

2.4 Efectúe en conjunto con el docente en el pizarrón la ecuación cuadrática siguiente para reforzar el procedimiento que se sigue en el método de completación de cuadrado.

$$9x^2 + 37x + 4 = 0$$

3. Evaluación

Resuelve en grupos de tres la siguiente actividad.

Completa los espacios en blanco siguiendo los pasos que se utilizan para resolver una ecuación cuadrática por completación de cuadrado y encuentra el conjunto solución.

1) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$x^2 + 2x = 8$

$x^2 + 2x + 1 = 8 + \_\_$

$(x + \_\_\_)^2 = 9$

$\sqrt{(x+1)^2} = \pm\sqrt{(\quad)}$

$x + \_\_\_ = \pm 3$

$x = -1 \pm \_\_\_$

$x_1 = -1 + \_\_\_ =$

$x_2 = -\_\_\_ - 3 =$

2) $8x^2 - 3x - 26 = 0$

$x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{26}{(\quad)} = 0$

$x^2 - \frac{3}{8}x = \frac{26}{(\quad)}$

$$x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{9}{(\quad)} = \frac{26}{8} + \frac{(\quad)}{256}$$

$$\left(x - \frac{3}{16}\right)^2 = \frac{832 + (\quad)}{256}$$

$$\left(x - \frac{3}{16}\right)^2 = \frac{841}{(\quad)}$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{(\quad)}{(\quad)}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{(\quad)}{256}}$$

$$x - \frac{3}{16} = \pm\ \frac{29}{16}$$

$$x = \frac{(\quad)}{16}\ \pm\ \frac{29}{16}$$

$$x_1 = \frac{3 + (\quad)}{16} = \frac{32}{16} =$$

$$x_2 = \frac{3 - 29}{16} = \frac{-(\quad)}{16} =$$

3.2 Entregue el trabajo al docente

4. Tarea:

Resolver las siguientes Ecuaciones Cuadráticas completando cuadrados

1. $x^2 +\ 2x - 8 = 0$
2. $x^2 -\ 2x - 35 = 0$

Clase No. 3

Tiempo: 2h/c

Grado: 9no

Disciplina: Matemática

Unidad: IV Funciones y Ecuaciones

Indicador de logro

Aplique el método de la Fórmula General en la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Contenido

Ecuación Cuadrática

Métodos de Solución

* Fórmula General

Desarrollo del Contenido

1- **Actividades de Iniciación.**

1.1 Resuelve y explique en el pizarrón uno de los ejercicios de tarea para corregir errores y reforzar el contenido anterior.

3) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$x^2 + 2x = 8$

$x^2 + 2x + 1 = 8 + 1$

$(x + 1)^2 = 9$

$\sqrt{(x+1)^2} = \pm\sqrt{(9)}$

$x + 1 = \pm 3.$

$x = -1 \pm 3$

$x_1 = -1 + 3 = 2$

$x_2 = -1 - 3 = -4$

1.2 Aplique el método de completación de cuadrados en la siguiente expresión:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

2- Actividades de desarrollo

2.1 Discute con el grupo el procedimiento aplicado para deducir la fórmula general que aparece en el folleto y compruebe si se aproxima al suyo.

Deducción de la fórmula general para resolver Ecuaciones Cuadráticas

Vamos a obtener una fórmula general que nos permita resolver ecuaciones cuadráticas y al mismo tiempo saber aplicar esa fórmula en casos específicos.

Usaremos el método de completación de cuadrados para obtener la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas $ax^2 + bx + c = 0$

Necesitamos que el coeficiente de x^2 sea 1 para esto dividimos toda la ecuación por a coeficiente de x^2.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Para completar el cuadrado en el primer miembro sumaremos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ y al segundo para que no altere

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros

$$\sqrt{(x+\frac{b}{2a})^2} = \pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad a \neq 0$$

A esta última ecuación la llamamos fórmula general de una Ecuación Cuadrática, la expresión bajo el radical b^2-4ac es llamado discriminante y es de utilidad para conocer la naturaleza de las raíces de la ecuación.

$b^2-4ac>0$ $ax^2+ bx+c=0$ tiene dos raíces reales diferentes

$b^2-4ac=0$ $ax^2+ bx+c=0$ tiene dos raíces reales e iguales

$b^2-4ac<0$ $ax^2+bx+c=0$ no tiene raíces reales (raíces imaginarias)

Cualquier ecuación completa de segundo grado $ax^2+xb+c=0$ $a\neq 0$ se puede resolver aplicando la fórmula general

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2.2 Resuelve en pareja los ejemplos que aparecen en su material de apoyo.

Ejemplo#1

Resolver la Ecuación $x^2+4x+3=0$ por la fórmula general

Solución: Al tomar $a = 1,\ b = 4,\ c = 3,$ luego sustituyendo en la fórmula cuadrática obtenemos

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{-1, -3\}$

Ejemplo#2

Resolver la ecuación $3x^2 - 8x - 1 = 0$ por fórmula general

Solución:

Al tomar $a = 3,\ b = -8,\ c = -1,$ luego sustituyendo en la fórmula cuadrática y teniendo presente que al sustituir $b = -8$ se pone con el signo cambiado

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{8^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 12}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{76}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{2^2 * 19}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{19}}{6}$$

$$x = \frac{2(4 \pm \sqrt{19})}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{19}}{3}$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{19}}{3}$$

$$x_2 \frac{4 - \sqrt{19}}{3}$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{4 + \sqrt{19},\ 4 - \sqrt{19}\}$

En todo caso análogo al presente, en que la raíz cuadrada no es exacta, las raíces halladas se llaman irracionales.

2.3 Aclare las dudas que tienen los estudiantes sobre la aplicación de la fórmula general en las ecuaciones cuadráticas de los ejemplos anteriores.

2.4 Resuelve las ecuaciones cuadráticas por el método de la fórmula general.

1. $8x^2 - 2x - 3 = 0$
2. $5x^2 - 7x - 90 = 0$
3. $5x^2 + 6x - 3 = 0$

2.5 Pase al azar a resolver en el pizarrón uno de los ejercicios de la clase.

2.6 Tome en cuenta las correcciones que le hacen los compañeros y el docente para mejorar sus procedimientos.

3- Evaluación

3.1 Resuelve la siguiente prueba corta

Completa los espacios en blanco para dar solución a la ecuación cuadrática usando la fórmula general.

1) $x^2 + 5x - 24 = 0$

$a = 1,\ b = 5,\ c = 24$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(\quad)^2 - 4(1)(-24)}}{2(\quad)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + (\quad)}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{(\quad)}$$

$$x = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + (\quad)}{2} = \frac{6}{2} =$$

$$x_2 = \frac{-5 - 11}{2} = \frac{(\quad)}{2} = -8$$

2) $5x^2 - 7x - 90 = 0$

$a = 5, \qquad b = (\quad), \qquad c = -90$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4(5)(-\quad)}}{2(\quad)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 1800}}{10}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(\quad)}}{10}$$

$$x = \frac{7 \pm 43}{10}$$

$$x_1 = \frac{7 + (\quad)}{10} = \frac{50}{10} =$$

$$x_2 = \frac{7 - 43}{10} = \frac{(-\quad)}{10} = \frac{-18}{5} = -3\,\frac{3}{(\quad)}$$

4- Tarea

Resuelve a través de la fórmula general.

1. $5x^2 - 7x - 90 = 0$
2. $8x^2 - 2x - 3 = 0$
3. $36x^2 - 8x - 5 = 0$
4. $3x^2 - 5x + 2 =$

Clase No. 4

Tiempo: 2h/c

Grado: 9no

Disciplina: Matemática

Indicador de logro

Aplique los métodos de factorización, completación de cuadrado y fórmula general para la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Contenido

Ecuación Cuadrática

Clase práctica

Desarrollo del Contenido

1. **Actividades de Iniciación**

1.1 Revisar errores que se cometieron en la tarea de la clase anterior.

1. $5x^2 - 7x - 90 = 0$

Solución:

Al tomar $a = 5$, $b = -7, c = -90,$ luego sustituimos en la fórmula cuadrática y teniendo presente que al sustituir $b = -7$ se pone con el signo cambiado.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(5)(-90)}}{2(5)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 1800}}{10}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1849}}{10}$$

$$x = \frac{7 \pm 43}{10}$$

$$x_1 = \frac{7 + 43}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

$$x_2 = \frac{7 - 43}{10} = \frac{-36}{10} = -\frac{18}{5}$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{5, -\frac{18}{5}\}$

2. Actividades de Desarrollo

2.1 Forme grupos de cuatro integrantes para resolver el siguiente trabajo.

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas por:

a. El método de descomposición de factores

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$
2) $x^2 - 7x + 12 = 0$
3) $x^2 - 1 = 0$
4) $x^2 - 8x = 0$
5) $6x^2 + x - 2 = 0$

b. El método de la fórmula general

6) $3x^2 - 24x = 0$
7) $9x^2 + 4x = 0$
8) $4x^2 + 20x + 25 = 0$
9) $3x^2 + 2x - 1 = 0$
10) $4x^2 - 4x - 35 = 0$

c. El método de completación de cuadrado

11) $6x^2 + 11x - 10 = 0$

12) $20x^2 - 33x + 7 = 0$

13) $4x^2 + 29x + 30 = 0$

14) $x^2 - 3x + 2 = 0$

15) $3x^2 - 13x + 4 = 0$

2.2 Entregue su trabajo al docente.

3. Evaluación

3.1 Realice la defensa del trabajo por grupo en plenario siguiendo instrucciones del docente.

4. Tarea

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas por:

a. Descomposición de factores $x^2 + 7x - 18 = 0$
b. Completación de cuadrados $3x^2 - 5x + 2 = 0$
c. Fórmula general $x^2 + 4x - 285 = 0$

Nota: En caso de presentarse dificultades en la aplicación de los métodos para resolver ecuaciones cuadráticas se reforzará en la siguiente clase.

Clase No. 5

Tiempo: 2 h/c

Grado: 9^{no}

Disciplina: Matemática

Unidad: IV Funciones y Ecuaciones

Indicador de Logro

Resuelva Ecuaciones Cuadráticas del tipo $ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$

Contenido

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas

Desarrollo del tema

1. **Actividades de Iniciación**

1.1 Corrige errores de la tarea anterior.

$x^2 + 7x - 18 = 0$

$(x + 9)(x - 2) = 0$

$x + 9 = 0 \quad x - 2 = 0$

$x = -9 \qquad x = 2$

1.2 Recuerde y conteste:

a. ¿Qué significa factorizar?
b. Resuelve los siguientes ejercicios y diga qué caso de factorización se presenta.
   1. $2x^2 + 4x$
   2. $m^2 - 9$

2. Desarrollo del Tema

2.1 Discute con el grupo la lectura del folleto y compruebe sus respuestas

a. ¿Qué significa Factorizar?

Factorizar significa escribir una expresión algebraica como multiplicación de dos o más factores simples cuyo producto es igual a la expresión propuesta, y es una herramienta muy importante para resolver ecuaciones.

Así multiplicamos a por $a+b$ tenemos

$$a(a+b) = a^2 + ab$$

Si nos piden Factorizar

$$a^2 + ab = a(a+b)$$

La factorización puede considerarse como la operación inversa a la multiplicación.

Ejemplo # 1

Factorizar

$$2x^2 + 4x$$

Solución:

Se halla el m.c.d. de los coeficientes 2 y 4 que es 2 y a continuación se escribe la letra común con el menor exponente que es x; el factor común es $2x$. Este factor común se escribe como coeficiente de paréntesis y dentro ponemos los cocientes de dividir cada uno de los términos entre el factor común $2x$. O sea

$$2x^2 \div 2x = x \quad 4x \div 2x = 2$$

$$2x^2 + 4x = 2x(x+2)$$

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas

En la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, la única restricción sobre las constantes $a, b\ y\ c$ es que $a \neq 0$. Por tanto b como c pueden ser cero. Consideremos estos últimos casos.

Si $c = 0$, la ecuación$ax^2 + bx + c = 0$se reduce a

$$ax^2 + bx = 0$$

Resolviendo por descomposición de factores se tiene

$$x(ax + b) = 0$$

Igualando a cero ambos factores

$$x = 0 \qquad ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Se ve que en estas ecuaciones siempre una raíz es cero y la otra es el coeficiente del término en x con signo cambiado partido por el coeficiente del término en x^2.

Ejemplo # 2

Resolver la ecuación $4x^2 + 32x = 0$

Solución: Descomponiendo en factores

$4x^2 + 32x = 0$

$4x(x + 8) = 0$

Igualando a cero

$4x = 0 \qquad x + 8 = 0$

$x = 0 \qquad x = -8$

Las raíces son $0\ y - 8$

Ejemplo# 3

Resolver la ecuación

$x^2 - 3x = 0$

Solución: Descomponiendo en factores

$x^2 - 3x = 0$

Igualando a cero

$x(x - 3) = 0$

$x = 0 \qquad x - 3 = 0$

$x = 0 \qquad x = \ 3$

Las raíces son $0\ y\ 3$

Si $b = 0$, la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se reduce a

$$ax^2 + c = 0$$

Pasamos a $c\ y\ a$ al segundo miembro, se tiene

$$ax^2 = \ -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{b}$$

Extraer la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación

$$x = \ \pm\sqrt{-\frac{c}{b}}$$

Si $c\ y\ a$ tienen el mismo signo la ecuación no tiene raíces reales, las raíces son imagi-narias por ser la raíz cuadrada de una cantidad negativa; si tienen signo distinto, las raíces son reales.

