

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA



TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

TEMA:

CONSTRUCCIÓN DE HORARIOS DOCENTES EN INSTITUTOS DE
SECUNDARIA: UNA APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE GRAFOS

Presentado por:

Br. Elyin Hernaldo Martínez Ojeda.

Tutor:

Dr. Ramiro José Cáceres Espinoza.

León, Nicaragua, Noviembre del 2015

“A LA LIBERTAD POR LA UNIVERSIDAD”

Agradecimientos

Primeramente a Dios nuestro señor por darme la inteligencia, sabiduría y el ánimo que siempre tuve, el cual me permitio escalar una etapa más de mi vida, por las fuerzas que me dio, día a día de seguir adelante cuando apenas iniciaba y la satisfacción que tengo hoy por terminar mi trabajo investigativo.

Al Dr. Ramiro José Cáceres Espinoza, por dedicar parte de su tiempo y estar al pendiente de los avances que hice en el periodo que elabore mi trabajo, además de su tiempo y su atención, agradezco su paciencia y plena sabiduría con la cual me brindó la ayuda necesaria para esta investigación.

A las autoridades del ISIM, por brindarme el apoyo necesario y por depositar la cofianza en mi trabajo, además del tiempo que dedicaron para brindarme la información necesaria, y de esa manera poder identificar las solución eficiente del problema a resolver.

A todas las personas que de una u otra manera estuvieron presentes en los momentos que necesite de ellos durante esta etapa.

Dedicatoria

A nuestro padre celestial por la inteligencia, sabiduría y las fuerzas que me dio día a día durante todos mis años de estudio y el periodo en el que realice mi trabajo investigativo.

A mis padres:

Hernaldo Martínez López

Diana Estela Ojeda Espinoza

Y demás familiares que siempre me brindaron apoyo incondicional y toda ayuda necesaria durante mis estudios y más aun por las palabras alentadoras que me decían cuando mis animos en ciertos momentos decaían.

Índice

1. Introducción	1
2. Antecedentes	2
3. Justificación	3
4. Objetivos:	4
4.1. Objetivo General:	4
4.2. Objetivos Específicos:	4
5. Diseño Metodológico	5
6. Aspectos Teóricos	7
6.1. Elementos de la teoría de grafos	7
6.2. Asignación generalizada	16
6.2.1. Método húngaro	16
6.3. Flujo máximo en redes	17
6.4. Algoritmo de etiquetado para flujo máximo	18
6.5. El problema de horario	20
6.5.1. Definición del Problema de horario	20
6.5.2. Solución del problema de horario	20
6.5.3. Algoritmo para resolver el problema de horarios	21
7. Planteamiento del problema	23
8. Resultados y Discusión	30
9. Conclusiones	31
10. Recomendaciones	32
11. Bibliografía	33
12. Anexo	34

1. Introducción

El presente trabajo investigativo se refiere a la construcción de horarios docentes en institutos de educación media, vistos estos como una aplicación de la teoría de grafo; la cual es una área de la matemática cuya importancia radica en su utilidad para la construcción de modelos y sus vínculos con las ciencias de la computación.

Para el diseño de un horario docente es vital el uso de conceptos de la teoría de grafos, pues usando los conjuntos de profesores y grupos de estudiantes, se construye un grafo bipartito completo, cuyas aristas representan las actividades docentes a impartir. El horario se concibe como una partición de este grafo bipartito completo en conjuntos de aristas que forman apareamientos del grafo, y los cuales representan las actividades docentes que pueden ser impartidas simultáneamente.

El diseño de un horario tiene además un aspecto computacional, pues la implementación del algoritmo para construir horarios, requiere la elaboración de programas para computadora. En este trabajo se hace uso de los programas `c` que implementa el algoritmo planteado en [1], la cual involucra además temas de grafos como flujos en redes 0-1. Por otro lado la aplicación realizada en esta monografía requiere la formulación de un problema de asignación generalizada, el cual debe ser resuelto eficientemente. Ésto se logró aquí mediante el uso de una versión académica del software CPLEX de IBM, el cual sirve para resolver problemas grandes de programación lineal.

Se hace una aplicación particular, la cual puede ser extendida a otros institutos de educación secundaria, al caso del Instituto Público Salomón Ibarra Mayorga del Municipio de El Ayote, en la Región Autónoma del Caribe Sur. El instituto mencionado tiene una planta docente de 10 profesores que atienden 8 grupos de estudiantes desde séptimo hasta undécimo grado. Actualmente la construcción de los horarios se da manualmente usando la experiencia de quien lo diseña, siendo el tiempo empleado para esta tarea uno de los mayores inconvenientes.

Éste trabajo se hizo con la intención de mostrar la manera en que podemos obtener mejores y buenos resultado al realizar la construcción de horarios con la aplicación objeto de este trabajo, con la cual se ahorraría tiempo, y se ganaría mayor credibilidad en la elaboración de las asignaciones que se tenga que hacer, sin tener que pasar por un proceso dilatado y además complicado. Usando la aplicación se construyó una versión del horario del primer semestre de este año 2015, la cual al ser comparada con la versión del horario construida manualmente, muestra ventajas al organizar de manera más eficiente los recursos humanos del instituto. El propósito de este trabajo en el ámbito académico es despertar un mayor interés en los estudiantes de la carrera de matemática para que dediquen tiempo y puedan llevar a cabo trabajos investigativo de este tipo, para resolver problemas de esta naturaleza que se presenta en la vida diaria.

2. Antecedentes

Construcción de horario; aplicación a la cual pocas personas dedican sus trabajos y tiempo. Siendo una aplicación de mucha importancia en la solución de diferentes problemas a los que se enfrentan distintas instituciones principalmente, los institutos de secundaria y universidades, sin embargo existen algunos trabajos y hasta software los cuales son diseñados para la elaboración de horarios, pero debo mencionar que no cumple ciertas condiciones para dar solución al problema presentado en esta investigación dado que se encuentran con características diferentes y particularidades en cada caso.

En la referencia [4] publicada en el 2008, por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Chile, donde se hace un estudio sobre la programación horaria, hacen mención sobre los tipos de problemas existentes en este entorno y contexto refiriéndose siempre a la programación de horario, proponen un modelo de programación entera el cual les generaría la programación horaria y asignación de salas, característica que no se nos da en nuestro trabajo investigativo dado que las aulas de clase tienen una misma clasificación por lo cual no tenemos enfoque con respecto a las aulas. Existen variaciones en este tipo de trabajo y todas van de acuerdo al entorno en el cual estemos queriendo realizar o generar un horario o satisfaciendo la necesidad que tenga dicha institución. El modelo construido por la facultad de ingeniería trata de generar un horario de modo que satisfaga las necesidades de los estudiantes de distintas carreras de dicha facultad.

Existen en la actualidad software elaborados para la generación de horarios siendo uno de ellos el ASC horario aplicación la cual facilita actividades relacionadas con la elaboración de horarios, es una aplicación no utilizada en nuestro país, mucho menos por institutos de educación secundaria. Además de construir horario su funcionamiento radica en la implementación de una herramienta la cual sirve para llevar el control de todos los maestros con tiempo libre y de esa manera saber que maestro puede suplir la ausencia de otro maestro y así satisfacer las necesidades de manera inmediata a la institución.

3. Justificación

Debido a la gran problemática que se enfrentan diversas instituciones como ha sido siempre la elaboración de horarios y en este caso muy particular el instituto ISIM, observé la necesidad de aprovechar las herramientas necesarias y así poder implementarlas de manera que faciliten el trabajo y además brinden un mejor resultado brindando mayores ventajas a la hora de realizar los horarios siendo una de ellas el tiempo en construir los horarios.

Hacer conciencia a las autoridades de este instituto de lo útil que es trabajar con herramientas como las que construiré para solucionar dicho problema siendo la mayoría de las instituciones las cuales no hacen uso de metodologías como estas. Otro aspecto importante es demostrar la manera en como actúan las matemáticas a la hora de encontrar o dar solución a problemas como estos.

Además debemos ser consciente de lo conveniente que es dedicarse hacer estudios de esta índole sin olvidarnos de los avances ya existentes en esta área, lo cual fue también un motivo que me llevo a darle seguimiento a este tipo de trabajo aprovechando los adelantos que se tenían.

4. Objetivos:

4.1. Objetivo General:

- Proponer una forma de elaborar horarios docentes en educación secundaria aplicando herramientas matemáticas como la teoría de grafos y la investigación de operaciones.

