

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA - LEON**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES.**



**MONOGRAFÍA PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA**  
**EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA Y COMPUTACIÓN.**

**PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL**  
**CONTENIDO RACIONALIZACIÓN, INSTITUTO TEODORO A. S. KINT, PUERTO**  
**MORAZÁN, CHINANDEGA**

**Autores:**

**Br. Pedro Ramón Sánchez López.**

**Br. José Lorenzo Díaz.**

**Br. Jannet del Carmen Blanco Orozco.**

**Tutor: Lic. Domingo Felipe Aráuz Chévez.**

**LEON, Junio 2014.**

## **DEDICATORIA.**

### **A Dios.**

Por haberme permitido llegar a esta etapa y haberme dado salud, para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

### **A mi madre Ángela de la Concepción López García.**

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero sobre todo por su amor.

### **A mi padre Félix Marcos Sánchez Carías. (Descanse en paz).**

Por los ejemplos de perseverancia y constancia que lo caracterizaron y que me infundió siempre, por el valor mostrado para salir adelante y por su amor.

### **A mi esposa Rosa María Navarrete Carvajal.**

Por su apoyo incondicional, su fineza, la paciencia, comprensión y sobre todo por su amor sin reservas.

### **A mis hijas Nazareth y María Yelba.**

Por todas las veces que no pudieron tener un papá de tiempo completo.

### **A mis familiares.**

Que siempre tuvieron una palabra de apoyo, durante mis estudios.

### **A mis maestros.**

Por su gran apoyo y motivación para la culminación de mis estudios profesionales y para la elaboración de esta tesis.

Al **Lic. Domingo Felipe Aráuz Chévez**, por su apoyo brindado en este trabajo.

### **A mis compañeros.**

Que gracias al equipo que formamos logramos llegar cumplir nuestra meta profesional.

A la **Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua de León** y en especial a la **Facultad de Ciencias de la Educación y humanidades** por permitirme ser parte de una generación de triunfadores y gente productiva para el país.

**Pedro Ramón Sánchez López.**

## **DEDICATORIA.**

### **A Dios.**

Por brindarme la dicha de la salud y bienestar espiritual.

### **A mi madre Emperatriz Díaz.**

Por su esfuerzo, amor y apoyo incondicional, durante mi formación tanto personal como profesional.

### **A mi padre Isidro María García.**

Por creer en mí en todo momento y no dudar de mis capacidades.

### **A mi esposa Juana Patricia Galeano de Díaz.**

Por su apoyo incondicional, su fineza, la paciencia, comprensión y sobre todo por su amor sin reservas.

### **A mi hija Patricia Emperatriz Díaz Galeano.**

Por todas las veces que no pudo tener un papá de tiempo completo.

### **A mis familiares.**

Que siempre tuvieron una palabra de apoyo, durante mis estudios.

### **A mis maestros.**

Por su gran apoyo y motivación para la culminación de mis estudios profesionales y para la elaboración de esta tesis.

Al **Lic. Domingo Felipe Aráuz Chévez**, por su apoyo brindado en este trabajo.

### **A mis compañeros.**

Que gracias al equipo que formamos logramos llegar cumplir nuestra meta profesional.

A la **Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua de León** y en especial a la **Facultad de Ciencias de la Educación y humanidades** por permitirme ser parte de una generación de triunfadores y gente productiva para el país.

**José Lorenzo Díaz.**

## **DEDICATORIA.**

### **A Dios.**

Por fortalecerme en los momentos que sentí no poder continuar.

### **A mi madre: Juana del Carmen Orozco Arbizú y mi padre: Carlos Luis Blanco Vargas.**

Por ser mis guías en el camino del bien y apoyarme de manera incondicional económica y emocionalmente.

### **A mi hija: Saraí Blanco.**

Por todas las veces que no pudo tener una mamá de tiempo completo.

### **A mis familiares.**

Que siempre tuvieron una palabra de apoyo para mí durante mis estudios.

### **A mis maestros de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidad**

Por brindarme sus conocimientos durante un periodo de cinco años de educación sabatina y su gran apoyo y motivación para la culminación de mis estudios profesionales y para la elaboración de esta tesis.

Al **Lic. Domingo Felipe Aráuz Chévez**, por su apoyo brindado en este trabajo.

### **A mis compañeros.**

Que gracias al equipo que formamos logramos llegar cumplir nuestra meta profesional.

A la **Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua de León** y en especial a la **Facultad de Ciencias de la Educación y humanidades** por permitirme ser parte de una generación de triunfadores y gente productiva para el país.

**Jannet del Carmen Blanco Orozco.**

## **AGRADECIMIENTO.**

En estas breves líneas queremos expresar nuestros sinceros agradecimientos a todas las personas que de forma directa o indirecta han hecho posible este sueño, originado por el deseo de hacer mejoramiento de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de la educación matemática.

A la Directora del Centro Educativo Instituto Nacional Teodoro A. S. Kint Lic. Norma Medina, Tonalá Puerto Morazán, por el apoyo brindado para obtener la información necesaria y lograr desarrollar esta investigación.

A los estudiantes de 9° A, B, C. del Instituto Nacional Teodoro A. S. Kint, por su participación activa en el proceso investigativo.

A los docentes que imparten clases en 9°, por la confianza y la gentileza, al permitirnos incursionar en su aula de clase, para apropiarnos de su práctica docente.

## INDICE.

<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	2
1.2. JUSTIFICACIÓN.....	3
1.3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
<b>II. OBJETIVOS .....</b>	<b>5</b>
2.1 OBJETIVO GENERAL.....	5
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	5
<b>III. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>6</b>
3.1 ENFOQUES DE ENSEÑANZA.....	6
3.1.1 CONSTRUCTIVISMO.....	6
3.1.1.1 EL CONSTRUCTIVISMO EN MATEMÁTICAS .....	6
3.1.1.2 TRES IDEAS FUNDAMENTALES EN TORNO AL CONSTRUCTIVISMO.....	8
3.1.2. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	9
3.1.2.1. VENTAJAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	9
3.1.2.2. TEORÍAS PSICOPEDAGÓGICAS.....	10
3.1.2.2.1 Características pedagógicas que el profesor debe mostrar en el proceso de enseñanza: .....	10
3.1.2.2.2 Rol del estudiante:.....	11
3.1.2.2.4 Características de los materiales de apoyo.....	11
3.1.2.2.5 Organización del proceso en el tiempo.....	11
3.1.2.2.6 Funciones de los materiales didácticos entre el estudiante, los contenidos y el profesor: .....	12
3.1.2.2.7 Papel de la evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje.....	12
3.1.3. MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA .....	12
3.1.3.1. PRINCIPIOS DIDÁCTICOS .....	12
3.1.3.2 MÉTODOS DE ENSEÑANZA.....	14
3.1.3.3 TÉCNICAS DE ENSEÑANZA.....	14
3.1.4. ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	15
3.1.4.1. FASES DEL ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	16
3.1.4.2 TÉCNICA E INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.....	18
<b>IV. MARCO CONTEXTUAL.....</b>	<b>21</b>
4.1 ESTRUCTURA CURRICULAR: .....	21
4.2 ESTRUCTURA ORGANIZATIVA: .....	22
<b>V. DISEÑO METODOLÓGICO.....</b>	<b>23</b>

<b>5.1</b>	<b>POBLACIÓN, MUESTRA Y MUESTREO.</b>	23
5.1.1	Muestra de población de estudiantes.	23
5.1.2	Muestra de población de los docentes.	25
5.1.3	<b>FUENTES DE INFORMACIÓN.</b>	25
5.1.4	<b>MÉTODOS Y TÉCNICAS.</b>	25
5.1.5	<b>PROCEDIMIENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.</b>	25
5.1.6	<b>OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.</b>	26
5.1.7	<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS DE DATOS:</b>	29
5.1.7.1	Procedimiento de análisis de instrumento de medición aplicado a estudiantes.	29
5.1.8	Procedimiento de análisis de instrumento de medición aplicado a docentes.	34
<b>VI.</b>	<b>ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.</b>	40
<b>VII.</b>	<b>CONCLUSIONES.</b>	43
<b>VIII.</b>	<b>RECOMENDACIONES.</b>	44
<b>IX.</b>	<b>PROPUESTA METODOLÓGICA.</b>	45
9.1	<b>ACTIVIDADES DE INTERVENCIÓN.</b>	45
	<b>PRUEBA DIAGNÓSTICA.</b>	46
9.2	<b>DISTRIBUCIÓN DE LA SITUACIÓN POR CLASE.</b>	48
	<b>Plan de clase 1.</b>	49
	<b>Hoja de recomendaciones 1.</b>	50
	<b>LECTURA N° 1: EXPRESIONES CONJUGADAS.</b>	51
	<b>GUÍA DE ACTIVIDADES N° 1: EXPRESIONES CONJUGADAS.</b>	55
	<b>SOLUCIÓN DE GUÍA DE ACTIVIDADES N° 1: EXPRESIONES CONJUGADAS.</b>	59
	<b>Plan de clase 2.</b>	70
	<b>Hoja de recomendaciones 2.</b>	71
	<b>LECTURA N° 2: RACIONALIZACIÓN.</b>	72
	<b>GUÍA DE ACTIVIDADES N° 2: RACIONALIZACIÓN.</b>	80
	<b>SOLUCIÓN A GUÍA DE ACTIVIDADES N° 2: RACIONALIZACIÓN.</b>	81
	<b>Plan de clase 3.</b>	90
	<b>GUÍA PRÁCTICA DE RACIONALIZACIÓN.</b>	91
	<b>CLAVE DE SOLUCIÓN.</b>	94
<b>X.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	95
<b>XI.</b>	<b>WEBGRAFIA.</b>	95
<b>XII.</b>	<b>ANEXOS.</b>	96
	<b>Instrumento aplicado a Estudiantes.</b>	97
	<b>Clave de respuesta.</b>	99

Ficha de observación aplicada a los Docentes .....101

## **I. INTRODUCCIÓN.**

En la actualidad, enseñar se hace cada vez más complejo y aprender se ha convertido en una experiencia desafiante para los estudiantes. Cada nivel educativo tiene su propia especificidad, la cual está determinada por las necesidades sociales y educativas a la que los centros educativos pretenden responder y se abrevian en las metas educativas para cada etapa de formación.

Para poder lograr las metas educativas establecidas en los programas escolares, los profesores debemos planificar, organizar, gestionar e implementar en el aula el proceso de enseñanza – aprendizaje y esto se hacen según la formación, experiencia y recursos que se poseen en el contexto donde laboramos.

La organización del proceso de enseñanza no es una tarea sencilla, demanda del docente conocimiento teórico y conocimiento práctico, habilidades cognitivas y sociales, destrezas, actitudes y valores deseables, así como una buena dosis de ingenio e intuición o sentido común, entre otras.

Acorde con lo expuesto, nuestro equipo presenta este trabajo para la enseñanza-aprendizaje del contenido de racionalización, mediante una planificación didáctica que contiene actividades de intervención, distribución del tiempo para las diversas actividades por clase, material didáctico con interesantes ejemplos y ejercicios resueltos paso a paso, además algo inédito como la resolución de problemas cotidianos de racionalización mediante el enfoque resolución de problemas que le permitirán a los estudiantes aprender haciendo y promover una participación activa de los educandos en su proceso formativo hasta lograr cierta independencia y de forma simultánea demandar un rol distinto del docente, es decir que se convierta en guía, mediador, facilitador y orientador del proceso, siendo el estudiante el protagonista y el responsable principal en la construcción de su propio aprendizaje, por supuesto, siempre con la asesoría y acompañamiento del docente, quien le ofrece andamiajes que gradualmente le irá retirando hasta lograr una mayor autonomía en su proceso de aprendizaje.

### 1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.

Debido a la aversión de los estudiantes referente a los radicales, más si se trata de racionalizar y el generalizado desconcierto de los docentes de noveno grado del Instituto Público Teodoro A. S. Kint, de no disponer de documentos con recomendaciones metodológicas, recursos didácticos y material pertinentes para hacer ágil el proceso enseñanza aprendizaje, da su génesis a esta investigación.

Entre otros están:

- El fracaso en matemáticas que es un secreto a voces, está ahí presente esperando que se le dé solución.
- “Aunque la meta de la educación matemática sea que todos los escolares logren un aprendizaje exitoso es un hecho que mientras sólo algunos prosperan, un gran número de ellos tienen dificultades” (Tal y Razali, 1993, p. 209).
- “Las limitaciones de aprendizaje que manifiesta el alumnado a lo largo de su proceso educativo, han sido estudiadas desde múltiples perspectivas y han generado marcos conceptuales y modelos explicativos diversos” (Calzadilla, 2006, p. 2).
- La dificultad de los adolescentes para aprender matemática en la enseñanza primaria, media y superior ha sido una constante en todos los tiempos.
- ¿Cómo aprender y enseñar matemática?, constituye el reto que estudiantes y docentes debemos enfrentar en la aulas de clase.

Por tales razones, es preciso pasar de un proceso que pone el acento en la transmisión de conocimientos a otro que enfatice los aprendizajes del estudiante. Hasta ahora, el paradigma del docente ha sido el que enseña y califica a los estudiantes. Ese paradigma está en crisis en todas partes y debe ser sustituido por el docente que diseña métodos activos de enseñanza y hace del aula un ambiente de aprendizaje, donde estudiantes y docentes trabajan juntos.

## 1.2. JUSTIFICACIÓN.

La Sociedad actual y su diversidad generada por la dinámica social, económica y cultural, reclama mayores retos a los Sistemas Educativos, que en respuesta a los nuevos planteamientos proponen realizar profundas transformaciones partiendo en un primer momento de la actualización y profesionalización docente. Entre otras competencias al docente de grupo se le exige que conozca y aplique teorías pedagógicas y didácticas para que desarrolle nuevos modelos de gestión del conocimiento escolar y de interacción con sus colegas y la comunidad educativa.

Mejorar la calidad y lograr una mayor equidad educativa, son exigencias prioritarias para la educación nicaragüense, a fin de formar integralmente a los estudiantes, consolidándolos como personas y ciudadanos de cara al desarrollo humano del país y a los cambios globales.

En atención a las aseveraciones anteriores y en concordancia con las políticas y directrices tendientes a promover el bienestar educativo, nuestro equipo de investigación propone elaborar una herramienta versátil que facilite la práctica docente y la participación activa de los estudiantes en clase, significando así un referente para el abordaje de la problemática del aprendizaje de la racionalización con denominadores monomios, binomios y trinomios, que bien puede considerarse por otras investigaciones que conjuguen tanto la línea, como la temática de acción destacada en la presente investigación, en aras de contribuir a mejorar el rol multifacético que caracteriza el quehacer extensivo del docente que recién egresa, como el que se encuentra en ejercicio de su labor para circunstanciarlo con la realidad educativa.

La propuesta metodológica está dirigida a docentes y estudiantes de noveno grado de educación secundaria del Instituto Público Teodoro A. S. Kint, sin embargo puede ser usada por otras instituciones educativas de secundaria, técnica y universitarias que incluyan en sus programas de matemática el contenido de racionalización.

### 1.3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

La Unidad número cuatro correspondiente a las Operaciones con radicales está ubicada en el programa de matemáticas de noveno grado de Educación Secundaria, tiene asignada 24 horas de clase presencial, las que se deben distribuir para desarrollar los contenidos:

**Radicación, propiedades, operaciones con radicales (suma, resta, multiplicación con igual o distinto índice y división con igual o distinto índice), racionalización, fracciones algebraicas concepto, definición, simplificación, operaciones con fracciones algebraicas (suma, resta, multiplicación y división) y el reforzamiento escolar.**

Esta unidad para efectos de programación se fragmenta en tres partes (8 horas de clase presenciales para cada parte), localizando el contenido de racionalización específicamente en la segunda parte (con 2 horas de clase presencial).

Las dificultades que el equipo de investigación considera presentes son:

- El tiempo designado es insuficiente para llevar a cabo el desarrollo del contenido de racionalización con éxito, debido a que la unidad esta recargada
- La forma escueta que aparece la presentación de los contenidos en el programa, la falta de indicadores de logros para el contenido de racionalización.
- Uso de una metodología, no adecuada (métodos de enseñanza, técnicas y recursos).
- No existe un documento metodológico de apoyo que ayude al maestro a tener un enfoque diferente sobre la forma de enseñar este tema tan importante.

El equipo considera que de seguir así, el alcance del indicador de logro: **Racionalice y simplifique el denominador de una fracción algebraica**, se mantendrá cualitativamente en aprendizaje inicial y elemental, en consecuencia no habrá calidad en los aprendizajes.

Todo lo anterior evidencia la necesidad e importancia de poseer un que contenga métodos, técnicas y recursos que dimensionen a docentes y estudiantes. Por tales razones el presente trabajo de investigación responderá a la pregunta:

**¿Es oportuno tener un documento metodológico que permita disminuir los problemas suscitados en la enseñanza aprendizaje del contenido de racionalización?**

## **II. OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GENERAL.**

- ❖ Elaborar una propuesta metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de la racionalización de monomios, binomios y trinomios, aplicando metodología constructivista.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.**

- ❖ Determinar el nivel de dominio y percepción que poseen los estudiantes de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint acerca de racionalización de expresiones algebraicas.
- ❖ Describir las estrategias didácticas (método, técnicas y recursos), que utilizan los docentes de matemáticas de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint para facilitar el aprendizaje de la racionalización de expresiones algebraicas.
- ❖ Proponer estrategias metodológicas que permitan hacer dinámico el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido racionalización de expresiones algebraicas.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### **III. MARCO TEÓRICO.**

A continuación presentamos los referentes teóricos que sirven de soporte a la propuesta metodológica dirigida a estudiantes de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint acerca del contenido Racionalización.

#### **3.1 ENFOQUES DE ENSEÑANZA.**

Nuestra propuesta tiene su base teórica en los dos siguientes enfoques el constructivismo y el aprendizaje significativo.

##### **3.1.1 CONSTRUCTIVISMO.**

El constructivismo es esencialmente un enfoque epistemológico, que sostiene que todo conocimiento es construido como resultado de procesos cognitivos dentro de la mente humana. Rechaza la idea de que el conocimiento sea la representación de una realidad externa independiente del espectador, propone un paradigma en donde el proceso de enseñanza se percibe y se lleva a cabo como proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una auténtica construcción operada por la persona que aprende (por el "sujeto cognoscente").

El constructivismo en pedagogía se aplica como concepto didáctico en la enseñanza orientada a la acción. Se considera al estudiante poseedor de conocimientos, con base a los cuales habrá de construir nuevos saberes.

No pone la base genética y hereditaria en una posición superior o por encima de los saberes, es decir, a partir de los conocimientos previos de los educandos, el docente guía para que los estudiantes logren construir conocimientos nuevos y significativos, siendo ellos los actores principales de su propio aprendizaje.

##### **3.1.1.1 EL CONSTRUCTIVISMO EN MATEMÁTICAS**

La presentación de los conceptos y resultados matemáticos ha de ser constructiva. El pensamiento matemático se construye a partir de la acción. La metodología constructivista se contrapone a la metodología deductiva que ha prevalecido en la enseñanza de las matemáticas en las últimas décadas. La metodología constructivista incluye el método inductivo para conseguir resultados.

Hay que tener en cuenta que los estudiantes no son receptores pasivos de la información, sino que construyen su conocimiento y habilidades de forma activa mediante la interacción con el entorno y de la reorganización de sus propias estructuras mentales.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

El aprendizaje es un proceso activo y constructivo, cuando un estudiante ingresa al sistema educativo, trae ya una serie de conocimientos que ha adquirido mediante la experiencia cotidiana, los medios de comunicación, el contacto con otras personas y su propia vivencia. La importancia que tiene el conocimiento previo en el aprendizaje viene dado por el punto de vista constructivista de los procesos de aprendizajes, es decir, los estudiantes procesan activamente la información en base al conocimiento que poseen y, de esta forma construyen el conocimiento y las habilidades nuevas.

Si no consideramos que el estudiante ya posee conocimientos antes de entrar a la escuela, produciríamos una confusión en los estudiantes, ya que éste se encontraría que existe por ejemplo una "matemática" para aplicar fuera de la escuela y otra "matemática" que se le enseña en la escuela.

La tarea del profesor consistirá en explicitar estos conocimientos, hacerle ver su utilidad, la relación que tiene con otros conceptos. Eso no significa que solamente se deba de trabajar lo que el estudiante ya sabe, sino que, debe partir de ello para ampliarlo, estructurarlo y suscitar así nuevos intereses.

