

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA
UNAN – LEÓN

FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



Tema

Propuesta Metodológica para el Aprendizaje de Factorización de los Estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte, I Semestre del año 2012.

Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación
Mención Matemática Educativa y Computación

Autores: Bra. Aurora Virginia Zamora Medina
Bra. Raquel Lestenia Espinal Andrade

Tutor: Licdo. Héctor Benito Flores Guido.

León, Agosto de 2013.

“A LA LIBERTAD POR LA UNIVERSIDAD”

ÍNDICE

Introducción.....	7
Antecedentes	8-9
Justificación.....	10
Planteamiento del Problema.....	11
Objetivos	12
Marco Teórico	13-14
Diseño Metodológico	15-16
Presentación y Análisis de los Resultados.....	17-29
Propuesta Metodológica	30-71
Conclusiones	72
Bibliografía.....	73
Anexos.....	74

AGRADECIMIENTO

De manera especial e incondicional a Dios nuestro Señor y nuestra Madre la Santísima Virgen María, quienes nos iluminaron para poder comprender y conocer el sendero derecho de la enseñanza y las ciencias, llegando a encontrar el verdadero camino del entendimiento e inteligencia.

A la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-León, que con la ayuda de Dios nos brindó y sirvió como fiel herramienta formadora de profesionales.

A la Facultad de Ciencias y Humanidades de nuestra Alma Mater, quien nos acogió, dándonos la oportunidad de crecer intelectualmente y así formar profesionales al servicio de nuestros niños, niñas y jóvenes.

A los maestros y secretaría del departamento de Matemática Educativa y Computación, quienes saciaron el hambre que teníamos de crecer, conocer y llegar a nuestro objetivo: ser Licenciados en Ciencias de la Educación.

A nuestros padres y madres, quienes con su apoyo y amor incondicional nos impulsaron y cultivaron en nosotros la semilla de superación para recoger esta bella cosecha con mucho amor.

Te damos gracias Señor por abrir las puertas de nuestra Universidad, en especial la Facultad de Ciencias de la Educación.

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico con mucho amor y cariño a mi mamá, Bertha Francisca Medina Urrutia; mi prima, Martha Ofelia Medina Urrutia y a mi profesora, Eva Mercedes Niño Mendoza, a estos tres ángeles que Dios y la Virgen Santísima enviaron desde los santos cielos para que juntas trabajaran sin interés alguno a mi lado, con sabiduría y comprensión; me guiaran atinadamente en mi vida, para hacer germinar en mí la semilla a lo largo del tiempo y que hoy esté lista para dar frutos, y éstos sean en abundancia para los jóvenes de mi Nicaragua, nuestra tierra de lagos y volcanes.

Bra. Aurora Virginia Zamora Medina

DEDICATORIA

Esta meta que **Dios** me ha permitido cumplir dedico primeramente a **Dios** padre celestial que con amor y seguridad alumbró el sendero que debía tomar dándome sabiduría e inteligencia.

A mi madre **Dominga Andrade** que con sacrificio y esmero me apoyó incondicionalmente viéndome partir mes a mes de su lado para culminar mis sueños.

A mis hermanos por haber estado presente en cualquier dificultad que se me presentara especialmente a mi hermana **Rebeca Espinal** que me apoyó económicamente con mucho amor, sin esperar nada a cambio, todo ello para poder cumplir mi meta.

Bra. Raquel Lestenia Espinal Andrade.

INTRODUCCIÓN

El problema del aprendizaje de las Matemáticas tal vez es uno de los mayores retos para la didáctica, existe una diversidad de elementos que componen el problema, entre ellos se pueden citar falta de creatividad de los profesores como uno de los componentes de mayor gravedad, el entorno familiar y la misma sociedad, éstos producen estereotipos que desalientan a la gran mayoría de los estudiantes. Desde la educación primaria se fomenta el desinterés a esta ciencia obligando al estudiante a memorizar y ejercitar; como si esto fuese poco la evaluación se constituye una verdadera tortura Psicológica.

Es por esto que la Matemática ha reclamado su lugar dentro de las disciplinas científicas, y ha logrado consolidarse como un factor importante y relevante, nuestra disciplina tiene como objeto de estudio el sistema didáctico, formado por la triada estudiante - saber – profesor.

Por tal razón la educación debe ser un campo educativo continuo, cuyo objetivo fundamental es el brindar educación de calidad, teniendo en cuenta las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Basados en estudios realizados a estudiantes del Instituto Nacional San Francisco del Norte, del municipio de San Francisco del Norte, del departamento de Chinandega, logramos determinar qué importante es crear una propuesta metodológica de factorización que facilite el proceso de enseñanza aprendizaje a los estudiantes de noveno grado, contribuyendo de esta manera a dar respuesta a una de las grandes necesidades que surgen durante el desarrollo de factorización.

ANTECEDENTES

El presente trabajo se llevó a cabo en el Municipio San Francisco del Norte, del Departamento de Chinandega, limita; al norte con Honduras, al sur con el Municipio de Somotillo, al este con el Municipio de San Juan de Limay, perteneciente al Departamento de Estelí, al oeste con el Municipio de Cinco Pinos; ubicado a 240 km. de la ciudad de Managua.

El Instituto Nacional San Francisco del Norte fue fundado en 1998 , actualmente su personal son 13 docentes especializados en diferentes áreas, cuenta con una población estudiantil de 450 estudiantes en dos modalidades diurna y sabatina.

Infraestructura del Instituto

- ✓ 4 pabellones, 7 aulas de clases, un auditorio, una dirección.
- ✓ Una cancha de futbol, 8 pizarras acrílicas, 350 pupitres.
- ✓ 13 escritorios, luz eléctrica, agua potable, servicios sanitarios.

En el año 2012, tuvo una matrícula inicial de 345 estudiantes en modalidad regular y 105 en modalidad sabatina.

Rendimiento académico 2010 - 2012 en la disciplina de Matemática noveno grado.

Año 2010 fue de 85% de aprobados

Año 2011 fue de 80% de aprobados

Año 2012 fue de 74% de aprobados

Con el paso de los años el componente de Matemática ha sufrido cambios curriculares y limitaciones en el tiempo para abordar todos los contenidos requerido en este componente y por tal razón se ignoran contenidos relevantes para la secuencia lógica de otros temas.

Estudios realizados con el tema de factorización

1.- Enseñanza de factorización de polinomios en el segundo año del Colegio Bautista de Corinto, elaborado por: Omar Martínez Aguilar, Milton Salinas Mondragón y Alba Campos Ney, León, Nicaragua. UNAN - 1999.

2.- Factores que influyen en los hábitos de estudio de la factorización algebraica en los estudiantes del Colegio Sagrado Corazón de Jesús de San Carlos Río San Juan en el primer semestre del año 2010, elaborado por: Humberto Castillo Rodríguez, Marcos Antonio Guzmán Reyes, Reyna Isabel Espinales Balladares y Santos Lucía Balladares Castillo de Río San Juan, Nicaragua. UNAN 2010.

JUSTIFICACIÓN

La realización de la Propuesta Metodológica de Factorización es de gran relevancia porque apoyará el fortalecimiento y afianzamiento del maestro y estudiante del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte, del departamento de Chinandega además de incidir en el rendimiento académico de los estudiantes y en la elaboración de las programaciones mensuales.

Nuestra propuesta ayudará a los docentes a facilitar su labor educativa, esto permitirá ofrecer a la sociedad en un futuro, estudiantes con una experiencia enriquecedora útil y sobre toda motivadora.

En la propuesta Metodológica de Factorización abordamos conceptos y ejercicios prácticos de cada caso de factorización para enriquecer los conocimientos de los estudiantes y activar la motivación por el estudio de las Matemáticas que es una herramienta para construir las bases del sistema de conocimiento y así desempeñarse en cualquier profesión.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante el tiempo que realizamos observación en el Instituto Nacional San Francisco del Norte, en el departamento de Chinandega, notamos que existen debilidades de los alumnos al momento de resolver ejercicios prácticos, lo cual se refleja en los resultados obtenidos en las evaluaciones; es posible que muchas de las dificultades que presentan los estudiantes en el componente tengan origen internos entre los que podemos mencionar: conocimientos previos, estilos de aprendizaje, motivación, actitudes, intereses, hábitos y habilidades de estudios; de origen externo como: método de enseñanza, contenidos de aprendizaje, forma y tipo de evaluación, apoyo familiar, clima educativo y así como otros materiales; o quizás se presente una combinación de ambos, puesto que muchas de las dificultades pueden estar más allá de una posible acción de los docentes e incluso del colegio.