4.2. Objetivos Específicos:

- Determinar la asignación de profesores a las asignaturas del horario docente del Instituto Salomón Ibarra Mayorga que maximiza la cantidad de asignaturas atendidas.
- Construir el horario docente del Instituto Salomón Ibarra Mayorga en el primer semestre 2015, sin choques, atendiendo la carga horaria de cada profesor y los requerimientos de horas de cada asignatura.
- Comparar el horario resultante al aplicar el procedimiento diseñado, con el construido por los docentes del instituto.

5. Diseño Metodológico

El trabajo realizado es de carácter aplicado, pues en él usamos elementos de la teoría de grafos, particularmente de diseño de horarios, apareamientos, flujos 0-1 entre otros, a la solución del problema de diseño de horarios en el ISIM del Municipio de El Ayote, lo cual de paso habla del carácter práctico real del mismo. Tuvo un carácter investigativo, manifestado en la complementación del enfoque del trabajo de horarios previo en [1], con la formulación y solución del problema de asignación generalizada para establecer un criterio de optimalidad previo al uso de los programas de diseño de horarios. Así mismo conlleva el trabajo de campo y descriptivo para la recolección y procesamiento de la información relacionada al horario docente del ISIM. Considerando la formación matemática recibida y el antecedente del trabajo en diseño de horario existente en el Departamento de Matemática y Estadística, me dí a la tarea de buscar un instituto de secundaria que me brindara la oportunidad de acceder a su información de horarios docentes. La idea tuvo una buena acogida en el Instituto Salomón Ibarra Mayorga del Municipio de El Ayote. Es así que las etapas en que podemos organizar el trabajo realizado son:

- Identificación de un área susceptible de aplicación de los conocimientos aplicados adquiridos durante mi formación.
- Presentación de una propuesta de trabajo a las autoridades del Instituto Salomón Ibarra Mayorga.
- Después de la aceptación de ellos, la obtención y organización de la información sobre el cuerpo de profesores, los grupos de clase, las asignaturas del horario docente del primer semestre del año lectivo 2015.
- El refrescamiento y estudio de los conocimientos requeridos para la materialización de los objetivos.
- Trabajo de laboratorio que tuvo como fines inmediatos
 - Familiarización con el uso de los programas de diseño de horario resultados del trabajo previo en el área de horarios en el departamento.
 - Construcción de archivos de datos del horario del instituto para esta aplicación.
 - Determinación de una asignación de profesores a asignaturas que maximiza la cantidad de asignaturas atendidas, ajustándose a la carga horaria de profesores y asignaturas. En este punto fue necesaria la búsqueda de software adecuado para la solución de problemas de programación lineal con aproximadamente 1000 variables de decisión, la cual me llevo hasta el software CPLEX.
 - Solución del problema de asignación generalizada anterior, y adaptación de la misma, para obtener los datos de entrada requeridos por el programa de diseño de horarios que implementan los algoritmos en [1].
 - Solución del problema de horarios resultante mediante los programas de diseño de horario resultados de [1], y adaptación de la misma, para presentar un horario factible del primer semestre 2015 en el ISIM.

- En la parte final del trabajo me ocupé de la comparación constructiva de los horarios obtenidos y los empleados por el ISIM, para tomar las conclusiones correspondientes y hacer la respectivas recomendaciones.

6. Aspectos Teóricos

6.1. Elementos de la teoría de grafos

Definición 1 (Grafo)

Un grafo G es un par $G = (V, E)$, que consiste de un conjunto finito $V \neq \emptyset$ y un conjunto E de subconjuntos con uno o dos elementos de V . Los elementos de V son llamados vértices y los de E se llaman aristas.

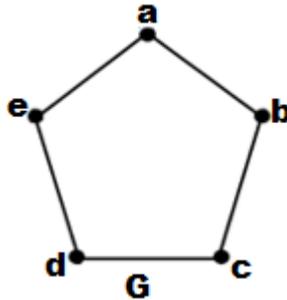


Figura 1: Ejemplo de un Grafo.

Definición 2 (Vértices extremos e incidentes)

En un grafo $G = (V, E)$ con $a, b \in V$ y $e = \{a, b\} \in E$, decimos que:

- a, b son vértices extremos de e .
- a y b son vértices incidentes con la arista e .

Definición 3 (Vértices y aristas adyacentes)

En un grafo $G = (V, E)$

- si $a, b \in V$ y existe $e = \{a, b\} \in E$, entonces decimos que a y b son vértices adyacentes.
- si $e, f \in E$ comparten al menos un vértice extremo, e y f se llaman aristas adyacentes.

Definición 4 (Grafo Completo K_n)

El grafo completo K_n , es el grafo con n vértices y todos los subconjuntos de dos elementos distintos de V como aristas.

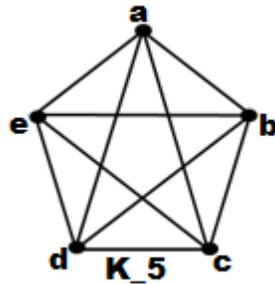


Figura 2: Ejemplo de un Grafo Completo K_5 .

Definición 5 (Grafo completo bipartito $K_{m,n}$)

Es el grafo que tiene como vértices la unión disjunta de un conjunto V_1 con m elementos y un conjunto V_2 con n elementos, y como aristas todos los subconjuntos $\{a, b\}$ con $a \in V_1$ y $b \in V_2$.

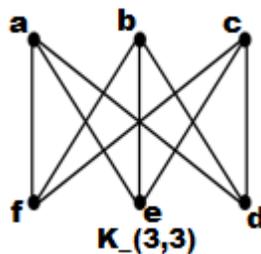


Figura 3: Ejemplo de un Grafo Completo Bipartito $K_{3,3}$.

Definición 6 (Apareamiento en un grafo)

Sea $G = (V, E)$ un grafo y $M \subset E$. M se llama apareamiento en G , si M no contiene aristas adyacentes.

Definición 7 ($E|V'$)

Dado el grafo $G = (V, E)$ y $V' \subset V$. El símbolo $E|V'$ denota al conjunto de todas las aristas que están en E , las cuales tienen ambos vértices en V' .

Definición 8 (Subgrafo)

Dado un grafo $G = (V, E)$. Un subgrafo de G , es cualquier grafo de la forma (V', E') donde $V' \subset V$ y $E' \subset E|V'$.

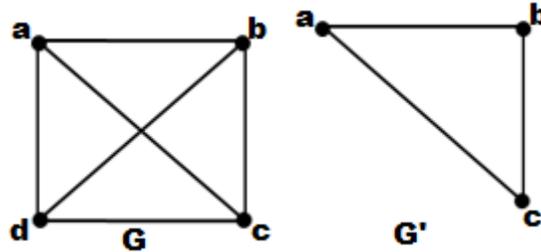


Figura 4: Un grafo G y un subgrafo G'

Definición 9 (Grado de un vértice)

Dado cualquier vértice v de un grafo G , el grado del vértice v es el número de aristas incidentes con él, y se representa como $grad(v)$.

Definición 10 (Grafo regular)

Si todo vértice de un grafo G tiene el mismo grado r , G es llamado grafo r -regular.

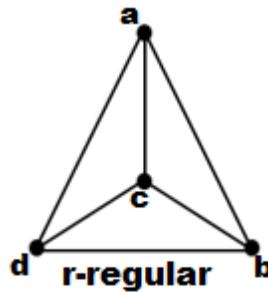


Figura 5: Ejemplo de un grafo r - regular.

Definición 11 ($\binom{V}{2}$)

Para un conjunto $V \neq \emptyset$, denotamos con $\binom{V}{2}$ al conjunto de todos los subconjuntos con dos elementos distintos de V .

Definición 12 (Grafo complementario)

Dado un grafo $G = (V, E)$. Llamamos grafo complementario de G a $\bar{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$.

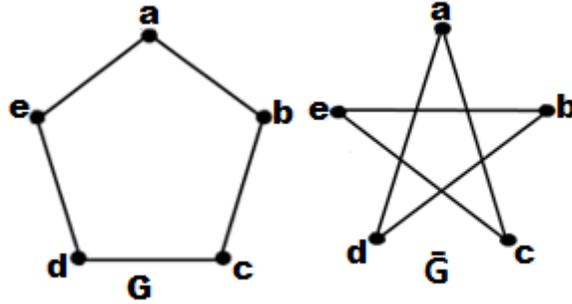


Figura 6: Ejemplo de grafo complementario \bar{G} de un grafo G

Definición 13 (Estructuras en un grafo)

Sea G un grafo

- Una sucesión e_1, \dots, e_n de aristas de G , para la cual existe una sucesión de vértices de G , v_0, \dots, v_n , tales que $e_i = \{v_{i-1}, v_i\}$, $i = 1, \dots, n$, se llama paseo en G correspondiente a los vértices v_0, \dots, v_n .
- Un paseo en G en el que todas las aristas son distintas se llama sendero.
- Un sendero en G con todos sus vértices correspondientes distintos entre sí se llama camino.
- Un camino cuyos vértices correspondientes son todos los vértices del grafo es llamado tour.
- Un paseo en G cuyos vértices correspondientes v_0, \dots, v_n satisfacen $v_0 = v_n$ se llama paseo cerrado.
- Un sendero en G cuyos vértices correspondientes v_0, \dots, v_n satisfacen $v_0 = v_n$ se llama sendero cerrado.
- Un sendero cerrado en G cuyos vértices correspondientes $v_0, \dots, v_n = v_0$ satisfacen ser distintos entre sí (excepto v_0 y v_n) se llama camino cerrado o ciclo.