Una de las dificultades que ha de encarar la enseñanza de las matemáticas es saber cómo conseguir que los estudiantes adquieran las bases de un lenguaje formal, riguroso y abstracto, pero a la vez funcional y significativo.

Tal y como Piaget lo sugiere, **“el pensamiento matemático es una construcción en la que juega un papel esencial la acción ejercida sobre los objetos”**. (Piaget, 1980, p. 3)

Se necesita también una metodología activa, que tenga base en la actividad del estudiante.

Las matemáticas más que enseñarse se aprenden, saber es saber hacer. Saber matemáticas significa poder hacer matemáticas: usar el lenguaje matemático con alguna fluidez, hacer problemas, criticar argumentos, buscar demostraciones y, lo que puede ser más importante, reconocer un concepto matemático en una situación concreta o extraerlo de ella.

Se debe también sacar partido al papel del error; en los estudiantes existe un temor a equivocarse, a quedar en ridículo delante de sus compañeros y profesor, hay errores de diferentes tipos pero debemos acostumbrar al estudiante a que no tenga miedo a los errores y aprender de ellos. Del menor error, en la resolución de una ecuación o en un cálculo, puede el estudiante aprender a ser más cuidadoso con el método utilizado, aprender la necesidad de escribir más detalladamente los

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

pasos, o puede descubrir que desconoce la utilización correcta de los paréntesis u otro operadores matemáticos.

El error puede también ayudar al profesor, ya que si muchos estudiantes comenten la misma equivocación, habrá que buscar la causa, revisar el material, analizar la parte válida, añadir cuestiones previas, o reconocer que contenido previos faltan por abordar y no es el momento de trabajar ese tema y dejarlo para desarrollar más adelante.

No debemos dramatizar el error, debemos ser conscientes de lo siguiente **“quien no actúa, no se equivoca y quien no se equivoca no avanza” (Confucio)**. Junto a la desdramatización del error hay que procurar que cada alumno tenga sus pequeños éxitos. Nada hay más desmotivador para el estudiante que no acertar en algo. Los estudiantes deben también poner el suficiente esfuerzo para logra éxitos.

### 3.1.1.2 TRES IDEAS FUNDAMENTALES EN TORNO AL CONSTRUCTIVISMO.<sup>1</sup>

De acuerdo con César Coll, la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

1. El estudiante es responsable de su propio proceso de aprendizaje, es decir construye (o bien reconstruye) los saberes de su entorno cultural, éste puedes ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.
2. La actividad mental constructiva del estudiante se aplica a los conocimientos considerables de elaboración. Esto quiere decir que el estudiante no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido liberal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento enseñado en las instituciones educativas es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social, los estudiantes y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.
3. La función del docente es articular los procesos de construcción del estudiante con el saber colectivo culturalmente originado. Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructiva, sino que deba orientar y guiar explícitamente dicha actividad. Podemos decir

---

<sup>1</sup> César Coll (1990, pp.441 – 442)

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

que la construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración, donde se exige, comprender, recordar, sintetizar, conocer, etc.

### 3.1.2. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

**Ausubel**, “considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. Así, el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo”<sup>2</sup>. De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante, debe entenderse por estructura cognitiva , al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización, de esta manera en el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del estudiante; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como su grado de estabilidad. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando.

Al respecto Ausubel (1983: 36). Dice:

El estudiante debe manifestar una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria

#### 3.1.2.1. VENTAJAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

Produce una retención más duradera de la información. Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido. La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo. Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del estudiante. Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

---

<sup>2</sup> (1989). Psicología cognitiva. Un punto de vista cognoscitivo. México. Trillas.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### 3.1.2.2. **TEORÍAS PSICOPEDAGÓGICAS.**

Ausubel diferencia dos tipos de aprendizajes que pueden ocurrir en el salón de clases:

1. La que se refiere al modo en que se adquiere el conocimiento
2. La relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuentemente incorporado en la estructura de conocimientos o estructura cognitiva del aprendiz.

Ausubel rechaza el supuesto “Piagetiano” de que sólo se entiende lo que se descubre, ya que también puede entenderse lo que se recibe. Un aprendizaje es significativo cuando puede relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el estudiante ya sabe. Para que el aprendizaje sea significativo son necesarias al menos dos condiciones. En primer lugar, el material de aprendizaje debe poseer un significado en sí mismo, es decir, sus diversas partes deben estar relacionadas con cierta lógica; en segundo lugar que el material resulte potencialmente significativo para el estudiante, es decir, que éste posea en su estructura de conocimiento ideas previas que pueda incluir con las que pueda relacionarse el material. Para lograr el aprendizaje de un nuevo concepto, según Ausubel, es necesario tender un puente cognitivo entre ese nuevo concepto y alguna idea de carácter más general ya presente en la mente del estudiante. Este puente cognitivo recibe el nombre de organizador previo y consistiría en una o varias ideas generales que se presentan antes que los materiales de aprendizaje propiamente dichos con el fin de facilitar su asimilación.

#### 3.1.2.2.1 **Características pedagógicas que el profesor debe mostrar en el proceso de enseñanza:**

- a. Presentar temas usando y aprovechando los esquemas previos del estudiante.
- b. Dar cierta información al estudiante provocando que éste por sí mismo descubra un conocimiento nuevo.
- c. Proveer información, contenidos y temas importantes y útiles que den como resultado ideas nuevas en el estudiante.
- d. Mostrar materiales pedagógicos de forma coloquial y organizada que no distraigan la concentración del estudiante.
- e. Promover una participación activa por parte del estudiante.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

#### 3.1.2.2.2 **Rol del estudiante:**

- a. Relacionar la información o los contenidos con su estructura cognitiva (asimilación cognitiva).
- b. Descubrir un nuevo conocimiento con los contenidos que el profesor le brinda.
- c. Crear nuevas ideas con los contenidos que el docente presenta.
- d. Organizar y ordenar el material que le proporcionó el profesor.

#### 3.1.2.2.3 **Características que debe poseer el estudiante:**

- a. Tener la habilidad de procesar activamente la información.
- b. Tener la habilidad de asimilación y retención.
- c. Tener la habilidad de relacionar las nuevas estructuras con las previas.
- d. Tener una buena disposición para que se logre el aprendizaje.

#### 3.1.2.2.4 **Características de los materiales de apoyo**

- a. Poseer un significado en sí mismos, o sea, las partes del material de enseñanza tienen que estar lógicamente relacionadas.
- b. Proveer resultados significativos para el estudiante, es decir, que los materiales puedan relacionarse con los conocimientos previos del estudiante.
- c. Proveer un puente de conocimiento entre la nueva y la previa información. Ausubel le llama 'organizador previo'.
- d. Estar ordenados y organizados para que el estudiante tome y aproveche los materiales que va emplear.

#### 3.1.2.2.5 **Organización del proceso en el tiempo**

El momento dentro del proceso enseñanza-aprendizaje en que deben emplearse los materiales y técnicas anteriormente descritas son:

- a. Los organizadores avanzados expositivos, cuando el alumno tiene poco o ningún conocimiento sobre el tema (al principio de la clase)
- b. Los organizadores comparativos, cuando el estudiante ya posee conocimientos previos del tema; (también al principio de la clase).

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### **3.1.2.2.6 Funciones de los materiales didácticos entre el estudiante, los contenidos y el profesor:**

- a. Determinar que el aprendizaje del estudiante sea significativo.
- b. Promover una actitud positiva y una buena disposición por parte del estudiante.
- c. Hacer que los contenidos sean más fácilmente asimilados.
- d. Ayudar al docente a que su enseñanza sea organizada y mejor aprovechada.

### **3.1.2.2.7 Papel de la evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje.**

Los tipos de evaluación son: Diagnóstica, formativa, final y sus usos son:

- a. La evaluación diagnóstica se usa al principio de un curso, unidad o contenido y se realiza para conocer cuáles son los conocimientos que el alumno posee de cierto curso, período o unidad.
- b. La evaluación formativa es la que se lleva a cabo en el transcurso del curso o período.
- c. La evaluación final es la que se realiza para saber cuáles son los resultados de aprendizaje finales del estudiante.

## **3.1.3. MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA**

Resulta conveniente establecer los principios didácticos a lo que se sujetaran los métodos y técnicas que usaremos en la propuesta metodológica.

### **3.1.3.1. PRINCIPIOS DIDÁCTICOS**

Los métodos y técnicas de enseñanza, independiente de las teorías que los originen deben sujetarse a algunos principios comunes, teniendo en cuenta el desarrollo y madurez pedagógica alcanzada hasta el presente.

A continuación presentamos los principios didácticos que nuestra propuesta contiene y una breve descripción de ellos.

## Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### ➤ **Principio de proximidad**

Integrar la enseñanza lo más cerca posible con la vida cotidiana del educando.

### ➤ **Principio de dirección**

Los objetivos a alcanzar sean claros y precisos.

### ➤ **Principio de marcha propia y continúa**

Procura respetar las diferencias individuales, no exigiendo la misma realización de todos los educandos.

### ➤ **Principio de ordenamiento**

Con el establecimiento de un orden se busca facilitar la tarea de aprendizaje.

### ➤ **Principio de adecuación**

Es necesario que las tareas y objetivos de la enseñanza sean acordes con las necesidades del educando.

### ➤ **Principio de eficiencia**

El ideal: mínimo esfuerzo máxima eficiencia en el aprendizaje.

### ➤ **Principio de realidad psicológica**

Prevé no perder de vista la edad evolutiva de los estudiantes y sus diferencias individuales.

### ➤ **Principio de dificultad o esfuerzo**

Es preciso tener el cuidado de exponer al educando ante situaciones de aprendizaje en las que no tenga posibilidades de tener éxito. Pues el fracaso continuado es el peor veneno para el ser humano.

### ➤ **Principio de participación**

El educando es parte activa y dinámica del proceso.

### ➤ **Principio de espontaneidad**

Cualquier proceso de enseñanza aprendizaje emprendido debe favorecer las manifestaciones naturales del educando.

### ➤ **Principio de transparencia**

El conocimiento aprendido debe replicarse en otras situaciones de la vida diaria.

### ➤ **Principio de evaluación**

Con un proceso continuo de evaluación, el docente podrá identificar a tiempo dificultades en el proceso de aprendizaje.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

➤ **Principio de reflexión**

Inducir al pensamiento reflexivo en el estudiante, como parte integral de actuar del ser humano.

➤ **Principio de responsabilidad**

Encaminar todo el proceso de enseñanza de modo que el educando madure en lo referente al cumplimiento de sus deberes.

### 3.1.3.2 MÉTODOS DE ENSEÑANZA.

**Métodos de enseñanza:** Es el conjunto de momentos y técnicas lógicamente coordinadas para dirigir el aprendizaje del estudiante hacia determinados objetivos.

✚ **Método inductivo:** Es cuando el asunto estudiado se presenta por medio de casos particulares, sugiriéndose que se descubra el principio general que los rige.

✚ **Método Activo:** Es cuando se tiene en cuenta el desarrollo de la clase contando con la participación del estudiante. La clase se desenvuelve por parte del discente, convirtiéndose el docente en un orientador, un guía, un facilitador y no en un transmisor de saber.

### 3.1.3.3 TÉCNICAS DE ENSEÑANZA.

**Técnicas de enseñanza:** Maneras de utilizar los recursos didácticos para hacer efectivo el aprendizaje en el estudiante.

**1. Pensamiento del día.**

- ✓ Manifiesta la naturaleza interactiva del aprendizaje.
- ✓ Motivan el aprendizaje.

**2. Lectura de conceptos. (TÉCNICA EXEGÉTICA.)**

Consiste en la lectura comentada de textos relacionados con el asunto en estudio, es una lectura comprensiva, interpretativa y reflexiva de un texto para familiarizarse con las ideas, estilos y vocabularios de determinada disciplina.

**3. Guía de preguntas y ejercicios prácticos:**

- ✓ Es una oportunidad de “aprender haciendo”.
- ✓ Los estudiantes prueban y practican sus nuevas experiencias de aprendizaje.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### 3.1.4. ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

¿Por qué un enfoque centrado en la resolución de problemas?

Porqué:

- ✓ La resolución de situaciones problemáticas es la actividad central de la matemática.
- ✓ Es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana.

#### **Importancia del enfoque.**

¿Para qué?

Para promover formas de enseñanza aprendizaje que responda a situaciones problemáticas cercanas a su realidad.

¿Cómo?

Recurriendo a tarea de progresivas demanda cognitiva y pertinente a sus características socio cultural que moviliza recursos o saberes adecuados.

#### **Rasgos principales del enfoque centrado en la resolución de problemas.**

- La resolución de problemas debe impregnar íntegramente el currículo de matemática.
- La matemática se aprende y enseña resolviendo problemas.
- Las situaciones problemáticas deben plantearse en contexto real o científico.
- Problemas que respondan a los intereses y necesidades de los estudiantes.
- Los problemas sirven de contexto para desarrollar capacidades matemáticas.

#### **Objetivos del enfoque centrado en la resolución de problemas.**

Lograr que el estudiante:

- Se involucre en la resolución del problema.
- Elabore un argumento lógico
- Comunique el proceso y solución.
- Investigue información y use recursos.
- Evalúe su proceso, reconociendo capacidades y deficiencia
- Colabore con su equipo para el logro de la meta.

3.1.4.1. **FASES DEL ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.**

**I. Comprensión del problema.**

Para poder resolver un problema primero hay que comprenderlo. Se debe leer con mucho cuidado y explorar hasta entender las relaciones dadas en la información proporcionada.

Para eso, se puede responder a preguntas como:

- ¿Qué dice el problema? ¿Qué pide?
- ¿Cuáles son los datos y las condiciones del problema?
- ¿Es posible hacer una figura, un esquema o un diagrama?
- ¿Es posible estimar la respuesta?

**II. Elaborar un plan de acción.**

En este paso se busca encontrar conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido, relacionando los datos del problema. Se debe elaborar un plan o estrategia para resolver el problema. Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final. Hay que elegir las operaciones e indicar la secuencia en que se debe realizarlas. Estimar la respuesta. Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

- ¿Recuerda algún problema parecido a este que pueda ayudarle a resolverlo?
- ¿Puede enunciar el problema de otro modo? Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
- ¿Usó todos los datos?, ¿usó todas las condiciones?, ¿ha tomado en cuenta todos los conceptos esenciales incluidos en el problema?
- ¿Se puede resolver este problema por partes?
- Intente organizar los datos en tablas o gráficos.
- ¿Hay diferentes caminos para resolver este problema?
- ¿Cuál es su plan para resolver el problema?

### III. Ejecutar y controlar el plan.

Se ejecuta el plan elaborado resolviendo las operaciones en el orden establecido, verificando paso a paso si los resultados están correctos. Se aplican también todas las estrategias pensadas, completando –si se requiere– los diagramas, tablas o gráficos para obtener varias formas de resolver el problema. Si no se tiene éxito se vuelve a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Según Dante<sup>3</sup>, “El énfasis que debe ser dado aquí es a la habilidad del estudiante en ejecutar el plan trazado y no a los cálculos en sí. Hay una tendencia muy fuerte (que debemos evitar) de reducir todo el proceso de resolución de problemas a los simples cálculos que llevan a las respuestas correctas”.

### IV. Evaluación de todo el proceso

En el paso de revisión o verificación se hace el análisis de la solución obtenida, no sólo en cuanto a la corrección del resultado sino también con relación a la posibilidad de usar otras estrategias diferentes de la seguida, para llegar a la solución. Se verifica la respuesta en el contexto del problema original.

En esta fase también se puede hacer la generalización del problema o la formulación de otros nuevos a partir de él. Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

- ¿Su respuesta tiene sentido?
- ¿Está de acuerdo con la información del problema?
- ¿Hay otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede utilizar el resultado o el procedimiento que ha empleado para resolver problemas semejantes?
- ¿Se puede generalizar?

---

<sup>3</sup> Dante, Luis Roberto, *Didáctica de la Resolução de Problemas de Matemática*, São Paulo: Editora Ática, 2002

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### 3.1.4.2 TÉCNICA E INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.

#### **RÚBRICA O PAUTAS DE VALORACIÓN**

Las rúbricas son pautas que ofrecen una descripción del desempeño de un estudiante en un aspecto determinado, a partir de un continuo seguimiento, dando una mayor consistencia a las evaluaciones. Cooper (1997) recomienda la utilización de las rúbricas como un buen procedimiento para evaluar las habilidades de los estudiantes para construir significados a través de la lectura y escritura. La rúbrica sirve para tener una idea clara de lo que representa el indicador de logro en una escala de calificación. Para esto se puede establecer criterios con su respectiva descripción. De esta manera, el estudiante puede saber lo que ha alcanzado y le falta por desarrollar. Los criterios deben representar los aspectos considerados en los indicadores logro, que serán valorados por medio de una escala cualitativa o numérica.

#### **ELEMENTOS PARA SU CONSTRUCCIÓN.**

Identificar los datos generales (nombre del centro de estudios, grado, sección, nombre del docente y fecha en que se realiza la observación, nombre de la actividad, competencia o competencias que evaluará, nombre del estudiante. Seleccionar los aspectos que va a evaluar, por ejemplo para determinar si un estudiante comprendió el concepto de racionalización usted puede tomar en cuenta los aspectos siguientes:

- a. Explicación.
- b. Comprensión del concepto
- c. Identificación de los elementos del concepto
- d. Ejemplificación

Anotar los criterios seleccionados en la primera columna de la tabla.

Seleccionar la escala cualitativa o cuantitativa que permita la evaluación, por ejemplo: respuesta excelente, respuesta satisfactoria, respuesta moderadamente satisfactoria y respuesta deficiente y se le asigna valor a cada nivel, por ejemplo, de 1 a 4 puntos respectivamente.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Elaborar una lista de aspectos de lo que se espera en cada escala. Por ejemplo, para una respuesta usted esperaría:

Nivel 4: Respuesta excelente

Respuesta completa

Explicaciones claras del concepto

Identificación de todos los elementos importantes

Inclusión de ejemplos e información complementaria

Nivel 3: Respuesta satisfactoria

Respuesta bastante completa

Manifiesta comprensión del concepto

Identifica bastantes elementos importantes

Ofrece alguna información adicional

Nivel 2: Respuesta moderadamente satisfactoria

Respuesta refleja alguna confusión

Comprensión incompleta del concepto

Identifica algunos elementos importantes

Provee información incompleta relacionada con el tema

Nivel 1: Respuesta deficiente

No logra demostrar que comprende el concepto

No provee contestación completa

Omite elementos importantes

Utiliza inadecuadamente los términos

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

- Deje indicado un espacio para anotar el punteo.
- En la parte de debajo de la rúbrica asigne un área para observaciones.

Para calcular la valoración multiplique el valor máximo de la escala asignada para evaluar por el número de aspectos a observar. Esto dará la nota máxima. Sumar el total de valores obtenidos en cada uno de los aspectos o criterios. La calificación se calcula dividiendo el total obtenido, entre la nota máxima y multiplicando el resultado por 100.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

#### IV. MARCO CONTEXTUAL.

Nuestra investigación tiene como escenario el Instituto Nacional Teodoro A. S. Kint que se localiza en la cabecera municipal Santa Rita de Tonalá, denominado por comodismo Tonalá, en el municipio de Puerto Morazán, Chinandega, Nicaragua.

La geografía del lugar limita al norte con el municipio de Somotillo, al sur con el municipio de El Viejo, al este con Chinandega y Somotillo y al oeste con el municipio de El Viejo.

#### EL INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

##### 4.1 ESTRUCTURA CURRICULAR:

✚ **PROGRAMAS QUE ATIENDE:** Secundaria Regular Diurna y Secundaria no regular (a distancia)

✚ **MISIÓN.**

Formar a las y los adolescentes, jóvenes y adultos con una educación en desarrollo humano, con competencias fundamentales, principios y valores que le permitan aplicar los distintos saberes adquiridos, a situaciones reales de la vida; así como una inserción eficaz en el mundo laboral y en la continuidad de estudios en educación superior o educación técnica.

✚ **VISIÓN.**

Asegurar una educación a los futuros ciudadanos con conocimientos científicos, tecnológicos y productivos, con valores cívicos, éticos, morales y habilidades básicas que garanticen su formación integral, el respeto a los derechos humanos, a la diversidad étnica, religiosa, cultural y política, que le permitan enfrentar y buscar solución a los diferentes problemas que se le presentan, en todos los ámbitos en que se desenvuelve.