Teniendo en cuenta que los estudiantes tienen poca cultura y mínimo hábito de estudio e interés de aplicar la información brindada en el aula de clase por el profesor.

Es preciso tener en cuenta que se requiere de acciones intencionadas tanto en el aula como fuera de ésta, por ello los docentes que imparten matemáticas deben tomar en cuenta un sinnúmero de elementos en la preparación de evaluaciones, tratando de superar de esta forma dicha problemática.

Por tal razón el problema a tratar es: ¿Cómo mejorar una metodología de aprendizaje en los casos de factorización de modo que el estudiante adquiera un conocimiento significativo, facilitando así sus estudios superiores?

OBJETIVOS

General

- ✓ Diseñar una propuesta metodológica que mejore el proceso de Enseñanza - Aprendizaje de factorización en los estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte, en el I semestre del año escolar 2012, en el Municipio de San Francisco del Norte, del Departamento de Chinandega.

Específicos

- ✓ Caracterizar a los estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte en el Departamento de Chinandega.
- ✓ Determinar los factores que dificultan el estudio de factorización en los estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte en el Departamento de Chinandega.
- ✓ Aplicar estrategias de enseñanza - aprendizaje las cuales lleven a los estudiantes a un conocimiento significativo en la descomposición factorial.
- ✓ Presentar posibles soluciones con miras a la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje, durante el desarrollo de contenidos de factorización en noveno grado.

MARCO TEÓRICO

El modelo educativo por competencias se basa en lograr que el estudiante adquiera habilidades, que aprenda a conocer, a hacer, a ser y a saber convivir. Estos son los cuatro pilares de la educación actual; cuyo objetivo es formar alumnos que sean competentes, y para eso es necesario que no sólo memorice conceptos y teorías, sino que domine las habilidades de la asignatura, además aprenda los valores y actitudes que le van a permitir desarrollarse como ser social.

La competencia es una meta a lograr a largo plazo, se espera que al alumno al finalizar la asignatura sea competente, esto no se logra en una sesión de clases. El alumno tiene que demostrar, a través de productos de aprendizaje, que él domina las habilidades y pone en práctica los valores aprendidos en las clases, lo cual es un proceso.

Enseñanza: Es una de las actividades prácticas y más nobles que desarrolla el ser humano en diferentes instancias de su vida. Que tiene como objetivo transmitir conocimientos, información, valores y actitudes desde un individuo a otro.

Aprendizaje: Es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia la instrucción, el razonamiento y la observación.

Enseñanza aprendizaje forma parte de un único proceso que tiene como fin formar al estudiante integralmente.

Tipos de enseñanzas

- ✓ **Formativa:** capacidades intelectuales.
- ✓ **Informativa:** transmisión de conocimientos.
- ✓ **General:** para abordar números de problemas.

- ✓ **Específico:** para temas específicos.

Tipos de aprendizaje

- ✓ Receptivo
- ✓ Por descubrimiento
- ✓ Repetitivo
- ✓ Significativo
- ✓ Observacional
- ✓ Latente

Análisis del Programa en su contenido

Se analiza el programa de estudio donde se imparte la factorización. Otra consideración importante es que el Programa de estudios hace hincapié en la utilidad del conocimiento en la resolución de problemas, le da importancia a la aplicación (esto coincide con las teorías antes planteadas), al estudiante le interesará saber y mejorará su aprendizaje, si es que le encuentra utilidad.

Consideramos además que el programa antes analizado ya tiene un enfoque constructivista, se puede observar que hace diferencia entre actividades de enseñanza y actividades de aprendizaje, es decir actividades que realizarán el profesor y el estudiante respectivamente.

También se puede observar que dentro de los objetivos de la unidad, es que el estudiante conozca y aplique la descomposición factorial para resolver problemas, además propone que utilice tanto su construcción analítica como gráfica cuando ésta se pueda. En este sentido, entendemos que la enseñanza - aprendizaje de este conocimiento se genere a través de diferentes contextos, con la intención de generar aprendizajes significativos.

Sin embargo, aunque este programa propone actividades de aprendizaje y de enseñanza, que de alguna forma coinciden con el sentir de este trabajo, aún no tiene claridad en el diseño de estas actividades, ni en la metodología que se deberá utilizar.

DISEÑO METODOLÓGICO

Nuestro trabajo de investigación está basado en una Propuesta Metodológica de Factorización para los estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte en el primer semestre del año escolar 2012.

Tipo de estudio

Una investigación descriptiva de corte transversal que nos permitió averiguar cómo están las variables relacionadas con las características de los estudiantes del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del norte en el Departamento de Chinandega; así como la opinión que tenían sobre el rendimiento académico y el nivel de dificultad en el aprendizaje de factorización en el primer semestre del 2012.

Área de estudio

Se llevó a cabo con los estudiantes del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte en el Departamento de Chinandega.

Ubicación del Instituto

Carretera a la ciudad de Estelí, frente al estadio municipal.

Universo

El universo de nuestro trabajo son todos los estudiantes del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte del departamento de Chinandega, siendo un total de 50 estudiantes.

Muestra

El tipo de muestreo fue aleatorio simple, donde se seleccionó el 50% de los estudiantes quienes formaron la muestra del estudio, siendo éstos 25 del noveno grado.

Obtención de la información

Fuentes Primarias

- ✓ Estudiantes del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte del departamento de Chinandega, I semestre del año escolar 2012.
- ✓ Profesor de Matemática del Instituto Licdo. José Efraín Zerón Espinoza.
- ✓ Encuesta dirigida a los estudiantes, la cual es un instrumento que se utiliza cuando se requiere obtener información a corto plazo siendo éste de rápido procesamiento.
- ✓ Encuesta al profesor

Fuentes Secundarias

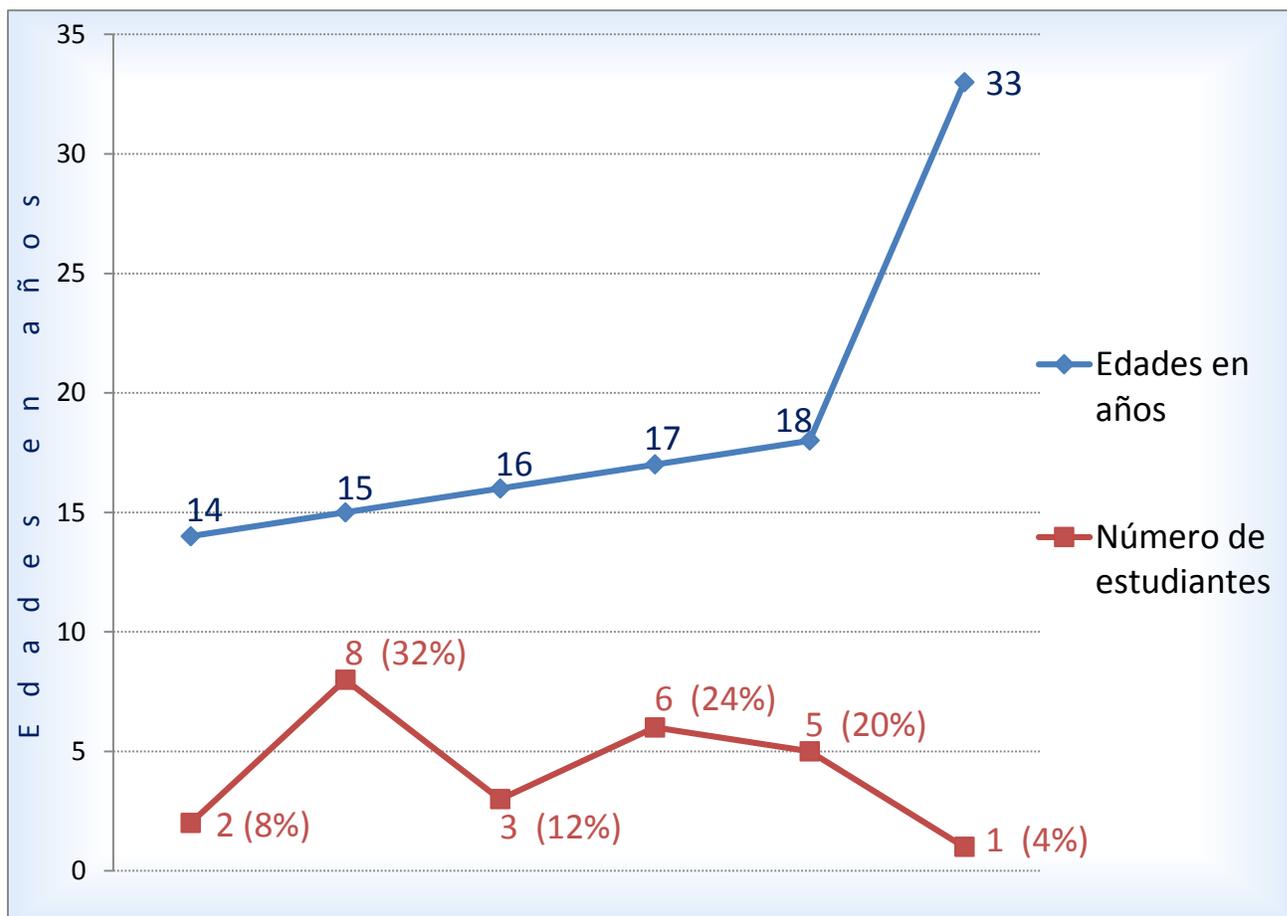
- ✓ Monografías
- ✓ Libros de investigación
- ✓ Internet
- ✓ Uso de Word
- ✓ Uso de Excel