Definición 14 (Grafo acíclico)

Un grafo G es acíclico, si no contiene ningún ciclo.

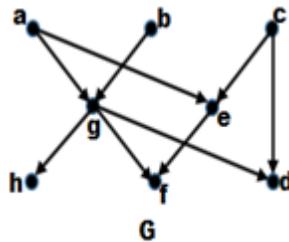


Figura 7: Ejemplo de un Grafo acíclico.

Definición 15 (Vértice aislado)

En un grafo G , un vértice es aislado si no es adyacente a ningún otro vértice de G .

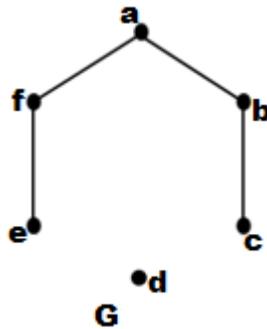


Figura 8: Ejemplo de un vértice aislado.

Definición 16 (Vértices conectados)

Dos vértices a y b de un grafo G son llamados conectados si existen un paseo con inicio en el vértice a y con fin en el vértice b .



Figura 9: Ejemplo de vértices conectados.

Definición 17 (Grafo conectado)

Un grafo G se llama conectado si cualquier par de vértices distintos de G son conectados.

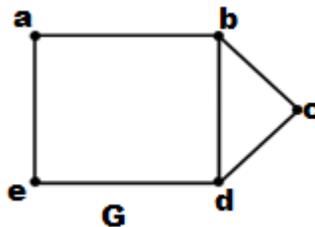


Figura 10: Ejemplo de un grafo conectado.

Definición 18 (Bosque y árbol)

Un grafo acíclico se llama bosque, y un grafo conectado acíclico se llama árbol.

El siguiente concepto de multigrafo satisface la necesidad de representar grafos en el que hay aristas distintas uniendo el mismo par de vértices.

Definición 19 (Multigrafo)

Un multigrafo es una terna (V, E, J) , donde V y E son conjuntos disjuntos y J es una función de E al conjunto de los subconjuntos de uno o dos elementos de V . V se llama conjunto de vértices, E se llama conjunto de aristas y J se llama función de incidencia del multigrafo.

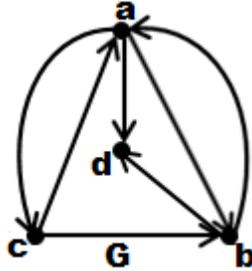


Figura 11: Ejemplo de un multigrafo.

Definición 20 (Vértices extremos)

Dados el multigrafo (V, E, J) y $e \in E$. Si la imagen de e es $J(e) = \{a, b\}$, entonces a y b se llaman vértices extremos de e .

Definición 21 (Aristas paralelas)

En un multigrafo (V, E, J) las aristas e y e' con $J(e) = J(e')$, son llamadas aristas paralelas.

Definición 22 (Grafos isomorfos)

Dos grafos $G = (V, E)$ y $G' = (V', E')$ son isomorfos si existe una biyección $\alpha : V \rightarrow V'$, para el cual vale: $\forall a, b \in V : \{a, b\} \in E \iff \{\alpha(a), \alpha(b)\} \in E'$.

Definición 23 (Digrafo)

Un digrafo es un par $G = (V, E)$ que consiste en un conjunto finito V , cuyos elementos se llaman vértices, y un conjunto E de pares ordenados de elementos distintos de V , llamados arcos.

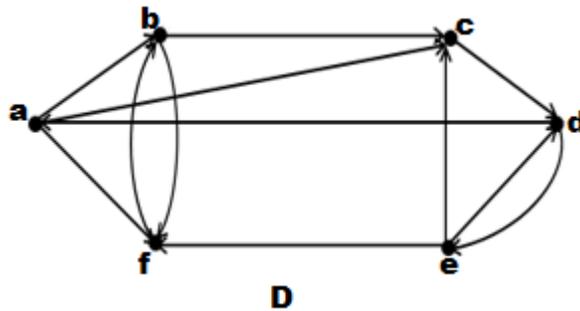


Figura 12: Ejemplo de un Digrafo.

Definición 24

Sean $D = (V, E)$ un digrafo y $e = (a, b)$ un arco de D

- a y b se llaman vértice inicial y final del arco e respectivamente.
- a y b se llaman vértices incidentes con e .
- el arco (b, a) se llama antiparalela de e .

Definición 25 (Grados de entrada y salida)

Sea v un vértice de un digrafo D . El grado de entrada $d_{in}(v)$ de v es el número de arcos que finalizan en v , y el grado de salida $d_{out}(v)$ de v es el número de arcos que inician en v .

Definición 26 (Multigrafo y grafo subyacente)

Sea $G = (V, E)$ un digrafo.

- Sustituyendo cada arista de la forma (a, b) por una arista no dirigida $\{a, b\}$, obtenemos el multigrafo subyacente $|G|$.

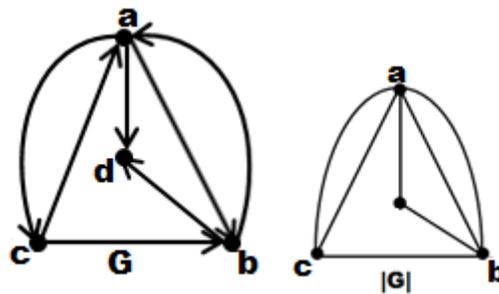


Figura 13: Ejemplo de un Multigrafo Subyacente $|G|$.

- Sustituyendo aristas paralelas en $|G|$ por una sola arista, obtenemos el grafo subyacente (G) .

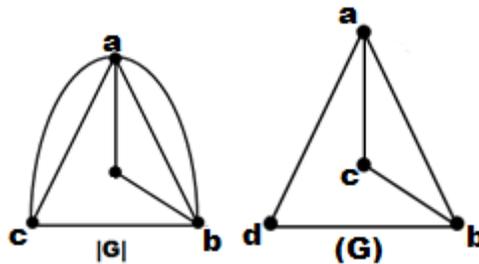


Figura 14: Ejemplo de un Grafo Subyacente (G) .

Definición 27 (Estructuras en un digrafo)

Sea $G = (V, E)$ un digrafo

- Una secuencia de arcos (e_1, \dots, e_n) es llamado un paseo si la correspondiente secuencia de aristas en $|G|$ es un paseo.
- Una secuencia de arcos (e_1, \dots, e_n) es llamado un sendero si la correspondiente secuencia de aristas en $|G|$ es un sendero.
- Una secuencia de arcos (e_1, \dots, e_n) es llamado un camino si la correspondiente secuencia de aristas en $|G|$ es un camino.

Definición 28 (Multigrafo dirigido conectado)

Un multigrafo dirigido G es conectado si $|G|$ es conectado.

Definición 29 (Multigrafo mixto)

Un multigrafo mixto es un multigrafo con aristas y/o arcos.

Lema 1

Dado un grafo $G = (V, E)$, las siguientes proposiciones son equivalentes:

- G es un árbol.
- Cualquiera dos vértices distintos de G están conectados mediante un único camino.
- G está minimalmente conectado. Esto es G es conectado, pero para cualquier arista $e \in E$, $V' = (V, E \setminus \{e\})$ es no conectado.
- G es maximalmente acíclico. Esto es G es aciclico, pero para cualquier par de vértices no adyacentes $a, b \in V$, se cumple que $T' = (V, E \cup \{a, b\})$ es ciclico.

Lema 2

En cualquier grafo, el número de vértices de grado impar es par.

Demostración:

Resumiendo el grado sobre todos los vértices V , cada arista se cuenta exactamente dos veces, una vez para cada uno de sus vértices por lo tanto $\sum_v \text{grad}_v = 2|E|$. Como el lado derecho es par, el número de términos impares grad_v en la suma del lado izquierdo también debe ser par.

□

Lema 3

Un grafo conectado de n vértices tiene al menos $(n - 1)$ aristas.