Teorema: $Si\ x^2 = d,\ d \geq 0,\ entonces\ x = \pm\sqrt{d}$

Ejemplo # 4

Resolver la ecuación $3x^2 - 48 = 0$

Solución: Trasponiendo términos obtenemos

$3x^2 = 48$

Despejando x^2 se tiene

$$x^2 = \frac{48}{3}$$

$x^2 = 16$

Extraer la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación obtenemos

$x = \pm\sqrt{16}$

$x = \pm 4$

Las dos raíces son $-4\ y\ 4$ son reales y racionales

Ejemplo # 5

Resolver la ecuación $5x^2 - 9 = 46$

Solución Trasponiendo términos obtenemos

$5x^2 = 46 + 9$

$5x^2 = 55$

Despejando x^2 se tiene

$$x^2 = \frac{55}{5}$$

$x^2 = 11$

Extraer la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación obtenemos

$x = \pm\sqrt{11}$

Las dos raíces son $-\sqrt{11}$ y $\sqrt{11}$ son reales e irracionales

2.3 Aclare dudas con el profesor sobre el procedimiento de los ejemplos del folleto.

2.4 Resuelve en grupos de tres estudiantes las siguientes ecuaciones

a) $16x^2 - 9 = 0$

b) $9x^2 - 6x = 0$

c) $4x^2 - 9 = 0$

2.5 Pase de forma espontánea a resolver las ecuaciones anteriores al pizarrón para verificar y corregir errores con el grupo de clase.

3. Evaluación

3.1 Completa los espacios en blanco, según los pasos para resolver ecuaciones cuadráticas incompletas del tipo $ax^2 + bx = 0$ $ax^2 + c = 0$ y encuentra las raíces o conjunto solución.

1) $5x^2 - 3x = 0$

$x(\_\_\_ - 3) = 0$

$x = 0 \qquad 5x - 3 = 0$

$5x = (\quad)$

$$x = \frac{3}{(\quad)}$$

2) $3x^2 - 12x = 0$

$3x(x - \_\_\_) = 0$

$3x = 0 \qquad x - 4 = 0$

Tarea: Sigue el desarrollo de la ecuación y encuentra la solución.

1. $x^2 - 49 = 0$

   $(\quad)^2 = 49$

   $x = \pm\sqrt{(\quad)}$

   $x = \pm(\quad)$

   $x_1 =$

   $x_2 =$

2. $100x^2 - 4 = 0$

   $100x^2 = 4$

   $$x^2 = \frac{4}{100}$$

   $$x^2 = \frac{1}{(\quad)}$$

   $$x = \pm\sqrt{\frac{(\quad)}{25}}$$

   $$x = \pm\frac{1}{(\quad)}$$

   $x_1 = (\quad)$

   $x_2 = (\quad)$

Clase No. 6

Tiempo:

Grado: 9^{no}

Disciplina: Matemática

Unidad: IV Funciones y Ecuaciones

Indicador de Logro

Plantea y resuelve problemas de su realidad cotidiana utilizando las habilidades y capacidades adquiridas para resolver Ecuaciones Cuadráticas.

Contenido

- Resolución de problemas aplicados a Ecuaciones Cuadráticas

Desarrollo del tema

1. **Actividades de Iniciación**

1.1 Corrige errores de la tarea anterior.

3. $x^2 - 49 = 0$

$(x\ )^2 = 49$

$x = \pm\sqrt{(\ 49)}$

$x = \pm\ (7)$

$x_1 = 7 \quad ; \quad x_2 = -7$

1.2 Piense, analice y conteste la situación que le plantea el docente.

Un maestro de matemática, muy ingenioso actuando de mago propone a sus alumnos lo siguiente: Piensen un número, súmenle 15, multipliquen por 3 el resultado obtenido y a esta cifra réstenle 9, luego dividan entre 3, y resten 8.

¿Díganme el resultado final? Y yo les daré el número que pensaron. Una alumna le dice 32 y el maestro le responde instantáneamente, el número que pensaste fue 28.

¿Cómo consigue el maestro adivinar de prisa?

2. Actividades de Desarrollo

2.1 Analice en conjunto con el grupo la lectura del método de los cuatro pasos de Polya para resolver problemas que aparece en el folleto.

El Método de los cuatro pasos de Polya

Paso 1: Entender el Problema.

Paso 2: Configurar un Plan.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

Paso 4: Mirar hacia atrás

Resolución de Problemas

Muchas situaciones de la vida real podemos estudiarlas matemáticamente, bajo las aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas, es posible encontrar problemas de la vida rutinaria, de las diferentes ciencias que pueden ser resueltos mediante la determinación de modelos de ecuaciones cuadráticas, a continuación veremos algunos ejemplos.

18.2 Analice y compruebe a través de los ejemplos la aplicación del método de Polya.

Un maestro de matemática, muy ingenioso actuando de mago propone a sus alumnos lo siguiente: Piensen un número, súmenle 15, multipliquen por 3 el resultado obtenido y a esta cifra réstenle 9, luego dividan entre 3, y resten 8.

¿Díganme el resultado final? Y yo les daré el número que pensaron. Una alumna le dice 32 y el maestro le responde instantáneamente, el número que pensaste fue 28.

¿Cómo consigue el maestro adivinar de prisa?

Solución:

1. Entender el problema

Conozco

La cantidad que se suma, se multiplica, se resta, se divide y se resta.

Desconozco

El número pensado

2. Configurar el plan

Asignar una variable

Sea x el número pensado

Si x es el número que piensa la alumna, aumentado en 15 es $x+15$. Se multiplica por 3 el resultado obtenido $3(x+15)$. A esta cantidad se le resta 9 $3(x+15)-9$. Se divide por 3 $\frac{3(x+15)-9}{3}$, y se le resta 8 $\frac{3(x+15)-9}{3}-8$

3. Ejecutar el plan

La expresión anterior simboliza el procedimiento planteado por el maestro, ahora vamos a realizar algunas operaciones indicadas para simplificar dicha expresión.

$\frac{3(x+15)-9}{3}-8=\frac{3[(x+15)-3]}{3}-8=(x+15)-3-8=(x+15)-11=x+15-11=x+4.$

La expresión $x+4$ representa el número pensado por la alumna más cuatro. Por tanto el maestro "adivina" el número pensado, restando 4 a $x+4$, en otras palabras $x+4-4=x$

4. Mirar hacia atrás

Como la respuesta dada por la alumna es 32 esto es

$x+4=32$

$x=32-4$

$x=28$ Es el número pensado por la alumna.

Ejemplo 1.

Un estudiante compró cierto número de cuadernos por C$ 144 córdobas. Si hubiera tenido C$ 36 córdobas más hubiera comprado 3 cuadernos más y cada uno le hubiera costado C$ 1 menos. ¿Cuántos cuadernos compró y cuánto le costó cada uno?

Solución:

1. **Entender el problema**

Conozco

El precio de todos los cuadernos que compró el estudiante C$ 144.

Que teniendo C$ 36 córdobas más hubiera comprado 3 cuadernos más y cada uno le hubiera costado C$ 1 córdoba menos.

Desconozco

El número de cuadernos que compró y cuánto le costó cada uno.

2. **Configurar un plan**

Asignar una variable

Sea x el número de cuadernos que compró

Si dividimos el precio de todos los cuadernos entre el número de cuadernos nos da el precio de cada uno y esto es $\frac{144}{x}$

El número de cuadernos×el precio de cada uno=al precio de todos los cuadernos

Esto es: $x\left(\frac{144}{x}\right) = 144$

Del enunciado del problema obtenemos

$$(x+3)\left(\frac{144}{x} - 1\right) = 144 + 36$$

3. **Ejecutar el plan**

Resolviendo operaciones para encontrar el valor de la variable

$$(x+3)\left(\frac{144}{x} - 1\right) = 144 + 36$$

$(x+3)\left(\frac{144-x}{x}\right)=180$

$(x+3)(144-x)=180x$

$144x-x^2+432-3x=180x$

$-x^2+141x+432=180x$

$-x^2+141x+432-180x=0$

$-x^2-39x+432=0$

Como el término cuadrático está negativo multiplicamos la ecuación por -1

$-x^2-39x+432=0\,(-1)$

$x^2+39-432=0$

Resolviendo la ecuación cuadrática obtenemos

$x^2+39x-432=0$

$(x+48)(x-9)=0$

$x+48=0 \qquad x-9=0$

$x=-48 \qquad x=9$

4. Mirar hacia atrás

Al aplicar la resolvente resulta $x_1=-48\ y\ x_2=9$. La solución $x=-48$ se desecha ya que no puede haber -48 cuadernos. Se toma como única respuesta $x=9$. Mirando las condiciones iniciales podemos comprobar que si el número de cuadernos es 9 $\frac{144}{9}=C\$16$es el precio de cada uno de los cuadernos. Es lógico que $9\times 16=144$

Mirando las condiciones iníciales podemos comprobar

$(x+3)\left(\frac{144}{x}-1\right)=180$

$(9+3)\left(\frac{144}{9}-1\right)=180$

$(12)(16-1)=180$

$(12)(15)=180$

$180=180$

Lo que confirma la respuesta

Ejemplo 2

El ancho de la página de un libro es 2 pulgadas menos de lo que mide el largo. El área impresa es 72 pulgadas^2, con márgenes 1 pulgada arriba y abajo, y margen de ½ pulgada en los lados. Halle las dimensiones de la página.

Solución:

1. **Entender el problema**

Datos que nos da el problema

Conozco

El ancho de la página del libro es 2 pulgadas menos de lo que mide el largo

El margen es de 1 pulgada arriba y abajo

Los márgenes es de ½ pulgada en los lados

Desconozco

Las dimensiones de la página. O sea el largo y el ancho.

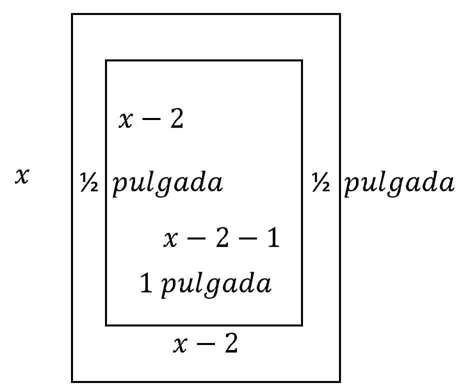
2. **Configurar un plan**

Asignar una variable

Sea x el largo de la página del libro

$x-2$ el ancho de la página del libro

Hacer un diagrama



Usar una fórmula

El área del rectángulo es $A = b \times h \quad o \quad A = l \times a$

El área impresa es $A = largo \times ancho = 72$ pulgadas^2

Del enunciado del problema

$(x-2)(x-3) = 72$

3. Ejecutar el plan

Resolviendo operaciones para encontrar el valor de la variable

$(x-2)(x-3)=72$

$x^2-5x+6=72$

$x^2-5x+6-72=0$

$x^2-5x-66=0$

Resolviendo la ecuación cuadrática obtenemos

$x^2-5x-66=0$

$(x-11)(x+6)=0$

$x-11=0 \qquad x+6=0$

$x=11 \qquad\quad x=-6$

4. Mirar hacia atrás

Al aplicar la resolvente resulta $x_1=11 \;\; x_2=-6$. La solución $x=-6$ se desecha, ya que x es largo y no puede ser negativo. Se toma como única respuesta el largo original 11 pulgadas.

Mirando las condiciones iníciales podemos comprobar

$(x-2)(x-3)=72$

$(11-2)(11-3)=72$

$(9)(8)=72$

$72=72$

Lo que confirma la respuesta

Ejemplo 3

Dagoberto preguntando la edad a Rosa y Ángeles; Rosa le responde: Tengo 12 años más que Ángeles, y esta le dice: Si el producto de nuestra edades es 925. ¿Qué edad tenemos?

Solución:

1. **Entender el problema**

Datos que nos da el problema

Conozco

Rosa tiene 12 años más que Ángeles

El producto de las dos edades es 925

Desconozco

Qué edad tiene cada una

2. **Configurar un plan**

Asignar una variable

Sea x la edad de Ángeles

$x+12$ la edad de Rosa

El producto de ambas edades es $x(x+12)=925$

3. **Ejecutar el plan**

Efectuando operaciones

$x(x+12)=925$

$x^2+12x=925$

$x^2+12x-925=0$

Resolviendo la ecuación cuadrática obtenemos

$x^2+12x-925=0$

$(x+37)(x-25)=0$

$x+37=0 \qquad x-25=0$

$x=-37 \qquad x=25$

4. **Mirar hacia atrás**

Al aplicar la resolvente $x_1=-37$, $x_2=25$. La solución $x=-37$ se desecha porque la edad no puede ser negativa, se toma como única respuesta $x=25$ años que es la edad de Ángeles. Se deduce que la edad de Rosa es $x+12=25+12=37$ años.