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS REALIZADAS A LOS ESTUDIANTES

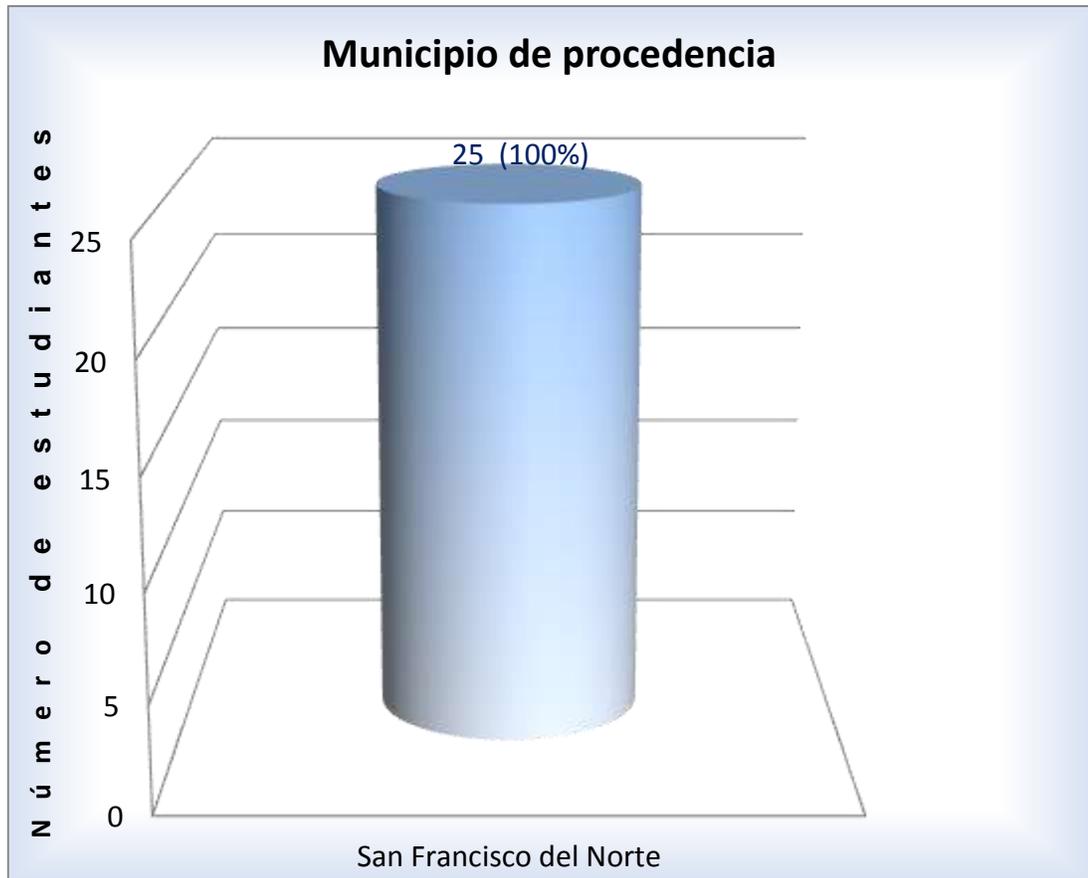
DATOS GENERALES

Edades de los estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte al primer semestre 2012.

Edades en años	Número de estudiantes	Porcentaje (%)
14	2	8
15	8	32
16	3	12
17	6	24
18	5	20
33	1	4
Total	25	100%

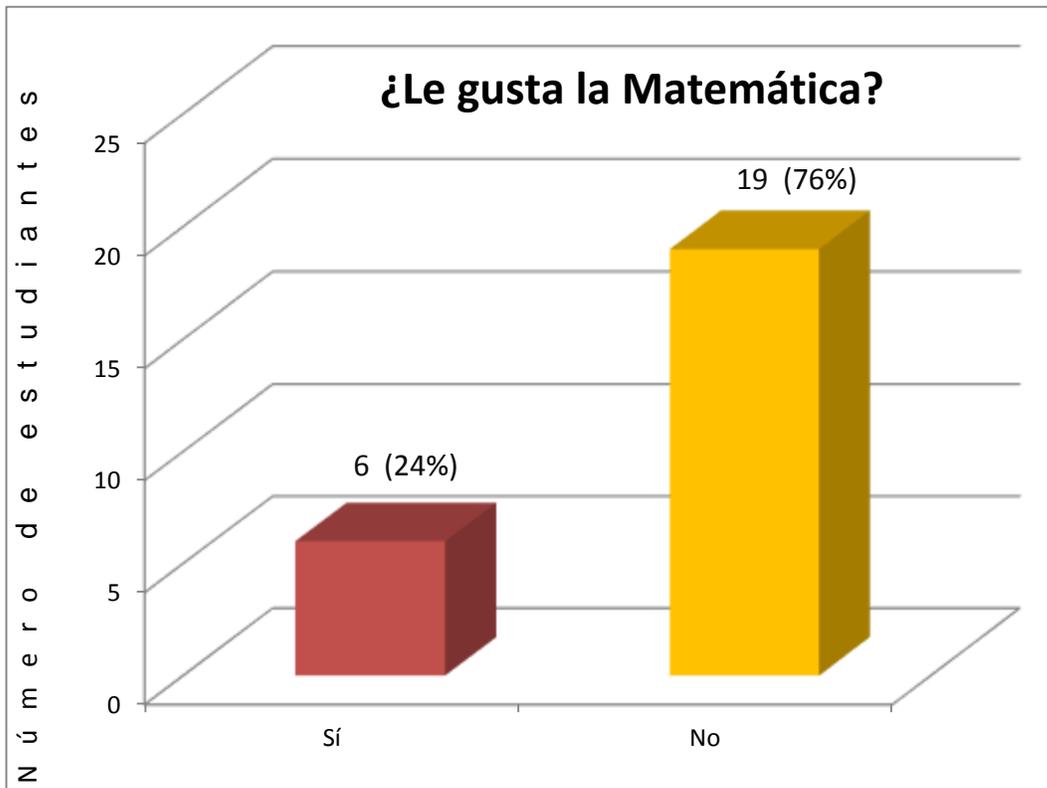


Municipio de procedencia	Cantidad	Porcentaje (%)
San Francisco Norte	25	100
Total	25	100