Demostración:

Utilizamos inducción sobre n ; el caso $n = 1$ es trivial. Así sea G un grafo conectado de $n \geq 2$ vértices. Elija un vértice v arbitrario de G y considere el grafo $H = G \setminus v$, tenga en cuenta que H no está conectado necesariamente.

Supongamos que H ha conectado componentes Z_i tienen vértices de $n_i (i = 1, \dots, K)$, es decir, $n_1 + \dots + n_k = n - 1$. Por hipótesis de inducción, el subgrafo de H inducido sobre Z_i tiene por lo menos $(n_i - 1)$ aristas. Por otra parte, v se debe conectar en G con cada uno de los componentes Z_i por al menos una arista. Por lo tanto G contiene al menos $(n_1 - 1) + \dots + (n_k - 1) + k = n - 1$ aristas. \square

Lema 4

Un grafo acíclico de n vértices tiene a lo sumo $(n - 1)$ aristas.

Demostración:

Si $n = 1$ ó $E = \emptyset$ la afirmación es evidente. Para el caso general, elegir cualquier arista $e = ab$ en G . Entonces el grafo $H = G \setminus e$ tiene exactamente una componente más conectada a G . (Tenga en cuenta que no puede haber un camino en H de a a b , porque tal camino junto con la arista daría lugar a un ciclo en G .) Por lo tanto, H se puede descomponer en conectados, grafos acíclicos H_1, \dots, H_k (donde $k \geq 2$). Por inducción, se puede suponer que cada grafo H_i contiene a lo más $n_i - 1$ aristas, donde n_i denota el número de vértices de H_i . Pero luego G tiene a lo sumo $(n_i - 1) + \dots + (n_k - 1) + 1 = (n_1 + \dots + n_k) - (k - 1) \leq n - 1$ aristas. \square

Teorema 1

Sea G un grafo con n vértices. Entonces, cualquiera dos de las siguientes condiciones implican la tercera:

- (a) G es conectado.
- (b) G es acíclico.
- (c) G tiene $n - 1$ aristas.

Demostración:

Primero sea G acíclico y conectado. Entonces Lemas 3 y 4 implica que G tiene exactamente $n - 1$ aristas. Sea G un grafo conectado con $n - 1$ aristas. Supongamos que G contiene un ciclo C y examinar el grafo $H = G \setminus e$, donde e es una arista de C . Entonces H es una conexión con n vértices y $n - 2$ aristas, lo que contradice el Lema 3 Finalmente, sea G un grafo acíclico con $n - 1$ aristas. Entonces el Lema 4 implica que G no puede contener un vértice aislado, como la omisión de un vértice daría un grafo acíclico con $n - 1$ vértices y $n - 1$ aristas. \square

6.2. Asignación generalizada

Definición 30 (Definición del problema de asignación)

El problema de asignación se ocupa con la determinación de un apareamiento de peso mínimo en el grafo bipartito $K_{n,n}$ con pesos en las aristas. La interpretación más inmediata es: dados dos grupos de objetos con la misma cardinalidad n , y costos individuales $c_{i,j}$ de asociación entre ellos, para $i, j = 1, \dots, n$, se trata de asociar uno a uno los objetos de ambos conjuntos de tal manera que el costo total de la asociación sea mínima. Su formulación como problema de programación lineal es como sigue:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{si el objeto } i \text{ se asocia con el objeto } j \\ 0 & , \text{en caso contrario} \end{cases}$$
$$i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, m$$
$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n$$
$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad , \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n$$

Para resolver el problema de asignación básico se puede usar el método húngaro.

6.2.1. Método húngaro

1. Para $i = 1, \dots, n$, determine p_i , el elemento de costo mínimo en la fila i de la matriz de costos original, y réstelo de todos los elementos de la fila i .
2. En la matriz creada en el paso 1, para $j = 1, \dots, n$ determine q_j , el elemento mínimo de la columna j , y réstelo de todos los elementos de la columna j .
3. Trace el mínimo número de líneas horizontales y verticales en la última matriz para cubrir todas las entradas cero.
4. Si el mínimo número de líneas en el paso 3. es igual a n determine una asignación factible entre todas las entradas cero resultantes y tomela como asignación óptima. En caso contrario continúe con el paso 5.
5. Seleccione la entrada mínima no cubierta y réstesela de cada entrada no cubierta, y luego súmela a cada entrada en la intersección de dos líneas.
6. Regrese al paso 3.

Existen variantes del problema básico de asignación correspondientes al caso en que se asignan pesos a las posibles asignaciones y se requiere no exceder un peso total para cada uno de los

objetos en ambos conjuntos. Estas variantes dan lugar a modelos llamados de asignación generalizada, como el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \leq f_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m e_{ij} x_{ij} \leq g_j, \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} \quad , \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

No existen para estos casos de asignación generalizada algoritmos tan sencillos como el método húngaro, por lo que la solución de ellos se da como problemas de programación lineal 0-1.

6.3. Flujo máximo en redes

Definición 31 (Red de flujo)

Sean $G = (V, E)$ un digrafo, $c : E \rightarrow R_0^+$ una función, y s, t son dos vertices especiales de G tales que t es accesible desde s . El objeto $N = (G, c, s, t)$ se llama red de flujo con fuente s , sumidero t y capacidades en los arcos dadas por la función c .

Definición 32 (Flujo)

Un flujo admisible o simplemente un flujo en $N = (G, c, s, t)$ es una función de incidencia $f : E \rightarrow R_0^+$, satisfaciendo las siguientes dos condiciones:

- $0 \leq f(e) \leq c(e)$ para cada arista e ;
- $\sum_{e^+=v} f(e) = \sum_{e^-=v} f(e)$ para cada vértice $v \neq s, t$ donde e^- y e^+ denotan el vértice inicial y final de e respectivamente.

Definición 33 (Valor del flujo)

Dada una red de flujo $N = (G, c, s, t)$ y el flujo $f : E \rightarrow R_0^+$, se llama valor del flujo f a $w(f) = \sum_{e^-=s} f(e)$

Definición 34 (Flujo máximo)

Un flujo f se llama máximo, si $w(f) \geq w(f')$ para cada flujo f' en N .

Definición 35 (Problema de flujo máximo, PFM)

Dada una red de flujo $N = (G, c, s, t)$ con fuente s y sumidero t . Se trata de determinar el flujo máximo en N

Formulación de un PFM como PPL

Las variables

- x_{ij} : cantidad de flujo que pasa por el arco (i, j) , para $(i, j) \in E$.
- f : flujo saliente de la fuente (flujo entrante en el sumidero).

El modelo

Max f
s.a.

$$\sum_{(i,j) \in E} \sum_{(k,i) \in E} (x_{ij} - x_{ki}) = \begin{cases} f, & \text{si } i = 1 \\ 0, & \text{si } i \neq 1, i \neq m \\ -f, & \text{si } i = m \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}, \quad \text{para todo } (i, j) \in E$$

6.4. Algoritmo de etiquetado para flujo máximo

Este algoritmo se basa en el hallazgo de rutas de avance con un flujo positivo entre los nodos fuente y sumidero. Cada ruta destina una parte o todas las capacidades de sus arcos al flujo total en la red.

Considerese el arco (i, j) con las capacidades bidireccionales (de diseño) $(\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{ji})$.

Como algunas partes de estas capacidades se destinan al flujo en el arco, los residuos (capacidades no utilizadas, o flujo remanente) del arco se actualizan.

Utilizamos la notación (c_{ij}, c_{ji}) para presentar los residuos. Para un nodo j que recibe flujo del nodo i , anexamos la etiqueta $[a_j, i]$ donde a_j es el flujo del nodo i al nodo j .

Algoritmo 1 1. Para todos los arcos, iguale la capacidad residual a la capacidad de diseño, esto es $(c_{ij}, c_{ji}) = (\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{ji})$. Sea $a_1 = \infty$, y etiquete el nodo fuente con $[\infty, -]$. Designe $i = 1$, y continúe con el paso 2.

2. Determine S_i , el conjunto de nodos no etiquetados j al que se puede llegar directamente desde i por medio de arcos con residuos positivos (es decir, $c_{ij} > 0$ para todas las $j \in S_i$). Si $S_i \neq \emptyset$, continúe con el paso 3. De lo contrario, una ruta parcial termina en el nodo i . Continúe con el paso 4.

3. Determine $k \in S_i$ de modo que

$$c_{ik} = \max_{j \in S_i} \{c_{ij}\}$$

designe $a_k = c_{ik}$ y etiquete el nodo k con $[a_k, i]$. Si $k = n$, el nodo sumidero ha sido etiquetado, y se ha encontrado una ruta de avance, continúe con el paso 5. De lo contrario, designe $i = k$ y vaya al paso 2.