Mirando las condiciones iníciales podemos comprobar

$x(x+12)=925$

$25(25+12)=925$

$25\times 37=925$

$925=925$

Lo que confirma la respuesta

Ejemplo 4

Un camión cisterna con combustible viaja desde el puerto de Corinto hasta una gasolinera en la ciudad de Managua recorriendo una distancia de 150 km. De regreso viaja 15 km/h más rápido y reduce el tiempo de viaje de ida en 30 minutos. Calcular la velocidad a la que viaja el camión cisterna de ida y regreso.

Solución:

1. **Entender el problema**

Datos que nos da el problema

Conozco

La distancia recorrida es 150 km.

La velocidad de regreso es 15 km/h más rápido que de ida

El tiempo de regreso es 30 minutos menos que de ida 30 minutos $= 0.5$ h.

Desconozco

La velocidad de ida y la velocidad de regreso

El tiempo de ida y el tiempo de regreso

2. **Configurar un plan**

Asignar una variable

Sea v la velocidad de ida

t el tiempo de ida

$v+15$ la velocidad de regreso

$t+0.5$ el tiempo de regreso

Usar una fórmula

De física se conoce que $v=\frac{d}{t}$(1) velocidad de ida

Del enunciado del problema

$v + 15 = \frac{d}{t-0.5}$(2) velocidad de regreso

3. Ejecutar el plan

$$v + 15 = \frac{d}{t - 0.5}$$

Sustituyendo (1) en (2) tenemos

$$\frac{v}{t} + \ 15 = \frac{d}{t - 0.5}$$

Efectuando operaciones

$$\frac{d + 15t}{t} = \frac{d}{t - 0.5}$$

$$(d + 15t)(t - 0.5) = dt$$

$$dt - 0.5d + 15t^2 - 7.5t = dt$$

$15t^2 - 7.5t - 0.5\ d = 0$ Pero, $d = 150$ km

$$15t^2 - 7.5t - 0.5(150) = 0$$

$$15t^2 - 7.5t - 75 = 0$$

$$15t^2 - 7.5t - 75 = 0\ \div 7.5$$

$$2t^2 - t - 10 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$$2t^2 - t - 10 = 0$$

$$(2t)^2 - 1(2t) - 20 = 0$$

$$(2t - 5)(2t - 4) = 0$$

$2t - 5 = 0 \qquad 2t + 4 = 0$

$2t = 5 \qquad 2t = -4$

$t = \frac{5}{2} \qquad t = \frac{-4}{2}$

$t = 2.5 \qquad t = -2$

4. Mirar hacia atrás

Al aplicar la resolvente resulta $t_1 = 2.5$ $t_2 = -2$. La solución $t = -2$ se desecha ya que el tiempo no puede ser negativo. Se toma como única respuesta $t = 2.5$ horas de la fórmula $v = \frac{d}{t}$se deduce la velocidad de ida.

$v = \frac{150}{2.5} = 60$ Km/h

La velocidad de regreso es $v + 15 = 60 + 15 = 75$ km/h.

Mirando las condiciones iníciales podemos comprobar

$$v + 15 = \frac{d}{t - 0.5}$$

$$60 + 15 = \frac{150}{2.5 - 0.5}$$

$$75 = \frac{150}{2}$$

$$75 = 75$$

Lo que confirma la respuesta

Ejemplo 5

Un hombre compró cierto número de pollos por C$ 800 córdobas. Se le murieron 2 pollos y vendió cada uno de los restantes en C$ 25 córdobas más de lo que le costó cada uno, ganó en total C$ 40. ¿Cuántos pollos compró y cuánto le costó cada uno?

Solución:

1. Entender el problema

Datos que nos da el problema

Conozco

El costo total de los pollos C$ 800 córdobas

Se le murieron 2 pollos

Vendió cada uno de los restantes en C$ 25 córdobas más de lo que le costó cada uno

Ganó en total C$ 40 córdobas

Desconozco

Cuántos pollos compró y cuánto le costó cada uno

2. Configurar un plan

Asignar una variable

Sea x el número de pollos que compró

Si dividimos el costo total de los pollos entre el número de pollos nos da el costo de cada uno de los pollos y esto es $\frac{800}{x}$

Según condiciones del problema

$(x-2)\left(\frac{800}{x}+25\right)=$ Precio de venta de los pollos restantes que le quedó al morirse le 2

El precio de venta–costó total $=$ ganancia

$$(x-2)\left(\frac{800}{x}+25\right)-800=40$$

3. Ejecutar el plan

Resolviendo operaciones

$$(x-2)\left(\frac{800}{x}+25\right)-800=40$$

$$(x-2)\left(\frac{800+25x}{x}\right)-800=40$$

$$\frac{(x-2)(800+25x)}{x}-800 = 40$$

Multiplicamos toda por x para eliminar denominadores

$$\left[\frac{(x-2)(800+25x)}{x}-800=40\right]x$$

$$(x-2)(800+25x)-800x=40x$$

$$800x+25x^2-1600-50x-800x=40$$

$$25x^2-50x-1600-40x=0$$

$$25x^2-90x-1600=0 \div 5$$

$$5x^2-18x-320=0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$5x^2 - 18x - 320 = 0$

$(5x)^2 - 18(5x) - 1600 = 0$

$(5x + 50)(5x + 32) = 0$

$5x - 50 = 0 \qquad 5x + 32 = 0$

$5x = 50 \qquad 5x = -32$

$x = \dfrac{50}{5} \qquad x = \dfrac{32}{5}$

$x = 10 \qquad x = -6.4$

4. **Mirar hacia atrás**

Al aplicar la resolvente resulta $x_1 = 10\,, x_2 = -6.4$. La solución $x = -6.4$ se desecha ya que no puede haber -6.4 pollos. Se toma como única respuesta$x = 10$ pollos.

Mirando las condiciones iníciales podemos comprobar que si el número de pollos es 10 entonces cada pollo le costó$\frac{800}{x} = \frac{800}{10} = C\$80$

Mirando las condiciones iníciales podemos comprobar

$(x - 2)\left(\dfrac{800}{x} + 25\right) - 800 = 40$

$(10 - 2)\left(\dfrac{800}{10} + 25\right) - 800 = 40$

$(8)(80 + 25) - 800 = 40$

$(8)(105) - 800 = 40$

$840 - 800 = 40$

$40 = 40$

Lo que confirma la respuesta

Ejemplo 6

La suma de dos números es 20 tales que el cociente del mayor entre el menor es igual a $\frac{1}{5}$ del número mayor. Hallar los números.

Solución:

1. **Entender el problema**

Datos que nos da el problema

Conozco

La suma de dos números es 20

El cociente es igual a $\frac{1}{5}$ del número mayor

Desconozco

El número mayor y el menor

2. **Configurar un plan**

Asignar una variable

Sea x el número mayor

Como la suma de ambos es 20, necesariamente el otro número será $20 - x$ el número menor.

Merece la pena explicar esto: Si entre su amigo y usted tienen 50 y su amigo tiene 20, ¿Cuánto tiene usted? Obviamente, restando el total menos 20, es decir $50 - 20 = 30$. Si su amigo tiene x usted tiene $50 - x$.

Usar una fórmula

En toda división exacta el dividendo (D) es igual al divisor (d) por el cociente (c)

$D = d * c$

x: Dividendo

$20 - x$: Divisor

$\frac{1}{5}x$: Cociente

Se tiene la ecuación

$$x = (20 - x)\left(\frac{1}{5}x\right)$$

3. Ejecutar el plan

Resolviendo operaciones

$x = (20 - x)\left(\frac{1}{5}x\right)$

$x = \frac{20x - x^2}{x}$

$5x = 20x - x^2$

$x^2 - 20x + 5x = 0$

$x^2 - 15x = 0$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$x^2 - 15x = 0$

$x(x - 15) = 0$

$x = 0 \quad x - 15 = 0$

$x = 0 \quad x = 15$

4. Mirar hacia atrás

Al aplicar la resolvente resulta $x_1 = 0$ $x_2 = 15$ la solución $x = 0$ se desecha ya que$x$ es el número mayor y $20 - x$ el número menor y cero no es mayor que 20. Se acepta como única solución $x = 15$ número mayor $20 - x = 20 - 15 = 5$ número menor.

Según condición del problema

$x = (20 - x)\left(\frac{1}{5}x\right)$

$15 = (20 - 15)\left(\frac{1}{5} * 15\right)$

$15 = 5 * 3$

$15 = 15$

Lo que confirma la respuesta.

18.3 Aclare dudas con el docente sobre el procedimiento de los ejemplos anteriores.

2.4 Sigue los pasos de Polya y encuentra la solución de los siguientes problemas.

La suma de dos números es 8 y la suma de sus cuadrados es 40. Hallar los números.

1. **Entender el problema**

   Conozco

   La suma de los dos números que es 8 y la suma de sus cuadrados que es 40

   Desconozco los números pedidos

2. **Configurar un Plan**

   Asignar una variable

   Sea x el número menor

   $8 - x$ el número mayor

   La suma de sus cuadrados es igual a 40 y obtenemos

   $(8 - x)^2 + x^2 = 40$

3. **Ejecutar el plan**

   $(8 - x)^2 + x^2 = 40$

   $64 - 16x + x^2 + x^2 = 40$

   $2x^2 - 16x + 64 - 24 = 0 \ \div (2)$

   Sigue efectuándolo

Un alambre de 40 cm de longitud se corta en dos pedazos. Una de las partes se dobló haciendo un cuadrado y la otra un rectángulo que es 3 veces más largo que de ancho. La suma del área del rectángulo y del cuadrado es $55\frac{3}{4}$cm^2. Encuentre la longitud de cada pedazo.

1. **Entender el problema**

   Conozco

   La longitud del alambre que es 40 cm

   El área del cuadrado que es $A_1 = l^2$, $donde\ l\ es\ lado\ del\ cuadrado$

   El área del rectángulo $A_2 = l \times a$, $donde\ l\ es\ largo\ y\ a\ es\ el\ ancho$

   Que el largo es 3 veces más largo que el ancho o sea $l = 3a$

   La suma del área cuadrado y del cuadrado es $55\ \frac{3}{4}$cm^2

   Desconozco

   La longitud de cada pedazo de alambre

2. **Configurar un plan**

   Asignar una variable

   Sea x la longitud de un pedazo de alambre con el que se hizo el cuadrado

   $40 - x$ la longitud del otro pedazo de alambre con que se hizo el rectángulo

   Hacer diagrama

El perímetro del cuadrado es $P = 4l$ El perímetro del rectángulo $P = 2l + 2a$

Usar fórmula

A_1 área del cuadrado

$A_1 = l^2$

$P = 4l$

$P = x$ el perímetro del cuadrado

$x = 4l$

$l = \frac{x}{4}$

$A_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2$

$A_1 = \frac{x^2}{16}$

A_2 área del rectángulo

$A_2 = l \times a$

$P = 2l + 2a$

$P = 40 - x$ el perímetro del rectángulo

$40 - x = 2l + 2a$ donde $l = 3a$

$40 - x = 2(3a) + 2a$

$40 - x = 8a$

$a = \frac{40 - x}{8}$

$l = 3a$

$l = 3\left(\frac{40 - x}{8}\right)$

$A_2 = \frac{120 - x}{8}$

$A_2 = l \times a$

$A_2 = \left(\frac{120 - x}{8}\right)\left(\frac{40 - x}{8}\right)$

$A_2 = 3x^2 - 240x + 4800$

Según condición del problema

$A_1 + A_2 = 55\frac{3}{4}$

3. **Ejecutar el plan**

   (Sigue efectuándolo)

18.4 Analice y resuelve en grupos de cuatro estudiantes aplicando el método de Polya los siguientes problemas. (trabajo grupal)

Problemas.

1. Hallar el área de un jardín rectangular, sabiendo que el largo tiene es 2 metros más que el ancho y su diagonal mide $2\sqrt{5}$ metros.

Rta: El área es de 8 m^2

2. Luisa compró cierta Cantidad de pollos por C$ 960. Después gasto C$ 140 en engordarlos, y tuvo una pérdida de 4 pollos. Si vendió los restantes en C$10 más de lo que habían costado. ¿Cuánto pollos compró y cuánto le costó cada uno, sabiendo que ganó en total C$ 400?

Rta: Compró 64 pollos a C$ 15 cada uno

3. Una lancha tarda una hora más en ir 24 km río arriba que en regresar. Si su velocidad en agua tranquila es 10 km/h ¿Cuál es la velocidad de la corriente?

Rta: 2 km/h velocidad de la corriente.

4. José Leonardo necesita cercar un campo rectangular de 31250 mts^2, en su finca, para luego dividirlos en tres terrenos rectangulares y utilizarlos en la siembra de pasto, legumbres y vegetales para ello colocara dos cercas paralelas al lado menor. Si sólo cuenta con 1000 mts^2 de tela de alambre para realizar el trabajo, ¿qué dimensiones tendrá el campo?

Rta: Las dimensiones son 125 m y 250 m.

2.4. Entregue el trabajo al docente.

19 Evaluación

Exponga ante la clase el procedimiento aplicado en los problemas del trabajo.