✚ **Las Áreas Curriculares son:**

- ✓ **Matemáticas.**
- ✓ **Comunicativa Cultural:** Lengua y literatura, inglés y expresión cultural y artística.
- ✓ **Ciencias Físico Naturales:** Ciencias naturales, química, física y biología.
- ✓ **Formación Ciudadana y Productividad:** Convivencia y civismo, educación física recreación y deportes y orientación técnica y vocacional.
- ✓ **Ciencias Sociales:** Geografía, historia, economía, filosofía y sociología.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### **Horario en Bloques:**

El Plan de Estudios se organiza en períodos flexibles, que permiten establecer los diferentes ámbitos de experiencias de aprendizaje en correspondencia con las necesidades e intereses de los estudiantes, estos periodos son de noventa minutos equivalen a un bloque, En el caso de asignaturas con frecuencias impares se desarrollan bloques de noventa minutos y un período de 45 minutos. A excepción de la Educación Física, Recreación y Deportes.

#### 4.2 ESTRUCTURA ORGANIZATIVA:

**Administrativamente:** tiene una directora, un subdirector, un responsable de secundaria no regular, una secretaria, un conserje, 2 afanadora y 20 docentes.

A la fecha de la investigación este centro de estudios posee una matrícula total de 969 estudiantes, 523 de ellos del sexo femenino, distribuidos de la siguiente manera 406 estudiantes modalidad regular matutina, 187 modalidad regular vespertina, en el dominical: 369 estudiantes una parte en las instalaciones del centro educativo y otra en una extensión del mismo en la localidad de Cuatro Esquinas de Amayo.

A continuación se ilustra la distribución de estudiantes por modalidad y sección

Sección grado	Modalidad Regular.				Modalidad no regular.			
	Matutino		Vespertino		Dominical		Dominical 4 Esquinas	
	Total	Femenino	Total	Femenino	Total	Femenino	Total	Femenino
Séptimo Grado	128	68	61	43	43	16	21	10
Octavo Grado	112	60	44	21	54	31	22	8
Noveno Grado	67	30	28	15	66	38	21	14
Décimo Grado	60	30	28	11	40	28	24	11
Undécimo Grado	46	24	26	13	60	39	18	13
Totales	413	212	187	103	263	152	106	56

En cuanto mobiliario cada sección está equipada de pizarra acrílica, suficientes pupitres en buen estado, buena iluminación. Se cuenta con biblioteca, dotada de libros para uso de todas las asignaturas, tenemos ayuda de Plan internacional (capacitaciones), Cuerpo de paz (capacitación en huertos escolares), red de jóvenes casa del joven.

## V. DISEÑO METODOLÓGICO.

El diseño metodológico permite establecer una relación clara y precisa de cada una de las etapas de intervención para generar información que la investigación requiere a la luz del tema propuesto y los objetivos planteados.

El tipo de investigación es de campo, porque pretendemos interpretar y solucionar un problema o necesidad en un momento determinado, en un ambiente natural en el que están presentes las personas, grupos y organizaciones, las cuales cumplen el papel de ser la fuente de datos para ser analizados, según la planificación de la toma de datos es **prospectivo** porque los datos con los que se trabajan son planeados y se registran a medida que ocurren los hechos mediante los instrumentos establecidos (Ficha de Observación y Test); de acuerdo al número de veces en que se miden las variables de estudio es **transversal** porque las variables se miden una sola vez durante los meses de Junio – Julio, es decir se ejecuta en un momento determinado como que si fuese un corte en el tiempo de modo que se obtuvo información correspondiente al momento de la investigación, es **descriptivo** porque el nivel de investigación se orientó a detallar el comportamiento de las variables de estudio en su forma natural. **De acuerdo a la naturaleza de los datos** se considera cualitativo porque la medición de las variables es mediante categorías y niveles. El sector donde se realizó el estudio es la ciudad de Tonalá, Puerto Morazán, departamento Chinandega.

### 5.1 POBLACIÓN, MUESTRA Y MUESTREO.

#### 5.1.1 Muestra de población de estudiantes.

La población de estudio está compuesta por **95 estudiantes** distribuidos en tres aulas de la siguiente manera **32** estudiantes en **9° A**, **35** estudiantes en **9° B** (ambas secciones en turno matutino), **28** estudiantes en **9° C** (turno vespertino) y **2 docentes** de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint de Tonalá, Puerto Morazán.

Para obtener la muestra de la población de estudiantes se utilizó la ecuación de muestreo aleatorio simple de la siguiente manera con los siguientes datos.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

$n$ : Tamaño de la muestra.

$N$ : Tamaño de la población = 95 estudiantes.

$$n = \frac{N}{1 + \frac{e^2(N-1)}{z^2 p \cdot q}}$$

$z$ : Margen de confiabilidad que producirá el nivel deseado

para una confianza de 95% ó un  $\alpha = 0.05$ , entonces  $Z = 1.96$

$e$ : Error máximo permitido = 5% = 0.05

$p \cdot q$ : varianza de la población. = 0.25

Al sustituir los datos, obtenemos.

$$n = \frac{95}{1 + \frac{(0.05)^2(95-1)}{(1.96)^2(0.25)}} \approx 76 \text{ estudiantes}$$

Luego para determinar la cuota de estudiante a tomar de cada sección, se calcula mediante el producto de la razón conformada por el tamaño de la muestra con el tamaño de la población por el número de estudiantes de cada sección. Es decir.

$$\text{Cuota de estudiantes por sección} = \left(\frac{n}{N}\right) \cdot (\text{número de estudiante en la sección})$$

$$\text{Cuota de estudiantes de sección A} = \left(\frac{76}{95}\right) \cdot (32) \approx 26 \text{ estudiantes}$$

$$\text{Cuota de estudiantes de sección B} = \left(\frac{76}{95}\right) \cdot (35) \approx 28 \text{ estudiantes}$$

$$\text{Cuota de estudiantes de sección C} = \left(\frac{76}{95}\right) \cdot (28) \approx 22 \text{ estudiantes}$$

$$n = 26 + 28 + 22 = 76 \text{ estudiantes}$$

Seguidamente para determinar a los estudiantes de cada sección que se les aplicó el test, se procedió a realizar una especie de tómbola con trozos de papel que tuvieran impreso el número de lista del estudiante, estos trozos de papel se colocaron en una bolsa plástica, se solicitó a un estudiante de la sección extraer aleatoriamente los trozos de papel hasta completar la cuota de estudiantes que se evaluaron con el test.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

#### 5.1.2 **Muestra de población de los docentes.**

Debido a que la población correspondiente a los docentes es pequeña, para este caso se tomó la población de docentes igual a la muestra de docentes.

#### 5.1.3 **FUENTES DE INFORMACIÓN.**

Tuvimos dificultades debido a que no hay antecedentes de investigación relacionados con el tema, tanto en el centro de estudio, como en la universidad.

#### 5.1.4 **MÉTODOS Y TÉCNICAS.**

Los instrumentos utilizados para la recopilación de la información en la presente investigación son:

1. **Ficha de observación:** Dirigida a docentes de 9 grado del Instituto Teodoro A. S. Kint. Con la finalidad de medir tres dimensiones relativas a las estrategias didácticas utilizadas por el docente: **Métodos, Técnicas y Recursos**, y aplicada durante el desarrollo del contenido de racionalización en el aula de clase. Cada dimensión consta de tres posibles acciones que el docente puede realizar, cada acción tiene cuatro categorías y niveles.
2. **Test:** Dirigido y aplicado a estudiantes de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint. El cual consta diez preguntas, cada una de ellas de opción múltiple con única respuesta. Dichas preguntas en el test esta estructura de tal forma que el orden se clasifica según el grado de dificultad para determinar el nivel de dominio y percepción que poseen los estudiantes de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint acerca de racionalización.

#### 5.1.5 **PROCEDIMIENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.**

Para el proceso de recolección de datos se realizaron las siguientes actividades:

1. Se visitó las instalaciones del Instituto Teodoro A. S. Kint, para solicitar los permisos necesarios a la directora del centro de estudios y se expuso el objetivo de la investigación.
2. Se informó a docentes de matemática y estudiantes de noveno grado del centro de estudio, el motivo e intención de las visitas que el equipo de investigación realizaría.
3. Se conversó de manera personal con los docentes de noveno grado, se manifestó el propósito de la ficha de observación y se le dio a conocer a cada uno de ellos.
4. Finalizado el contenido de racionalización, informamos a los estudiantes la aplicación y propósito del test.

### 5.1.6 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.

En esta investigación las unidades de observación y las unidades de análisis observables se muestran en la siguiente tabla.

Tabla N°1.

Unidad de observación	Unidad de análisis observables
Estudiantes de noveno grado de Instituto Teodoro A. S. Kint. Tonalá, Puerto Morazán.	Nivel de dominio y percepción acerca de racionalización de expresiones algebraicas.
Docentes de noveno, grado de Instituto Teodoro A. S. Kint. Tonalá, Puerto Morazán.	Estrategias didácticas ( <b>método, técnicas y recursos</b> ), que utilizan los docentes de matemáticas para facilitar el aprendizaje de la racionalización de expresiones algebraicas.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

A continuación se muestra el cuadro demostrativo de Operacionalización de variables para los docentes.

Tabla N°2.

Objetivo Especifico	Variable	Sub – variable	Categoría	Escala
Describir las estrategias didácticas (método, técnicas y recursos), que utilizan los docentes de matemáticas de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint para facilitar el aprendizaje de la racionalización de expresiones algebraicas.	Método.	Explora la base de los conocimientos previos relacionada con el nuevo tema.	<b>S:</b> Siempre. <b>CF:</b> Con frecuencia <b>PV:</b> Pocas veces. <b>N.A:</b> No Aplica.	Ordinal
		Durante el desarrollo de la clase, va de lo particular a lo general, para luego abordar los contenidos pertinentes a la temática.		
		Relaciona el contenido con la vida real		
		Desarrolla en la clase los conceptos referentes a la temática para facilitar de manera heurística el aprendizaje a los estudiantes.		
	Técnicas	Utiliza una tabla para ilustrar la expresión irracional el correspondiente conjugado y la expresión racional que resulta de la multiplicación de ambos.		
		Explica ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas con sus casos respectivos, para facilitar la resolución de los mismos a los estudiantes.		
		Promueve la participación de los estudiantes en la clase de matemática planteando la resolución de ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas especificando cada caso de racionalización.		
	Recursos	Orienta a los estudiantes la ambientación del aula con información pertinente al contenido de racionalización		
		Utiliza el rotafolio para impartir de manera esquematizada y precisa la clase de matemática a los estudiantes.		
		Facilita a los estudiantes guías de ejercicios referentes a los contenidos de matemáticas desarrollados en clase.		

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

A continuación se muestra el cuadro demostrativo de Operacionalización de variables para los estudiantes.

Tabla N°3.

Objetivo Especifico	Variable	Categoría	Escala
Determinar el nivel de dominio y percepción que poseen los estudiantes de noveno grado del Instituto Teodoro A. S. Kint acerca de racionalización de expresiones algebraicas.	1. Al proceso de eliminar radicales del denominador se le denomina.	Correcta. Incorrecta	Nominal
	2. El factor racionalizante de la expresión $\sqrt[n]{x^m}$ , es:		
	3. El conjugado de $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ es:		
	4. El conjugado del denominador de $\frac{2}{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3}}$ es		
	5. El equivalente de $\sqrt[5]{6^3} \times \sqrt[5]{6^2}$ es:		
	6. El equivalente de $(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})$ es:		
	7. El equivalente de $(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9})$ es:		
	8. Al racionalizar la expresión $\frac{3}{4\sqrt{5}}$ , obtenemos el resultado siguiente:		
	9. Al racionalizar $\frac{7}{\sqrt{11} + 2}$ se obtiene:		
	10. Al racionalizar $\frac{7}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{7}}$ se obtiene:		

### 5.1.7 PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS DE DATOS:

#### 5.1.7.1 Procedimiento de análisis de instrumento de medición aplicado a estudiantes.

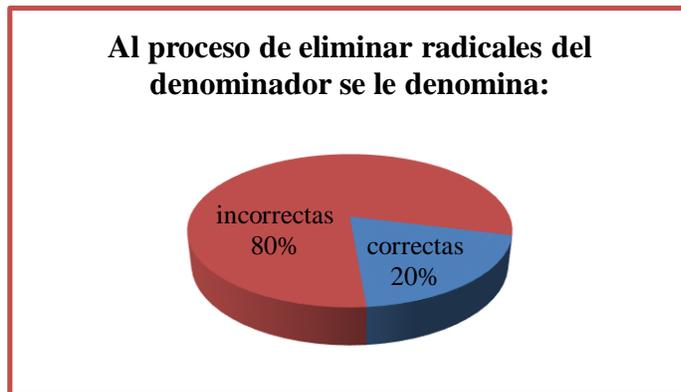
Respecto al instrumento aplicado a estudiantes procedimos a calificar cada test con la clave disponible (ver [anexo No 2](#)), a continuación se contabilizó cuantos estudiantes acertaron y cuantos no a cada pregunta, además de su respectivo porcentaje, seguidamente se registró cuantos estudiantes respondieron correctamente sólo una pregunta, sólo dos preguntas, sólo tres preguntas,..., las diez preguntas y se registraron todos los datos en tabla n°4 y tabla n°5, respectivamente, elaboradas en el procesador de texto Word 2007, también se representan en gráficos de pastel los datos de la tabla N° 4 para una mejor apreciación del comportamiento de los datos

Métodos estadísticos.

Tabla N°4: Resumen de respuestas correctas e incorrectas de cada ítem con su respectivo porcentaje.

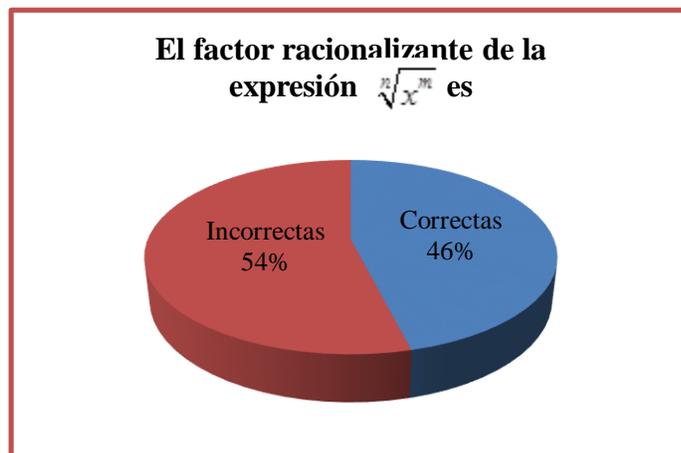
Ítem \ Resultado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Correcto	15	35	20	17	20	12	10	30	20	09
Porcentaje – Correctas.	20%	46%	26%	22%	26%	16%	13%	39%	26%	12%
Incorrecto.	61	41	56	59	56	64	66	46	56	67
Porcentaje – Incorrectas.	80%	59%	74%	78%	74%	84%	87%	61%	74%	88%

Grafico No 1.



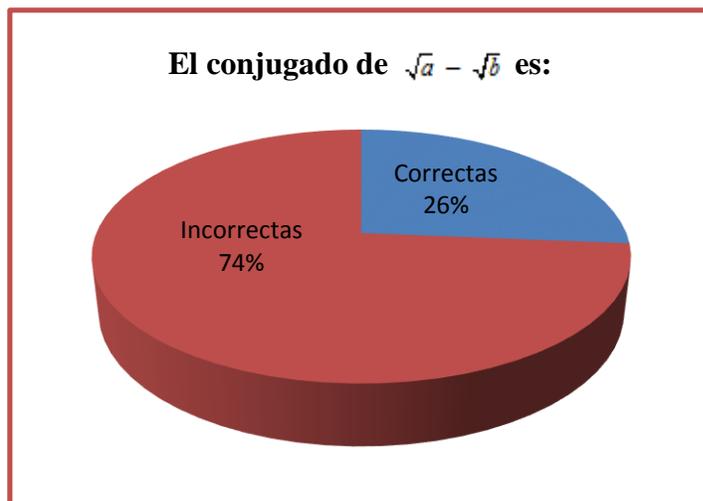
**Interpretación:** Sólo un 20% responde correctamente, esto revela que la mayoría no asimilo el concepto de racionalización.

Grafico No 2.



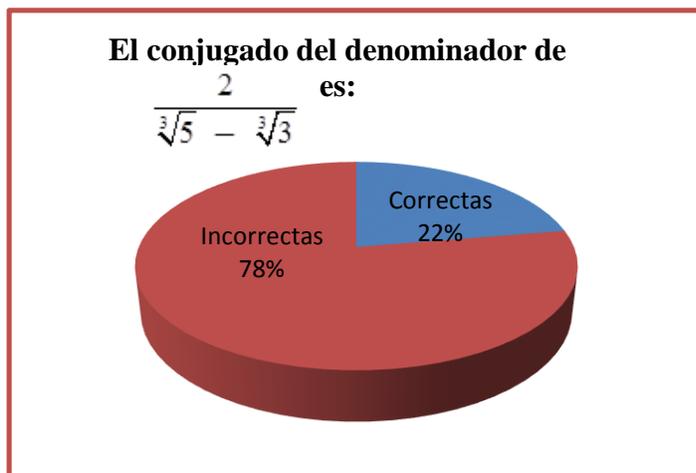
**Interpretación:** Sólo un 46% respondieron correctamente, lo que evidencia la dificultad para establecer el conjugado de radicales monomios.

Grafico No 3.



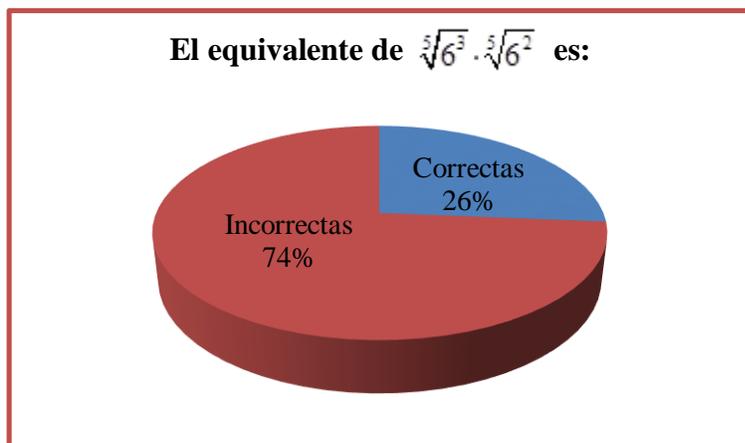
**Interpretación:** Solo un 26% respondieron correctamente, lo que evidencia la dificultad para establecer el conjugado de radicales binomios de índice 2.

Grafico No .4



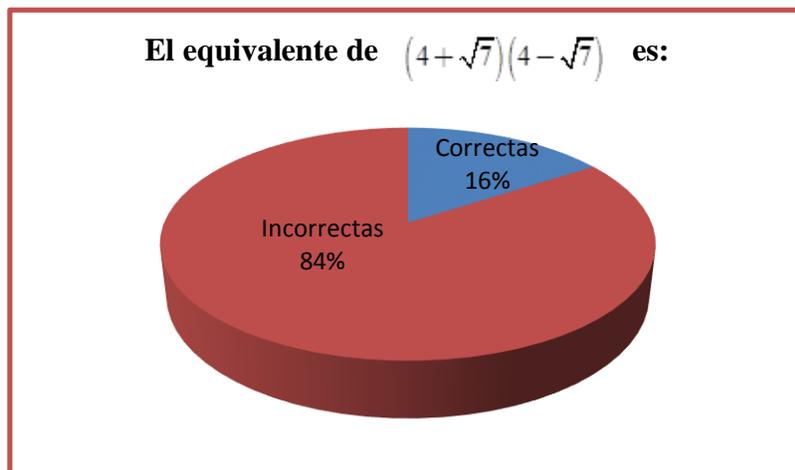
**Interpretación:** Solo un 22% respondieron correctamente, lo que evidencia la dificultad para establecer el conjugado de radicales binomios de índice 3.

Grafico No .5



**Interpretación:** Solo un 26% respondieron correctamente, esto permite descubrir que la base de conocimiento de productos notables de radicales de igual índice es débil.