4. (Retroceso)

Si $i = 1$, no es posible avanzar; continúe con el paso 6. De lo contrario, sea r el nodo (en la ruta parcial) que se etiquetó inmediatamente antes del nodo actual i , y elimine i del conjunto de nodos adyacentes r . Designe $i = r$, y regrese al paso 2.

5. (Determinación de los residuos)

Defina los nodos de la ruta de avance p -ésima del nodo 1 al nodo n como $N_p = (1, k_1, k_2, \dots, n)$. Entonces el flujo máximo a lo largo de la ruta se calcula como $f_p = \min\{a_1, a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_n\}$. La capacidad residual de cada arco a lo largo de la ruta de avance se reduce en f_p en la dirección del flujo, se incrementa en f_p en la dirección inversa; es decir, para los nodos i y j en la ruta, el flujo residual cambia del actual (c_{ij}, c_{ji}) a

- (a) $(c_{ij} - f_p, c_{ji} + f_p)$ si el flujo es de i a j
- (b) $(c_{ij} + f_p, c_{ji} - f_p)$ si el flujo es de j a i

Restaura los nodos que se eliminaron en el paso 4. Designe $i = 1$, y regrese al paso 2.

6. (Solución)

- (a) Dado que se determinaron m rutas de avance, el flujo máximo en la red es $f = f_1 + f_2 + \dots + f_m$
- (b) Utilizando las capacidades de diseño (iniciales) y los residuos finales del arco (i, j) , $(\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{ji})$, y (c_{ij}, c_{ji}) , respectivamente, el flujo óptimo en el arco (i, j) se determina calculando $(\alpha, \beta) = (\bar{c}_{ij} - c_{ij}, \bar{c}_{ji} - c_{ji})$. Si $\alpha > 0$, el flujo óptimo de i a j es α . Por otra parte, si $\beta > 0$, el flujo óptimo de j a i es β . (Es imposible que α y β sean positivos al mismo tiempo)

Definición 36 (Flujo 0-1)

Un flujo f en una red N , se llama flujo 0-1 si $f(e)$ toma solamente valores 0 y 1, para cada arista e .

6.5. El problema de horario

Problemas de diseño de horarios docentes y sus relaciones con grafos, apareamientos son bien conocidos (vea [1], [2]). Una versión del problema clásico de horarios considera la asignación de profesores y turnos a las actividades docentes. Como condiciones se imponen en este caso, el que los grupos de estudiantes son disjuntos y que los grupos y profesores están disponibles en todos los turnos. El procedimiento usado para diseñar estos horarios está descrito en [1], y se concluye que la solución del problema se reduce a la ampliación del grafo bipartito asociado al problema y a la posterior determinación sucesiva de apareamientos completos del grafo ampliado.

6.5.1. Definición del Problema de horario

Consideramos el problema de asignar espacios de tiempo en $T = \{t_1, \dots, t_k\}$ al conjunto de actividades docentes $E = \{e_1, \dots, e_d\}$ que corresponden a grupos disjuntos de estudiantes en $G = \{g_1, \dots, g_n\}$, y que son cubiertas por profesores de $P = \{p_1, \dots, p_m\}$.

Para el diseño del horario asumimos que conocemos los requerimientos de actividades por grupo y por profesor expresados en una matriz $C = (c_{ij})$ de n filas y m columnas, donde c_{ij} representa la cantidad de espacios de tiempo en que el i -ésimo grupo debe encontrarse con el j -ésimo profesor.

El propósito es diseñar un horario docente que cumpla con la condición que un profesor o un grupo no debe ser asignado a dos actividades al mismo tiempo.

6.5.2. Solución del problema de horario

Un problema de diseño de horario es normalmente modelado, como un problema de grafos. Para esto se construye un multigrafo bipartito $H = (G, P, E)$ teniendo como vértices los elementos de G y P . Dos vértices g_i y p_j , $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, son unidos mediante c_{ij} aristas paralelas. Con esto cada arista entre g_i y p_j representa una actividad del grupo i que debe ser cubierta por el profesor j . En términos de este multigrafo el problema de diseño de horario planteado al inicio es el de determinar k apareamientos del multigrafo H , E_1, \dots, E_k que particionen a E . Notamos que cada apareamiento estará formado por actividades docentes correspondientes todas ellas a distintos profesores y grupos, satisfaciendose la condición básica que debe satisfacer el horario. La siguientes proposiciones dan una condición suficiente para la existencia de la solución del problema de horarios (vea[1]).

Proposición 1

Sean el multigrafo bipartito $H(G, P, E)$ cuya construcción fue descrita antes, y los valores

- $\alpha = \max\{grad(g_i) : i \in \{1, \dots, n\},$
- $\beta = \max\{grad(p_j) : j \in \{1, \dots, m\}\},$

Si $k = \max\{\alpha, \beta\}$, entonces existen apareamientos E_1, \dots, E_k que particionan a E , los cuales se construyen siguiendo el algoritmo 1.

Proposición 2

En la proposición 1, k es el más pequeño entero positivo para el cual vale la conclusión.

6.5.3. Algoritmo para resolver el problema de horarios

Algoritmo 2

La solución al problema de horario puede darse siguiendo los pasos: (vea [1]):

1. Construya el grafo ampliado k -regular H' según el algoritmo 3.
2. Para $i = 1, \dots, k$
 - a) Construya un apareamiento completo M_i de H' .
 - b) Haga $E_i = M_i \cap E$.
 - c) Actualice H' eliminando de él las aristas en M_i .

La construcción del apareamiento completo en el paso 2 a) del algoritmo anterior se da agregando nodos s y t , y conectando s con cada nodo representando un grupo, y t con cada nodo representado un profesor. Posteriormente se obtiene el apareamiento resolviendo el problema de flujo máximo 0-1.

La construcción del grafo ampliado k -regular H' en el paso 1 del algoritmo anterior, es equivalente al de ampliar la matriz $c = (c_{ij})$ a una matriz cuadrada cuyas sumas de filas y columnas sea k (vea [2]).

A continuación discutimos como ampliar una matriz T una matriz $(p \times q)$ cuyas entradas $t_{i,j}$ son enteros no negativos, mediante con un procedimiento del tipo esquina noroeste como sigue:

Denotemos con

- r_i la suma de los enteros en la fila i
- s_j la suma de los enteros en la columna j
- $\Delta \geq \max\{r_1, \dots, r_p, s_1, \dots, s_q\}$

Se trata de construir una matriz M , $(v \times v)$, de enteros que contenga a T como submatriz y con suma de filas o columnas todas iguales a Δ .

Algoritmo 3

Dada la matriz T de orden $(p \times q)$

1. Hacemos
 - $\rho = \sum_{i=1}^p t_{ij}$
 - $L = p - \lfloor \rho/\Delta \rfloor$

- $W = q - \lfloor \rho/\Delta \rfloor$
- $v = p + q - \lfloor \rho/\Delta \rfloor$

2. Para $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, q$, hacemos $m_{i,j} = t_{i,j}$
3. Aplicamos la regla de la esquina noroeste con demandas $\Delta - s_j$ y ofertas Δ , en la submatriz con $p + 1 \leq i \leq v$ y $1 \leq j \leq q$
4. Aplicamos la regla de la esquina noroeste con demandas Δ y ofertas $\Delta - r_i$, en la submatriz con $1 \leq i \leq p$ y $q + 1 \leq j \leq v$
5. Hacemos $m_{v,v} = \Delta - \sum_{i=1}^p m_{i,v} = \Delta - \sum_{j=i}^q m_{v,j}$

Ejemplo 1

Usamos el algoritmo 2 para completar la matriz $c =$

1	2	3	0
1	2	3	1

Calculamos las sumas de filas y columnas

$$r_1 = 6, r_2 = 7, s_1 = 2, s_2 = 4, s_3 = 6, s_4 = 1$$

Se obtienen entonces los valores $\Delta = 7$, $\rho = 13$

Luego,

$$L = 2 - \lfloor \frac{13}{7} \rfloor = 2 - 1 = 1, W = 4 - \lfloor \frac{13}{7} \rfloor = 4 - 1 = 3, v = 2 + 4 - \lfloor \frac{13}{7} \rfloor = 6 - 1 = 5$$

La matriz inicial se amplía en el paso 3 a una matriz (5×5) , la cual se rellena inicialmente a:

1	2	3	0	
1	2	3	1	
5	2	0	0	
0	1	1	5	
0	0	0	1	

después de los pasos 4 y 5 resulta finalmente la matriz

1	2	3	0	1
1	2	3	1	0
5	2	0	0	0
0	1	1	5	0
0	0	0	1	6

7. Planteamiento del problema

Para dar inicio a esta investigación, se ha estudiado la problemática o bien la necesidad que existen en algunas instituciones y sobre todo en los instituto de educación secundaria al momento de la construcción de horarios, para las diversas actividades que el maestro debe realizar con los diferentes grupos de clase, cuyo trabajo (construcción de horario) se hace costoso y dilatado para el personal docente o el encargado de elaborar dicho trabajo, iniciando por la asignación de cada maestro de acuerdo a su carga horaria y capacidad que tenga para dar más de una clase en los diferentes grupos de estudiantes.