20 Tarea

Resuelve aplicando el método de Polya los problemas que aparecen en su material de apoyo.

Tabla: 14 Evaluación de la Unidad

No	Formas de evaluar	Puntaje
1	Prueba escrita	5 puntos
2	Trabajo grupal	5 puntos
3	Prueba escrita	5 puntos
4	Clase práctica (trabajo y exposición)	30 puntos
5	Prueba escrita	10 puntos
6	Clase práctica (trabajo y exposición)	30 puntos
7	Tareas	5 puntos
8	Test final	10 puntos
Total		100 puntos

Test Final

Nombre____# _____

Secc._____

Englobe la respuesta correcta

1) Una Ecuación Cuadrática , donde a, b y c son números reales cuya expresión reducida es

   a. $ax^2 + bx + c = 0$
   b. $a^2x + bx + c = 0$
   c. $ax^2 + bx^2 + c = 0$
   d. $ax + bx + c = 0$

2) Una ecuación cuadrática de segundo grado se caracteriza por

   a. Hay dos respuestas , una positiva y otra negativa
   b. Porque hay una raíz cuadrada
   c. Tiene exponente 2
   d. En la ecuación tiene “x”

3) Para resolver la Ecuación Cuadrática se utiliza la formula general que es:

   a. $x = \frac{-b \pm \sqrt{\mathrm{b} - 4ac}}{2a}$
   b. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$
   c. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
   d. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

4) En una Ecuación Cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$: Si b o c son iguales a cero, se dice que la ecuación es:

a. De segundo grado
b. Cuadrática
c. Completa
d. Incompleta

5) Una ecuación de segundo grado puede tener

a. Dos signos
b. Raíz cuadrada
c. Como máximo dos soluciones
d. Exponente

6) Al factorizar la ecuación cuadrática $x^2 - 3x + 2 = 0$ se obtiene

a. $(x-3)(x+2) = 0$
b. $(x-2)(x+3) = 0$
c. $(x-2)(x-1) = 0$
d. $(x-2)(x+1) = 0$

7) ¿Cuál de las siguiente ecuaciones tiene como solución a 5 y 8

a. $x^2 + 10x + 40 = 0$
b. $x^2 + 20x + 40 = 0$
c. $x^2 - 3x + 40 = 0$
d. $x^2 - 13x + 40 = 0$

8) ¿Cuáles son las raíces o conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 15 = 0$

a. 5 y 4
b. 3 y 4
c. -3 y 4
d. -5 y 3

9) ¿Cuáles son las raíces o conjunto solución de la ecuación $8x^2 - 14x - 15 = 0$

a. $\frac{5}{2}$ y $\frac{-3}{4}$
b. $\frac{2}{5}$ y $\frac{-3}{4}$
c. $\frac{3}{2}$ y $\frac{5}{2}$
d. $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{4}$

10) La suma de las edades de José y Enrique es 18 años y su producto es 77. ¿Cuál es la ecuación que nos permite calcular las edades respectivas?

a) $x(x - 18) = 77$
b) $x(18 - x) = 77$
c) $x(x + 18) = 77$
d) $x^2 + (18 - x)^2 = 77$

11) La diferencia de dos números es 7 y su suma multiplicada por el número menor equivale 184. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular los números pedidos?

a) $x^2 + 7x - 184 = 0$
b) $2x^2 - 7x + 184 = 0$
c) $2x^2 + 7x - 184 = 0$
d) $x^2 - 7x + 184 = 0$

CAPITULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

VI.1.-CONCLUCIONES

Después de terminar nuestro trabajo podemos concluir que:

1. Aplicando correctamente el modelo constructivista humanista, es posible que el alumno adquiera conocimientos duraderos y los aplique en situaciones de su vida cotidiana, porque es él mismo quien descubrirá y construirá su propio aprendizaje a través de las participaciones constantes en la clase, los análisis individuales y grupales y las correcciones de sus propios errores en las presentaciones de trabajos y tareas.

2. La estrategia de socialización sugerida a través de pequeños grupos y exposiciones permitirá al estudiante discutir y construir su propio conocimiento, mediante la cual se logrará que los estudiantes participen y se involucren verdaderamente en el desarrollo de la clase, ya que concuerda con los intereses de los mismos.

3. Mediante la aplicación del método de Polya se mejorará sustancialmente la resolución de problemas porque le permitirá al estudiante desmenuzar de manera coherente las ideas y lograr formular la estrategia que le ayudará a encontrar la respuesta, pero implicará un poco más de tiempo por su estructura, aunque sencilla pero amplia.

4. Del orden lógico que proponemos en la distribución de unidades consideramos facilitará la concordancia entre los conocimientos previos de los contenidos de una unidad a otra, asimismo la comprensión de los nuevos conocimientos.

5. El tiempo sugerido en la distribución de contenidos permitirá profundizar y reforzar el contenido utilizando material de apoyo estructurado lógicamente para facilitar la comprensión y desarrollo de la clase, el trabajo individual y grupal a fin de avanzar y concluir exitosamente.

VI.2.- RECOMENDACIONES

1. Que el Ministerio de Educación, permita la aplicación de la propuesta elaborada, para comprobar si los cambios sugeridos dan buenos resultados.
2. A los docentes que tomen en cuenta la metodología aplicada en la unidad para el desarrollo del contenido.
3. Que en los TEPCES se analice el orden lógico de los contenidos de las unidades para ser programados correctamente.
4. Que en las próximas investigaciones se profundice en nuevas metodologías para el desarrollo de este tema.

BIBLIOGRAFÍA

1. Baldor, A. (2006). **Algebra** (1era reimpresión). México: Publicaciones Cultural.

2. Escobar, R. S. (1995). **Fundamentos deMatemática de Tercer Año Básico** (1era edición). Managua,Nicaragua: ITSA.

3. **Diseño de una secuencia didáctica donde se generaliza el método de Factorización en la solución de una ecuación cuadrática**. www.cicata.ipn.mx/FILES/ PDF/PROME-m_002PDF

4. Gronlund, N.E. (1973) **Medición y Evaluación en la enseñanza**. México: Galve, S.A.

5. Instituto Técnico para la Administración y Economía, Rolando Rodríguez G. Chichigalpa INATEC (2010). **Módulo Formativo: Metodología Participativa.**

6. Jarquín, H. A. (2009). **Programa de Estudio de Matemáticas Educación Secundaria (7mo, 8vo y 9no grado)**. Managua/ Nicaragua: Fondos Nacionales Proyecto PASEN.

7. Johnson, R. y Kuby, P. (2007). **Estadística Elemental** (3ra. ed.). México D.F: Litografía Nueva época.

8. **La Evaluación Educativa: Conceptos, Funciones y Tipos.**www. oposicionesprofesores.com/…/…

9. Lafourcade, P.D. (1972). **Evaluación de los Aprendizajes**. Bogotá – Colombia: CINCEL, S.A.

10. Losada, A., Montaña, M. y Moreno, H. Métodos, **Técnicas y Estrategias de enseñanza**- **aprendizaje.** Géminis Ltda.
11. **Modelos de Enseñanza.**Recuperado de Wikipedia, la enciclopedia libre, es. wikipedia.org/wiki/modelos-de-enseñanza.

12. Molina Bogantes, Z. (1998) **Planeamiento Didáctico Fundamentos, principios, estrategias y procedimientos para su desarrollo** (segunda reimpresión). San José: Universidad Estatal a Distancia.
13. Monerco, C. Castelló, M., Clariana, M. Palma, M. y Pérez, M. L. (1994). **Estrategias de enseñanza y aprendizaje Formación del profesorado y aplicación en la escuela**. Barcelona.
14. Ministerio de Educación (2010) **Manual de Planeamiento Didáctico y Evaluación delos Aprendizajes en la Educación Secundaria**. Managua, Nicaragua.
15. **Metodología – Diccionario** Etimológico.www.etimologías.dechile.net/?metodologí.a
16. **Nuevas Tecnologías en Educación**. www.Slideshare.net/angelicamorales19/lista-de-cotejo wikipedagogia
17. Swokowski, E. W. (1988). **Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica** (2da. ed.). México: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
18. **Técnicas e Instrumentos de Evaluación Educativa.** www.monografia.com> Educación.
19. Worchel, S. (1998). **Psicología: Fundamentos y Aplicaciones** (5ta. ed.). España: Prentice Hall Hispanoamérica.
20. Zill, D.G. y Dewar, J.M. (2000). **Algebra y Trigonometría** (2da. ed.). Colombia: Litocamargo Ltda.

ANEXOS

ANEXO 1

Encuesta a Docentes

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León

Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades

Estimado docente:

Nuestro grupo de investigación integrado por egresados de la carrera de Licenciatura en Matemática Educativa y Computación, estamos realizando un trabajo con fines académicos para elaborar una propuesta sobre el mejoramiento de la enseñanza del contenido de Ecuación Cuadrática, por lo que necesitamos su valiosa colaboración en el desarrollo de los diferentes tópicos del siguiente cuestionario que deberá ser respondido de manera anónima ya que no tiene otros fines.

I. Datos Generales

1. Sexo M_____ F_____

2. Edad_______

3. Centro donde Labora ____

4. Municipio: León_____ Telica_____ Posoltega______

5. Departamento: León ______ Chinandega ______

6. Tipo de centro donde trabaja: Privado_____ Público_____ Urbano_____ Rural_____

7. Números de centros donde imparte matemática: Uno____ Dos ____ Más de dos_____

8. Títulos que posee: Bachiller_____ Prof. de primaria_____ Prof. Educación media en Matemática______ Licenciado en Matemática______ Otras Licenciatura______

II. Datos Específicos

9. ¿Programó en el último TEPCE el contenido de ecuación cuadrática?

sí_____ No ______

10. En qué nivel

a) Noveno grado ______ b) Décimo grado ______

Si contestó no

Diga¿Porqué?____
____
____
____

10. ¿Desarrolló el contenido de ecuación cuadrática en noveno grado? Completo______ Incompleto_______

11. Experiencia docente en noveno grado

a) De 1 a 3 años ______
b) De 4 a 6 años ______
c) De 7 a 9 años ______
d) De 10 a más años ______

12. Experiencia docente en décimo grado

a) De 1 a 3 años _______
b) De 4 a 6 años _______
c) De 7 a 9 años _______
d) De 10 a más años ______

13. En qué nivel ha impartido la ecuación cuadrática

Nivel	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
Noveno grado				
Décimo grado				

14. ¿Considera usted que los contenidos del programa de educación de 9no grado de Matemática, tiene secuencia lógica?

a) Totalmente de acuerdo______

b) De acuerdo______

c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo_____

d) En desacuerdo______

e) Muy en desacuerdo______

15. ¿Cree oportuno desarrollar funciones antes de Ecuación Cuadrática?

a) Totalmente de acuerdo______

b) De acuerdo______

c) Ni de acuerdo ni en desacuerdo_____

d) En desacuerdo______

e) Muy en desacuerdo______

16. De acuerdo a su experiencia escribe cual cree que debe ser el orden de estas unidades para que sean conocimientos previos a ecuación cuadrática:

(1) Estadística,
(2) Conjunto de los números reales,
(3) Factorización,
(4) Operaciones con radicales,
(5) Sistema de ecuación lineal,
(6) Congruencia y semejanza.

1____

2____

3____

4____

5____

6____

17. Considera adecuado el tiempo asignado a la "Unidad Funciones y ecuaciones" (26 h/c) según el programa de estudio de noveno grado.

a) Muy poco______
b) Poco______
c) Suficiente______
d) Mucho_____
e) Demasiado______

18. Con la escala de 0 a 5 Califica la frecuencia de los siguientes incisos:

18.1 Tipo de clase que utiliza en su labor docente

Clase	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Expositiva						
Conferencia						
Explicativa						
Experimental						
Grupal						

18.2 Aspectos que toma en cuenta al planificar su clase

Aspectos	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Intereses del alumno						
Madurez intelectual						
Edad del alumno						
Programa						
Contexto socio cultural						

18.3 Materiales didácticos que utiliza para el desarrollo de la ecuación Cuadrática

Materiales	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Libros						
Folletos						
Papelógrafo						
Pizarra						
Computadora						
Medios audiovisuales						

18.4 Manera de resolver problemas de ecuación cuadrática

Manera	0	1	2	3	4	5
Juegos						
Análisis						
Diagramas						
Al tanteo						
Deducción Lógica						

ANEXO 2

Encuesta de Alumnos

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León

Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades

Estimado alumno:

Nuestro grupo de investigación está integrado por egresados de la carrera de Licenciatura en Matemática Educativa y Computación, estamos realizando un trabajo con fines académicos para elaborar una propuesta sobre el mejoramiento de la enseñanza del contenido de “Ecuación Cuadrática”, por lo que necesitamos su valiosa colaboración en el desarrollo de los diferentes tópicos del siguiente cuestionario que deberá ser respondido de manera anónima ya que no tiene otros fines. Agradecemos su colaboración y el tiempo empleado.