1.- ¿A usted le gusta el estudio de Matemática?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Sí	6	24
No	19	76
Total	25	100

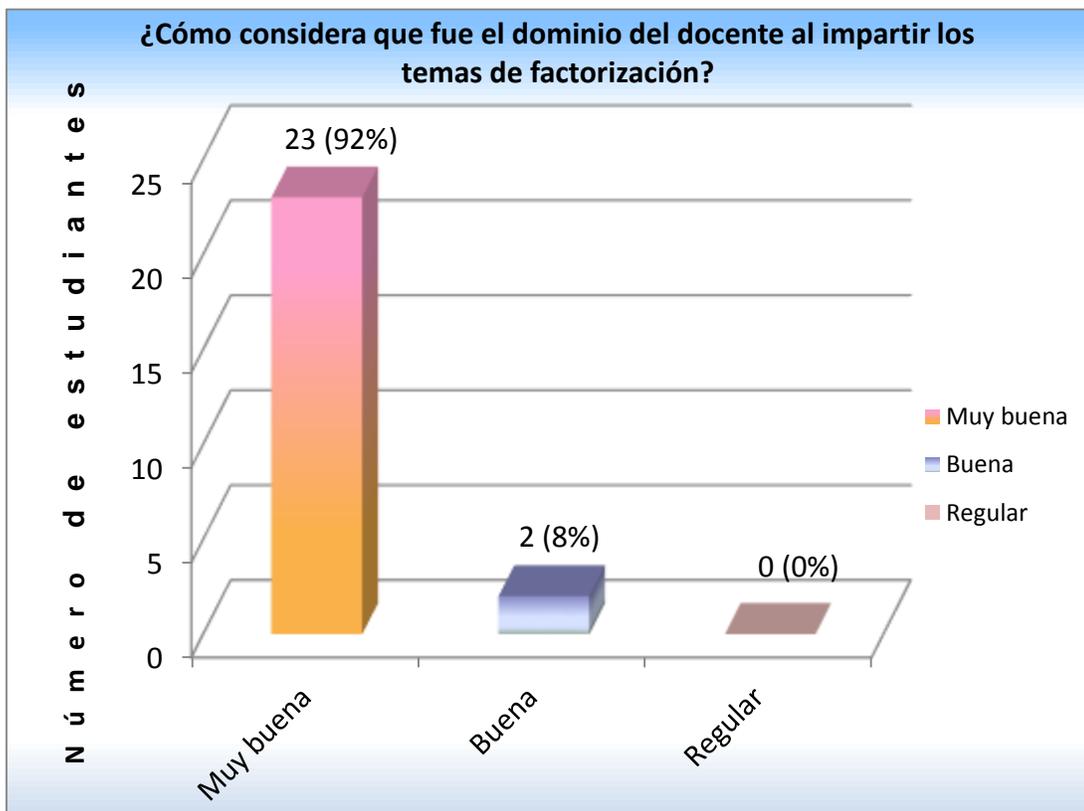


Resultados: De 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%, el 24% respondió que sí le gusta las matemáticas, el 76% contestó que no le gusta la asignatura.

Análisis: De acuerdo a lo contestado por los estudiantes es importante señalar que las estrategias metodológicas son una herramienta fundamental para mejorar el interés por el estudio de matemática y de esta manera el proceso de enseñanza - aprendizaje sea significativo.

3.- ¿Cómo considera que fue el dominio del docente al impartir los temas de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Muy buena	23	92
Buena	2	8
Regular	0	0
Total	25	100

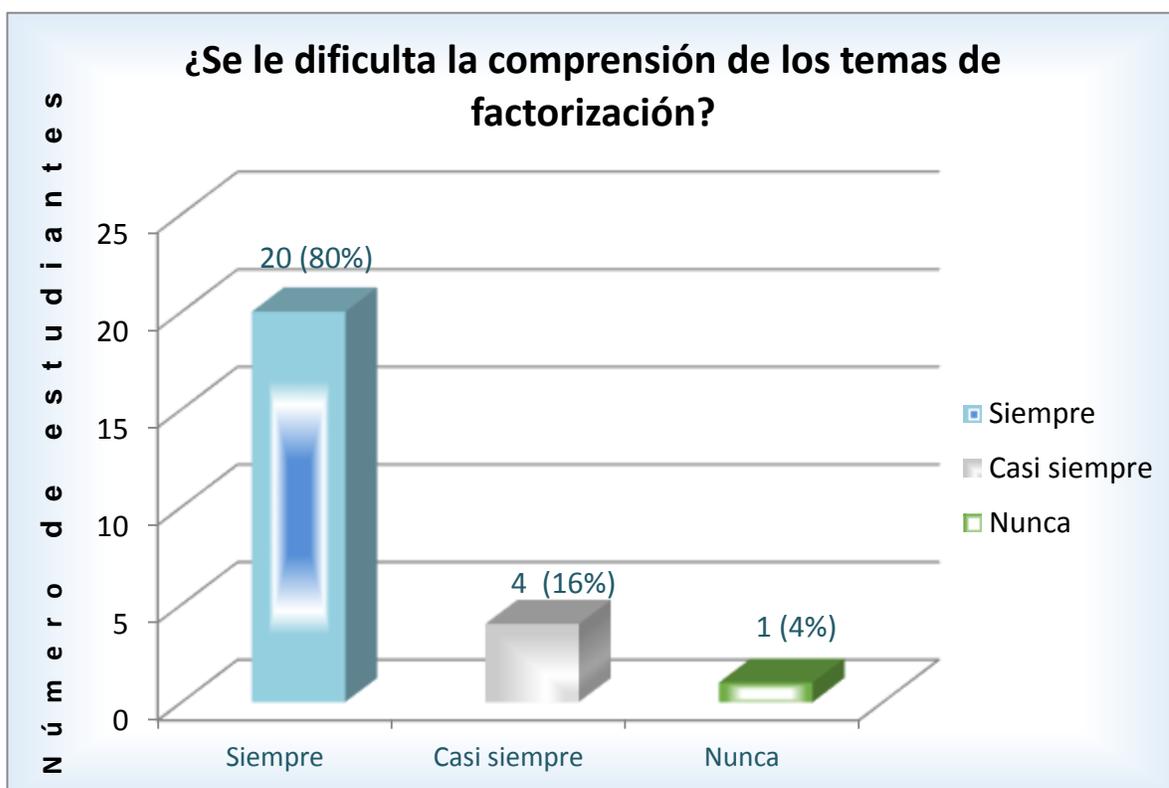


Resultados: De 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%, el 92% respondió que fue muy buena la enseñanza del maestro, el 8% dijo que fue buena.

Análisis: De acuerdo a la respuesta de los estudiantes es importante señalar que el maestro utilizó muy buena estrategia metodológica para el aprendizaje.

4.- ¿Se le dificulta la comprensión de los temas de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	20	80
Casi siempre	4	16
Nunca	1	4
Total	25	100