Es el motivo por el cual se decidió trabajar esta investigación y considere la manera en como podemos resolver las distintas complicaciones que se presente a la hora de construir horarios y por ende tiene que ver con una de las aplicaciones de la teoría de grafo (construcción de horarios).

Visité el Instituto Salomon Ibarra Mayorga, y después de observar que existen complicaciones con la elaboración de los horarios de clase, lo tome como referencia y poder así mejorar la elaboración de horarios de dicho instituto, teniendo presente en este caso la cantidad de docentes, aulas de clase, grupos de estudiantes. De manera que los docentes no den más horas de clase que lo estipulado de acuerdo a su carga horaria, no choque el horario de cada maestro, y los maestros tengan las horas libres menos posibles y de esa manera obtener un horario eficiente que sastifaga las necesidades que se tengan.

Para el problema de horarios que tratamos tenemos un cuerpo de 10 profesores disponibles para cubrir 72 asignaturas correspondientes a 8 grupos de clase. Nos interesa asignar profesor a la mayor cantidad posible de clases entre las que deben cubrirse, considerando que no debe sobrepasarse la carga horaria establecida para cada profesor, ni deben asignarse varios profesores a la misma clase. Para esto formulamos el siguiente problema de programación lineal:

con variables:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{si el profesor } i \text{ se asigna a dar la clase } j \\ 0 & , \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, 10, \quad j = 1, \dots, 72$$

Con las constantes:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{si el profesor } i \text{ puede dar la clase } j \\ 0 & , \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, 10, j = 1, \dots, 72$$

$carga_j$: la cantidad de horas que tiene la clase j ; $j = 1, \dots, 72$

$hora_i$: la cantidad total de horas que puede trabajar el profesor i ; $i = 1, \dots, 10$

Resultando el modelo:

$$\max \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{72} c_{ij} x_{ij}$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^{10} c_{ij} x_{ij} \leq 1, j = 1, \dots, 72$$

$$\sum_{j=1}^{72} carga_j x_{ij} \leq hora_i, i = 1, \dots, 10$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 10, j = 1, \dots, 72$$

La solución de este modelo se realizó mediante el software CPLEX debido a su gran tamaño. Siendo el modelo de esta manera:

```
int Nprof = ...;
int Nclas = ...;
range profes = 1...Nprof;
range clases = 1...Nclas;
int carga[clases] = ...;
int horas[profes] = ...;
int c[profes][clases] = ...;
dvar int x[profes][clases] in 0...1;
maximize sum (i in profes) sum (j in clases) c[i][j] * x[i][j];
subject to
{
forall( j in clases) ct1: sum(i in profes) x[i][j] * c[i][j] <= 1;
forall( i in profes) ct2: sum(j in clases) x[i][j] * carga[j] <= horas[i];
}
```

El correspondiente archivo de datos requeridos es:

Nprof=10;

Nclas=72;

carga=[5,5,3,2,4,4,2,3,3,5,5,3,2,4,4,2,3,3,5,5,3,2,4,4,2,3,3,5,5,3,2,4,4,2,
3,3,5,5,3,2,4,4,2,3,3,5,5,3,2,4,4,2,3,3,5,5,3,2,3,4,2,4,2,5,5,3,2,3,4,2,4,2];

horas=[30,19,30,30,28,30,30,30,15,19];

c=[[1,0,0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,0,1,0,1,1,
1,1,0,0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,0,1,0,1,0,1],
[0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,
0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1],
[0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,1,
0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1],
[0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,1,
0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1],
[0,0,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,1,
0,0,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,0,1,0,0,1,0,1,0,1],
[1,0,0,1,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,
1,0,0,1,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1],
[0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,
0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1],
[0,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,0,1,1,0,1,1,1,
0,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,0,1,1,0,1,0,1,0,0,0,1,1,0,1,0,1],
[0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,
0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1],
[0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,
0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1],
[0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,
0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1,0,0,0,0,1,1,1,0,1]

];

El programa de diseño de horarios descrito en [1] y que usamos para generar los horarios en este trabajo, requiere un formato con la estructura

- número de profesores
- número de grupos
- tabla de requerimientos c

La tabla de requerimientos tiene tantas filas como profesores, y tantas columnas como grupos tenga el horario, y en una fila y columna dada contiene la cantidad de horas semanales que el profesor debe reunirse con el grupo.

Debido a esto es necesario procesar la salida del modelo **CPLEX** para obtener el archivo de entrada del programa de diseño de horarios. Esto se hizo con la siguiente hoja de cálculo **EXCEL**

C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
H	5	5	3	2	4	4	2	2	3	5	5	3	2	4	4	2	2	3	5	5	3	2	4	4
P1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
P4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
P5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
P6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
P7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
P8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

C	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
H	2	2	3	5	5	3	2	4	4	2	2	3	5	5	3	2	4	4	2	2	3	5	5	3
P1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
P3	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
P4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
P7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
P8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

C	49	50	51	52	53	54	55	56	56	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
H	2	4	4	2	2	3	5	5	3	2	3	4	2	4	2	5	5	3	2	3	4	2	4	2
P1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
P5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
P6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

	IA	IB	IIA	IIB	IIIA	IIIB	IV	V	T
P1	2	0	0	5	8	5	5	0	25
P2	0	0	0	0	5	5	5	2	17
P3	2	2	5	7	2	0	4	8	30
P4	5	5	7	0	0	0	4	8	29
P5	3	5	3	3	3	5	3	3	28
P6	5	5	5	0	4	2	2	5	28
P7	4	7	8	4	4	0	0	0	27
P8	5	2	2	7	0	7	3	0	26
P9	4	4	0	0	0	6	0	0	14
P10	0	0	0	4	4	0	4	4	16
T	30	30	30	30	30	30	30	30	

El resultado es el siguiente archivo de entrada para los programas c de [1]:

10

8

2 0 0 5 8 5 5 0 25

0 0 0 0 5 5 5 2 17

2 2 5 7 2 0 4 8 30

5 5 7 0 0 0 4 8 29

3 5 3 3 3 5 3 3 28

5 5 5 0 4 2 2 5 28

4 7 8 4 4 0 0 0 27

5 2 2 7 0 7 3 0 26

4 4 0 0 0 6 0 0 14

0 0 0 4 4 0 4 4 16

De la corrida del programa de horarios se obtuvo el siguiente horario, el cual programa en 30 turnos todas las actividades requeridas:

Turno 1 (1,1) (2,5) (3,2) (4,3) (5,4) (6,6) (8,7) (10,8)	Turno 11 (1,7) (3,3) (4,2) (5,1) (6,8) (7,5) (8,6) (10,4)	Turno 21 (1,7) (3,4) (4,8) (5,6) (6,3) (7,5) (8,2) (9,1)
Turno 2 (1,1) (2,5) (3,2) (4,3) (5,4) (6,6) (8,7) (10,8)	Turno 12 (1,7) (3,3) (4,2) (5,1) (6,8) (7,5) (8,6) (10,4)	Turno 22 (1,5) (2,7) (3,4) (5,8) (6,3) (7,1) (8,2) (9,6)
Turno 3 (1,4) (2,5) (3,1) (4,2) (5,3) (6,7) (8,6) (10,8)	Turno 13 (2,6) (3,8) (4,3) (5,7) (6,1) (7,2) (8,4) (10,5)	Turno 23 (1,5) (3,7) (4,8) (5,6) (6,3) (7,1) (8,4) (9,2)
Turno 4 (2,5) (3,1) (4,2) (5,3) (6,7) (7,4) (8,6) (10,8)	Turno 14 (2,6) (3,8) (4,3) (5,7) (6,1) (7,2) (8,4) (10,5)	Turno 24 (1,5) (3,4) (4,7) (5,8) (6,2) (7,3) (8,1) (9,6)
Turno 5 (2,5) (3,3) (4,1) (5,2) (6,8) (7,4) (8,6) (10,7)	Turno 15 (2,7) (3,8) (4,3) (5,6) (6,1) (7,2) (8,4) (10,5)	Turno 25 (1,5) (3,4) (4,7) (5,8) (6,2) (7,3) (8,1) (9,6)
Turno 6 (1,6) (2,8) (3,3) (4,1) (5,2) (7,4) (8,7) (10,5)	Turno 16 (1,5) (2,7) (3,8) (4,3) (6,1) (7,2) (8,6) (10,4)	Turno 26 (1,5) (3,4) (4,7) (5,6) (6,8) (7,3) (8,1) (9,2)
Turno 7 (1,6) (2,8) (3,3) (4,1) (5,2) (6,5) (7,4) (10,7)	Turno 17 (1,5) (2,7) (3,8) (4,3) (6,1) (7,2) (8,4) (9,6)	Turno 27 (1,5) (3,7) (4,8) (5,4) (6,2) (7,3) (8,1) (9,6)
Turno 8 (1,4) (2,6) (3,8) (4,1) (5,2) (6,5) (7,3) (10,7)	Turno 18 (1,4) (2,7) (3,5) (4,8) (5,3) (7,1) (8,6) (9,2)	Turno 28 (1,6) (3,7) (4,8) (5,5) (6,3) (7,2) (8,4) (9,1)
Turno 9 (1,4) (2,6) (3,8) (4,1) (5,2) (6,5) (7,3) (10,7)	Turno 19 (1,4) (3,5) (4,8) (5,7) (6,2) (7,1) (8,3) (9,6)	Turno 29 (1,6) (3,7) (4,8) (5,5) (6,3) (7,2) (8,4) (9,1)
Turno 10 (1,7) (2,6) (3,8) (4,2) (5,1) (6,5) (7,3) (10,4)	Turno 20 (1,7) (3,4) (4,8) (5,6) (6,2) (7,5) (8,3) (9,1)	Turno 30 (1,6) (3,4) (4,7) (5,5) (6,8) (7,3) (8,1) (9,2)

Cada uno de los pares ordenados debajo de cada turno significa, el primer valor representa al profesor y el segundo valor al grupo.

Al llevar estos resultados a la forma en que usualmente se presentan los horarios en el ISIM se obtuvo el horario mostrado en el anexo.

8. Resultados y Discusión

Después de un largo estudio sobre teoría de grafo la programación lineal y los problemas de asignación para la construcción de horarios puedo notar la importancia de utilizar las herramientas que nos facilitan las matemáticas mediante ramas como lo es la teoría de grafo, puedo observar los beneficios que se obtienen mediante este tipo de matemáticas y que no solo nos facilitan el trabajo, si no que dan una mejor presentación y confiabilidad a los trabajos elaborados.

Es evidente el orden con el que se trabaja y es uno de los factores que influyen en la obtención de buenos resultados. La misma secuencia de las herramientas utilizada en este trabajo hace notar la importancia de hacer uso de todas estas habilidades matemáticas que son poco común y en especial en nuestro país. Son pocos los trabajos investigativos que se realizan en esta área de la matemática (teoría de grafos), a pesar de la gran utilidad que tiene y eso lo vemos en este trabajo. Gracias a esta rama matemática el trabajo se hace más cómodo. Esto se debe a las características que proporcionan las diferentes técnicas y procedimientos que se llevan a cabo al momento de realizar trabajos de esta categoría.

La asignación que se debe hacer con respecto a las clases que impartirá cada profesor a los grupos, se convierte en un punto de importancia y remarca la satisfacción de los buenos resultados obtenidos en este trabajo para cada horario que se construyó. Destacando ciertas diferencias con los horarios que construyeron los profesores del ISIM, una de ellas es el conflicto de tener a dos profesores con sobre carga, sabiendo que hay profesores con horas libres y para los encargados de construir los horarios se convierte en un problema de escasas soluciones, porque al hacer modificaciones lo que se ocasionan son choques de clases en los horarios, conflicto que no se da en la elaboración de los horarios realizados en esta investigación.

Otro factor importante es el tiempo utilizado para la construcción de los horarios, también considero este factor como primordial cuando se toma la tarea de construirlos, porque se deben considerar muchas veces las circunstancias a las que se presentan las personas a quienes se les encomienda esta tarea, siendo una de ellas la necesidad inmediata de tener los horarios. En el ISIM los maestros a los que se les encomienda esta tarea afirman que es una tarea que exige tiempo y mucha disponibilidad también hacen mención de la cantidad de tiempo para realizar dicha tarea y consideran la construcción de los horarios en un mínimo de 2 a 3 días, 2 días dedicando todo su tiempo a esta tarea. Resultando esta característica diferente al tiempo utilizado en la construcción de los horarios mediante la metodología usada en este trabajo investigativo porque el tiempo utilizado solo para la creación de los horarios del primer semestre, con la información obtenida es como máximo 2 horas y un mínimo de una hora. También logro observar que tanto en los horarios construidos por el instituto y los obtenidos mediante estas herramientas matemáticas siempre van a resultar maestros con horas libres y eso se debe a la cantidad de maestros con los que cuenta dicha institución.

9. Conclusiones

Con la elaboración de este trabajo he tratado de demostrar los beneficios que se obtienen al utilizar todas las herramientas involucradas para la construcción de horarios de educación secundaria, y de esa manera hacer notar el funcionamiento importante que tiene la teoría de grafos.

De acuerdo a los resultados obtenidos de la construcción y comparación de horarios con el que ya estaba construido señalo lo siguiente.

- Con la apreciación de los horarios obtenidos después de haber usado toda la metodología necesaria, puedo afirmar que la forma en que he logrado la construcción de los distintos horarios del ISIM es muy eficiente e idónea, a pesar que no puedo garantizar satisfacer todas las inquietudes de las autoridades del instituto, por ejemplo períodos preferenciales para profesores, pero si puedo llenar las necesidades y complicaciones a las que se enfrentan actualmente en el ISIM al momento de elaborar los distintos horarios.
- Después de haber realizado las asignaciones requeridas, es muy vista la utilidad y la gran importancia de los aspectos matemáticos utilizados, así como la maximización de las asignaturas que se impartirán, de manera que cuando se realizan se obtienen muy buenos resultados.
- En los horarios obtenidos mediante el procedimiento explicado en este trabajo, se satisfacen necesidades como la cantidad exacta de asignaturas que debe tener cada maestro, teniendo presente la capacidad de cada uno de ellos de manera que los maestros no tengan una sobre carga en su tiempo y las horas libres de cada maestro sea lo mínimo posible.
- Un aspecto último que puedo remarcar con respecto a los horarios construidos con los que se crearon en este trabajo es la modificación que puedo hacer con los maestros y las clases, ya que hay clases que las puede impartir cualquier maestro, con este proceso se pueden hacer cambios en el horario y no corremos el riesgo de tener algún choque en los horarios y sea el cambio que sea, de igual manera se satisfacen las necesidades y hasta puede haber mayor satisfacción. Si se hace esto mismo con los horarios que construyeron en el instituto se obtienen choques y el proceso requiere de más tiempo y es considerado más complicado.

10. Recomendaciones

Una vez concluido este trabajo y luego de haber observado los resultados y dar respuesta a los objetivos en los cuales se tuvo enfoque durante la solución del problema a resolver, considero ciertas recomendaciones:

- Dado que existen muchas instituciones así como es el caso del ISIM, los cuales no cuentan con un método eficiente y rápido en la construcción de horarios para la asignación de las diversas actividades a realizar en dichas instituciones, siendo aquí, la asignación de los profesores a los grupos de clase cumpliendo las condiciones necesarias en cada maestro para cada grupo de clase, y después de haber obtenido muy buenos resultados considero que es necesaria la implementación y elaboración de este tipo de trabajos y poder darlos a conocer.
- A las personas que deseen continuar con la segunda parte de este trabajo, debo decirles que un aspecto muy importante sería el diseño del horario una vez construido de manera que pueda satisfacer otros requerimientos de las autoridades del instituto, profesores o estudiantes.
- Al ISIM que haga uso de métodos como el construido en este trabajo y de esa manera puedan tener una organización sobresaliente en este tipo de actividades.
- A los estudiantes de la carrera de matemática de la facultad de ciencias y tecnología se interesen por este tipo de estudios y puedan enfocar sus trabajos monográficos a este ambiente y así contribuyan a la solución de diversos problemas a los que se enfrentan muchas instituciones.