I. Datos Generales

1. Sexo M_____ F_____
2. Edad_______
3. Centro de Estudio____
4. Tipo de centro donde estudia: Privado_____ Público_____ Urbano_____ Rural_____

II. Datos Específicos

5. ¿Recibió el contenido de la ecuación cuadrática? Sí____ No____
6. ¿En qué nivel de la Educación Media recibiste el contenido “Ecuación Cuadrática”?
   a) II semestre de 9º grado
   b) I semestre de 10º grado
   c) Ninguno de los anteriores
   Si no contestó ninguna de las anteriores, continúe con la encuesta

7. De los métodos para resolver una ecuación cuadrática marque con una x los que conoce y La cantidad de problemas que resolvió con cada uno.

Método	**Sí**	**No**	**Problemas resueltos**			
			1 a 5	**6 a 10**	**11 a más**	**ninguno**
Factorización						
Completación de cuadrados						
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$						

8. Bloques de clases que recibió sobre ecuación cuadrática
   a) De 1 a 2 bloques _____
   b) De 3 a 4 bloques _____
   c) De 5 a 6 bloques _____
   d) Ninguno de los anteriores _____

9. El libro que consultas para resolver tus tareas es:
   a) Propio _____
   b) Del MINED_____
   c) De la biblioteca______
   d) Ninguna de las anteriores_____

10. Con la escala de 0 a 5 Califica la frecuencia de los siguientes incisos:

   a. Actividades que el profesor aplico durante el desarrollo de la ecuación cuadrática :

Actividades	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Investigación						
Exposición						
Trabajo individual						
Trabajo grupal						
Tarea						

   b. Materiales que el profesor utilizó en el desarrollo de la ecuación cuadrática

Materiales	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Libros						
Folletos						
Papelógrafo						
Pizarra						
Computadora						
Medios audiovisuales						

NOMBRE DE LA UNIDAD : FUNCIONES Y ECUACIONES
NÚMERO DE LA UNIDAD : VII
TIEMPO SUGERIDO : 26 HORAS / CLASES

Competencias de Grado

1. Analiza las características y propiedades de los tipos de funciones algebraicas, ecuaciones lineales y cuadráticas al formular y resolver problemas de su realidad.

Competencias de Ejes Transversales

1. Muestra conductas positivas de: liderazgo, comunicación efectiva, manejo de emociones y conflictos, pensamiento crítico y creativo para enfrentar las situaciones de la vida cotidiana.

2. Demuestra habilidad para establecer y mantener relaciones interpersonales significativas y respetuosas en su entorno.

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
1	▪ Grafica las funciones lineales de R a R: constante, afín y lineal para analizar sus propiedades.	▪ Función de R a R: Constante, lineal y a fin. ▪ Función cuadrática y cúbica. ➢ Gráficas. ➢ Propiedades.	▪ Mediante una actividad practica recuerda que a veces se dan unas condiciones en las que, en lugar de aparecer el signo igual, hay que utilizar otros signos llamados desigualdad y que ahora recordamos: < menor que, > mayor que. ▪ Las relaciones numéricas que se expresan con estos signos se llaman desigualdades y las relaciones algebraicas correspondientes se llaman inecuaciones.	▪ Constatar que las y los estudiantes expresan la solución de una inecuación en forma de intervalo o gráfico.

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			▪ Descubren las propiedades de desigualdades estudiando ejemplos: ➢ Si $a > b$,entonces $a + c > b + c$ ➢ Si $a > b$,entonces $a - c > b - c$ ➢ Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $a . c > b . c$ ➢ Si $a > b$ y $c > 0$,entonces $a / c > b / c$ ➢ Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $a .c < b . c$ ➢ Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $a / c < b / c$	
			▪ Resuelva algebraicamente inecuaciones de una variable. Ejemplos: a) $3 + 7 > 6$ b) $3 + 7 < 8$ c) $x - 1 < 5$ d) $x - 1 < x + 5$	▪ Observar desarrollo de habilidades, destrezas y capacidades en la solución de problemas aplicando inecuaciones.
			▪ Mediante la solución de clase práctica concluye, que la solución de una inecuación no es un valor, sino un conjunto de valores que se puede representar de	

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			diferentes maneras: en notación constructiva de conjuntos, en notación de intervalo o gráficamente sobre la recta numérica.	
			▪ Resuelva problemas relacionados a inecuaciones. Por ejemplo: ➢ Tu edad y la de tu padre o madre. ➢ Tu edad y la de tu compañero o compañera. ➢ ¿Qué signo pondrías entre el área del recinto del Instituto y el de tu colegio anterior? ➢ Expresar algebraicamente todos los números mayores a 3. ➢ Expresar los números mayores que 3, pero que no lo sobrepasen.	▪ Registrar habilidades de observación e interpretación al diferenciar relaciones de funciones.
			▪ En un conjunto de relaciones identifica las que son funciones. ▪ Con ayuda de la y el docente define función como un	▪ Constatar que las y los estudiantes grafiquen correctamente las distintas funciones estudiadas determinando dominio y rango.

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			conjunto de pares ordenados en el que ninguno de ellos tenga el mismo primer elemento. ▪ Determina el dominio y rango de una función expresada en notación conjuntista. ▪ Con ayuda de la o el docente concluye que si se tiene un conjunto de partida A y un conjunto de llegada B, entonces por la regla de correspondencia, a cada elemento x de A pertenece uno y solo uno del conjunto B. ▪ Grafica funciones: Constantes, lineal y afín. Determine sus propiedades. ▪ Identifica tipos de funciones cuadráticas, grafíquelas y determine sus propiedades. ➢ Una función cuadrática tiene la forma general f(x)= ax2 +bx + c; donde a,b y c ∫ R y a $\neq$ 0 y se transforma en la forma canónica.	

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
		▪ Máximos y/o mínimos de una función.	f(x)= a(x-h)2 + k donde el vértice es V(h;k). ▪ Analiza y realice el grafico de funciones cuadráticas del tipo: ➢ f(x)= ax2 ;h=0,k=0 ➢ f(x)= ax2 + k;b=0 ➢ f(x)= a(x-h)2 ;k=0 ➢ f(x)= a(x-h)2 + k ▪ Determina máximos y/o mínimos de una función cuadrática. ▪ Con ayuda de la o el docente identifica tipos de funciones cúbicas, las grafica y determina sus propiedades. Una función cúbica tiene la forma general $f(x)= ax^3 +bx^2 + cx + d$; donde a,b ,c y d ∫ **R** y $a \neq 0$. ▪ Analiza y realice el grafico de las funciones cúbicas del tipo: ➢ f(x)= ax3 ➢ f(x)= ax3 + k ➢ f(x)= a(x+h)3 +k	

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			➢ f(x)= a(x-h)3 + k ▪ Utiliza el programa Derive para graficar los diferentes tipos de funciones estudiadas.	
2	▪ Plantea y resuelve problemas reales donde utiliza ecuaciones lineales racionales en una variable.	▪ Ecuaciones lineales racionales.	▪ Reconoce que las ecuaciones racionales son ecuaciones en las que aparecen fracciones polinómicas. ▪ Para resolver ecuaciones racionales se multiplican ambos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores. ➢ Ejemplos 1 $\frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{6}{x-2}$ $\frac{3x}{x-2}(x-2) = 1(x-2) + \frac{6}{x-2}(x-2)$ $3x = (x-2) + 6$ $2x = 4$ $x = 2 \rightarrow$ *No valida* No se permite la división por cero, x =2 no es una solución, por tanto la ecuación dada no tiene soluciones.	▪ Valorar el dominio de las y los estudiantes en la resolución de ecuaciones racionales aplicando adecuadamente los procedimientos estudiados.

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			➢ Ejemplo 2 $\frac{3}{2x-4} - \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-2}$ $3(x+3) - 5(2x-4) = 2(2x+6)$ $3x + 9 - 10x + 20 = 4x + 12$ $-11x = -17$ $x = \frac{17}{11}$ El m.c.m. es (2x-4)(x+3), luego los números 2 y -3 si aparecen en la solución no serían válidos, pero no es el caso. ▪ Resuelve ejercicios como: $\frac{x+4}{3} - \frac{7-x}{x-3} = \frac{4x+7}{9} - 1$ $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-1}{3} = 2x-1$ $\frac{3x-1}{x+2} = \frac{3x-2}{x+1}$ $\frac{2}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{16}{x^2-9}$ ▪ Resuelva problemas aplicando ecuaciones	▪ Comprobar las habilidades y destrezas de las y los

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			lineales racionales como: ➢ Dos números suman 37.Si el mayor se divide por el menor, el cociente vale 3 y el residuo 5. ➢ La velocidad de una lancha en aguas tranquilas es de 25 km/h. Sabiendo que cuando avanza contra la corriente recorre 4,2 km/h en el mismo tiempo que recorre a favor de ella 5,8 km, calcular la velocidad de la corriente. ➢ Un obrero A puede realizar un trabajo en tres días y otro B hace el mismo en 6 días. ¿En que tiempo realizarían dicho trabajo junto? ➢ Halla un número entero, sabiendo que la suma con su inverso es 26.5	estudiantes en la aplicación de ecuaciones lineales racionales en la solución de problemas.
3	▪ Plantea y resuelve	▪ Ecuación cuadrática:	▪ Con ayuda de la o el docente	▪ Verificar el grado de

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
	problemas de su práctica cotidiana utilizando ecuaciones cuadráticas.	➢ Definición. ➢ Conjunto Solución. ➢ Métodos de solución: o Por factorización. o Fórmula general. o Completación de cuadrados.	reconoce las características de la ecuación cuadrática. ▪ Comenta en trabajo de equipo acerca de las formas que tiene la ecuación cuadrática y sus formas de solución practicando la democracia, relaciones de igualdad y fraternidad para mantener una convivencia pacifica. Ecuaciones del tipo: $ax^2 + c = 0$ $ax^2 + bx = 0$ $ax^2 + bx + c = 0$ ▪ Aplica factorización al resolver las ecuaciones cuadráticas: ➢ x2 - 9 = 0 ➢ 2x2 - 1 = 0 ➢ (x - 3)2 = -8	asimilación de las y los estudiantes en la solución de ecuaciones cuadráticas por los diferentes métodos de solución; así como el establecimiento de relaciones democráticas, igualdad y fraternidad.
			▪ Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de completar el cuadrado: ➢ x2 + 6x + 7 = 0 ➢ x2 – 10x + 5 = 0	▪ Constatar el grado de asimilación de las y los estudiantes en la solución de ecuaciones cuadráticas y su aplicación en la solución de problemas de a vida

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			➢ 2x2 - 3x - 4 = 0 ▪ Con ayuda de la o el docente y utilizando el método de completación de cuadrados deduce la Fórmula Cuadrática, para resolver ecuaciones cuadráticas. $ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$ $ax^2 + bx = -c$ $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ $x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ $= \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ La expresión $b^2 - 4ac$ se llama "discriminante". ▪ Concluya que la ecuación tiene dos soluciones si el discriminante es mayor que	cotidiana. ▪ Valora la importancia del lenguaje gráfico para interpretar y resolver

No.	Indicadores de Logro	Contenidos Básicos	Actividades de aprendizajes Sugeridas	Procedimientos de Evaluación
			cero, que tiene una solución si el discriminante es cero y no tiene ninguna solución si es negativa.	problemas prácticos de la vida cotidiana y en la toma de decisiones.
			▪ Resuelva los siguientes problemas: ➢ El largo de una sala rectangular es 3 metros mayor que el ancho. Si el ancho aumenta 3 m y el largo aumenta 2 m, el área se duplica. Halle el área original de la sala.	▪ Valorar actitudes de iniciativa, preocupación y disposición a compartir experiencias acerca de la realización de ejercicios y / o problemas.
			➢ Supóngase que C$ 5 000 se han invertido a una tasa x de interés compuesto anualmente durante 2 años. Si el valor acumulado en los dos años es C$ 5 950,4, Encuentre x.	▪ Observar constancia y perseverancia en la búsqueda de solución a problemas de su realidad.
			➢ La suma de los cuadrados de tres enteros consecutivos es 77, ¿Cuáles son esos enteros? ➢ El producto de dos enteros pares	▪ Valorar al final de esta unidad que los y las estudiantes demuestran: constancia, desempeño en el trabajo individual y grupal, participación, compañerismo, perseverancia,

ANEXO 4

DOCUMENTO DE APOYO PARA EL ESTUDIANTE

Ecuación Cuadrática

Igualdad

Es la expresión de que dos cantidades o expresiones algebraicas tienen el mismo valor. Por ejemplo:

$$a = b + c \qquad\qquad 3x^2 = 4x + 15$$

Ecuación

En matemáticas, una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números o constantes. Las incógnitas representadas generalmente por letras, constituyen los valores que pretende hallar. Por ejemplo la ecuación:

$$3x - 1 = 9 + x$$

Ecuación Cuadrática

1. Es un tipo de ecuación particular en la cual la variable o incógnita está elevada al cuadrado, es decir, es de segundo grado. Por ejemplo $x^2 + 2x - 3 = 0$. En este tipo de ecuación no es posible despejar fácilmente la x, por lo tanto se requiere un procedimiento general para hallar la solución.

2. Una ecuación de segundo grado o cuadrática, es una forma proposicional con la siguiente estructura$ax^2 + bx + c = 0$ donde $a, b\ y\ c$ pertenecen a los números reales $a \neq 0\ yx$ es una variable cuyo conjunto universo es R.