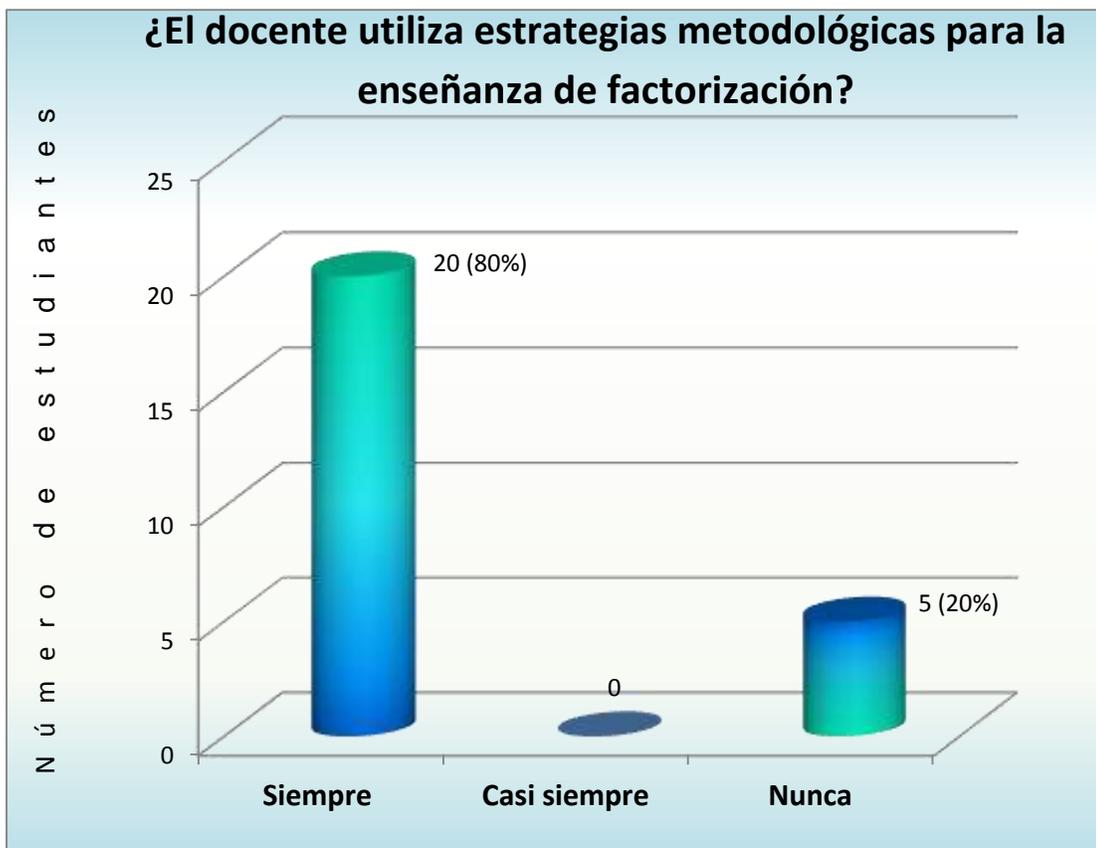


Resultado: De 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%, 80% dijeron que siempre se les dificultó el aprendizaje de casos de factorización, el 16% dijo que casi siempre y el 4% dijo que nunca se les dificultó.

Análisis: De acuerdo a la encuesta es importante señalar que los estudiantes presentan dificultades para obtener un aprendizaje significativo.

5.- ¿El docente utiliza estrategias metodológicas para la enseñanza de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	20	80
Casi siempre	0	0
Nunca	5	20
Total	25	100

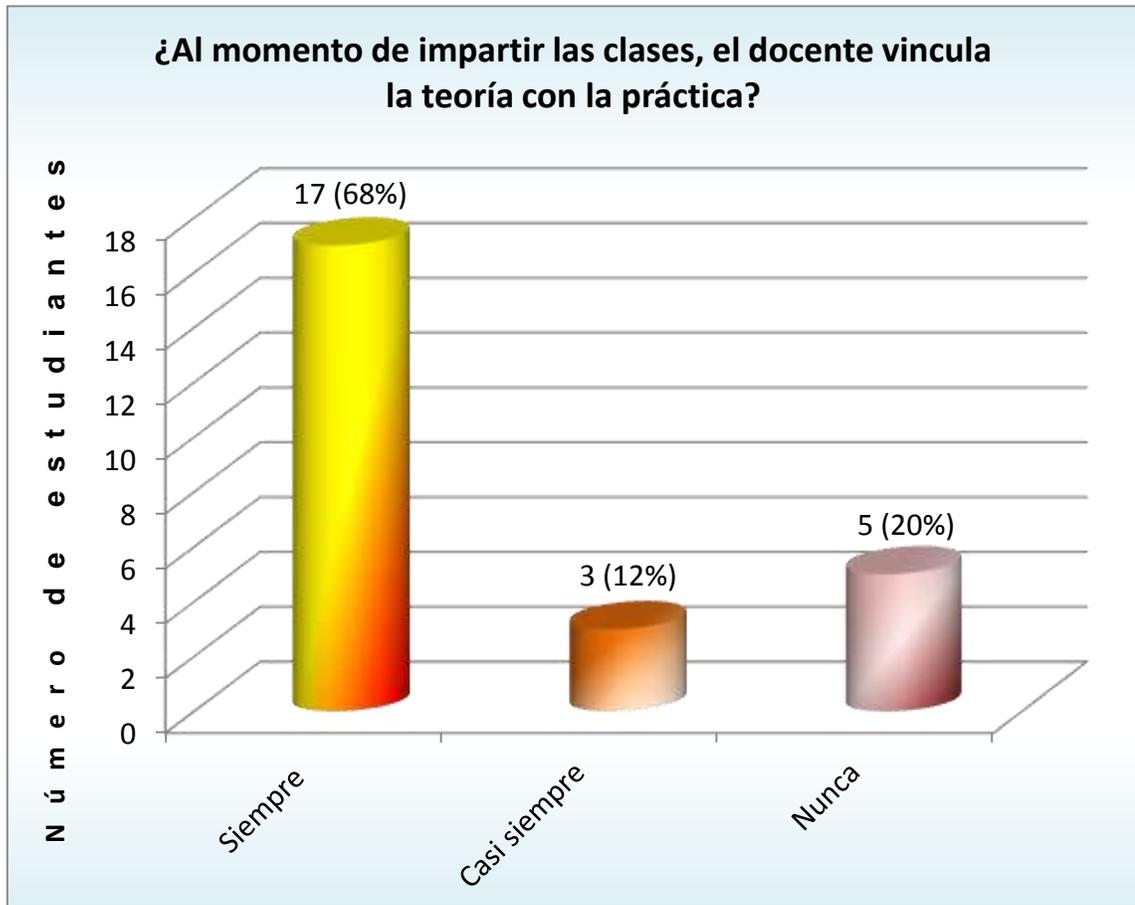


Resultado: De 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%, 80% expresó que el maestro utilizó estrategias metodológicas al impartir casos de factorización, 20% dijo que no utilizó estrategias de enseñanza - aprendizaje.

Análisis: De acuerdo a lo contestado por los estudiantes, ellos consideran muy importante las estrategias metodológicas para obtener un aprendizaje significativo y que su maestro sí las utiliza.

6.- ¿Al momento de impartir las clases, el docente vincula la teoría con la práctica?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	17	68
Casi siempre	3	12
Nunca	5	20
Total	25	100



Resultado: De los 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%; el 68% manifestó que el maestro siempre vinculó la teoría con la práctica, el 20% comentó que nunca hizo vínculos entre ellas y el 12% dijo que casi siempre.

Análisis: De acuerdo a la opinión de los estudiantes la mayoría dice que el docente siempre relacionó la teoría dada con la práctica en dichos contenidos.

7.- ¿Tuviste motivación a la hora que se te impartieron las clases de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	2	8
Casi siempre	11	44
Nunca	12	48
Total	25	100



Resultado: De los 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%, el 48% expresó que nunca fueron motivados por el docente a la hora de impartir la clase, el 44% dice que casi siempre tenían motivación, el 8% opinaron que siempre se vieron motivados.

Análisis: De acuerdo a lo contestado por los estudiantes la motivación es uno de los factores que influye en la comprensión de los contenidos de factorización.