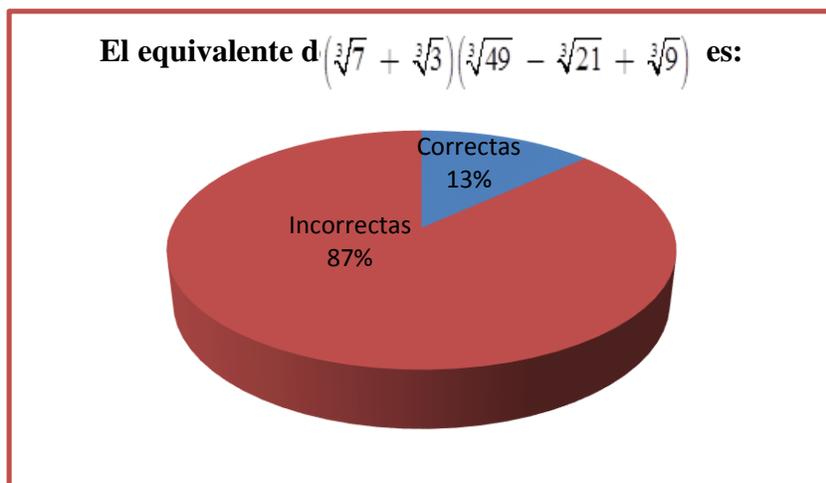
Grafico No .6



**Interpretación:** Solo un 16% respondieron correctamente, esto permite descubrir que la base de conocimiento de productos notables binomios es débil.

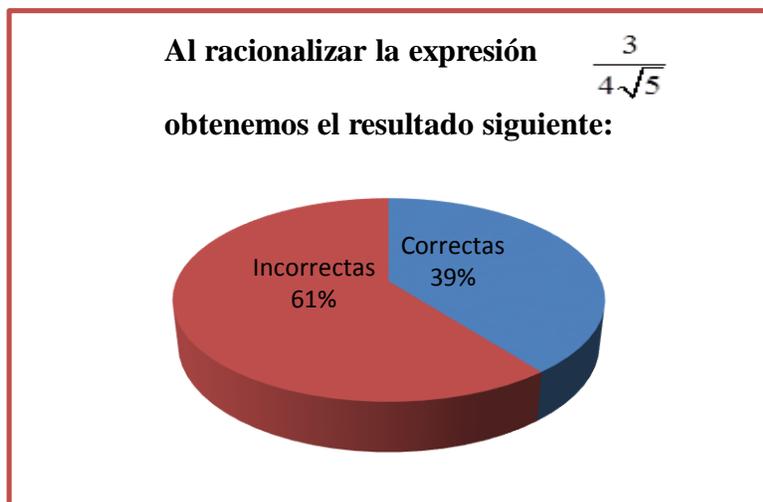
Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Grafico No .7



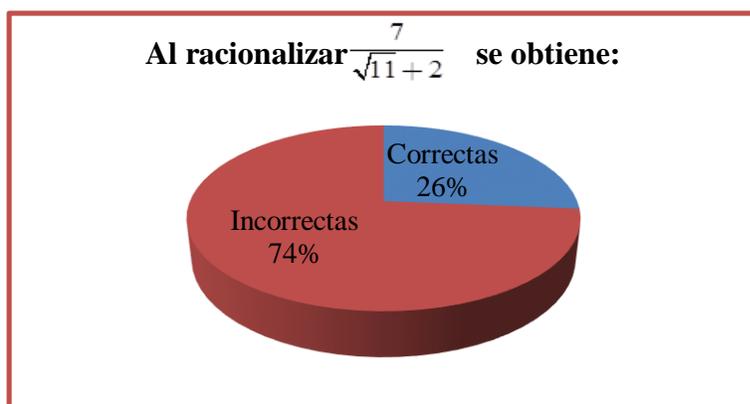
**Interpretación:** Solo un 13%, respondieron correctamente, esto nos permite descubrir que la base conocimiento de productos notables de un factor binomio con un factor trinomio es débil.

Grafico No .8



**Interpretación:** Solo un 39%, respondieron correctamente, estos resultados corroboran el poco dominio y asimilación de racionalización de expresiones con radicales monomios.

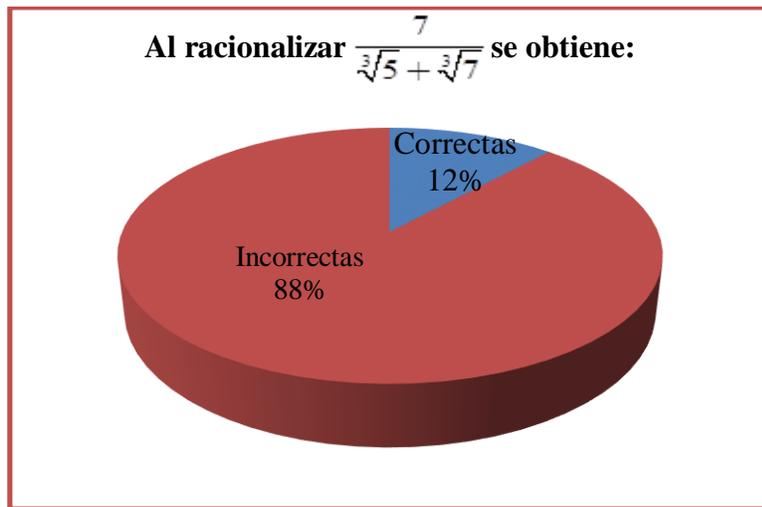
Grafico No .9



**Interpretación:** Solo un 26% , respondieron correctamente, estos resultados corroboran al poco dominio y asimilación de racionalización de expresiones con radicales binomios de índice

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Grafico No .10



**Interpretación:** Solo un 12%, respondieron correctamente, estos resultados corroboran al poco dominio y asimilación de racionalización de expresiones con radicales binomios de índice 3.

Tabla N°5: Resumen de cantidad de ítems respondidos correctamente, con sus respectivos porcentajes.

Ítem respondidos correctamente	Sólo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Resultado										
Cantidad de estudiantes	14	22	11	13	10	-	-	3	-	-
Porcentaje	18%	29%	14%	17%	13%	-	-	4%	-	-

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### 5.1.8 Procedimiento de análisis de instrumento de medición aplicado a docentes.

Para el análisis de los datos recopilados con el instrumento aplicado a los docentes procedimos de la siguiente manera:

De las 8 visitas realizadas a los docentes (cuatro en turno matutino y cuatro en turno vespertino), elaboramos una tabla de observación para cada docente, la que muestra el desempeño de cada una de las dimensiones de las estrategias didácticas utilizadas por ellos durante cada sesión de clase, así como la frecuencia concerniente a las categorías (**S**: Siempre, **CF**: Con frecuencia, **PV**: Pocas veces, **NA**: No aplica).

**Tabla N° 6:** Estrategia didáctica del docente en la dimensión: Método. Turno matutino.

Dimensión método.	Encuentros de clases															
	1				2				3				4			
	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA
Explora la base de los conocimientos previos relacionada con el nuevo tema.	x							x	x							x
Durante el desarrollo de la clase, va de lo particular a lo general, para luego abordar los contenidos pertinentes a la temática.				x	x					x				x		
Relaciona el contenido con la vida real.				x				x				x				x
Desarrolla en la clase los conceptos referentes a la temática para facilitar de manera heurística el aprendizaje a los estudiantes.		x				x					x				x	

**Tabla N°7:** Estrategia didáctica del docente en la dimensión: Método. Turno Vespertino.

Dimensión método.	Encuentros de clases															
	1				2				3				4			
	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	N	S	CF	PV	NA
Explora la base de los conocimientos previos relacionada con el nuevo tema.				X			X					X				X
Durante el desarrollo de la clase, va de lo particular a lo general, para luego abordar los contenidos pertinentes a la temática.				X			X				X					X
Relaciona el contenido con la vida real.				X			X				X					X
Desarrolla en la clase los conceptos referentes a la temática para facilitar de manera heurística el aprendizaje a los estudiantes.			X				X				X					X

**Tabla N°8:** Estrategia didáctica del docente en la dimensión: Técnica. Turno Matutino.

Dimensión Técnica.	Encuentros de clases															
	1				2				3				4			
	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA
Utiliza una tabla para ilustrar la expresión irracional el correspondiente conjugado y la expresión racional que resulta de la multiplicación de ambos.				X				X				X				X
Explica ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas con sus casos respectivos, para facilitar la resolución de los mismos a los estudiantes.		X						X				X				X
Promueve la participación de los estudiantes en la clase de matemática planteando la resolución de ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas especificando cada caso de racionalización.			X		X				X					X		

**Tabla N°9:** Estrategia didáctica del docente en la dimensión: Técnica. Turno Vespertino.

Dimensión Técnica.	Encuentros de clases															
	1				2				3				4			
	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA
Utiliza una tabla para ilustrar la expresión irracional el correspondiente conjugado y la expresión racional que resulta de la multiplicación de ambos.				X				X				X				X
Explica ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas con sus casos respectivos, para facilitar la resolución de los mismos a los estudiantes.		X				X					X				X	
Promueve la participación de los estudiantes en la clase de matemática planteando la resolución de ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas especificando cada caso de racionalización.		X				X					X			X		

**Tabla N°10:** Estrategia didáctica del docente en la dimensión: Recurso. Turno Matutino.

Dimensión recurso.	Encuentros de clases															
	1				2				3				4			
	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	N	S	CF	PV	NA
Orienta a los estudiantes la ambientación del aula con información pertinente al contenido de racionalización				X				X								X
Utiliza el rotafolio para impartir de manera esquematizada y precisa la clase de matemática a los estudiantes.				X				X								X
Facilita a los estudiantes guías de ejercicios referentes a los contenidos de matemáticas desarrollados en clase.				X				X								X

**Tabla N° 11:** Estrategia didáctica del docente en la dimensión recurso. Turno Vespertino.

Dimensión recurso.	Encuentros de clases															
	1				2				3				4			
	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA	S	CF	PV	NA
Orienta a los estudiantes la ambientación del aula con información pertinente al contenido de racionalización			x				x					x				x
Utiliza el rotafolio para impartir de manera esquematizada y precisa la clase de matemática a los estudiantes.				x			x					x				x
Facilita a los estudiantes guías de ejercicios referentes a los contenidos de matemáticas desarrollados en clase.			x				x					x				x

## VI. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

A continuación se presenta el análisis de los datos recopilados de aplicación del test a los estudiantes, enfocándonos en dos aspectos:

1. Cantidad de estudiantes que respondieron correctamente cada ítem.
2. Cantidad de estudiantes que respondieron sólo un ítem, sólo dos ítems,..., sólo nueve ítems, los diez ítems.

### Primer aspecto:

En la tabla N°4, página 23, se puede apreciar lo siguiente:

1. El primer ítems que corresponde a un aspecto conceptual: **¿Qué es racionalización?**, sólo un 20% respondiera correctamente, esto revela que la mayoría no asimiló el concepto.
2. Los ítems dos, tres y cuatro que corresponde a determinar la expresión conjugada de los casos genéricos de expresiones con radical monomio, binomios de índice 2 y binomios de índice 3, sólo un 46%, 26% y 22% respectivamente respondieron correctamente, lo que evidencia la dificultad para establecer el conjugado, también nos llama poderosamente la atención de que a medida que el índice y la expresión a racionalizar es más compleja disminuye el éxito de construir la expresión conjugada correcta.
3. Los ítems cinco, seis y siete, se diseñaron para verificar el dominio de los productos notables aplicados a la racionalización, sólo un 26%, 16% y 13% respondieron correctamente, esto nos permite descubrir que la base de conocimiento de productos notables es débil, también los porcentajes se corresponden con el análisis y discusión de los ítems precedentes es decir que a medida que los productos de las expresiones a racionalizar son más complejas el triunfo de efectuar la operación correcta se reduce.
4. Los ítems ocho, nueve y diez nos permiten constatar el dominio del tema de racionalización correspondientes a expresiones con radical monomio, binomios de índice 2 y binomios de índice 3, al mismo tiempo recapitular todas las acciones para lograrlo, sólo un 39%, 26% y 12% respectivamente lo hacen correctamente, estos resultados corroboran el poco dominio y asimilación de este contenido.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

## **Segundo aspecto:**

En la tabla N°5, página 23, se puede considerar lo siguiente:

Sólo 3 estudiantes de una muestra de 76, equivalente a un 4% aproximadamente logran vencer los indicadores de logro correspondiente a este contenido, resultado que pensamos es alarmante y necesario investigar.

Seguidamente se presenta el análisis y discusión de los datos recopilados en la hoja de observación a docentes y nos enfocaremos en las tres dimensiones metodológicas: **Métodos, Técnicas y Recursos.**

Según tabla No 6 y No 7, se puede apreciar que en las sesiones de clases del contenido de racionalización referente al desempeño de la dimensión:

### **Método:**

Para el docente del **turno matutino** pudimos evidenciar que sólo en dos de los cuatro encuentros exploró la base de conocimiento previo de los estudiantes, solamente en tres clases utilizó el método deductivo para desarrollar las actividades de aprendizaje, en ninguna clase estableció relación entre el contenido y su entorno, las actividades para desarrollar el aprendizaje que utiliza no invitan al estudiante experimentar y descubrir el nuevo conocimiento empleando el conocimiento previo.

Para el docente del **turno vespertino** pudimos evidenciar que sólo en el segundo de los cuatro encuentros exploró la base de conocimiento previo de los estudiantes, solamente en una clases utilizó el método deductivo para desarrollar las actividades de aprendizaje, en ninguna clase estableció relación entre el contenido y su entorno, las actividades para desarrollar el aprendizaje que utiliza no invitan al estudiante experimentar y descubrir el nuevo conocimiento empleando el conocimiento previo.

Según tabla No 8 y No 9, se puede apreciar que en las sesiones de clases del contenido de racionalización referente al desempeño de la dimensión:

### **Técnica:**

Para el docente del **turno matutino y turno vespertino** pudimos comprobar que no hacen uso de técnicas para que los estudiantes interactúen y fortalezcan la detección de patrones en los conjugados de las expresiones a racionalizar.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Según tabla No 10 y No 11, se puede apreciar que en las sesiones de clases del contenido de racionalización referente al desempeño de la dimensión:

**Recurso:**

Para el docente del **turno matutino y turno vespertino**, ambos no ambientan el aula para que el entorno les permita fortalecer la memorización de la estructura de las expresiones conjugadas.

La asignación de tareas para la racionalización de las diferentes expresiones con radicales, no tienen en consideración la gradualidad de los mismos, es decir que inicien de lo fácil a lo complejo, esto implica no potenciar y dosificar el desempeño de los estudiantes.

## VII. CONCLUSIONES.

- El nivel de conocimiento de los estudiantes cualitativamente es inicial y lo fundamentamos así:
  - a. Veinte por ciento (20%) dominan el concepto de racionalización.
  - b. Treinta y uno por ciento (31%) en promedio logran reconocer el conjugado de una expresión algebraica.
  - c. Dieciocho por ciento (18%) en promedio logran efectuar correctamente los productos de los conjugados.
  - d. Sólo veintiséis por ciento (26%) en promedio consiguen racionalizar expresiones algebraicas.
- La enseñanza de matemática en noveno grado está centrada en la explicación frontal, la memorización, mecanización de definiciones y propiedades por parte de los estudiantes lo que dificulta que acciones como experimentar, cuestionarse, deducir, probar y descubrir sean ajenas a ellos.
- La recopilación, elaboración e implementación de material de apoyo para el desarrollo del contenido de racionalización por parte de los docentes para el aprendizaje de los estudiantes no es adecuado y es raquítico, por consiguiente no hay asimilación, el conocimiento es efímero, carece de significado, no lo relacionan con su vida diaria, ni logran interpretar el significado de los resultados.
- La necesidad del maestro de dar cobertura a una gran cantidad de contenidos del programa (pensado para impartirse en un tiempo limitado) no permite la estimulación de procesos reflexivos, ni la realización de actividades que conduzcan al logro de un aprendizaje significativo de los temas.
- Desconcierto en cuanto a su aplicabilidad en situaciones de la vida diaria lo que disminuye el grado de interés para su aprendizaje y la conexión de los conceptos para la construcción integral del conocimiento.
- Los textos existentes en el área de las matemáticas abordan el contenido de una manera superficial, se ilustra un ejemplo, lo cual resulta bastante abstracto.
- Esta investigación es pionera, servirá de base para futuras investigaciones.

## VIII. RECOMENDACIONES.

- Utilizar la presente propuesta metodológica para facilitar el aprendizaje de la racionalización y desarrollar la praxis escolar con un recurso didáctico y pedagógico del cual docentes y estudiantes puede apropiarse para dinamizar su desempeño y los últimos venzan los indicadores de logros propuestos para ser más competentes.
- Insistir en que se diseñen actividades que desarrollen en los estudiantes los niveles inferencial y crítico, para la elaboración de destrezas mentales que sirvan para relacionar, categorizar, abstraer y generalizar.
- Elaborar un contrato didáctico con objetivos pedagógicos claros de tal manera, que exista un compromiso ético y de responsabilidad compartida entre docentes y estudiantes.
- Seguir investigando, pues los problemas de comprensión, las condiciones y las exigencias de enseñanza – aprendizaje no siempre serán las mismas; dado al avance científico, mundialización de la cultura y al crecimiento vertiginoso del conocimiento.
- A las autoridades del Ministerio de Educación Cultura y Deportes, revisar el programa de noveno grado para agregar los indicadores de logro del contenido de racionalización, de igual manera, hacer una revaloración del tiempo disponible para la unidad IV OPERACIONES CON RADICALES.
- Que los TEPCES, sean esos espacios para los cuales fueron creados, es decir se planifique de manera consciente las actividades y acciones de aprendizaje, así como la elaboración de material a utilizar en el desarrollo de cada contenido.

## **IX. PROPUESTA METODOLÓGICA.**

La matemática siempre ha sido una de las disciplinas con mayor dificultad tanto para los estudiantes como para los docentes, los primeros porque la perciben muy difíciles y los segundos porque deben pensar en nuevas estrategias o alternativas que les permitan dirigir a los estudiantes y facilitar en estos la formación y adquisición de nuevos conceptos en sus estructuras cognitivas. A continuación se presenta una propuesta metodológica para la enseñanza del contenido racionalización en el Instituto Teodoro A. S. Kint de la ciudad de Tonalá Puerto Morazán.

### **9.1 ACTIVIDADES DE INTERVENCIÓN.**

**Situación Didáctica:** Racionalización.

**Exploración de conocimientos previos:** Aplicación de prueba diagnóstica.

**Secuencia Didáctica:** La secuencia didáctica para desarrollar el contenido de racionalización estará estructurada en tres fases.

- ❖ **Primera Fase:** El docente utilizará 30 minutos del bloque de clase previo a iniciar el contenido de racionalización y aplicará una prueba diagnóstica. Luego en el siguiente bloque reforzará debilidades encontradas, según prueba diagnóstica.
- ❖ **Segunda fase:** Los estudiantes tendrán la oportunidad de analizar lecturas y responder guías de actividades preparadas por el docente en la que se abordan concepto básico del contenido a desarrollar.
- ❖ **Tercera fase:** Se harán socializaciones de todas las actividades realizadas.

**Ambiente de aprendizaje:** El aula de clase será el ambiente para desarrollar todas las actividades de aprendizaje acerca del contenido de racionalización.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

TONALÁ, PUERTO MORAZAN.

**PRUEBA DIAGNÓSTICA.**

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

SECCION \_\_\_\_\_

GRADO: NOVENO

Las siguientes son preguntas de selección múltiple con única respuesta. Primero resuelva el ejercicio y luego englobe la letra del inciso que corresponde a la respuesta correcta.