Raíces de una ecuación cuadrática o de segundo grado son los valores de la incógnita que satisfacen la ecuación, o sea que al sustituirlas en la ecuación el resultado satisface la igualdad.

Se llama raíz o solución de $ax^2 + bx + c = 0$ a todo elemento del conjunto solución $S = \{x \,/\, ax^2 + bx + c = 0\}$

Toda ecuación Cuadrática tiene dos raíces y ambos valores satisfacen la ecuación.

Métodos de Resolución

Resolver una ecuación cuadrática es hallar las raíces o valores de la variable que la satisfacen, vamos a utilizar tres métodos para resolver la ecuación que son:

4. Descomposición de Factores
5. Completación de Cuadrados
6. Fórmula General

1. Descomposición de Factores

Descomponiendo en factores una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ se obtiene un método muy rápido para resolver la ecuación.

Ejemplo: Resolverla ecuación $x^2 - x - 6 = 0$ por descomposición de factores.

Solución: Factorizando el trinomio se tiene

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

Podemos suponer que cualquiera de los factores es cero

Si $x - 3 = 0$ se tiene que $x = 3$

Si $x + 2 = 0$ se tiene que $x = -2$

Lo anterior nos dice que x puede tener los valores de $-2\ y\ 3$ por lo tanto el conjunto solución de la ecuación es $S = \{-2\ ,\ 3\}$

Comprobemos el resultado

b) Para $x = -2$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(-2)^2 - (-2) - 6 = 0$

$4 + 2 - 6 = 0$

$0 = 0$

b) Para $x = 3$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(3)^2 - 3 - 6 = 0$

$9 - 3 - 6 = 0$

$0 = 0$

Ejemplo: Resolver la ecuación $2x^2 + 7x - 4 = 0$ por descomposición de factores

Factorando el trinomio se tiene

$2x^2 + 7x - 4 = 0$

$(2x)^2 + 7(2x) - 8 = 0$

$(2x + 8)(2x - 1) = 0$

$2x + 8 = 0 \qquad 2x - 1 = 0$

$2x = -8 \qquad 2x = 1$

$x = -\frac{8}{2} \qquad x = \frac{1}{2}$

$x = -4$

Por lo tanto el conjunto solución de la ecuación es $S = \{-4,\ {}^{1}\!/_{2}\}$

Ejemplo: Resolverla ecuación$16x^2 - 48x + 36 = 0$ por descomposición de factores

Nota: Un trinomio es cuadrado perfecto si el primer y tercer término son cuadrados perfectos es decir tienen raíz cuadrada exacta y positiva, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas.

Solución: Podemos notar que si analizamos la ecuación el primer miembro es un trinomio cuadrado perfecto y podemos factorizarlo, extrayendo la raíz cuadrada del primer y tercer término y se separan estas raíces por el signo del segundo término del trinomio. El binomio a si formado se eleva al cuadrado.

$16x^2 - 48x + 36 = 0$

$(4x - 6)^2 = 0$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad tenemos

$\sqrt{(4x - 6)^2} = \sqrt{0}$

$4x - 6 = 0$

$4x = 6$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

La solución en este caso es $x = \frac{3}{2}$

Nota: Toda ecuación cuadrática tiene siempre dos soluciones. Cuando ella es un trinomio cuadrado perfecto, las dos soluciones son iguales, en este ejemplo $x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$

2. Completación de Cuadrados

Este método recibe el nombre de completación de cuadrado por que consiste en transformarla ecuación cuadrática general $ax^2 + bx + c = 0$ a la forma $(x$ + A)^2 = B donde A y B son constantes.

Para comprender mejor este método consideraremos primero la ecuación del tipo $x^2 + bx + c = 0$ a =1 podemos escribir esta ecuación del siguiente modo $x^2 + bx = -c$.Vamos a sumar a ambos miembros un número k de tal manera que se obtenga en el primer miembro un trinomio cuadrado perfecto. Este valor k es igual a la mitad del valor del término lineal b elevado a la segunda potencia $k = (b/2)^2$ o lo que es lo mismo $b^2/4$, y al segundo miembro le agregamos la misma cantidad para que no altere.

Cuando el coeficiente de x^2 es mayor que 1, el procedimiento es el mismo, sólo que, como primer paso dividimos los tres términos de la ecuación entre

a coeficiente de x^2 y al binomio $x^2 + \frac{b}{a}$le agregamos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ para que sea un Trinomio Cuadrado Perfecto y al segundo miembro, para que no altere la ecuación.

El procedimiento de resolución de una ecuación cuadrática completando el cuadrado se esboza en los siguientes pasos.

5. Dividimos toda la ecuación entre el coeficiente de x^2.
6. Pasamos el término constante al segundo miembro.
7. Sumamos $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ en el caso de que $a = 1$, y $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ en el caso de que $a > 1$, a ambos miembros de la ecuación.
8. Ahora, el lado izquierdo es un cuadrado perfecto $(x + A)^2$, de modo que la solu-ción se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros.

A continuación, explicamos el procedimiento con un ejemplo.

Ejemplo: Efectué la ecuación $x^2+7x+12=0$ completando cuadrado

Solución: Como $a=1$ omitimos el Paso 1.

Paso 2. Pasamos el término constante al segundo miembro.

$$x^2+7x=-12$$

Paso 3. Sumamos $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2$ambos miembro de la ecuación

$$x^2+7x+\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2-12$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}-12$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49-48}{4}$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Paso 4. Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros

$$\sqrt{(x+\frac{7}{2})^2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x+\frac{7}{2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$x=-\frac{7}{2}\pm\frac{1}{2}$$

$$x_1=-\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=\frac{-7+1}{2}=\frac{-6}{2}=-3$$

$$x_2=-\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=\frac{-7-1}{2}=\frac{-8}{2}=-4$$

El conjunto solución de la ecuación es $S=\{-4,-3\}$

Ejemplo: Efectúe la ecuación $3x^2 - 7x + 2 = 0$ completando cuadrado

Solución:

Paso 1. Dividimos toda la ecuación entre 3 coeficiente de x^2

$3x^2 - 7x + 2 = 0$

$\frac{3}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$

$x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$

Paso 2. Pasamos el término constante al segundo miembro.

$x^2 - \frac{7}{3}x = -\frac{2}{3}$

Paso 3. Sumamos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{7}{2x3}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2$ a ambos miembros de la ecuación.

$x^2 - \frac{7}{3}x + \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{2}{3}$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36} - \frac{2}{3}$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49 - 24}{36}$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

Paso 4. Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros.

$$\sqrt{(x - \frac{7}{6})^2} = \pm \sqrt{\frac{25}{36}}$$

$$x - \frac{7}{6} = \pm \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{7}{6} \pm \frac{5}{6}$$

$$x_1 = \frac{7}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \left\{2,\ \frac{1}{3}\right\}$

3. **Fórmula general para resolver Ecuaciones Cuadráticas**

Usaremos el método de completación de cuadrados para obtener la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas $ax^2 + bx + c = 0$

Necesitamos que el coeficiente de x^2sea 1 para esto dividimos toda la ecuación por a coeficiente de x^2.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Para completar el cuadrado en el primer miembro sumaremos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ y en el segundo para que no altere

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros

$$\sqrt{(x + \frac{b}{2a})^2} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}\frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} a \neq 0$$

A esta última ecuación la llamamos fórmula general de una Ecuación Cuadrática, la expresión bajo el radical $b^2 - 4ac$ es llamado discriminante y es de utilidad para conocer la naturaleza de las raíces de la ecuación.

$b^2 - 4ac > 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$ tiene dos raíces reales diferentes

$b^2 - 4ac = 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$ tiene dos raíces reales e iguales

$b^2 - 4ac < 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$ no tiene raíces reales (raíces imaginarias)

Ejemplo: Resolver la Ecuación $x^2 + 4x + 3 = 0$ por la fórmula general

Solución: Al tomar$a = 1, b = 4, c = 3$, luego sustituyendo en la fórmula cuadrática obtenemos

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{-1, -3\}$

Ejemplo: Resolver la ecuación $3x^2 - 8x - 1 = 0$ por fórmula general

Solución: Al tomar $a = 3,\ b = -8,\ c = -1$, luego sustituyendo en la fórmula cuadrática y teniendo presente que al sustituir $b = -8$ se pone con el signo cambiadoya que si en la ecuación dada el coeficiente es negativo, al sustituir en la fórmula se hace positivo, pues $-(-b) = b$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{8^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 12}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{76}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{2^2 * 19}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{19}}{6}$$

$$x = \frac{2(4 \pm \sqrt{19})}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{19}}{3}$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{19}}{3}$$

$$x_2 = \frac{4 - \sqrt{19}}{3}$$

El conjunto solución de la ecuación es $S = \{4 + \sqrt{19}\,, 4 - \sqrt{19}\}$

En todo caso análogo al presente, en que la raíz cuadrada no es exacta, las raíces halladas se llaman irracionales.

I) Resolver las siguientes Ecuaciones Cuadráticas por descomposición de factores

1) $x^2 + 7x - 18 = 0$
2) $x^2 - 8x - 65 = 0$
3) $x^2 + 2x - 8 = 0$
4) $x^2 + 7x + 12 = 0$
5) $y^2 - 16y + 63 = 0$
6) $3x^2 + 16x - 75 = 0$
7) $4t^2 - 15t + 9 = 0$
8) $9t^2 - 30t + 25 = 0$
9) $2x^2 - 5x - 3 = 0$
10) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

II) Resolver las siguientes Ecuaciones Cuadráticas completando cuadrados

1) $x^2 + 2x - 8 = 0$
2) $x^2 - 8x + 12 = 0$
3) $x^2 - 13x + 40 = 0$
4) $x^2 - 2x - 35 = 0$
5) $2x^2 - 5x - 3 = 0$
6) $8x^2 - 3x - 26 = 0$
7) $6x^2 + 11x - 10 = 0$
8) $9x^2 + 37x + 4 = 0$

III) Resolver las siguientes Ecuaciones Cuadráticas por fórmula general

1) $8x^2 - 3x - 26 = 0$
2) $3x^2 - 16x + 5 = 0$
3) $4x^2 + 3x - 22 = 0$
4) $3x^2 - 5x + 2 = 0$
5) $8x^2 - 2x - 3 = 0$
6) $5x^2 - 7x - 90 = 0$
7) $2x^2 - 9x + 7 = 0$
8) $3x^2 - 22x + 7 = 0$
9) $4x^2 - 37x - 30 = 0$
10) $2x^2 - 13x + 20 = 0$
11) $x^2 - 4x - 1 = 0$
12) $5x^2 + 6x - 3 = 0$
13) $3x^2 - x - 10 = 0$
14) $3x^2 - 1x + 6 = 0$

IV) Resolver la siguiente ecuación cuadrática

$(a - b)x^2 + (b - c)x + c - a = 0$ $a,\ b\ y\ c$sonconstantes

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas

En la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, la única restricción sobre las constantes $a, b\ y\ c$ es que $a \neq 0$. Por tanto b como c pueden ser cero. Consideremos estos últimos casos.

Si $c = 0$, la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se reduce a

$$ax^2 + bx = 0$$

Resolviendo por descomposición de factores se tiene

$$x(ax + b) = 0$$

Igualando a cero ambos factores

$$x = 0 \qquad ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Se ve que en estas ecuaciones siempre una raíz es cero y la otra es el coeficiente del término en x con signo cambiado partido por el coeficiente del término en x^2.

Ejemplo: Resolver la ecuación $4x^2 + 32x = 0$

Solución: Descomponiendo en factores

$$4x^2 + 32x = 0$$

$$4x(x + 8) = 0$$

Igualando a cero $\qquad 4x = 0 \qquad x + 8 = 0$

$$x = 0 \qquad x = -8$$

Las raíces son $0\ y - 8$

Ejemplo: Resolver la ecuación $x^2 - 3x = 0$

Solución: Descomponiendo en factores

$$x^2 - 3x = 0$$

Igualando a cero $\quad x(x-3) = 0$

$$x = 0 \qquad x - 3 = 0$$

$$\mathrm{x} = 0 \qquad \mathrm{x} = 3$$

Las raíces son $0\ y\ 3$

Si $b = 0$, la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se reduce a

$$ax^2 + c = 0$$

Pasamos a $c\ y\ a$ al segundo miembro, se tiene

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{b}$$

Extraer la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{b}}$$

Si $c\ y\ a$ tienen el mismo signo la ecuación no tiene raíces reales, las raíces son imaginarias por ser la raíz cuadrada de una cantidad negativa; si tienen signo distinto, las raíces son reales.