8.- ¿Dedicaste tiempo al estudio de Factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	0	0
Casi siempre	13	52
Nunca	12	48
Total	25	100

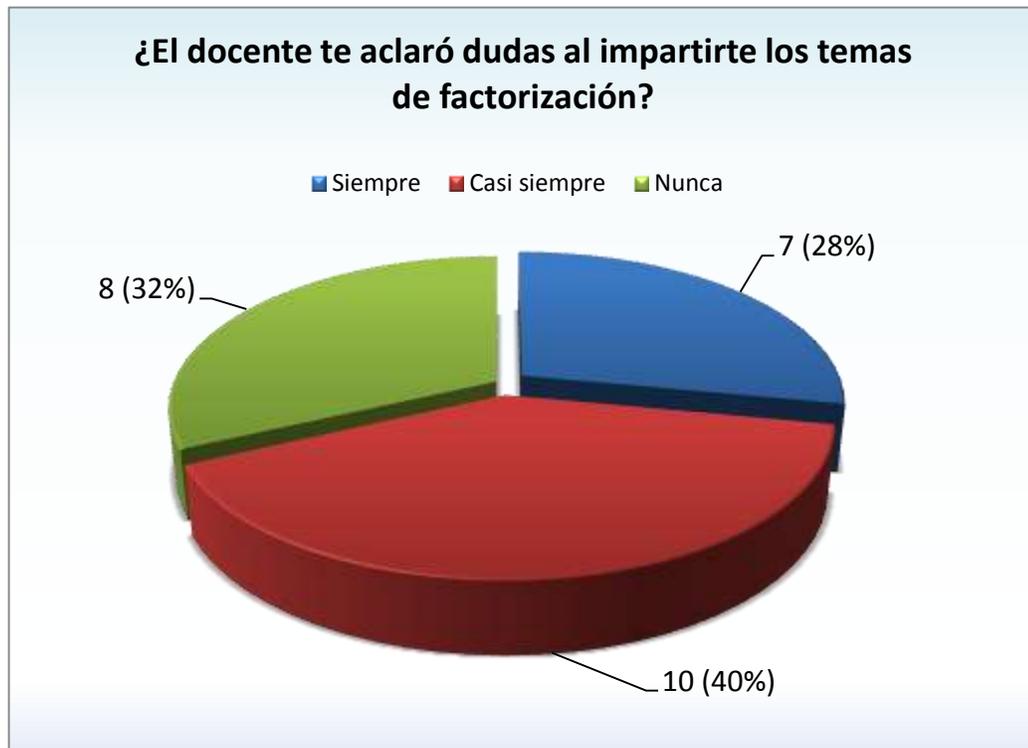


Resultados: De los 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%; el 48% dijo que dedicó tiempo al estudio de casos de factorización, el 52% dijo que nunca le dedicó tiempo.

Análisis: Conforme la opinión de los estudiantes podemos darnos cuenta que los estudiantes no se interesaron por el estudio de factorización.

9.- ¿El docente te aclaró dudas al impartirte los temas de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	7	28
Casi siempre	10	40
Nunca	8	32
Total	25	100

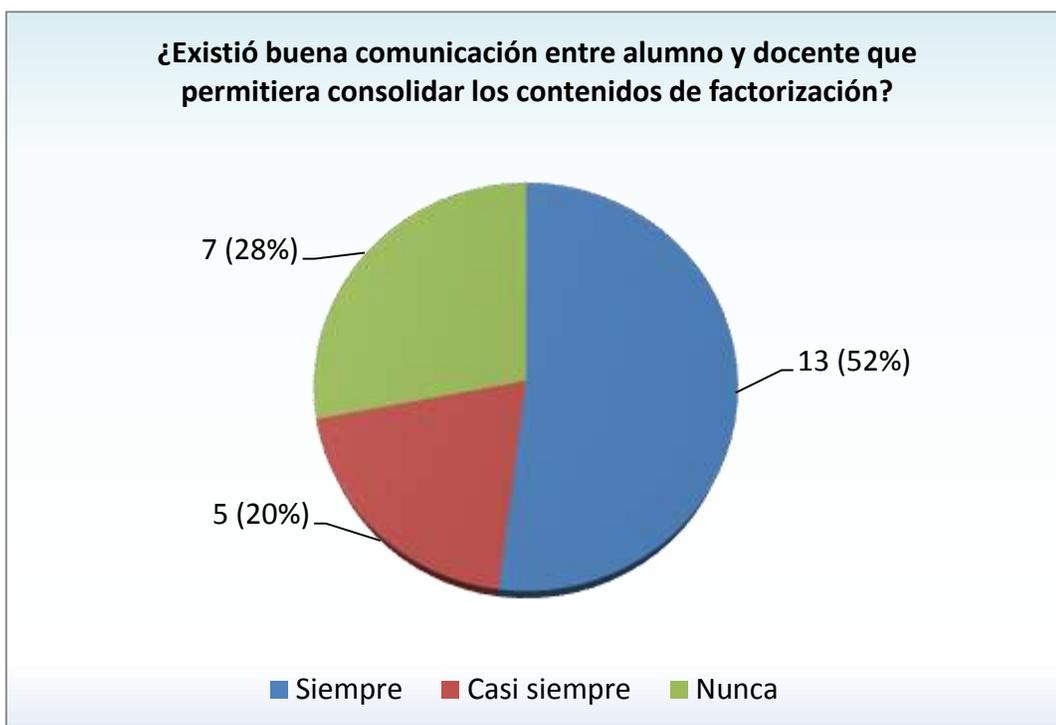


Resultados: De los 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100%, el 40% de ellos manifestó que el docente aclaró dudas, el 32% dijo que nunca las aclaró, el 28% expresó que siempre les aclararon sus dudas en dichos temas.

Análisis: con la respuesta de los estudiantes, podemos afirmar que a la mayoría de ellos el docente les aclaraba sus dudas, cuando éstos las expresaban.

10.- ¿Existió buena comunicación entre alumno y docente que permitiera consolidar los contenidos de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Siempre	13	52
Casi siempre	5	20
Nunca	7	28
Total	25	100

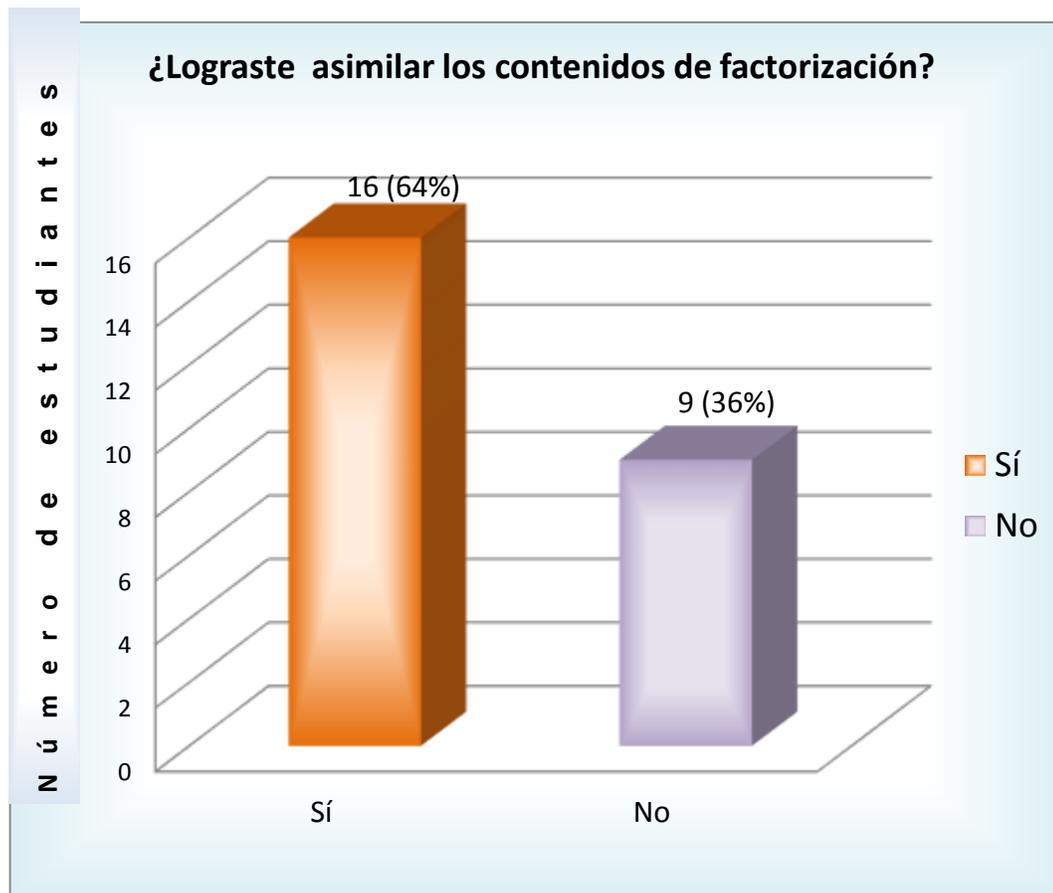


Resultado: De los 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100% se puede observar lo siguiente: el 52% manifestó que siempre hubo relación entre estudiante y docente, el 28% dijo que nunca hubo relación y el 20% expresó que siempre existe relación.