1 .Al simplificar  $(\sqrt[2]{14})^2$  se obtiene:

- a). 7
- b). 28
- c). 14
- d). 49
- e).  $\sqrt[2]{28}$

2. Al simplificar  $(3\sqrt[3]{5})^3$  resulta:

- a). 135
- b). 153
- c). 351
- d). 513
- e). 531

3 .Al simplificar  $(1+\sqrt[2]{2})^2$  se obtiene:

- a).  $3+2\sqrt[2]{2}$
- b).  $3-2\sqrt[2]{2}$
- c).  $2+3\sqrt[2]{2}$
- d).  $2-3\sqrt[2]{2}$
- e).  $2+2\sqrt[2]{3}$

4. Al simplificar  $(\sqrt[2]{2}+1)(\sqrt[2]{2}-1)$  resulta:

- a). 3
- b). -1
- c). 2
- d). -2
- e). 1

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

5. Al simplificar  $(2\sqrt[3]{5} - 5) \cdot \sqrt[3]{5}$  obtengo:

- a).  $10 + 5\sqrt[3]{5}$
- b).  $10 - 5\sqrt[3]{5}$
- c).  $1 + 5\sqrt[3]{5}$
- d).  $1 - 5\sqrt[3]{5}$
- e).  $5 + 5\sqrt[3]{5}$

6. Al efectuar  $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$  obtengo:

- a).  $-5$
- b).  $6$
- c).  $5$
- d).  $-6$
- e).  $\sqrt[3]{6}$

7. Al Efectuar  $(\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{3})$  obtengo:

- a).  $2\sqrt[3]{6} + 43$
- b).  $3\sqrt[3]{6} + 43$
- c).  $2\sqrt[3]{6} + 34$
- d).  $2\sqrt[3]{6} - 43$
- e).  $2\sqrt[3]{6} - 34$

8. Al efectuar  $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$  resulta:

- a).  $1$
- b).  $-1$
- c).  $2$
- d).  $-2$
- e).  $19$

9. Al efectuar  $(2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{2})(2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{2})$  obtengo:

- a).  $6$
- b).  $28$
- c).  $15$
- d).  $12$
- e).  $-6$

10. Al simplificar  $(2\sqrt[3]{2})^2$  resulta:

- a).  $4$
- b).  $8$
- c).  $-8 \ 351$
- d).  $-6$
- e).  $6$

## 9.2 DISTRIBUCIÓN DE LA SITUACIÓN POR CLASE.

### Clase N° 1.

Tiempo: 2 bloque de clase de 90 minutos

Materiales: Hoja de lectura “**Expresiones conjugadas**“, guía de actividades.

Metodología: La sesión de clase estará dividida en tres momentos (90 minutos para los dos primeros momentos y 90 minutos para el tercer momento):

- ✓ **Primer momento:** El docente entrega el material, les comunica que formen equipos de dos estudiantes.
- ✓ **Segundo momento:** Hacen análisis de la lectura “**Expresiones conjugadas**“, y desarrollarán la guía de trabajo.
- ✓ **En el tercer momento:** Comentar la frase del día, seguidamente se hará una socialización de los resultados obtenidos y el docente concentrará la atención de los estudiantes en las expresiones conjugadas generales para los diversos casos de racionalización. Finalmente el docente orientará a dos estudiantes que elaboren para el siguiente día en cartulina un cuadro que resuma las expresiones conjugadas generales con el fin de ambientar el aula de clase.

### Plan de clase 1.

Datos generales:

Número y nombre de la unidad: IV. OPERACIONES CON RADICALES.

Disciplina: Matemática.

Grado: Noveno.

Secciones.	A	B	C
Fecha Inicial			
Fecha Final			

**Competencias de Ejes Transversales:** Toma decisiones acertadas que le permiten alcanzar el logro de sus metas y objetivos a nivel personal, escolar y familiar.

**Indicador de logro:**

Obtiene expresiones conjugadas generales de una expresión radical.

Contenido: Expresiones conjugadas.

**Estrategias Metodológicas.**

**I. Actividades iniciales:**

1. Docente da a conocer las orientaciones generales y el propósito de la clase a desarrollar.
2. Forma equipos de dos estudiantes.
3. Entrega materiales: Hoja de recomendaciones, lectura y guía de “**EXPRESIONES CONJUGADAS**”.

**II. Actividades de desarrollo:**

Estudiantes formados en equipos:

1. Leen a la hoja de recomendaciones.
2. Analizan la lectura “**EXPRESIONES CONJUGADAS**”.
3. Responden la guía de actividades correspondiente a la lectura “**EXPRESIONES CONJUGADAS**”. (Docente acompaña e inspecciona el desarrollo de esta actividad sirviendo de apoyo en el caso de consultas o dudas de los estudiantes.)

**III. Actividades de culminación.**

1. El docente, pedirá opinión de un representante de cada equipo, para que manifieste el significado de la frase del día y que enseñanza no deja la frase.
2. Mediante plenario, se realiza socialización de las respuestas a las preguntas de la guía.
3. Docente, enfatiza en la estructura de los conjugados de cada caso, luego elige a dos estudiantes y les orienta que elaboren para el siguiente día en cartulina un cuadro que resuma las expresiones conjugadas generales con el fin de ambientar el aula de clase.
4. Solicitar que entreguen un informe de respuestas de la guía por equipo.

### **Hoja de recomendaciones 1.**

Queremos facilitarle la mayor comprensión de los aspectos teóricos abordados en la lectura, para ello te recomendamos lo siguiente:

1. Realiza una lectura rápida del material “**Expresiones Conjugadas**” con la finalidad de que te vayas familiarizando con los referentes teóricos y los ejemplos.
2. Lee por segunda vez con detenimiento, resalta los aspectos más importantes de la lectura.
3. Resuelve cada ejemplo por tu cuenta y compara los resultados.
4. Luego de realizadas las lecturas, prepárate con tu cuaderno de notas y lápiz.
5. Desarrolla cada una de las actividades que te proponemos en la guía de actividades.
6. Sigue los procedimientos sugeridos en los ejemplos presentados.
7. Intercambia ideas, procedimientos y soluciones con tu compañero de equipo.
8. Si te es posible consulta otras fuentes bibliográficas.
9. Consulta con el docente sobre las dudas que se te presenten.

## LECTURA N° 1: EXPRESIONES CONJUGADAS.

“Es preferible pensar de manera equivocada, a no pensar.” (Hypatia.)

**Indicador de logro:** Obtiene expresiones conjugadas generales de una expresión radical.

**Expresiones Conjugadas. Concepto.**

La conjugada de una expresión radical, es aquella expresión radical de igual índice que la expresión dada, que al multiplicarlas entre sí, permite extraer el radicando de la raíz y la estructura de esta depende si la expresión dada es monomía, binomía, trinomía o polinómica.

Aclaremos el concepto anterior con algunos ejemplos:

**Ejemplo 1. Conjugada de una expresión radical monomía cuyo exponente de los factores numéricos y variables del radicando son menores que el índice radical.**

Expresión Dada.	Expresión Conjugada.	Resultado.
1. $\sqrt{x^1}$	$\sqrt{x^1}$	$\sqrt{x^2} = x$
2. $\sqrt[3]{x^1}$	$\sqrt[3]{x^2}$	$\sqrt[3]{x^3} = x$
3. $\sqrt[5]{x^2 y^3}$	$\sqrt[5]{x^3 y^2}$	$\sqrt[5]{x^5 y^5} = x y$

**Ejemplo 2. Conjugada de una expresión radical monomía cuyo exponente de los factores numéricos y variables del radicando son mayores que el índice radical.**

Expresión Dada.	Expresión Conjugada.	Resultado.
1. $\sqrt{x^3}$	$\sqrt{x^1}$	$\sqrt{x^4} = x^2$
2. $\sqrt[4]{x^9}$	$\sqrt[4]{x^3}$	$\sqrt[4]{x^{12}} = x^3$
3. $\sqrt[6]{x^{13}}$	$\sqrt[6]{x^5}$	$\sqrt[6]{x^{18}} = x^3$

**Nota:** En general, cuando se tiene un solo radical, la conjugada de dicha expresión se trata como un monomio, independiente de las características de la cantidad subradical.

**Ejemplos de radicales monomios, aunque los radicando sean binomios y trinomios.**

1.  $\sqrt[5]{x+5}$
2.  $\sqrt[4]{(m^2 + 3m - 1)^3}$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

**En los siguientes casos tendremos al menos un radical como parte de un binomio en la expresión.**

**Ejemplo 3. Conjugada de una expresión radical binomia de índice 2.**

<b>Expresión Dada.</b>	<b>Expresión Conjugada.</b>	<b>Resultado.</b>
1. $\sqrt[2]{a} + \sqrt[2]{b}$	$\sqrt[2]{a} - \sqrt[2]{b}$	$(\sqrt[2]{a})^2 - (\sqrt[2]{b})^2 = a - b$
2. $\sqrt[2]{a} - \sqrt[2]{b}$	$\sqrt[2]{a} + \sqrt[2]{b}$	$(\sqrt[2]{a})^2 - (\sqrt[2]{b})^2 = a - b$
3. $a + \sqrt[2]{b}$	$a - \sqrt[2]{b}$	$(a)^2 - (\sqrt[2]{b})^2 = a^2 - b$
4. $a - \sqrt[2]{b}$	$a + \sqrt[2]{b}$	$(a)^2 - (\sqrt[2]{b})^2 = a^2 - b$

**Observación:** Para expresiones binomios con radicales de índice 2, su conjugada contiene los mismos término que la expresión dada pero con signo contrario entre ellos.

**Ejemplo 4. Conjugada de una expresión radical binomia de índice 3.**

**Nota:** Para expresiones binomios con radicales de índice tres, se debe aplicar los siguientes

productos notables:  $(a+b)(a^2 - a b + b^2)$  o bien  $(a-b)(a^2 + a b + b^2)$

<b>Expresión Dada.</b>	<b>Expresión Conjugada.</b>	<b>Resultado.</b>
1. $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$	$(\sqrt[3]{a})^3 + (\sqrt[3]{b})^3 = a + b$
2. $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$	$(\sqrt[3]{a})^3 - (\sqrt[3]{b})^3 = a - b$
3. $a + \sqrt[3]{b}$	$a^2 - a\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}$	$(a)^3 + (\sqrt[3]{b})^3 = a^3 + b$
4. $a - \sqrt[3]{b}$	$a^2 + a\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}$	$(\sqrt[3]{a})^3 - (\sqrt[3]{b})^3 = a - b$

**Ejemplo 5. Conjugada de una expresión radical binomia de índice 4.**

**Nota:** Para expresiones binomios con radicales de índice tres, se debe aplicar los siguientes

productos notables:  $(a+b)(a^3 - a^2b + a b^2 - b^3)$  o bien  $(a-b)(a^3 + a^2b + a b^2 + b^3)$

<b>Expresión Dada.</b>	<b>Expresión Conjugada.</b>	<b>Resultado.</b>
1. $\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}$	$\sqrt[4]{a^3} - \sqrt[4]{a^2b} + \sqrt[4]{ab^2} - \sqrt[4]{b^3}$	$(\sqrt[4]{a})^4 - (\sqrt[4]{b})^4 = a - b$
2. $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$	$\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a^2b} + \sqrt[4]{ab^2} + \sqrt[4]{b^3}$	$(\sqrt[4]{a})^4 - (\sqrt[4]{b})^4 = a - b$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

<b>Expresión Dada.</b>	<b>Expresión Conjugada.</b>	<b>Resultado.</b>
3. $a + \sqrt[4]{b}$	$a^3 - a^2\sqrt[4]{b} + a\sqrt[4]{b^2} - \sqrt[4]{b^3}$	$(a)^4 - (\sqrt[4]{b})^4 = a^4 - b$
4. $a - \sqrt[4]{b}$	$a^3 + a^2\sqrt[4]{b} + a\sqrt[4]{b^2} + \sqrt[4]{b^3}$	$(a)^4 - (\sqrt[4]{b})^4 = a^4 - b$

Ejemplo 7. **Conjugada de una expresión radical trinomia de índice 2.**

**Nota:** Es conveniente aclarar, que la conjugada de expresiones radicales trinomias con raíces de índice dos, no se especifica de manera directa. Sin embargo está basado en la conjugada de expresiones binomias con raíces de índice dos, solo que es necesario aplicar dos veces la multiplicación por la conjugada, para aclarar esta situación veamos el siguiente ejemplo.

<b>Expresión Dada.</b>	<b>Expresión agrupada</b>	<b>Primera Expresión Conjugada.</b>
$\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$	$(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \sqrt{2}$	$(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - \sqrt{2}$

Al efectuar la expresión agrupada con la primera conjugada, se obtiene primer resultado.

$$\begin{aligned}
 [(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \sqrt{2}][(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - \sqrt{2}] &= (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \\
 &= (\sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{5})(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 - 2 \\
 &= 5 + 2\sqrt{5 \cdot 3} + 3 - 2 \\
 &= 6 + 2\sqrt{15}
 \end{aligned}$$

Seguidamente para suprimir los radicales definitivamente.

<b>Expresión del primer resultado</b>	<b>Segunda Conjugada</b>
$6 + 2\sqrt{15}$	$6 - 2\sqrt{15}$

Al efectuar la expresión del primer resultado con la segunda conjugada, se logra suprimir los radicales, como puedes observar a continuación.

$$\begin{aligned}
 (6 + 2\sqrt{15})(6 - 2\sqrt{15}) &= (6)^2 - (2\sqrt{15})^2 \\
 &= 36 - (2)^2(\sqrt{15})^2 \\
 &= 36 - 4 \cdot 15 = 24 \\
 &= 36 - 60 = -24
 \end{aligned}$$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Ejemplo 8. **Conjugada de una expresión radical trinomia de índice 3, que tienen la forma:**

$$\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^3} \quad \text{o bien} \quad \sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^3}$$

**Nota:** Para expresiones trinomias con radicales de índice tres, se debe aplicar los siguientes

$$\text{productos notables: } (a+b)(a^2 - a \cdot b - b^2) \quad \text{o bien} \quad (a-b)(a^2 + a \cdot b + b^2)$$

**Expresión Dada.**

**Expresión Conjugada.**

**Resultado.**

1.  $\sqrt[3]{7^2} + \sqrt[3]{7 \cdot 5} + \sqrt[3]{5^2}$

$$\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}$$

$$7 - 5 = 2$$

2.  $\sqrt[3]{4^2} - \sqrt[3]{4 \cdot (h+2)} + \sqrt[3]{(h+2)^2}$

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{h+2}$$

$$4 + h + 2 = h + 6$$

Ejemplo 9. **Conjugada de una expresión radical trinomia de índice 4, que tiene la forma.**

$$\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a^2b} + \sqrt[4]{ab^2} + \sqrt[4]{b^3} \quad \text{o bien} \quad \sqrt[4]{a^3} - \sqrt[4]{a^2b} - \sqrt[4]{ab^2} + \sqrt[4]{b^3}$$

**Nota:** Para expresiones trinomias con radicales de índice cuatro, se debe aplicar los siguientes

$$\text{productos notables: } (a+b)(a^3 - a^2b + a b^2 - b^3) \quad \text{o bien} \quad (a-b)(a^3 + a^2b + a b^2 + b^3)$$

**Expresión Dada.**

**Expresión Conjugada.**

**Resultado.**

1.  $\sqrt[4]{7^3} + \sqrt[4]{7^2 \cdot 5} + \sqrt[4]{7 \cdot 5^2} + \sqrt[4]{5^3}$

$$\sqrt[4]{7} - \sqrt[4]{5}$$

$$7 - 5 = 2$$

2.  $\sqrt[4]{7^3} - \sqrt[4]{7^2 \cdot 5} + \sqrt[4]{7 \cdot 5^2} - \sqrt[4]{5^3}$

$$\sqrt[4]{7} + \sqrt[4]{5}$$

$$7 - 5 = 2$$

**GUÍA DE ACTIVIDADES N° 1: EXPRESIONES CONJUGADAS.**

INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

TONALÁ, PUERTO MORAZAN

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ SECCION \_\_\_\_\_ GRADO: NOVENO

A continuación se te presentan una serie de preguntas y actividades, utiliza como apoyo la lectura N° 1, favor responde por escrito cada una de ellas.

I. ¿De qué depende la construcción de la conjugada de una expresión radical?

II. ¿Cuál es la función de la conjugada de una expresión radical?

III. Realicemos un análisis de los casos del ejemplo 1:

Réstese el exponente del radicando al índice radical de la expresión dada y compárelo con el exponente de la conjugada. ¿Cómo son los resultados?, ¿qué concluye?

IV. Considere la actividad anterior y determine la expresión conjugada de  $\sqrt[n]{a^m}$  ;  $n > m$

V. Utilice los resultados del inciso IV. Enuncie por escrito un criterio que manifieste, como se construye la conjugada de un monomio si: el exponente del radicando es menor que, el índice radical.

VI. Realicemos un análisis de los casos del ejemplo 2:

Vale la pena preguntarse ¿De qué manera se puede obtener el exponente de la conjugada utilizando el índice y el exponente de la expresión dada?

Te sugiero lo siguiente, plantea una ecuación lineal como te muestro a continuación.

Sea  $\begin{cases} k: \text{factor necesario que multiplica al índice radical.} \\ n: \text{Índice radical de la expresión dada.} \\ m: \text{Exponente del radicando de la expresión dada.} \end{cases}$

*En forma general*

$k \cdot n - m = \text{exponente de conjugada}$

*De acuerdo al ejemplo 2 de la lectura tenemos*

$$2k - 3 = 1$$

*Al resolver obtenemos*

$$2k = 1 + 3 \Rightarrow k = \frac{4}{2} = 2$$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

- a. Enumera por escrito los primeros cinco múltiplos positivos de dos:
- b. ¿Qué posición ocupa el múltiplo inmediato mayor del índice radical (2) respecto al exponente del radicando (3)?
- c. Compara este resultado con el valor de “ $k$ ” obtenido en el resultado de la ecuación anterior. ¿Cómo son los resultados?
- d. Repite el procedimiento para el inciso 2 y 3 del ejemplo 2.

VII. Considere la actividad anterior y determine la expresión conjugada de  $\sqrt[n]{a^m}$  ;  $n < m$

VIII. Utilice los resultados y respuestas del inciso VI. Enuncie por escrito un criterio que manifieste, como se construye la conjugada de un monomio si: el exponente del radicando es mayor que, el índice radical.

IX. ¿Qué propiedad de los polinomios se aplica para determinar la conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 2, 3 y 4?

X. Si analizamos la conjugada de expresiones radicales binomias, podemos observar las siguientes propiedades.

**Para el caso de conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 2:**

1. El número de términos es dos.
2. El índice de las raíces de cada término es 2 (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical)
3. El primer término es  $\sqrt[2]{a}$  y segundo término  $\sqrt[2]{b}$ , es decir el exponente de los radicandos son uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
4. El signo que separa a ambos términos, es contrario al signo que separa los términos de la expresión binomia dada.

**Para el caso de conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 3:**

1. El número de términos es tres.
2. El índice de las raíces de cada término es 3(excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
3. El primer término es  $\sqrt[3]{a^2}$  y el último término  $\sqrt[3]{b^2}$  , es decir el exponente de los radicandos son uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

4. El término intermedio es  $\sqrt[3]{ab}$ , es decir la combinación de los radicandos de la expresión dada (excepto, en el caso de que uno de ellos, no tiene radical).
5. El exponente de “a” decrece en uno al pasar de un término al siguiente y el de “b” crece en uno.
6. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es negativo, los signos de cada término de la conjugada son positivos.
7. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es positivo, los signos de cada término de la conjugada alternan, primer término positivo, segundo término negativo y tercer término positivo.

XI. Realice el análisis y determine las propiedades para el caso de conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 4:

XII. Realice el análisis y determine las propiedades para el caso de la conjugada de las siguientes expresiones binomia de índice “n”.

1.  $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

2.  $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

**Sugerencia:** Observe las propiedades de las conjugadas para binomio de índice 3 y 4, para inferir las propiedades de las conjugadas pedidas.

XIII. Determine la conjugada de las siguientes expresiones binomia de índice “n”.

1.  $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

2.  $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

a. Si “n” es impar

b. Si “n” es par

XIV. ¿Qué fundamento se utiliza para la conjugada de expresiones radicales trinomias con raíces de índice dos?

XV. Enuncie por escrito, las características que debe de tener cada término de la expresión radical trinomia dada de índice 3?

XVI. Enuncie por escrito, las características que debe de tener cada término de la expresión radical trinomia dada de índice 4?

XVII. En cartulina, elabora una tabla que represente las expresiones radicales generales más comunes y sus conjugadas.

Expresión Dada	Expresión conjugada	Resultado
$\sqrt[n]{a^m} ; n > m$		
$\sqrt[n]{a^m} ; n < m$		
$(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$		
$(a + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$		
$(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$		
$(a - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$		
$(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$		
$(a + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$		
$(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$		
$(a - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$		

## SOLUCIÓN DE GUÍA DE ACTIVIDADES N° 1: EXPRESIONES CONJUGADAS.

INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

TONALÁ, PUERTO MORAZAN

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ SECCION \_\_\_\_\_ GRADO: NOVENO

A continuación se te presentan una serie de preguntas y actividades, utiliza como apoyo la lectura N° 1, favor responde por escrito cada una de ellas.