11. Bibliografía

- [1] Ramiro José Cáceres Espinoza (1997) “versión profesor grupo aula del problema de horarios”, Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones 1998 5(2) : 125-131.
- [2] de Werra, D. (1981) “Remarks on the requirement matrix of school timetabling. Problems and regular embeddings”, European Journal of Operational Research 6: 298 301.
- [3] Investigación de Operaciones Hamdy A. Taha. Novena edición.
- [4] Rodrigo Hernandez, Jaime Miranda P, Pablo A. Rey, “Programación de Horarios de Clases y Asignación de Salas para la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales Mediante un Enfoque de Programación Entera”. Revista Ingeniería de Sistemas Volumen XXII, Año 2008.
- [5] Jungnickel, D. (1987) Graphen, Netzwerke und Algorithmen. Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zurich.
- [6] <http://asc-horarios.archivospc.com>

12. Anexo

Horario Primer Semestre (IA)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	C.Y.C (Prof:María)	C.Y.C (Prof:María)	E.E.F.F (Prof:Luciano)	E.E.F.F (Prof:Luciano)	MAT (Prof:Jefrin)
7:45-8:30	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	ING (Prof:Fermin)
8:30-9:15	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)	Geo (Prof:Lesbia)	Geo (Prof:Lesbia)	C.C.N.N (Prof:Loida)
10:30-11:15	C.C.N.N (Prof:Loida)	Geo (Prof:Lesbia)	Geo (Prof:Lesbia)	E.C.A (Prof:Edgar)	E.C.A (Prof:Edgar)
11:15-12:00	O.T.V (Prof:Edgar)	O.T.V (Prof:Edgar)	C.C.N.N (Prof:Loida)	C.C.N.N (Prof:Loida)	O.T.V (Prof:Edgar)

Horario Primer Semestre (IB)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	E.E.F.F (Prof:Luciano)	E.E.F.F (Prof:Luciano)	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	ING (Prof:Fermin)
7:45-8:30	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)	ECA (Prof:Fermin)	E.C.A (Prof:Fermin)	MAT (Prof:Jefrin)
8:30-9:15	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	Geo (Prof:Lesbia)	Geo (Prof:Lesbia)	Geo (Prof:Lesbia)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	Geo (Prof:Lesbia)	O.T.V (Prof:Lesbia)	C.C.N.N (Prof:Loida)	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)
10:30-11:15	C.Y.C (Prof:Edgar)	C.Y.C (Prof:Edgar)	C.C.N.N (Prof:Loida)	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)
11:15-12:00	C.C.N.N (Prof:Loida)	L.Y.L (Prof:Santos)	O.T.V (Prof:Lesvia)	O.T.V (Prof:Lesvia)	C.C.N.N (Prof:Loida)

Horario Primer Semestre (IIA)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)	E.E.F.F (Prof:Luciano)
7:45-8:30	E.E.F.F (Prof:Luciano)	O.T.V (Prof:Luciano)	GEO (Prof:Lesvia)	GEO (Prof:Lesvia)	C.C.N.N (Prof:Lesvia)
8:30-9:15	O.T.V (Prof:Luciano)	O.T.V (Prof:Luciano)	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)	MAT (Prof:Jefrin)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	C.Y.C (Prof:Jefrin)	C.Y.C (Prof:Jefrin)	ING (Prof:Fermin)	E.C.A (Prof:Edgar)	E.C.A (Prof:Edgar)
10:30-11:15	L.Y.L (Prof:Santos)	L Y L (Prof:Santos)	L Y L (Prof:Santos)	GEO (Prof:Lesvia)	GEO (Prof:Lesvia)
11:15-12:00	C.C.N.N (Prof:Lesvia)	C.C.N.N (Prof:Lesvia)	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)	C.C.N.N (Prof:Lesvia)

Horario Primer Semestre (IIB)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)	L.Y.L (Prof:María)	GEO (Prof:Lesvia)	GEO (Prof:Lesvia)
7:45-8:30	GEO (Prof:Lesvia)	GEO (Prof:Lesvia)	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	C.C.N.N (Prof:Nidia)
8:30-9:15	C.C.N.N (Prof:Nidia)	C.C.N.N (Prof:Nidia)	C.Y.C (Prof:Edgar)	C.Y.C (Prof:Edgar)	E.C.A (Prof:Edgar)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	C.C.N.N (Prof:Nidia)	E.C.A (Prof:Edgar)	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	MAT (Prof:Luciano)
10:30-11:15	MAT (Prof:Luciano)	E.E.F.F (Prof:Luciano)	O.T.V (Prof:Edgar)	MAT (Prof:Luciano)	MAT (Prof:Luciano)
11:15-12:00	MAT (Prof:Luciano)	ING (Prof:Fermin)	O.T.V (Prof:Edgar)	O.T.V (Prof:Edgar)	E.E.F.F (Prof:Luciano)

Horario Primer Semestre (IIIA)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)
7:45-8:30	C.C.N.N (Prof:Nidia)	E.E.F.F (Prof:Santos)	E.E.F.F (Prof:Santos)	C.Y.C (Prof:Santos)	C.Y.C (Prof:Santos)
8:30-9:15	Geo (Prof:Lesbia)	Geo (Prof:Lesbia)	C.C.N.N (Prof:Nidia)	C.C.N.N (Prof:Nidia)	C.C.N.N (Prof:Nidia)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	E.C.A (Prof:Luciano)	E.C.A (Prof:Luciano)	GEO (Prof:Lesvia)
10:30-11:15	GEO (Prof:Lesvia)	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	O.T.V (Prof:María)
11:15-12:00	O.T.V (Prof:María)	O.T.V (Prof:María)	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)

Horario Primer Semestre (IIIB)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	E.E.F.F (Prof:Santos)	E.E.F.F (Prof:Santos)	O.T.V (Prof:Edgar)	O.T.V (Prof:Edgar)	O.T.V (Prof:Edgar)
7:45-8:30	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)
8:30-9:15	GEO (Prof:Edgar)	GEO (Prof:Edgar)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	ING (Prof:Fermin)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	GEO (Prof:Edgar)	C.C.N.N (Prof:Loida)	Geo (Prof:Edgara)	C.C.N.N (Prof:Loida)	ING (Prof:Fermin)
10:30-11:15	ING (Prof:Fermin)	C.C.N.N (Prof:Loida)	E.C.A (Prof:Fermin)	C.C.N.N (Prof:Loida)	C.Y.C (Prof:Loida)
11:15-12:00	E.C.A (Prof:Fermin)	C.Y.C (Prof:Loida)	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)

Horario Primer Semestre (IV)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	G.de.NIC (Prof:Edgar)	G.de.NIC (Prof:Edgar)	E.E.F.F (Prof:Santos)	E.E.F.F (Prof:Santos)	QUIM (Prof:Nidia)
7:45-8:30	G.de.NIC (Prof:Edgar)	QUIM (Prof:Nidia)	QUIM (Prof:Nidia)	QUIM (Prof:Nidia)	L.Y.L (Prof:María)
8:30-9:15	L.Y.L (Prof:María)	L.Y.L (Prof:María)	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)	MAT (Prof:Pedro)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Pedro)	ING (Prof:Fermin)	L.Y.L (Prof:María)
10:30-11:15	L.Y.L (Prof:María)	MAT (Prof:Pedro)	FISICA (Prof:Luciano)	O.T.V (Prof:Jefrin)	C.Y.C (Prof:Jefrin)
11:15-12:00	O.T.V (Prof:Jefrin)	FISICA (Prof:Luciano)	FISICA (Prof:Luciano)	FISICA (Prof:Luciano)	C.Y.C (Prof:Jefrin)

Horario Primer Semestre (V)					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:00-7:45	BIO (Prof:Nidia)	BIO (Prof:Nidia)	BIO (Prof:Nidia)	BIO (Prof:Nidia)	L.Y.L (Prof:Santo)
7:45-8:30	C.Y.C (Prof:Pedro)	C.Y.C (Prof:Pedro)	MAT (Prof:Luciano)	Socio (Prof:Luciano)	MAT (Prof:Luciano)
8:30-9:15	L.Y.L (Prof:Santos)	L.Y.L (Prof:Santos)	MAT (Prof:Luciano)	Socio (Prof:Luciano)	MAT (Prof:Luciano)
9:15-9:45	Receso	Receso	Receso	Receso	Receso
9:45-10:30	MAT (Prof:Luciano)	Socio (Prof:Luciano)	FISICA (Prof:Jefrin)	FISICA (Prof:Jefrin)	FISICA (Prof:Jefrin)
10:30-11:15	O.T.V (Prof:Jefrin)	ING (Prof:Fermin)	FISICA (Prof:Jefrin)	ING (Prof:Fermin)	ING (Prof:Fermin)
11:15-12:00	L.Y.L (Prof:Santos)	E.E.F.F (Prof:Jefrin)	E.E.F.F (Prof:Jefrin)	O.T.V (Prof:Jefrin)	L.Y.L (Prof:Santos)