Análisis: De acuerdo a lo contestado por los estudiantes hubo muy buena relación entre el docente y estudiante o viceversa.

11.- ¿Consideras que lograste asimilar los contenidos de factorización?

Opciones	Nº de estudiantes	Porcentaje (%)
Sí	16	64
No	9	36
Total	25	100



Resultados: De los 25 estudiantes encuestados que equivalen al 100% podemos observar que el 64% asimiló los casos de factorización y 36% dijo que no los asimiló.

Análisis: De acuerdo con las respuestas de los estudiantes cabe destacar que un buen porcentaje de ellos asimilaron los contenidos de factorización.

Propuesta Metodológica

La presente propuesta metodológica de factorización la hemos elaborado teniendo en cuenta el Programa de Matemáticas de Noveno Grado (Educación Secundaria) del Ministerio de Educación (MINED) aprobado en el 2009 y aplicado a partir del 2010, además, partimos que la enseñanza de las matemáticas debe estar dirigida a desarrollar capacidades cognitivas, que contribuyan al desarrollo de la persona y ayuden a la interpretación del mundo real.

En esta propuesta metodológica de factorización proponemos una nueva forma de enseñanza – aprendizaje acorde a las necesidades de los(as) estudiantes. Por esta razón, nos proponemos que los estudiantes accedan de forma crítica y razonada a la información que se les brinde y que lo hagan de forma eficiente.

Propósitos

- Facilitar a los(as) profesores(as) un documento que le sirva de guía didáctica de modo que mejore la metodología de la enseñanza y contribuya a que el aprendizaje de los(as) estudiantes sea satisfactorio.
- Proponer el trabajo cooperativo, la solidaridad, la honestidad, fraternidad, orden, disciplina y estética, entre los estudiantes.
- Reforzar aquellos contenidos que le resulten a los(as) estudiantes difíciles de asimilar.

Competencias

- Relaciona los productos notables con la factorización.
- Comprende e interpreta los distintos métodos para factorizar un polinomio.
- Efectúa la descomposición factorial de polinomios en forma completa mediante la combinación de varios métodos.
- Respeta, valora las ideas y creencias distintas, de las propias, reconociendo el diálogo como fuente permanente de humanización, de superación de diferencias y de aproximación a la verdad.
- Desarrolla la iniciativa personal, el trabajo en equipo y el espíritu emprendedor, reconociendo la importancia del trabajo como forma de contribución al bien común, al desarrollo social y al crecimiento personal.
- Desarrolla el pensamiento matemático, mediante actividades que favorezcan la intuición y el análisis.

Conocimientos Previos

La importancia vital que desde el aula se debe acceder a la exploración de los conocimientos previos de los(as) estudiantes, y el tiempo que se dedica a su recuerdo, tratamos de desarrollar al comienzo de la propuesta metodológica, todos aquellos conceptos, procedimientos, etc., que se necesitan para la correcta comprensión de los contenidos posteriores.

Contenidos

✓ Conceptuales

1. Factorización.
 - 1.1. Concepto.
 - 1.2. Máximo Común Divisor.
 - 1.3. Factor Común Monomio.
 - 1.4. Factor Común Polinomio.

- 1.5. Diferencia de Cuadrados Perfectos.
- 1.6. Suma y Diferencia de Cubos.
- 1.7. Trinomio Cuadrado Perfecto.
- 1.8. Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.
- 1.9. Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 1$.

✓ **Procedimentales**

1. Relación entre los productos notables y la factorización.
2. Obtención del Máximo Común Divisor.
3. Descomposición factorial de un polinomio.
4. Descomposición factorial completa de un polinomio utilizando varios métodos.

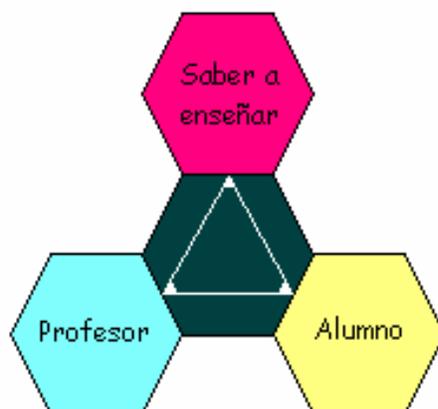
✓ **Actitudinales**

1. Interés por la elaboración de estrategias personales para la interpretación y resolución de ejercicios.
2. Valoración de la utilidad de la factorización en su formación.
3. Análisis cuidadoso y moderado de las situaciones planteadas antes de tomar decisiones.
4. Realización ordenada y sistemática de los ejercicios.
5. Utilización de un lenguaje preciso para expresar los conocimientos adquiridos.
6. Valoración del trabajo cooperativo.

Metodología

Dada la importancia de contar con una fundamentación teórica para nuestro trabajo de investigación, hemos elegido a la didáctica de la factorización como metodología, por dos razones importantes; una, por los resultados en donde los estudiantes aprenden de manera memorística cada uno de los casos y la segunda, porque creemos en las ideas que sustentan la descomposición factorial.

Es por ello que dedicaremos este estudio de factorización, el cual servirá para comentar un poco sobre las concepciones de esta didáctica y las ideas en las que se edifica. Es conveniente también hacer mención que el objeto de estudio de nuestra disciplina (Matemática Educativa y Computación), es un sistema didáctico, formado por estudiante – profesor - saber; esto nos lo indica la figura 1.



Se puede considerar también, que la descomposición factorial es uno de los temas algebraicos fundamentales y un conocimiento que ha podido sobrevivir durante siglos y que es considerado por los programas de estudio actuales; he ahí su importancia la cual radica en la gran utilización dentro de las matemáticas mismas, así, como en otras disciplinas.

Es por ello que sugerimos la siguiente metodología para la realización de las actividades de nuestra propuesta metodológica de factorización y estas son las siguientes:

- Explicar a los(as) estudiantes las competencias que se pretenden desarrollar, los contenidos a estudiar, las actividades a realizar, las distintas formas de evaluación, etc., con la intención de incentivarlos hacia el aprendizaje y la utilidad práctica de lo que se va a aprender.
- Realizar una aproximación al concepto que se va a estudiar mediante el uso de algunos de los productos notables con el fin de que los(as) estudiantes relacionen ambos conceptos.
- Propiciar de manera continua la comprensión y análisis de los nuevos conocimientos.

- Realización de las actividades bajo la orientación y supervisión del profesor que irá aclarando las dudas que surjan. La mayoría de las veces se hará de manera individual o por parejas. En ocasiones podrá hacerse en grupos, bien de nivel homogéneo o heterogéneo.
- Fomentar en los(as) estudiantes mediante trabajos grupales la comunicación, colaboración, respeto y ayuda mutua para enfrentar nuevas experiencias.
- Programar actividades grupales que propicien el ejercicio del razonamiento, la creatividad y la reflexión.
- Asignar tareas extra clase como investigaciones y ejercicios para integrar y reforzar los conocimientos aprendidos.
- Programar actividades grupales que propicien el razonamiento lógico – matemático, la creatividad y la reflexión.

Recursos y/o materiales didácticos

Los medios, materiales o recursos de enseñanza constituyen uno de los componentes relevantes y presentes en cualquier proceso dirigido a provocar aprendizaje. La selección de los recursos y/o materiales de nuestra unidad didáctica estuvieron sujetos a criterios que tengan en cuenta el contexto educativo, las características de los(as) estudiantes y; sobre todo, que estén al servicio de los propósitos educativos que se persiguen.

Entre los recursos y/o materiales didácticos seleccionados tenemos:

1. Papelógrafo
2. Cartulina
3. Tijera
4. Marcadores
5. Libros
6. Hoja de ejercicios
7. Cuaderno personal y exclusivo de la asignatura.

Temporización

La siguiente tabla (Tabla No. 1) muestra el tiempo que proponemos para el desarrollo del tema de factorización, sabiendo que el tiempo destinado es flexible.

Tabla No. 1. Distribución de contenidos y temporización.