I. ¿De qué depende la construcción de la conjugada de una expresión radical?

R: **Depende de si la expresión es monomía, binomia, trinomia o polinómica.**

II. ¿Cuál es la función de la conjugada de una expresión radical?

R: **La función es que al multiplicarla con la expresión irracional dada se suprime el símbolo radical.**

III. Realicemos un análisis de los casos del ejemplo 1:

Réstese el exponente del radicando al índice radical de la expresión dada y compárelo con el exponente de la conjugada. ¿Cómo son los resultados?, ¿qué concluye?

*índice radical – exponente = exponente de conjugada*

$$2 - 1 = 1$$

$$3 - 1 = 2$$

$$5 - 2 = 3$$

$$5 - 3 = 2$$

R: **Son iguales.**

R: **Se concluye que para obtener el exponente del radicando de la conjugada, basta con restar al índice radical el exponente del radicando dado.**

IV. Tome en consideración la actividad anterior y determine la expresión conjugada de  $\sqrt[n]{a^m}$

R:  $\sqrt[n]{a^{n-m}}$

V. Interprete los resultados del inciso IV. Enuncie por escrito un criterio que manifieste, como se construye la conjugada de un monomio si: el exponente del radicando es menor que, el índice radical.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

**R:** Se construye con un radical de igual índice y los mismos factores del radicando de tal manera que los exponentes de estos factores son la diferencia del índice y el exponente del radical dado.

VI. Realicemos un análisis de los casos del ejemplo 2:

Vale la pena preguntarse ¿De qué manera se puede obtener el exponente de la conjugada utilizando el índice y el exponente de la expresión dada?

Te sugiero lo siguiente, plantea una ecuación lineal como te muestro a continuación.

Sea  $\begin{cases} k: \text{factor necesario que multiplica al índice radical.} \\ n: \text{Índice radical de la expresión dada.} \\ m: \text{Exponente del radicando de la expresión dada.} \end{cases}$

En forma general:  $n \cdot k - m = \text{exponente de conjugada}$

De acuerdo al inciso 1 del ejemplo 2 de la lectura tenemos

$$2k - 3 = 1$$

Al resolver obtenemos

$$2k = 1 + 3 \Rightarrow k = \frac{4}{2} = 2$$

a. Enumera por escrito los primeros cinco múltiplos positivos de dos:

**R:** 2, 4, 6, 8, 10.

b. ¿Qué posición ocupa el múltiplo inmediato mayor del índice radical (2)?

**R:** La posición 2.

c. Compara este resultado con el valor de “**k**” obtenido en la solución de la ecuación lineal. ¿Cómo son los resultados?

**R:** iguales.

d. Repite el procedimiento para el inciso 2 y 3 del ejemplo 2.

De acuerdo al inciso 2 del ejemplo 2 de la lectura tenemos

$$4k - 9 = 3$$

Al resolver obtenemos

$$4k = 3 + 9 \Rightarrow k = \frac{12}{4} = 3$$

e. Enumera por escrito los primeros cinco múltiplos positivos de cuatro:

**R:** 4, 8, 12, 16, 32.

f. ¿Qué posición ocupa 12, en la secuencia anterior?

**R:** La posición 3.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

- g. Compara este resultado con el valor de “ $k$ ” obtenido en la solución de la ecuación lineal. ¿Cómo son los resultados?

R: iguales.

- h. Repite el procedimiento para el inciso 2 y 3 del ejemplo 2.

*De acuerdo al inciso 3 del ejemplo 2 de la lectura tenemos*

$$6k - 13 = 5$$

*Al resolver obtenemos*

$$6k = 5 + 13 \Rightarrow k = \frac{18}{6} = 3$$

- i. Enumera por escrito los primeros cinco múltiplos positivos de cuatro:

R: 6, 12, 18, 24, 30.

- j. ¿Qué posición ocupa 12, en la secuencia anterior?

R: La posición 3.

- k. Compara este resultado con el valor de “ $k$ ” obtenido en la solución de la ecuación lineal. ¿Cómo son los resultados?

R: iguales.

- VII. Tome en consideración la actividad anterior y determine la expresión conjugada de  $\sqrt[n]{a^m}$

R:  $\sqrt[n]{a^{k \cdot n - m}}$

- VIII. Utilice los resultados y respuestas del inciso VI. Enuncie por escrito un criterio que manifieste, como se construye la conjugada de un monomio si: el exponente del radicando es mayor que el índice radical y no divisible por este.

R: Se construye con un radical de igual índice y con los mismos factores del radicando de tal manera que los exponentes de cada factor es la diferencia del múltiplo del índice inmediato mayor que el exponente del radical dado y este último.

- IX. ¿Qué propiedad de los polinomios se aplica para determinar la conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 2, 3 y 4?

R: El producto notable de binomio conjugados.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

- X. Si analizamos la conjugada de expresiones radicales binomias, podemos observar las siguientes propiedades.

**Para el caso de conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 2:**

1. El número de términos es dos.
2. El índice de las raíces de cada término es 2 (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical)
3. El primer término es  $\sqrt[n]{a}$  y segundo término  $\sqrt[n]{b}$ , es decir el exponente de los radicandos son uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
4. El signo que separa a ambos términos, es contrario al signo que separa los términos de la expresión binomia dada.

**Para el caso de conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 3:**

1. El número de términos es tres.
2. El índice de las raíces de cada término es 3(excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
3. El primer término es  $\sqrt[n]{a^2}$  y el último término  $\sqrt[n]{b^2}$ , es decir el exponente de los radicandos son uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
4. El término intermedio es  $\sqrt[n]{ab}$ , es decir la combinación de los radicandos de la expresión dada (excepto, en el caso de que uno de ellos, no tiene radical).
5. El exponente de “a” decrece en uno al pasar de un término al siguiente y el de “b” crece en uno.
6. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es negativo, los signos de cada término de la conjugada son positivos.
7. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es positivo, los signos de cada término de la conjugada alternan, primer término positivo, segundo término negativo y tercer término positivo.

XI. Realice el análisis y determine las propiedades para el caso de conjugada de expresiones radicales binomias, de índice 4:

R:

1. El número de términos es cuatro.
2. El índice de las raíces de cada término es 4(excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
3. El primer término es  $\sqrt[4]{a^3}$  y el último término  $\sqrt[4]{b^3}$ , es decir el exponente de los radicandos son uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
4. Los términos intermedios son  $\sqrt[4]{a^2b}$ ,  $\sqrt[4]{ab^2}$ , es decir la combinación de los radicandos de la expresión dada (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
5. El exponente de “a” decrece en uno al pasar de un término al siguiente y el de “b” crece en uno.
6. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es negativo, los signos de cada término de la conjugada son positivos.
7. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es positivo, los signos de cada término de la conjugada alternan, primer término positivo, segundo término negativo, tercer término positivo y cuarto término negativo.

XII. Realice el análisis y determine las propiedades para el caso de la conjugada de las siguientes expresiones binomia de índice “n”.

1.  $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

2.  $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

**Sugerencia:** Observe las propiedades de las conjugadas para binomio de índice 3 y 4, para inferir las propiedades de las conjugadas pedidas.

R:

1. El número de términos es “n”.
2. El índice de las raíces de cada término es “n” (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

3. El primer término es  $\sqrt[n]{a^{n-1}}$  y el último término  $\sqrt[n]{b^{n-1}}$ , es decir el exponente de los radicandos son uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
4. Los términos intermedios son  $\sqrt[n]{a^{n-2}b}$ ,  $\sqrt[n]{a^{n-3}b^2}$ , ...,  $\sqrt[n]{a^2b^{n-3}}$ ,  $\sqrt[n]{ab^{n-2}}$ , es decir la combinación de los factores de los radicandos de la expresión dada (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
5. El exponente de “a” decrece en uno al pasar de un término al siguiente y el de “b” crece en uno.
6. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es negativo, los signos de cada término de la conjugada son positivos.
7. Si el signo que separa a los dos términos de la expresión dada es positivo, los signos de cada término de la conjugada alternan, primer término positivo, segundo término negativo y tercer término positivo.

XIII. Determine la conjugada de las siguientes expresiones binomia de índice “n”.

1.  $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$
2.  $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$
- c. Si “n” es impar
- d. Si “n” es par

Para “n” impar

Expresión Dada.	Expresión Conjugada.	Resultado.
1. $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} - \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} - \dots + \sqrt[n]{a^2b^{n-3}} - \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$= a + b$
2. $(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b})$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} + \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} + \dots + \sqrt[n]{a^2b^{n-3}} + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$= a - b$

Para “n” par

Expresión Dada.	Expresión Conjugada.	Resultado.
1. $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} - \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} - \dots - \sqrt[n]{a^2b^{n-3}} + \sqrt[n]{ab^{n-2}} - \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$= a - b$
2. $(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b})$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} + \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} + \dots + \sqrt[n]{a^2b^{n-3}} + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$= a - b$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

XIV. ¿Qué fundamento se utiliza para la conjugada de expresiones radicales trinomias con raíces de índice dos?

R: Está basado en la conjugada de expresiones binomias con raíces de índice dos y es necesario aplicar dos veces la multiplicación por la conjugada

XV. Enuncie por escrito, las características que debe de tener cada término de la expresión radical trinomia dada de índice 3?

R:

1. La potencia de los radicandos y no radicandos debe estar ordenado de mayor a menor con respecto a uno de los factores.
2. El exponente del primer radicando y último radicando deben ser uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
3. Los términos intermedios es la combinación de los factores de los radicandos primero y último, salvo los exponentes, debido a que disminuye el del primer factor y aumenta el del segundo factor de un término al otro.
4. Los signo de cada término, pueden ser todos positivos o bien alternos iniciando con positivo.

XVI. Enuncie por escrito, las características que debe de tener cada término de la expresión radical polinómica dada de índice 4?

R:

1. La potencia de los radicandos y no radicandos debe estar ordenado de mayor a menor con respecto a uno de los factores.
2. El exponente del primer radicando y último radicando deben ser uno menos que el índice radical (excepto, en el caso que uno de ellos, no tiene radical).
3. Los términos intermedios es la combinación de los factores de los radicandos primero y último, salvo los exponentes, debido a que disminuye el del primer factor y aumenta el del segundo factor de un término al otro.
4. Los signo de cada término, pueden ser todos positivos o bien alternos iniciando con positivo.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

XVII. En cartulina, elabora una tabla que represente las expresiones radicales generales más comunes y sus conjugadas.

Expresión Dada	Expresión conjugada	Resultado
$\sqrt[n]{a^m} ; n > m$	$\sqrt[n]{a^{n-m}}$	$a$
$\sqrt[n]{a^m} ; n < m$	$\sqrt[n]{a^{k \cdot n - m}}$	$a$
$(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} - \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} - \dots + \sqrt[n]{a^3b^{n-3}} - \sqrt[n]{a^2b^{n-2}} + \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$a + b$
$(a + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$	$(a^{n-1}\sqrt[n]{b} - a^{n-2}\sqrt[n]{b^2} + a^{n-3}\sqrt[n]{b^3} - \dots + a^3\sqrt[n]{b^{n-3}} - a^2\sqrt[n]{b^{n-2}} + a\sqrt[n]{b^{n-1}})$	$a^n + b$
$(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} + \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} + \dots + \sqrt[n]{a^3b^{n-3}} + \sqrt[n]{a^2b^{n-2}} + \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$a + b$
$(a - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ impar}$	$(a^{n-1}\sqrt[n]{b} + a^{n-2}\sqrt[n]{b^2} + a^{n-3}\sqrt[n]{b^3} + \dots + a^3\sqrt[n]{b^{n-3}} + a^2\sqrt[n]{b^{n-2}} + a\sqrt[n]{b^{n-1}})$	$a^n + b$
$(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} - \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} - \dots - \sqrt[n]{a^3b^{n-3}} + \sqrt[n]{a^2b^{n-2}} - \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$a - b$
$(a + \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$	$(a^{n-1}\sqrt[n]{b} - a^{n-2}\sqrt[n]{b^2} + a^{n-3}\sqrt[n]{b^3} - \dots - a^3\sqrt[n]{b^{n-3}} + a^2\sqrt[n]{b^{n-2}} - a\sqrt[n]{b^{n-1}})$	$a^n - b$
$(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$	$(\sqrt[n]{a^{n-1}b} + \sqrt[n]{a^{n-2}b^2} + \sqrt[n]{a^{n-3}b^3} + \dots + \sqrt[n]{a^3b^{n-3}} + \sqrt[n]{a^2b^{n-2}} + \sqrt[n]{ab^{n-1}})$	$a - b$
$(a - \sqrt[n]{b}) ; n \text{ par}$	$(a^{n-1}\sqrt[n]{b} + a^{n-2}\sqrt[n]{b^2} + a^{n-3}\sqrt[n]{b^3} + \dots + a^3\sqrt[n]{b^{n-3}} + a^2\sqrt[n]{b^{n-2}} + a\sqrt[n]{b^{n-1}})$	$a^n - b$

**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.**

**Nombre del Centro de Estudios:** Instituto Teodoro A. S. Kint. Tonalá, Puerto Morazán.

**Nombre del Docente:** \_\_\_\_\_ **Grado:** Noveno.

**Fecha de observación:** \_\_\_\_\_ **Nombre de la actividad:** Expresiones conjugadas

**Competencia que se evaluará:** Realiza operaciones con radicales y fracciones algebraicas.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

Categorías	4	3	2	1
Orden y organización del informe.	El informe es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El informe es presentado de una manera ordenada y organizada que es, generalmente, fácil de leer.	El informe es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El informe se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.
Contribución del equipo a la Actividad.	El equipo, participa activamente, entre ellos se sugieren y trabajan cooperativamente durante el desarrollo de la actividad.	El equipo participa activamente, pero presentan dificultad al establecer sugerencias y no cooperan durante el desarrollo de la actividad.	El equipo trabaja, pero necesitan motivación para mantenerse activo.	El equipo no está motivado con la actividad y no trabajan.
Uso del material de apoyo.	El equipo siguió consistentemente las instrucciones durante la clase y usó el material de apoyo según se indicó.	El equipo siguió consistentemente las instrucciones durante la mayor parte de la clase y utilizó el material de apoyo según se le indicó.	El equipo hace uso del material de apoyo hasta que se les insiste.	El equipo no utiliza el material de apoyo para responder a las preguntas de la guía.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Categorías	4	3	2	1
Conceptos Matemáticos.	La aplicación de los conceptos demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para responder las diversas preguntas.	La aplicación de los conceptos demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para responder las diversas preguntas.	La aplicación de los conceptos demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para responder las diversas preguntas.	La aplicación de los conceptos demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos necesarios para responder las diversas preguntas.
Explicación por escrito.	La explicación es detallada y clara.	La explicación es clara.	La explicación es un poco difícil de entender, pero incluye componentes críticos.	La explicación es difícil de entender y tiene varios componentes ausentes.
Conclusión.	Todas las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.	Más de la mitad de las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.	Exactamente la mitad de las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.	Menos de la mitad de las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.

**Clase N° 2.**

Materiales: Hoja de lectura “**Racionalización**“, guía de actividades.

Tiempo: 2 bloque de 90 minutos

Metodología: La sesión de clase estará dividida en tres momentos (90 minutos para los dos primeros momentos y 90 minutos para el tercer momento):

- ✓ **Primer momento:** El docente entrega el material, les comunica que formen equipos de dos estudiantes.
- ✓ **Segundo momento:** Hacen análisis de la lectura “**Racionalización**“, y desarrollarán la guía de trabajo.
- ✓ **En el tercer momento:** Comentar la frase del día, seguidamente se hará una socialización de los resultados obtenidos y el docente concentrará la atención de los estudiantes en el procedimiento para la racionalización de los diversos casos. Finalmente el docente orientará que entreguen una guía resulta por grupo seguidamente solicitara a dos estudiantes que elaboren para el siguiente día en cartulina el algoritmo que ilustre la racionalización de expresiones algebraicas con el fin de ambientar el aula de clase.

### Plan de clase 2.

Datos generales:

Número y nombre de la unidad: IV. OPERACIONES CON RADICALES.

Disciplina: Matemática.

Grado: Noveno.

Secciones.	A	B	C
Fecha Inicial			
Fecha Final			

#### Competencias de Ejes Transversales

Toma decisiones acertadas que le permiten alcanzar el logro de sus metas y objetivos a nivel personal, escolar y familiar.

#### Indicador de logro:

Aplica el procedimiento de racionalización de expresiones algebraicas

Contenido: Racionalización.

#### Estrategias Metodológicas.

##### I. Actividades iniciales:

1. Docente da a conocer las orientaciones generales y el propósito de la clase a desarrollar.
2. Forma equipos de dos estudiantes.
3. Entrega materiales: Hoja de recomendaciones, lectura y guía de “RACIONALIZACIÓN”.

##### II. Actividades de desarrollo:

Estudiantes formados en equipos:

1. Dan lectura a la hoja de recomendaciones.
2. Analizan la lectura “RACIONALIZACIÓN”.
3. Estudiantes responden la guía de actividades correspondiente a la lectura “RACIONALIZACIÓN”. (Docente acompaña e inspecciona el desarrollo de esta actividad sirviendo de apoyo en el caso de consultas o dudas de los estudiantes.)

##### III. Actividades de culminación.

1. El docente, pedirá opinión de un representante de cada equipo, para que manifieste el significado de la frase del día y que enseñanza no deja la frase.
2. Mediante plenario, se realiza socialización de las respuestas a las preguntas de la guía.
3. Al finalizar el plenario el docente enfatizará en los procedimientos para racionalizar cada uno de los casos de fracciones.
4. Solicitar que entreguen un informe de respuestas de la guía por equipo.

### **Hoja de recomendaciones 2.**

Queremos facilitarle la mayor comprensión de los contenidos tratados en las lecturas, para ello te recomendamos lo siguiente:

1. Realiza una lectura rápida del material “Racionalización” con la finalidad de que te vayas familiarizando con la información.
2. Lee por segunda vez con detenimiento, resalta los aspectos más importantes de la lectura.
3. Resuelve cada ejemplo por tu cuenta y compara los resultados.
4. Luego de realizadas las lecturas, prepárate con tu cuaderno de notas y lápiz.
5. Desarrolla cada una de las actividades que te proponemos en la guía didáctica.
6. Sigue los procedimientos sugeridos en los ejemplos presentados.
7. Intercambia ideas, procedimientos y soluciones con tu compañero de equipo.
8. Si te es posible consulta otras fuentes bibliográficas.
9. Consulta con el docente sobre las dudas que se te presenten.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

## LECTURA N° 2: RACIONALIZACIÓN.

“Aprender sin pensar es inútil, pensar sin aprender, peligroso.” (Confucio.)

**Indicador de logro:** Aplica el procedimiento de racionalización a expresiones algebraicas

### Racionalización. Concepto.

Racionalizar es la operación que permite eliminar la presencia de radicales, bien sea en el numerador o en el denominador, utilizando procedimientos matemáticos. Este procedimiento en principio requiere que la expresión dada sea multiplicada y dividida por la conjugada del numerador o denominador.

### DESARROLLO DEL CONTENIDO.

Existen situaciones planteadas en que tendremos la necesidad que el denominador quede expresado en unidades enteras o bien evitar situaciones de indeterminación, en este tipo de contextos es donde el proceso de racionalización resulta de gran utilidad. A continuación desarrollamos dos ejemplos utilizando el **método de resolución de problemas** que ilustran dichas situaciones.

#### Situación 1. Necesidad que el denominador quede expresado en unidades enteras.

Después de varios experimentos con un móvil, se pudo determinar que la magnitud de la velocidad, a cierta distancia, esta expresada por el valor de  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \frac{m}{s}$ . ¿Cuál es el tiempo en unidades exacta?

#### Solución.

#### Entender el problema.

**Pregunta:** ¿Cuál es el tiempo en unidades exacta?

**Aclarar el problema**

**Datos:** La velocidad del móvil es  $v = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \frac{m}{s}$

**Identificación de los datos**

#### Elabora y lleva a cabo un plan.

La primera estrategia es recurrir a la ecuación matemática de la rapidez:  $v = \frac{d}{t}$  con lo cual, un primer valor a considerar puede ser  $v = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \frac{m}{s}$ ; donde la distancia corresponde a **1 metro** y el

tiempo a  $\sqrt[3]{2} \approx 1.4142$  segundos. No obstante, las condiciones del problema nos dicen que el tiempo se expresó en unidades exactas. **Equivalencia de magnitudes en relación a la razón**

**dada.**

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Como segunda estrategia es transformar la expresión dada en otra equivalente sin radical en el denominador.