Ejemplo: Resolver la ecuación $3x^2 - 48 = 0$

Solución: Trasponiendo términos obtenemos

$$3x^2 = 48$$

Despejando x^2 se tiene $x^2 = \frac{48}{3}$

$$x^2 = 16$$

Extraer la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación obtenemos

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$

Las dos raíces son $-4\ y\ 4$ son reales y racionales

Ejemplo: Resolver la ecuación $5x^2 - 9 = 46$

Solución Trasponiendo términos obtenemos

$$5x^2 = 46 + 9$$

$$5x^2 = 55$$

Despejando x^2 se tiene $x^2 = \frac{55}{5}$

$$x^2 = 11$$

Extraer la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación obtenemos

$$x = \pm\sqrt{11}$$

Las dos raíces son $-\sqrt{11}$ y $\sqrt{11}$ son reales e irracionales

Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas

1) $1 - 25x^2 = 0$
2) $x^2 - 49 = 0$
3) $x^2 - 3 = 0$
4) $(x + 5)(x - 5) = -7$
5) $5x^2 + 4 = 2(x + 2)$
6) $27x^2 - 81 = 0$
7) $3x^2 + 12x = 0$
8) $100x^2 - 4 = 0$
9) $64x^2 - 16 = 0$
10) $4x^2 + 32x = 0$

Resolución de Problemas

En la vida diaria, a menudo ocurren problemas que se pueden resolver mediante ecuaciones u otros medios matemáticos.

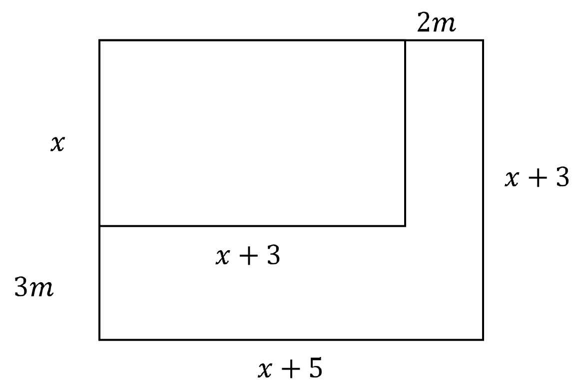
Debido a la ilimitada variedad de problemas aplicados, es difícil establecer reglas específicas para encontrar soluciones. Sin embargo, es posible desarrollar una estrategia general para resolver dichos problemas. A continuación se dan algunas guías que pueden ser útiles cuando se puede formular el problema en términos de una ecuación en una variable.

1) Lea cuidadosamente el problema y piense en los datos que se dan, junto con la cantidad desconocida que debe encontrar.
2) Denote la cantidad desconocida mediante una letra. Las frases que contienen palabras como, “que”, “encuentre”, “cuánto”, “a qué distancia” o “cuándo”, nos indican la cantidad desconocida.
3) Si es posible, trace un croquis o diagrama con las anotaciones apropiadas.
4) Haga una lista de los datos conocidos, junto con todas las relaciones que contienen la cantidad desconocida.
5) Después de analizar la lista del paso 4 y tal vez leyendo el problema varias veces, formule una ecuación que describa precisamente lo enunciado en palabras.
6) Resuelva la ecuación formulada en el paso 5.
7) Verifique las soluciones obtenidas en el paso 6 refiriéndolas al enunciado original del problema. Observe cuidadosamente si la solución concuerda con las condiciones dadas.

8) No se desanime, si no puede resolver un problema dado. Se requiere de mucho esfuerzo y práctica para adquirir habilidades para resolver problemas aplicados. ¡siga intentándolo!

Ejemplo.1

El largo de una sala rectangular es 3 metros mayor que el ancho. Si el ancho se aumenta en 3 metros y el largo se aumenta en 2 metros, el área se duplica. Halle el área original de la sala.



Solución: Sea x el ancho de la sala

$x+3$ el largo de la sala

El área original es $A = a \times l$

$A = x(x+3) = x^2 + 3x$

el ancho aumenta en 3 metros

$x+3$ es el nuevo ancho

El largo es aumenta en 2 metros

$x+3+2 = x+5$ es el nuevo largo

El área se duplica

$2(x^2+3x)$

La nueva área es

$A = a \times l = (x+3)(x+5)$

Según la condiciones del problema

$2(x^2+3x) = (x+5)(x+3)$

$2x^2 + 6x = x^2 + 8x + 15 = 0$

$2x^2 + 6x - x^2 - 8x - 15 = 0$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$x - 5 = 0 \qquad x + 3 = 0$

$x = 5 \qquad x = -3 \;\; \textit{no es solución}$

El ancho de la sala es 5 metros, el largo es 8 metros entonces el área es
$A = a \times l = 5 \times 8 = 40m^2$

Ejemplo.2

La suma de los cuadrados de tres enteros consecutivos es 77 ¿Cuáles son esos números?

Solución: Sea x el primer número entero consecutivo

$x+1$ el segundo número entero consecutivo

$x+2$ el tercer número entero consecutivo

Como la suma de los cuadrados de los tres números es 77, se tiene la ecuación

$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=77$

$x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=77$

$3x^2+6x+5=77$

$3x^2+6x+5-77=0$

$3x^2+6x-72=0 \quad \div 3$

$x^2+2x-24=0$

$(x+6)(x-4)=0$

$x+6=0 \qquad x-4=0$

$x=-6 \qquad x=4$

Los números pedidos son 4, 5 y 6. También -6, -5,-4

Ejemplo.3

El producto de dos enteros pares consecutivos es 288. ¿Cuáles son esos números?

Solución: Sea x el primer par

$x+2$ el segundo par consecutivo

El producto de los dos pares consecutivos es 288 se tiene la ecuación

$x(x+2)=288$

$x^2+2x=288$

$x^2+2x-288=0$

$(x+18)(x-16)=0$

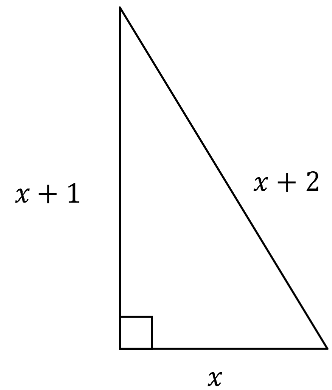
$x+18=0 \qquad x-16=0$

$x=-18 \qquad x=16$

El primer par es 16 y el segundo es 18. También -18 y -16

Ejemplo.4

Calcular la hipotenusa de de un triángulo rectángulo, sabiendo que las medidas se sus lados son tres números consecutivos.



Solución: Sea x el cateto menor

$x+1$ el cateto mayor

$x+2$ la hipotenusa

Por el teorema de Pitágoras

$h^2 = {c_1}^2 + {c_2}^2$

Donde h es la hipotenusac_1 y c_2 son los catetos

$(x+2)^2 = x^2 + (x+1)^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 2x + 1$

$2x^2 + 2x + 1 - x^2 4x - 4 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x - 3 = 0 \qquad x + 1 = 0$

$x = 3 \qquad x = -1$

$x = -1$ $no\ es\ solución$

La hipotenusa es 5 los catetos son 4 y 3

Ejemplo. 5

La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tiene ahora cada uno?

Solución: Sea x la edad actual del hijo

x^2la edad actual del padre

$x+24$ la edad del hijo dentro de 24 años

x^2+24 la edad del padre dentro de 24 años

Según la condición del problema

$$x^2 + 24 = 2(x + 24)$$

$$x^2 + 24 = 2x + 48$$

$$x^2 + 24 - 2x - 48 = 0$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$x - 6 = 0 \qquad x + 4 = 0$$

$$x = 6 \qquad x = -4$$

$$x = -4 \ \textit{no es solución}$$

La edad del actual del hijo es 6 años la edad actual del padre es 36 años

Ejemplo.6

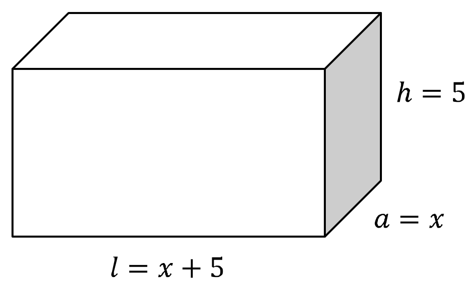
Una caja mide 5 cm de altura y 5 cm más de largo que de ancho. Su volumen es 1500 cm^3. Calcular la longitud y la anchura.

Solución: Sea x el ancho

$x + 5$ el largo

La altura es 5 cm

El volumen es $V = a \times l \times h$



Según la condición del problema

$$x(x + 5)(5) = 1500$$

$$5x^2 + 25x = 1500 \quad \div 5$$

$$x^2 + 5x = 300$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$(x + 20)(x - 15) = 0$$

$$x + 20 = 0 \qquad x - 15 = 0$$

$$x = -20 \qquad x = 15$$

$$x = -20 \ \textit{no es solución}$$

El ancho es 15 cm y el largo es 20 cm.

Ejemplo. 7

Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es de 540m^2.

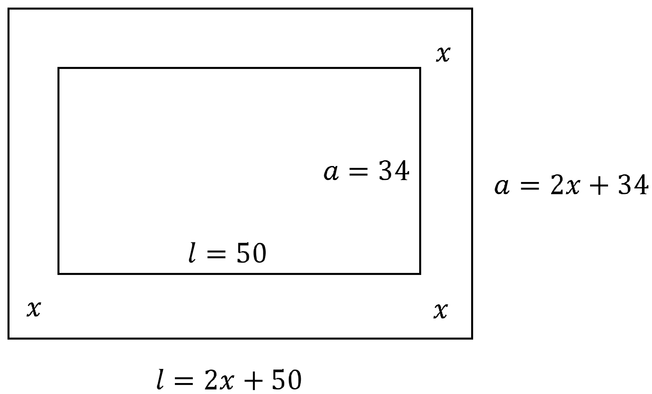
Solución. El área de un rectángulo es $A = l \times a$

Área del rectángulo interior

$A_i = 50 \times 34 = 1700\ m^2$

Área del rectángulo exterior

$A_e = (2x + 50)(2x + 34)$



El área del camino es

$A_e - A_i = 540\ m^2$

$(2x + 50)(2x + 34) - 1700 = 540$

$4x^2 + 168 + 1700 - 1700 = 540$

$4x^2 + 168 - 540 = 0 \div 4$

$x^2 + 42x - 135 = 0$

$(x + 45)(x - 3) = 0$

$x + 45 = 0 \qquad x - 3 = 0$

$x = -45 \qquad x = 3$

$x = -45\ \textit{no es solución}$

Ejemplo. 8

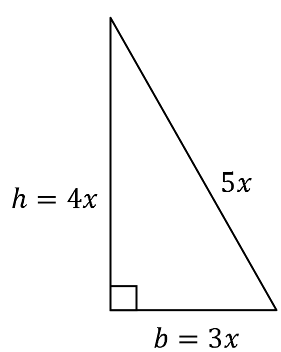
Los tres lados se un triángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Hallar la longitud de cada lado, sabiendo que el área es $24m^2$.

Solución: Sea x la longitud constante

$3x$la longitud del cateto menor

$4x$la longitud del cateto mayor

$5x$la longitud de la hipotenusa



El área del triángulo es $A = \frac{1}{2} b \times h$

$24 = \frac{1}{2}(3x)(4x)$

$(24 = 6x^2) \div 6$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$x = 2 \quad x = -2 \; no\ es\ solución$

Los tres lados tienen longitud 6m, 8m y 10m

Ejemplo. 9

La suma de dos números es 9 y la suma de sus cuadrados 53. Hallar los números.

Solución: Sea x el número mayor

9 – x el número menor

Según la condición del problema

$x^2 + (9 - x)^2 = 53$

$x^2 + 81 - 18x + x^2 = 53$

$2x^2 - 18x + 81 - 53 = 0$

$(2x^2 - 18x + 28 = 0) \div 2$

$x^2 - 9x + 14 = 0$

$(x - 7)(x - 2) = 0$

$x - 7 = 0 \quad x - 2 = 0$

$x = 7 \qquad x = 2$

Los números buscados son 7 y 2

Ejemplo. 10

Una persona compró cierto número de libros por \$ 180. Si hubiera comprado 6 libros menos por el mismo dinero, cada libro le hubiera costado \$ 1 más. ¿Cuántos libros compró y cuanto le costó cada uno?

Solución: Sea x el número de libros que compra

$\frac{180}{x}$ es el precio de cada libro

Según la condición del problema

Costo = Número de libros × el precio $180 = (x)(\frac{180}{x})$

$x - 6$ si hubiera comprado 6 libros menos

$\frac{180}{x} + 1$ el precio de cada libro si hubiera comprado 6 libros menos

$$(x-6)\left(\frac{180}{x}+1\right) = 180$$

$$(x-6)\left(\frac{180+x}{x}\right) = 180$$

$$(x-6)(180+x) = 180x$$

$$180x + x^2 - 1080 - 6x = 180x$$

$$x^2 - 6x - 1800 = 0$$

$$(x-36)(x+30) = 0$$

$x - 36 = 0 \qquad x + 30 = 0$

$x = 36 \qquad x = -30$

Se rechaza $x = -30$ y se acepta $x = 36$, entonces, 36 es el número de libros

$\frac{180}{36} = 6$ Es el precio de cada libro $ 6

La respuesta: número de libros 36 y el precio es $ 6 cada uno.

Ejemplo.11

Un tren emplea cierto tiempo en recorrer 240 Km. Si la velocidad hubiera sido de 20 Km por hora más que la que llevaba hubiera tardado 2 horas menos en recorrer dicha distancia. ¿En qué tiempo recorrió los 240 Km?