### Racionaliza el denominador de la expresión dada

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \quad \text{Se multiplica y se divide por la conjugada del denominador}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{2})^2} \quad \text{Se efectúan los productos indicados.}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{2}}{2} \quad \text{Se simplifica.}$$

### Encuentra la respuesta y compruébala

Entonces vemos que  $v = \frac{\sqrt[3]{2} m}{2 s}$ , es una expresión equivalente al valor dado, donde podemos ver claramente que el valor para el tiempo corresponde a 2 segundos.

### Presentación clara de la RESPUESTA.

#### Situación 2. Problema de indeterminación:

Pedro, Lorenzo y Jannet son tres estudiantes que, con esfuerzo, constancia y mucha práctica, han desarrollado habilidades extraordinarias para la Matemática y la Física. Realizando estudios relativos al comportamiento de las hormigas, han logrado definir un patrón para conocer la cantidad de alimento recolectado  $A(x)$ , en función de la cantidad de hormigas “ $x$ ” que realizan esta labor. Este es un estudio empírico y requieren someterlo a comprobación. El modelo desarrollado es:

$$A(x) = \frac{7(x-4)}{\sqrt{x} - 2}$$

Lorenzo y Jannet rápidamente notan que el modelo no funciona para el caso de 4 hormigas, dado que al hacer la sustitución observan que:

$$A(4) = \frac{7(4-4)}{\sqrt{4} - 2} = \frac{7 \cdot 0}{2-2} = \frac{0}{0}$$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Este resultado en matemática se conoce como una indeterminación. Pedro, observando detenidamente la expresión, le plantea a Lorenzo y Jannet que quizás el error puede estar en la manera como se ha escrito el modelo, entonces, Jannet propone aplicar el proceso de racionalización al modelo para conseguir una expresión equivalente que supere el problema de la indeterminación. ¿Tendrá razón Jannet?...

### Solución.

#### Entender el problema.

**Pregunta:** ¿Tendrá razón Jannet al proponer racionalizar el denominador de la expresión?

#### Aclarar el problema

**Datos:** El modelo desarrollado  $A(x) = \frac{7(x-4)}{\sqrt{x}-2}$

#### Identificación de los datos

#### Elabora y lleva a cabo un plan.

La primera estrategia es recurrir a la racionalización cuando el denominador es una expresión binomia. De tal manera establecemos.

#### Racionaliza el denominador de la expresión dada

$$\frac{7(x-4)}{\sqrt{x}-2} = \frac{7(x-4)}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} \quad \text{Se multiplica y se divide por la conjugada del denominador}$$

$$= \frac{7(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x})^2 - (2)^2} \quad \text{Se efectúan los productos indicados.}$$

$$= \frac{7\cancel{(x-4)}(\sqrt{x}+2)}{\cancel{(x-4)}} \quad \text{Se simplifica.}$$

$$= 7(\sqrt{x}+2)$$

#### Encuentra la respuesta y compruébala

$$A(4) = 7(\sqrt{4}+2) = 7(2+2) = 28$$

De esta manera, la expresión  $A(x) = 7(\sqrt{x}+2)$ , resulta ser más conveniente, sencilla en su uso y aplicable en el caso de 4 hormigas. Superado el problema, Pedro, Lorenzo y Jannet, esperan que la comunidad científica les valide el modelo.

#### Presentación clara de la RESPUESTA.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Después de aclarar las situaciones anteriores, veamos más ejemplos para que te familiarices con el proceso de racionalización.

1. Racionaliza  $\frac{1}{\sqrt[3]{2ab^2}}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt[3]{2ab^2}} &= \frac{1}{\sqrt[3]{2ab^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2a^2b}}{\sqrt[3]{2^2a^2b}} \quad \text{Se multiplica y divide por la conjugada} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4a^2b}}{\sqrt[3]{2^3a^3b^3}} \quad \text{Se efectúan productos indicados.} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4a^2b}}{2ab} \quad \text{Se simplifica.}\end{aligned}$$

$$\text{Respuesta: } \frac{1}{\sqrt[3]{2ab^2}} = \frac{\sqrt[3]{4a^2b}}{2ab}$$

2. Racionaliza  $\frac{2x^2}{\sqrt[4]{2x^2-1}}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned}\frac{2x^2}{\sqrt[4]{2x^2-1}} &= \frac{2x^2}{\sqrt[4]{2x^2-1}} \cdot \frac{\sqrt[4]{(2x^2-1)^3}}{\sqrt[4]{(2x^2-1)^3}} \quad \text{Se multiplica y divide por la conjugada} \\ &= \frac{2x^2\sqrt[4]{(2x^2-1)^3}}{\sqrt[4]{(2x^2-1)^4}} \quad \text{Se efectúan productos indicados.} \\ &= \frac{2x^2\sqrt[4]{(2x^2-1)^3}}{2x^2-1} \quad \text{Se simplifica.}\end{aligned}$$

$$\text{Respuesta: } \frac{2x^2}{\sqrt[4]{2x^2-1}} = \frac{2x^2\sqrt[4]{(2x^2-1)^3}}{2x^2-1}$$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

3. Racionaliza el denominador  $\frac{2a^2\sqrt[2]{ab}}{4\sqrt[5]{a^2b^6}}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{2a^2\sqrt[2]{ab}}{4\sqrt[5]{a^2b^6}} &= \cancel{2}a^2\sqrt[2]{ab} \cdot \frac{\sqrt[5]{a^3b^4}}{\sqrt[5]{a^3b^4}} \text{ Se multiplica y se divide por el conjugado del denominador} \\ &= \frac{a^{2 \cdot 10} \sqrt{(ab)^5 (a^3b^4)^2}}{2^{\cancel{4}} \sqrt[5]{a^5b^{10}}} \text{ Se efectúan productos indicados y se calcula m.c.i en numerador} \\ &= \frac{\cancel{a}^{20} \sqrt[5]{a^5b^5 a^6b^8}}{2 \cancel{a}b^2} \text{ Se desarrollan potencias indicadas y se simplifica radical} \\ &= \frac{a^{10} \sqrt[5]{a^{11}b^{13}}}{2b^2} \text{ Se efectúan potencias indicadas} \\ &= \frac{aa \cancel{b}^{10} \sqrt[5]{ab^3}}{2 \cancel{b}^2} \text{ Se simplifica radical y factores comunes a numerador y denominador} \\ &= \frac{a^{210} \sqrt[5]{ab^3}}{2b} \end{aligned}$$

$$\text{Respuesta: } \frac{2a^2\sqrt[2]{ab}}{4\sqrt[5]{a^2b^6}} = \frac{a^{210}\sqrt[5]{ab^3}}{2b}$$

4. Racionaliza el denominador  $\frac{2}{3-\sqrt{2}}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3-\sqrt{2}} &= \frac{2}{3-\sqrt{2}} \cdot \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \text{ Se multiplica y divide por conjugado del denominador} \\ &= \frac{2(3+\sqrt{2})}{(3)^2 - (\sqrt{2})^2} \text{ Se efectúan productos indicados.} \\ &= \frac{2(3+\sqrt{2})}{9-2} \text{ Se simplifica} \\ &= \frac{6+2\sqrt{2}}{7} \quad \Rightarrow \quad \text{Respuesta: } \frac{2}{3-\sqrt{2}} = \frac{6+2\sqrt{2}}{7} \end{aligned}$$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

5. Racionaliza el numerador  $\frac{\sqrt{x+3}-3}{x}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{x+3}-3}{x} &= \frac{\sqrt{x+3}-3}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+3}+3}{\sqrt{x+3}+3} \text{ Se multiplica y divide por el conjugado del numerador} \\ &= \frac{(\sqrt{x+3})^2 - (3)^2}{x(\sqrt{x+3}+3)} \text{ Se efectúan productos indicados.} \\ &= \frac{x+3-9}{x(\sqrt{x+3}+3)} \text{ Se simplifican.} \\ &= \frac{x-6}{x\sqrt{x+3}+3x} \Rightarrow \text{ Respuesta: } \frac{\sqrt{x+3}-3}{x} = \frac{x-6}{x\sqrt{x+3}+3x}\end{aligned}$$

6. Racionaliza el denominador  $\frac{11}{\sqrt[3]{3}+2}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned}\frac{11}{\sqrt[3]{3}+2} &= \frac{11}{\sqrt[3]{3}+2} \cdot \frac{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4}{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4} \text{ Se multiplica y divide por conjugada del denominador} \\ &= \frac{11(\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4)}{(\sqrt[3]{3})^3+(2)^3} \text{ Se efectúan productos indicados} \\ &= \frac{11(\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4)}{3+8} \text{ Se desarrollan potencias indicadas} \\ &= \frac{\cancel{11}(\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4)}{\cancel{11}} \text{ Simplificar} \\ &= \sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4 \Rightarrow \text{ Respuesta: } \frac{11}{\sqrt[3]{3}+2} = \sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4\end{aligned}$$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

7. Racionaliza el numerador  $\frac{2-\sqrt[3]{2}}{6}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{2-\sqrt[3]{2}}{6} &= \frac{2-\sqrt[3]{2}}{6} \cdot \frac{4+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}{4+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} \\ &= \frac{(2)^3 - (\sqrt[3]{2})^3}{6(25+5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})} \\ &= \frac{8-2}{6(25+5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})} \\ &= \frac{\cancel{6}}{\cancel{6}(25+5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})} \\ &= \frac{1}{25+5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} \Rightarrow \frac{2-\sqrt[3]{2}}{6} = \frac{1}{25+5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} \end{aligned}$$

8. Racionaliza el numerador  $\frac{\sqrt[4]{x+5}-\sqrt[4]{3}}{x+2}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{x+5}-\sqrt[4]{3}}{x+2} &= \frac{\sqrt[4]{x+5}-\sqrt[4]{3}}{x+2} \cdot \frac{\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}} \\ &= \frac{(\sqrt[4]{x+5})^4 - (\sqrt[4]{3})^4}{(x+2)\left(\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}\right)} \\ &= \frac{x+5-3}{(x+2)\left(\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}\right)} \\ &= \frac{\cancel{x+2}}{(\cancel{x+2})\left(\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}\right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}} \end{aligned}$$

Respuesta:  $\frac{\sqrt[4]{x+5}-\sqrt[4]{3}}{x+2} = \frac{1}{\sqrt[4]{(x+5)^3} + \sqrt[4]{(x+5)^2 \cdot 3} + \sqrt[4]{(x+5) \cdot 3^2} + \sqrt[4]{3^3}}$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

9. Racionaliza el numerador  $\frac{3}{1+\sqrt[2]{5}+\sqrt[2]{3}}$  y simplifica el resultado de ser posible.

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{3}{1+\sqrt[2]{5}+\sqrt[2]{3}} &= \frac{3}{(1+\sqrt[2]{5})+\sqrt[2]{3}} \cdot \frac{(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}}{(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}} = \frac{3[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{(1+\sqrt[2]{5})^2-(\sqrt[2]{3})^2} \\ &= \frac{3[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{(1)^2+2\sqrt[2]{5}+(\sqrt[2]{5})^2-3} = \frac{3[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{1+2\sqrt[2]{5}+5-3} \\ &= \frac{3[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{3+2\sqrt[2]{5}} = \frac{3[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{3+2\sqrt[2]{5}} \\ &= \frac{3[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{3+2\sqrt[2]{5}} \cdot \frac{3-2\sqrt[2]{5}}{3-2\sqrt[2]{5}} = \frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{(3)^2-(2\sqrt[2]{5})^2} \\ &= \frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{9-(2)^2(\sqrt[2]{5})^2} = \frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{9-4 \cdot 5} \\ &= \frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{9-20} = \frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{-11} \\ &= -\frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{11} \end{aligned}$$

$$\text{Respuesta: } \frac{3}{1+\sqrt[2]{5}+\sqrt[2]{3}} = -\frac{3(3-2\sqrt[2]{5})[(1+\sqrt[2]{5})-\sqrt[2]{3}]}{11}$$

**GUÍA DE ACTIVIDADES N° 2: RACIONALIZACIÓN.**

INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

TONALÁ, PUERTO MORAZAN.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ SECCION \_\_\_\_\_ GRADO: NOVENO

A continuación se te presentan una serie de preguntas y actividades, utiliza como apoyo la lectura N° 2, favor responde por escrito cada una de ellas.

- I. ¿Cuál es la finalidad de la operación de racionalización?
- II. Describa por escrito las directrices del método de resolución de problemas
- III. Describa por escrito la secuencia de pasos del procedimiento para racionalizar:
  1. Fracciones con radicales monomio:
  2. Fracciones con radicales binomios de índice mayor o iguales que 2:
  3. Fracciones con radicales trinomia de índice 2.
  4. Fracciones con radicales polinomios de índice mayor o iguales que 3:
- IV. Utilice el método de resolución de problemas para las siguientes situaciones:
  1. Después de varios experimentos con un cuerpo se pudo determinar que la magnitud de la densidad es  $\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g}{cm^3}$  ¿Cuál es la masa de dicho cuerpo en unidades exactas?
  2. Al medir la resistencia de un resistor se obtuvo el valor de  $R = \frac{4 \text{ amper}}{\sqrt[3]{5} \text{ voltios}}$ , para que valor exacto del voltaje corresponde esta resistencia.
  3. A continuación se te presentan los siguientes modelos funcionales y se pretenden evaluar para los valores especificados, sin embargo se obtiene indeterminación. ¿Qué expresión equivalente permite evaluar la expresión y cuál es dicho valor?

a)  $A(x) = \frac{3(16-x)}{4 - \sqrt{x}}$  ;  $x = 16$

b)  $A(x) = \frac{2(x-25)}{\sqrt{x} - 5}$  ;  $x = 25$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

## SOLUCIÓN A GUÍA DE ACTIVIDADES N° 2: RACIONALIZACIÓN.

INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

TONALÁ, PUERTO MORAZAN.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ SECCION \_\_\_\_\_ GRADO: NOVENO

A continuación se te presentan una serie de preguntas y actividades, utiliza como apoyo la lectura N° 2, favor responde por escrito cada una de ellas.

I. ¿Cuál es la finalidad de la operación de racionalización?

**R: Eliminar los radicales bien en el numerador o denominador.**

II. Describa por escrito las directrices del método de resolución de problemas.

**Primero: ENTIENDE el problema.**

¿Qué es lo que quiero encontrar?

¿De qué datos dispongo?

¿He resuelto con anterioridad un problema semejante?

**Segundo: Elabora y Lleva a cabo un PLAN.**

¿Qué estrategias puedo utilizar para resolver el problema?

¿Cómo puedo llevar a cabo correctamente las estrategias que he seleccionado?

**Tercero: Encuentra la RESPUESTA Y COMPRUÉBALA.**

¿Es correcta la solución propuesta?

¿Cuál es la respuesta al problema?

¿Parece razonable la respuesta?

¿He expresado con toda claridad la respuesta?

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

III. Describa por escrito la secuencia de pasos del procedimiento para racionalizar:

**a) Fracciones con radicales monomio:**

1. Multiplicar y dividir por la conjugada de la parte de la fracción que se desee racionalizar. (amplificar la fracción)
2. Efectuar la multiplicación de numeradores entre si y denominadores entre sí.
3. Simplificar la expresión resultante, si es posible.

**b) Fracciones con radicales binomios de índice mayor o iguales que 2:**

1. Multiplicar y dividir por la conjugada de la parte de la fracción que se desee racionalizar.(amplificar la fracción)
2. Efectuar la multiplicación de numeradores entre si y denominadores entre sí.
3. Reducir operaciones indicadas y simplificar, si es posible.

**c) Fracciones con radicales trinomia de índice 2.**

1. Asociar dos de los términos de la parte de la fracción que se desee racionalizar.
2. Multiplicar y dividir por la conjugada de dicha expresión.(amplificar la fracción)
3. Efectuar la multiplicación de numeradores entre si y denominadores entre sí.
4. Reducir y simplificar la expresión resultante.
5. Multiplicar y dividir por la nueva conjugada de la expresión (amplificar la fracción), y se repite el paso 3, 4 del procedimiento.

**d) Fracciones con radicales polinomios de índice mayor o iguales que 3:**

1. Multiplicar y dividir por la conjugada de la parte de la fracción que se desee racionalizar.(amplificar la fracción)
2. Efectuar la multiplicación de numeradores entre si y denominadores entre sí.
3. Reducir operaciones indicadas y simplificar, si es posible.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

IV. Utilice el método de resolución de problemas para las siguientes situaciones:

1. Después de varios experimentos con un cuerpo se pudo determinar que la magnitud de

la densidad es  $\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g}{cm^3}$  ¿Cuál es la masa de dicho cuerpo en unidades exactas?

**Solución.**

**Entender el problema.**

**Pregunta:** ¿Cuál es la masa de dicho cuerpo en unidades exacta?

**Aclarar el problema**

**Datos:** La densidad del cuerpo es  $\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g}{cm^3}$

**Identificación de los datos**

**Elabora y lleva a cabo un plan.**

La primera estrategia es recurrir a la ecuación matemática de la densidad:  $\rho = \frac{m}{v}$  con lo

cual, un primer valor a considerar puede ser  $\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g}{cm^3}$ ; donde la masa corresponde a

$\sqrt{3}$  gramos y el volumen a  $2$  centímetros cúbicos. No obstante, las condiciones del problema nos dicen que la masa debe expresarse en unidades exactas.

**Equivalencia de magnitudes en relación a la razón dada.**

Como segunda estrategia es transformar la expresión dada en otra equivalente sin radical en el numerador.

**Racionaliza el numerador de la expresión dada**

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{3}} \quad \text{Se multiplica y se divide por la conjugada del numerador}$$

$$= \frac{(\sqrt[2]{3})^2}{2\sqrt[2]{3}} \quad \text{Se efectúan los productos indicados.}$$

$$= \frac{3}{2\sqrt[2]{3}} \quad \text{Se simplifica.}$$

**Encuentra la respuesta y compruébala**

Entonces vemos que  $\rho = \frac{3g}{2\sqrt[2]{3} cm^3}$ , es una expresión equivalente al valor dado, donde podemos ver claramente que el valor para la masa corresponde a 3 gramos.

**Presentación clara de la RESPUESTA.**

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

2. Al medir la resistencia de un resistor se obtuvo el valor de  $R = \frac{4}{\sqrt[3]{5}} \frac{\text{amper}}{\text{voltios}}$ , para que valor exacto del voltaje corresponde esta resistencia.

**Solución.**

**Entender el problema.**

**Pregunta:** ¿Para qué valor exacto del voltaje corresponde esta resistencia?

**Aclarar el problema**

**Datos:** La resistencia del resistor es  $R = \frac{4}{\sqrt[3]{5}} \frac{\text{amper}}{\text{voltios}}$

**Identificación de los datos**

**Elabora y lleva a cabo un plan.**

La primera estrategia es recurrir a la ecuación matemática de la ley de Ohm:  $R = \frac{I}{V}$  con lo

cual, un primer valor a considerar puede ser  $R = \frac{4}{\sqrt[3]{5}} \frac{\text{amper}}{\text{voltios}}$ ; donde la intensidad de

corriente eléctrica corresponde a  $4 \text{ amperios}$  y el voltaje a  $\sqrt[3]{5} \text{ voltios}$ . No obstante, las condiciones del problema nos dicen que el voltaje debe expresarse en unidades exactas.

**Equivalencia de magnitudes en relación a la razón dada.**

Como segunda estrategia es transformar la expresión dada en otra equivalente sin radical en el denominador.

**Racionaliza el numerador de la expresión dada**

$$\frac{4}{\sqrt[3]{5}} = \frac{4}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} \quad \text{Se multiplica y se divide por la conjugada del denominador}$$

$$= \frac{4\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} \quad \text{Se efectúan los productos indicados.}$$

$$= \frac{4\sqrt[3]{25}}{5} \quad \text{Se simplifica.}$$

**Encuentra la respuesta y compruébala**

Entonces vemos que  $R = \frac{4\sqrt[3]{25}}{5} \frac{\text{amper}}{\text{voltios}}$ , es una expresión equivalente al valor dado, donde podemos ver claramente que el valor para el voltaje corresponde a 5 voltios.

**Presentación clara de la RESPUESTA.**

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

3. A continuación se te presentan los siguientes modelos funcionales y se pretenden evaluar para los valores especificados, sin embargo se obtiene indeterminación. ¿Qué expresión equivalente permite evaluar la expresión y cuál es dicho valor?

$$a) A(x) = \frac{3(16-x)}{4-\sqrt{x}} ; x=16$$

**Solución.**

**Entender el problema.**

**Pregunta:** ¿Qué expresión equivalente permite evaluar la expresión y cuál es dicho valor?

**Aclarar el problema**

**Datos:** El modelo funcional es  $A(x) = \frac{3(16-x)}{4-\sqrt{x}} ; x=16$

**Identificación de los datos**

**Elabora y lleva a cabo un plan.**

La primera estrategia es recurrir a la racionalización cuando el denominador es una expresión binomia. De tal manera establecemos.

**Racionaliza el denominador**

**de la expresión dada**

$$\frac{3(16-x)}{4-\sqrt{x}} = \frac{3(16-x)}{4-\sqrt{x}} \cdot \frac{4+\sqrt{x}}{4+\sqrt{x}} \quad \text{Se multiplica y se divide por la conjugada del denominador}$$

$$= \frac{3(16-x)(4+\sqrt{x})}{(4)^2 - (\sqrt{x})^2} \quad \text{Se efectúan los productos indicados.}$$

$$= \frac{3\cancel{(16-x)}(4+\sqrt{x})}{\cancel{16-x}} \quad \text{Se simplifica.}$$

$$= 3(4+\sqrt{x})$$

**Encuentra la respuesta y compruébala**

$$A(16) = 3(4+\sqrt{16}) = 3(4+4) = 24$$

De esta manera, la expresión  $A(x) = 3(4+\sqrt{x})$ , resulta ser más conveniente, sencilla en su uso y aplicable en el caso de  $x=16$ .

**Presentación clara de la RESPUESTA.**

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

$$b) A(x) = \frac{2(x-25)}{\sqrt{x}-5}; x=25$$

**Solución.**

**Entender el problema.**

**Pregunta:** ¿Qué expresión equivalente permite evaluar la expresión y cuál es dicho valor?

**Aclarar el problema**

**Datos:** El modelo funcional es  $A(x) = \frac{2(x-25)}{\sqrt{x}-5}; x=25$

**Identificación de los datos**

**Elabora y lleva a cabo un plan.**

La primera estrategia es recurrir a la racionalización cuando el denominador es una expresión binomia. De tal manera establecemos.

**Racionaliza el denominador de la expresión dada**

$$\frac{2(x-25)}{\sqrt{x}-5} = \frac{2(x-25)}{\sqrt{x}-5} \cdot \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5} \quad \text{Se multiplica y se divide por la conjugada del denominador}$$

$$= \frac{2(x-25)(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x})^2 - (5)^2} \quad \text{Se efectúan los productos indicados.}$$

$$= \frac{2(\cancel{x-25})(\sqrt{x}+5)}{\cancel{x-25}} \quad \text{Se simplifica.}$$

$$= 2(\sqrt{x}+5)$$

**Encuentra la respuesta y compruébala**

$$A(25) = 2(\sqrt{25}+5) = 2(5+5) = 20$$

De esta manera, la expresión  $A(x) = 2(\sqrt{x}+5)$ , resulta ser más conveniente, sencilla en su uso y aplicable en el caso de  $x=25$ .

**Presentación clara de la RESPUESTA.**

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.

**Nombre del Centro de Estudios:** Instituto Teodoro A. S. Kint. Tonalá, Puerto Morazán.

**Nombre del Docente:** \_\_\_\_\_ **Grado:** Noveno.

**Fecha de observación:** \_\_\_\_\_ **Nombre de la actividad:** Racionalización

**Competencia que se evaluará:** Realiza operaciones con radicales y fracciones algebraicas.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

Categorías	4	3	2	1
Orden y organización del informe.	El informe es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El informe es presentado de una manera ordenada y organizada que es, generalmente, fácil de leer.	El informe es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El informe se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.
Contribución del equipo a la Actividad.	El equipo, participa activamente, entre ellos se sugieren y trabajan cooperativamente durante el desarrollo de la actividad.	El equipo participa activamente, pero presentan dificultad al establecer sugerencias y no cooperan durante el desarrollo de la actividad.	El equipo trabaja, pero necesitan motivación para mantenerse activo.	El equipo no está motivado con la actividad y no trabajan.
Uso del material de apoyo.	El equipo siguió consistentemente las instrucciones durante la clase y usó el material de apoyo según se indicó.	El equipo siguió consistentemente las instrucciones durante la mayor parte de la clase y utilizó el material de apoyo según se le indicó.	El equipo hace uso del material de apoyo hasta que se les insiste.	El equipo no utiliza el material de apoyo para responder a las preguntas de la guía.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

Categorías	4	3	2	1
Conceptos Matemáticos.	La aplicación de los conceptos demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para responder las diversas preguntas.	La aplicación de los conceptos demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para responder las diversas preguntas.	La aplicación de los conceptos demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para responder las diversas preguntas.	La aplicación de los conceptos demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos necesarios para responder las diversas preguntas.
Explicación por escrito.	La explicación es detallada y clara.	La explicación es clara.	La explicación es un poco difícil de entender, pero incluye componentes críticos.	La explicación es difícil de entender y tiene varios componentes ausentes.
Estrategia / Procedimiento. (Resolución de Problemas).	Por lo general, usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.
Conclusión.	Todas las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.	Más de la mitad de las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.	Exactamente la mitad de las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.	Menos de la mitad de las preguntas y ejercicios fueron resueltos correctamente.

**Clase N° 3.**

Materiales: Guía de actividades.

Tiempo: 1 bloque de clase de 90 minutos y medio bloque.

Metodología: La sesión de clase estará dividida en cuatro momentos:

- ✓ **Primer momento:** El docente entrega el material, les comunica que formen equipos de dos estudiantes.
- ✓ **Segundo momento:** Realizar la guía de ejercicios propuestos de racionalización.
- ✓ **En el tercer momento:** Comentar la frase del día, seguidamente se hará una socialización de los resultados obtenidos en la resolución de los ejercicios propuestos, aclarará dudas, corregirá falla y concentrará la atención de los estudiantes en la utilización correcta del procedimiento para la racionalización de los diversos casos. Finalmente el docente orientará a dos estudiantes que una guía resuelta por grupo.

**9.3 Instrumentos de evaluación a utilizar en la propuesta:**

1. Para la evaluación diagnóstica se usa un examen escrito
2. Para la formativa se emplean el informe de las guías resueltas.
3. Para la final, la resolución de la guía de ejercicios propuestos.

### Plan de clase 3.

Datos generales:

Número y nombre de la unidad: IV. OPERACIONES CON RADICALES.

Disciplina: Matemática.

Grado: Noveno.

Secciones.	A	B	C
Fecha Inicial			
Fecha Final			

#### Competencias de Ejes Transversales

Toma decisiones acertadas que le permiten alcanzar el logro de sus metas y objetivos a nivel personal, escolar y familiar.

#### Indicador de logro:

Consolida conocimientos acerca del procedimiento de racionalización de expresiones algebraicas

Contenido: Racionalización.

Ejercicios.

#### Estrategias Metodológicas.

##### I. Actividades iniciales:

1. Docente da a conocer las orientaciones generales y el propósito de la clase a desarrollar.
2. Forma equipos de dos estudiantes.
3. Entrega materiales: Guía “EJERCICIOS DE RACIONALIZACIÓN”.

##### II. Actividades de desarrollo:

Estudiantes formados en equipos:

1. Realizan la guía “EJERCICIOS DE RACIONALIZACIÓN”. (Docente acompaña e inspecciona el desarrollo de esta actividad sirviendo de apoyo en el caso de consultas o dudas de los estudiantes.)

##### III. Actividades de culminación.

1. El docente, pedirá opinión de un representante de cada equipo, para que manifieste el significado de la frase del día y que enseñanza no deja la frase.
2. Mediante plenario, se realiza socialización de las respuestas de los ejercicios de la guía.
3. Al finalizar el plenario el docente enfatizará las fallas y cuidados que deben de tener para racionalizar cada uno de los casos de fracciones.
4. Solicitar que entreguen un informe de respuestas de la guía de ejercicios por equipo.

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

INSTITUTO NACIONAL TEODORO A. S. KINT.

TONALÁ, PUERTO MORAZAN.

**GUÍA PRÁCTICA DE RACIONALIZACIÓN.**

**“Me lo contaron y lo olvidé, lo vi y lo entendí, lo hice y lo aprendí.” (Confucio.)**

**Indicador de logro:** Afiancen el procedimiento de racionalización de expresiones algebraicas.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ N° L \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ SECCION \_\_\_\_\_ GRADO: NOVENO.

Las siguientes son preguntas de selección múltiple con única respuesta. Primero resuelva el ejercicio y luego englobe la letra del inciso que corresponde a la respuesta correcta. (Le recuerdo que si elige una respuesta y la solución no aparece la pregunta se anula).

1. Al racionalizar  $\frac{2}{\sqrt{2}}$  se obtiene:

a)  $2\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{2}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d)  $4\sqrt{2}$

e) 2

2. Al racionalizar  $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$  se obtiene:

a)  $\sqrt{5}+1$

b)  $\sqrt{5}-1$

c)  $4(\sqrt{5}+1)$

d)  $4(\sqrt{5}-1)$

e)  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

3. Al racionalizar  $\frac{12}{3+\sqrt{5}}$  el resultado es:

a)  $9-3\sqrt{5}$

b)  $9+3\sqrt{5}$

c)  $9+5\sqrt{3}$

d)  $9-5\sqrt{3}$

e)  $3-\sqrt{5}$

4. Al racionalizar  $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$  resulta:

a)  $3+\sqrt{2}$

b)  $3-\sqrt{2}$

c)  $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$

d)  $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$

e)  $\frac{\sqrt{2}}{7}$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

5. Al racionalizar el denominador  $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{6}}{\sqrt{5}+2\sqrt{6}}$  resulta:

a)  $5-2\sqrt{6}$

b)  $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{6}}{17}$

c)  $25-2\sqrt{6}$

d)  $5+2\sqrt{6}$

e)  $\frac{4\sqrt{30}-29}{19}$ .

6. Al racionalizar  $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$  resulta:

a)  $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{a-b}$

b)  $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{a-b}$

c)  $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{a+b}$

d)  $\frac{a+b\sqrt{a}}{a-b}$

e)  $\frac{a\sqrt{b}+\sqrt{a}}{a-b}$

7. Al racionalizar el numerador de  $\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$  resulta:

a)  $-\frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

b)  $\frac{2}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}$

c)  $-\frac{2}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

d)  $\frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

e)  $\frac{2}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ .

8. Al racionalizar  $\frac{\sqrt{x^5y}}{3}$  resulta:

a)  $\frac{x^3y^2}{3\sqrt{xy}}$

b)  $\frac{x^2y}{3\sqrt{xy}}$

c)  $\frac{xy}{3\sqrt{xy}}$

d)  $\frac{x^3y}{3\sqrt{xy}}$

e)  $\frac{x^3y^3}{3\sqrt{xy}}$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

9. Al racionalizar  $\frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{x-2}$  resulta:

a)  $-\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1}$

b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x-1} + 1}$

c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x-1} - 1}$

d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} - 1}$

e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1}$

10. Al racionalizar  $\frac{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1}{2}$  resulta:

a)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5} + 1}$

b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5} - 1}$

c)  $\frac{4}{\sqrt[3]{5} - 1}$

d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{5} - 1}$

e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{5} + 1}$

11. Al racionalizar el denominador de  $\frac{3+4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}}$  resulta:

a)  $\sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{5}$

b)  $\sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{5}$

c)  $\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

d)  $\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

e)  $\sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{5}$

12. Al racionalizar  $\frac{7}{\sqrt[4]{x+7} + \sqrt[4]{x}}$  resulta:

a)  $\sqrt[4]{(x+7)^3} + \sqrt[4]{x(x+7)^2} + \sqrt[4]{x^2(x+7)} + \sqrt[4]{x^3}$

b)  $\sqrt[4]{(x+7)^3} - \sqrt[4]{x(x+7)^2} + \sqrt[4]{x^2(x+7)} - \sqrt[4]{x^3}$

c)  $\sqrt[4]{(x+7)^3} + \sqrt[4]{x(x+7)^2} - \sqrt[4]{x^2(x+7)} + \sqrt[4]{x^3}$

d)  $\sqrt[4]{(x+7)^3} - \sqrt[4]{x(x+7)^2} + \sqrt[4]{x^2(x+7)} + \sqrt[4]{x^3}$

e)  $\sqrt[4]{(x+7)^3} + \sqrt[4]{x(x+7)^2} + \sqrt[4]{x^2(x+7)} - \sqrt[4]{x^3}$

CLAVE DE SOLUCIÓN

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
inciso	b	a	a	c	e	a	a	d	e	c	d	b

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

## X. BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN (1983) Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo .2° Ed. TRILLAS México

Barnett, Álgebra y Trigonometría, McGraw Hill en Español

Dennis G. Zill y Jackeline M. Dewar, Algebra y Trigonometría, Segunda Edición, McGraw Hill en Español 1999

Ferreira H. A., & Pedrazzi G. (2007). "Teorías y enfoques psicoeducativos del aprendizaje". Buenos Aires. Noveduc.

Louis Leithold, El cálculo con Geometría Analítica, Tercera Edición. Editorial Harper & Row, Publishers, 1991.

¿Qué es la Matemática?, Courrans y Robbin, McGraw Hill, 1973

Spiegel, Álgebra Superior, Colección Schaum

Streeter; Matemática: destrezas básicas, McGraw Hill en Español, Tercera Edición.

## XI. WEBGRAFIA.

[http://es.wikipedia.org/wiki/David\\_Ausubel](http://es.wikipedia.org/wiki/David_Ausubel)

[http://www.pucpr.edu/vpaa/oficina\\_revision\\_curricular/Documentos/herramientas\\_de\\_aprendizaje.pdf](http://www.pucpr.edu/vpaa/oficina_revision_curricular/Documentos/herramientas_de_aprendizaje.pdf)

<http://www.monografias.com/trabajos10/dapa/dapa.shtml>

<http://www.vadenumeros.es/cuarto/racionalizar-radicales.htm>

<http://profe-alexz.blogspot.com/2011/02/radicacion-y-racionalizacion-ejercicios.html>

<http://es.slideshare.net/maxmeyer/racionalizacion>

<http://www.vitutor.com/di/re/r17.html>

<http://psicologiap37.wikispaces.com/Ausubel>

<http://www.nicaraguaeduca.edu.ni/index.php/maestros/planifico/1496-tecnicas-e-instrumentos-de-evaluacion>

## **XII. ANEXOS.**

## Anexo 1

### INSTRUMENTO PARA RECOGER INFORMACIÓN.

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. León.

#### Instrumento aplicado a Estudiantes.

Somos estudiantes de V año de la carrera Ciencias de la Educación y humanidades, con mención en Matemática Educativa y Computación, modalidad sabatina UNAN - León.

El presente instrumento de recolección de datos es parte de una herramienta correspondiente a la investigación que lleva por título: “**Propuesta metodológica para la enseñanza del contenido racionalización**”. Les solicitamos respondan con honestidad cada uno de los ítems planteados, ya que serán la base fundamental de esta investigación y la orientación para la formulación de la respectiva propuesta.

A continuación se te presenta una serie de preguntas de selección múltiple con única respuesta, engloba la letra del inciso que corresponda a la respuesta correcta.

1. Al proceso de eliminar radicales del denominador se le denomina.

- a) Simplificación de radicales
- b) Racionalización**
- c) Multiplicación de radicales.
- d) Reducción de radicales semejantes.

2. El factor racionalizante de la expresión  $\sqrt[n]{x^m}$ , es:

- a)  $\sqrt[n]{x^{n-m}}$**
- b)  $\sqrt[m]{x^{n-m}}$
- c)  $\sqrt[n]{x^{m-n}}$

d) Ninguna de las anteriores.

3. El conjugado de  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  es:

- a)  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
- b)  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$**
- c)  $a - b$

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

- d) Ninguna de las anteriores
4. El conjugado del denominador de  $\frac{2}{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3}}$  es
- a)  $\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{9}$
  - b)  $\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{15} - \sqrt[3]{9}$
  - c)  $\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{9}$
  - d)  $-\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{9}$
5. El equivalente de  $\sqrt[5]{6^3} \times \sqrt[5]{6^2}$  es:
- a) 36
  - b) 63
  - c) 6
  - d) 3
6. El equivalente de  $(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})$  es:
- a) - 3
  - b) 9
  - c) 3
  - d) - 9
7. El equivalente de  $(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9})$  es:
- a) - 10
  - b) 12
  - c) 21
  - d) 10

Propuesta de Planificación Didáctica para la enseñanza del contenido racionalización.

8. Al racionalizar la expresión  $\frac{3}{4\sqrt{5}}$ , obtenemos el resultado siguiente:

a)  $\frac{3\sqrt{5}}{20}$

b)  $\frac{5\sqrt{3}}{20}$

c)  $\frac{20\sqrt{5}}{3}$

d) Ninguna de las anteriores.

9. Al racionalizar  $\frac{7}{\sqrt{11+2}}$  se obtiene:

a)  $\sqrt{11}-2$

b)  $2-\sqrt{11}$

c)  $\sqrt{11}+2$

d) Ninguna de las anteriores.

10. Al racionalizar  $\frac{7}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{7}}$  se obtiene:

a)  $\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}$

b)  $\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}$

c)  $\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4}$

d) Ninguna de las anteriores.

## Anexo No 2

**Clave de respuesta.**

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
inciso	b	a	b	c	c	b	d	a	a	d

### **Anexo 3**

#### **Estimado docente:**

Somos estudiantes de V año de la carrera Ciencias de la Educación y humanidades, con mención en Matemática Educativa y Computación, modalidad sabatina UNAN - León.

La hoja de observación que se te presenta a continuación es con el propósito de recopilar datos correspondientes a tu desempeño pedagógico y metodológico en el desarrollo del contenido racionalización, dichos datos los utilizaremos en el trabajo de investigación titulado: **“Propuesta metodológica para la enseñanza del contenido racionalización”**.

En tal sentido, solicitamos tu valiosa colaboración, la que consiste en permitirnos acompañarte en el aula de clase para observar las estrategias didácticas (método, técnicas y recursos), que utilizas para facilitar el aprendizaje de la racionalización.

Las categorías usadas en la hoja de observación son:

**S:** Siempre.

**CF:** Con frecuencia

**PV:** Pocas veces.

**N:** Nunca.

No omitimos manifestar que la información recopilada será utilizada exclusivamente para el trabajo investigativo y será tratada de manera confidencial.

Muchas Gracias por tu colaboración.

**INSTRUMENTO PARA RECOGER INFORMACIÓN.**

**Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. León.**

**Ficha de observación aplicada a los Docentes.**

<b>ESTRATEGIAS DIDACTICAS DEL DOCENTE</b>	<b>CATEGORIAS.</b>			
<b>DIMENSIÓN 1. MÉTODOS</b>	S	CF	PV	NA
1. Explora la base de los conocimientos previos relacionada con el nuevo tema.				
2. Durante el desarrollo de la clase, va de lo particular a lo general, para luego abordar los contenidos pertinentes a la temática.				
3. Relaciona el contenido con la vida real.				
4. Desarrolla en la clase los conceptos referentes a la temática para facilitar de manera heurística el aprendizaje a los estudiantes.				
<b>DIMENSIÓN 2. TÉCNICAS</b>				
5. Utiliza una tabla para ilustrar la expresión irracional el correspondiente conjugado y la expresión racional que resulta de la multiplicación de ambos.				
6. Explica ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas con sus casos respectivos, para facilitar la resolución de los mismos a los estudiantes.				
7. Promueve la participación de los estudiantes en la clase de matemática planteando la resolución de ejercicios de racionalización de expresiones algebraicas especificando cada caso de racionalización.				
<b>DIMENSIÓN 3. RECURSOS</b>				
8. Orienta a los estudiantes la ambientación del aula con información pertinente al contenido de racionalización				
9. Utiliza el rotafolio para impartir de manera esquematizada y precisa la clase de matemática a los estudiantes.				
10. Facilita a los estudiantes guías de ejercicios referentes a los contenidos de matemáticas desarrollados en clase.				