Solución: Sea t el tiempo que tarda en recorrer 240 Km

v la velocidad del tren

De física, en el movimiento uniforme la ecuación para calcular el tiempo es

$$t = \frac{d}{v}$$

La condición del problema es

$$t-2=\frac{d}{v+20}$$

$(t-2)(v+20)=d$ Pero $t=\frac{d}{v}$sustituyendo tendremos

$$\left(\frac{d}{v}-2\right)(v+20)=d$$

$$\left(\frac{d-2v}{v}\right)(v+20)=d$$

$(d-2v)(v+20)=dv$

$dv+20d-2v^2-40v+20d=dv$

$(-2v^2-40v+20d=0)\div(-2)$

$v^2+20v-10d=0$ Pero $d=240$ sustituyendo obtenemos

$v^2+20v-2400=0$ Factorizando

$(v+60)(v-40)=0$

$v+60=0 \quad v-40=0$

$v=-60 \qquad v=40$

Se acepta $v=40$ y se sustituye en

$t=\frac{d}{v}=\frac{240}{40}=6$ horas que es su respuesta.

Ejemplo. 12

La edad de A hace 6 años era la raíz cuadrada de la edad que tendrá dentro de 6 años. Hallar la edad actual.

Solución: Sea x la edad actual de A

$x-6$ la edad de A hace 6 años

$x+6$ la edad de A dentro de 6 años

Según la condición del problema

$x - 6 = \sqrt{x+6}$ Elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad tendremos

$(x-6)^2 = \sqrt{(x+6)^2}$

$x^2 - 12x + 36 = x + 6$

$x^2 - 12x + 36 - x - 6 = 0$

$x^2 - 13x + 30 = 0$

$x^2 - 13x + 30 = 0$

$(x-10)(x-3) = 0$

$x - 10 = 0 \quad x - 3 = 0$

$x = 10 \qquad x = 3$

La solución es $x = 10$, $x = 3$ Verificando en la ecuación $x = 3$ no es solución. La edad actual de A es 10 años.

Ejemplo.13

A demora 14 horas menos del doble del tiempo que emplea B en realizar un mismo trabajo. Si A y B trabajando juntos pueden terminarlo en 45 horas, ¿Cuánto tarda cada uno en hacerlo solo?

Solución: Sea x el tiempo en que tarda B en realizar el trabajo solo.

$2x - 14$ el tiempo que tarda A en realizar el trabajo solo.

En una hora B realiza $\frac{1}{x}$ del trabajo

En una hora A realiza $\frac{1}{2x-14}$ del trabajo

En una hora los dos trabajando juntos realizan $\frac{1}{45}$ del trabajo

Según condición del problema

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x-14} = \frac{1}{45}$$

Para eliminar denominadores en una ecuación se multiplica toda la ecuación por el m.c.m. de los denominadores que es $45x(2x-14)$

$45x(2x-14)\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{2x-14} = \frac{1}{45}\right]$

$45(2x-14) + 45x = x(2x-14)$

$90x - 630 + 45x = 2x^2 - 14x$

$135x - 630 = 2x^2 - 14x$

$2x^2 - 14x - 135x + 630 = 0$

$2x^2 - 149 + 630 = 0$ Factorizando obtenemos

$(2x)^2 - 149(2x) + 1260 = 0$

$(2x - 140)(2x - 9) = 0$

$2x - 140 = 0 \qquad 2x - 9 = 0$

$2x = 140 \qquad 2x = 9$

$x = \dfrac{140}{2} \qquad x = \dfrac{9}{2}$

$x = 70 \qquad x = 4.5 \;\; \textit{no es solución}$

B tarda 70 horas, A tarda $(2 \times 70) - 14 = 140 - 14 = 126$ horas

Resuelva los siguientes problemas

1) A tiene 3 años más que B y el cuadrado de la edad de A aumentado encuadrado de la edad de B equivale a 317 años. Hallar ambas edades.
   R: A tiene 14 años y B tiene 11 años.

2) Un Hombre ha ganado $ 840 trabajando cierto número de días. Si su jornal diario hubiera sido $ 10 menos tendría que haber trabajado 2 días más para ganar $ 840 ¿Cuántos días trabajo y cuál es su jornal diario?
   R: Trabajo 12 días y ganó $70 diario.
3) Un tren recorre 300 Km con una velocidad constante. Si la velocidad hubiera sido 10 Km por hora más, el tiempo empleado hubiera sido 1 hora menos. Calcular la velocidad del tren.
   R: La velocidad del tren es 50Km/h.

4) La longitud de un cuarto es 5 metros mayor que su ancho y el área es 150 m^2. Hallar sus dimensiones.
   R: El ancho es 10 metros y el largo es 15 metros.

5) Los miembros de un club van a pagar una cuenta de $ 600 en partes iguales. Si hubiera habido 20 miembros más, el costo para cada miembro hubiera sido $10 menos. Calcular el número de miembros del club.
   R: 100 miembros tienen el club.

6) Un cateto de un triángulo rectángulo es 17 cm mayor que el otro, y la hipotenusa mide 25 cm. Calcular las longitudes de los catetos.
   R: Cateto menor 7 cm, cateto mayor 24 cm.

7) En física se demuestra que la distancia d (en metros) recorridos por un cuerpo en su caída libre en el vacio está dada por la fórmula $d = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ en donde v_0 es la velocidad inicial del cuerpo en m/seg, y t es el tiempo de desenso (en seg) y g es la aceleración de la gravedad (en m/seg^2). Calcular el tiempo que necesita un cuerpo para descender 212.5 metros en el vacio si su velocidad inicial es 18 m/seg y g es 9.8 m/seg^2.
   R: 5 segundos.

8) Las aristas de dos cubos difieren en 2 cm y sus volúmenes difieren en 218 cm^3. Calcular la arista de cada cubo.
   R: La arista del cubo menor es 5 cm, arista del cubo mayor 7 cm.

9) L a base de un triángulo es 3 cm más larga que la altura. Si el área del triángulo es 119 cm^2, halle la base y la altura.
   R: Base 17 cm, altura 14 cm.

10) José Leonardo ha planeado hacer un huerto de legumbres rectangular con un perímetro de 76 m y un área de 360 m^2. Encuentre las dimensiones del huerto.
    R: 18 metros y 20 metros.

11) El señor Arturo realizó un trabajo por $ 250. El trabajo le llevó $3\frac{1}{2}$horas más de lo que suponía, y entonces ganó $ 3.50 menos por hora de lo que estaba previsto. ¿En qué tiempo se suponía realizaría el trabajo?

R: 14.15 horas

12) María tiene un pedazo de cartulina con el largo igual al triple de su ancho. Si se recorta un cuadrado de 3 pulgadas de cada esquina y dobla los lados hacia arriba para formar una caja con un volumen 864 pulgs^3. Halle las dimensiones del pedazo de cartulina.

R: Ancho 14 pulgadas, largo 42 pulgadas

13) Una gira a una isla costó $ 350. Si hubieran 4 miembros menos en el club, el costo por persona habría sido de $ 10 más ¿Cuántos miembros hay en el club?

R: 14 Miembros.

14) Un terreno rectangular de 26 metros de ancho por 30 de largo está rodeado de por una acera de ancho uniforme. Si el área de la acera es de 240 m^2¿Cuál es su ancho?

R: 2 metros

15) Hallar tres números consecutivos tales que el cociente del mayor entre el menor equivale a $\frac{3}{10}$del número intermedio.

R: 4,5 y 6 son los números pedidos

16) La suma de las edades de Leonardo y Arturo es 23 años y su producto es 102. Hallar ambas edades.

R: Leonardo 17 años, Arturo 6 años

17) Los gastos de una excursión son \$ 90. Si desisten de ir 3 personas, cada una de las restantes tendría que pagar \$ 1 más. ¿Cuántas personas van en la excursión y cuánto paga cada una?

R: 18 personas y paga \$ 5 cada una

18) Determine la edad actual de Jacqueline, sabiendo que hace 6 años su edad era el triple de la raíz cuadrada de edad que tendrá dentro de 12 años.

R: Edad actual de Jacqueline 24 años

19) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm. Halle la medida de los catetos sabiendo que su suma es 14 cm.

R: Los catetos miden 8 cm y 6 cm

20) Un trozo de alambre de 100 pulgadas de largo, se corta en dos y cada pedazo se dobla para que tome la forma de un cuadrado. Si la suma de las áreas formadas es 397 $pulgs^2$. Encuentre la longitud de cada pedazo se alambre.

R: La longitud de cada pedazo es 24 pulgadas y 76 pulgadas.

21) A Dagoberto le tomó una hora más que a Oscar hacer un viaje de 432 millas en auto a una velocidad promedio de 6 mph menos que Oscar. ¿Qué tan rápido condujo cada uno?

R: Oscar 54 mph, Dagoberto 48 mph.

22) Un Hombre pintó una casa por \$ 800.El trabajo le llevo 20 horas menos de lo que se suponía y entonces ganó \$ 2 más por horade lo previsto. ¿En cuánto tiempo se suponía pintaría la casa?

R: 100 Horas

23) A demora 5 horas más en realizar un trabajo de lo que demora B. Si A y B trabajando juntos pueden efectuarlo en 6 horas. ¿Cuánto tarda cada uno hacerlo solo?
R: 15 horas A, 10 horas B.

24) Un avión vuela entre dos ciudades separadas 3200 millas. Cuando el viento sopla en contra a 40 millas por hora, el avión alcanza su destino 20 minutos más tarde. ¿Cuál es la velocidad del avión?
R: 640 millas por hora.

25) La base de un triángulo mide 6 pie menos que la altura. El área es de 216 pie^2. Encuentre la base y la altura del triángulo.
R: Altura 24 pie y la base 18 pie.

26) La velocidad de la corriente de un río es de 5 km/h. Una joven rema en su canoa 1.2 km en contra de la corriente en 30 minutos más que cuando recorre la misma distancia río abajo. ¿Cuál será su velocidad en agua tranquila?
R: La velocidad de la canoa en agua tranquila es 7 km/h.

27) Un hombre desea construir una caja metálica abierta. La caja debe tener una base cuadrada, los lados de 10 pulgadas de altura y una capacidad de 6760 pulgadas cubicas. Determine el tamaño de la pieza en pulgadas cuadradas de metal que debe comprar para construir la caja.
R: El tamaño es de 1716 pulgadas cuadradas.

28) Un hombre compró cierto número de naranjas por C$ 45 córdobas. Se comió 5 naranjas y vendió las restantes a 30 centavos más delo que le costó cada una y recuperó lo que había gastado. ¿Cuántas naranjas compró y a qué precio?
R: 30 es el número de naranjas y C$ 1.50 es el precio de cada una.

29) El cuadrado de cierto número más tres veces el mismo número, es igual a 10. ¿Cuál es el número?

R: El número es $-5\ o\ 2$.

30) Bienes raíces construyó una nueva unidad habitacional con 60 apartamentos. Sabe por experiencia que se fija un alquiler mensual de $ 150 por apartamentos, todos ellos serán ocupados, pero por cada $ 3 de incremento en el alquiler, un apartamento quedará vacante. ¿Qué alquiler deberá fijar con el objeto de obtener los mismos $ 9000 de ingreso total que recaudaría con un alquiler de $ 150 y al mismo tiempo dejar algunos apartamentos vacios?

31) En una caminata de 35 km Juan hace ½ kilómetro por hora más rápido que Pablo. Si hace el viaje en 1 hora y 40 minutos menos de tiempo que Pablo, halle cuanto tiempo le toma a cada uno hacer la caminata.

R: Juan 10 horas pablo 11 horas y 40 minutos

32) Un motociclista viaja a una velocidad constante durante 60 millas. Si hubiera ido 10 millas por hora más rápido, habría acortado su tiempo de viaje una hora. Halle la velocidad del motociclista.

R: 20 millas por hora.

33) Un grupo de mujeres planea distribuir por partes iguales los $ 14000 que costó un bote. A última hora 3 de las mujeres se retiraron, lo cual eleva la parte de cada una de las mujeres restantes en $ 1500. ¿Cuántas mujeres había en el grupo?

R: 7 mujeres.

34) La señora Rosa compró algunas acciones por $ 720. Si las hubiera comprado el día anterior cuando cada una costaba $15 menos, habría comprado cuatro acciones más. ¿Cuántas acciones compró?

R: 12 acciones.

35) Un jardín rectangular está rodeado por un camino de grava que tiene 2 pies de ancho. El área cubierta por el jardín es de80 pie^2 y el área cubierta por el camino es de 100 pie^2. Halle las dimensiones del jardín

R: 16 pie x 5 pie

36) A un área rectangular cubierta de hierba de 50 m por 24 m la rodea una acera. Si el área cubierta por dicha acera es de 480 m^2. ¿Cuál es su ancho?

R: 3 metros.

37) Se hace un recipiente con un pequeño pedazo de hojalata cuadrado, cortando un cuadrado de 3 pulgadas de cada esquina, y doblando sus lados (véase la figura). Si el recipiente va a tener 48 pulgadas^3, encuentre la longitud de uno los lados de hojalata original.

R: 10 pulgadas.