No.	Tema	Tiempo Probable (1 hora clase = 45)
1	Factorización	
1.1	Concepto	1
1.2	Factor Común Monomio Factor Común por Agrupación	3
1.3	Diferencia de Cuadrados Perfectos.	2
1.4	Suma o Diferencia de Cubos.	2
1.5	Trinomio Cuadrado Perfecto.	2
1.6	Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$.	2
1.7	Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$, $a \neq 1$.	2
Total		14

Evaluación

No existe una definición única de evaluación. Ésta debe entenderse como un proceso integral, en el que se contemplan diversas dimensiones o vertientes: análisis del proceso de aprendizaje de los y las estudiantes, análisis del proceso de enseñanza y de la práctica docente, y análisis del propio currículo.

La evaluación ha de tener un carácter formativo: se da a lo largo de todo el proceso de enseñanza – aprendizaje, debe ir encaminada a que los(as) estudiantes consigan su

autonomía y un método de aprender, evalúa destrezas y por todo ello es que el profesor debe adecuar el proceso de enseñanza – aprendizaje a las necesidades de los(as) estudiantes. Este carácter formativo lleva a realizar una evaluación sumativa, teniendo que dar al final del proceso un resultado considerando y sopesando todo el trabajo realizado de forma continuada.

Aspectos a evaluar

A. El progreso del estudiante

- La adecuación del proceso educativo.
- La idoneidad de los materiales.
- La necesidad de modificación.

B. Conceptos. Procedimientos. Actitudes.

Etapas

(a) Evaluación inicial

Diagnóstica la situación cognitiva de los(as) estudiantes antes de desarrollar un tema nuevo. Dicha evaluación inicial se realizará normalmente por medio del diálogo con los(as) estudiantes para detectar errores fundamentales o carencias de conocimientos.

(b) Evaluación formativa

Analiza el avance del proceso de enseñanza – aprendizaje. Esto es, el seguimiento diario de la evolución de los(as) estudiantes frente a los contenidos de la Unidad Didáctica. Su naturaleza es de seguimiento constante y personalizado, la cual constituye un punto de partida para retomar algunas técnicas que propicien la motivación para dar atención individualizada, establecer actividades que se desarrollen a través del trabajo cooperativo y la modificación de estrategias didácticas.

(c) Evaluación Sumativa

Esta forma de evaluación contrasta fuertemente con la evaluación diagnóstica y la formativa, ya que mientras en éstas se toma en cuenta el proceso de enseñanza – aprendizaje, el ritmo de aprendizaje de los(as) estudiantes con la finalidad de evitar errores y fracasos en un momento en que todavía se pueden realizar actividades alternativas de recuperación y que hacen que la evaluación sea auténtica, la evaluación sumativa en un momento determinado que certifica un nivel y puede prescribir una repetición.

Se realizará una prueba final para constatar el logro de los aprendizajes de los(as) estudiantes.

Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación proporcionan información sobre los aspectos a considerar para determinar el tipo de aprendizaje que han alcanzado los(as) estudiantes, en cada uno de los momentos del proceso enseñanza – aprendizaje. Tienen un carácter orientativo y procesual; por tanto, no pueden utilizarse para imaginar, seleccionar o agrupar estudiantes. Siendo estos los criterios:

1. Relaciona los productos notables y los casos de factorización.
2. Obtiene el Máximo Común Divisor de dos o más expresiones.
3. Identifica los casos de factorización.
4. Descompone polinomios en factores primos.
5. Utiliza estrategias y técnicas simples en la resolución de ejercicios y comprueba la solución obtenida.
6. Valora la capacidad de análisis e interpretación en la resolución de ejercicios.

Instrumentos de evaluación

Para llevar a cabo la evaluación es necesario poner atención a la forma de obtener y seleccionar la información relevante, por lo que debemos tener presente los instrumentos de evaluación que vamos a utilizar, así como unos criterios establecidos que nos regulen este proceso.

Los instrumentos de evaluación que utilizaremos en nuestra unidad didáctica son:

- A. Pruebas individuales escritas.
- B. Intervención y preguntas orales.
- C. Resolución de ejercicios en la pizarra.
- D. Cuaderno.
- E. Trabajos grupales en clase.
- F. Trabajo extra clase.
- G. Guía de observación que valore el desempeño de los(as) estudiantes en las actividades que se propongan a diario.

Plan de clase N° 1

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del profesor o la profesora: _____

Disciplina: Matemáticas

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicadores de logros:

- ✓ Reconoce la importancia de la factorización.
- ✓ Comprende el significado de la descomposición de un polinomio en factores primos.
- ✓ Relaciona los productos notables con la factorización.

Contenido

- ✓ Concepto de factorización

Actividades de Iniciación

1.- Presentar en un papelógrafo los distintos productos notables.

(a) Cuadrado de la suma o diferencia de dos cantidades $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

(b) Producto de la forma $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

(c) Producto de la forma $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(d) Producto de la forma $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

(g) Producto de la forma $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

(h) Producto de la forma $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

(i) Cubo de la suma o diferencia de dos cantidades $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

2.- Orientar a los(as) estudiantes que escriban el resultado de los siguientes productos:

✓ $3x^2y^3z(-2xy^2z + 4xyz - 3x^3y^2z^3)$

✓ $(3 - 5uy)^2$

✓ $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$

✓ $(x - 5)(x + 3)$

✓ $(3x - 2y)(2x + 5y)$

✓ $\left(\frac{3}{5}a^2b^3c + 0.01\right)\left(\frac{3}{5}a^2b^3c - 0.01\right)$

Actividades de Desarrollo

Concepto de Factorización.

Recordemos que en el conjunto **Z** de los números enteros se estudió una relación importante: Divisibilidad.

¿Cuáles son los divisores (o factores) positivos de 15? ¿Por qué decimos que 1, 3 y 5 son factores o divisores de 15? ¿Cuál es la descomposición en factores primos de 15?

Esta relación la podemos extender a los polinomios.

Al inicio de clase recordamos que un producto de polinomios puede ser expresado como una suma de términos. Por ejemplo,

$$(3x^2y + 5z)(3x^2y - 5z) = 9x^4y^2 - 25z^2$$

$$(m + 5)(m - 3) = m^2 + 2mn - 15$$

Tanto en (a) y (b) hemos expresado ambos productos como una suma. También, podemos expresar una suma de términos como un producto de polinomios. A este proceso se le llama factorización.

Si un polinomio es producto de otros polinomios, entonces cada polinomio es un factor del polinomio original. Así, como $(2m + 5n)(2m - 5n) = 4m^2 - 25n^2$

Los polinomios $2m + 5n$ y $2m - 5n$ son factores de $4m^2 - 25n^2$. ¿Cómo comprobamos que $2m + 5n$ y $2m - 5n$ son factores de $4m^2 - 25n^2$?

La factorización es importante en matemáticas, porque se puede usar para reducir el estudio de una expresión complicada, al de varias expresiones más simples. Por ejemplo, pueden determinarse las propiedades del polinomio $9x^2 - 4y^2$ examinando los factores $3x - 2y$ y $3x + 2y$. Otro uso importante para la factorización es determinar soluciones de ecuaciones.

Un polinomio con coeficientes en algún conjunto S de números, es primo, o irreducible sobre S , si no se puede escribir como producto de dos polinomios de grado positivo con coeficientes en S . Un polinomio puede ser irreducible sobre un conjunto S , pero no sobre otro. Por ejemplo, $x^2 - 3$ es irreducible sobre los números racionales, porque no puede expresarse como producto de dos polinomios de grado positivo que tengan coeficientes racionales. Sin embargo, $x^2 - 3$ no es irreducible sobre los números reales, porque es posible escribir
$$x^2 - 3 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

Todo polinomio $ax + b$ de grado 1 es irreducible.

Antes de factorizar un polinomio, se debe especificar el sistema (o conjunto) numérico del cual se toman los coeficientes de los factores. En este epígrafe se aplica la regla de que si un polinomio tiene coeficientes enteros, entonces los factores deben ser polinomios con coeficientes enteros. Factorizar un polinomio quiere decir expresarlo en forma de producto de polinomios irreducibles.

Actividades de Culminación

- ✓ ¿Qué es factor o divisor de un polinomio?
- ✓ ¿Cuándo un polinomio es primo o irreducible?
- ✓ ¿Qué es factorizar un polinomio?

Evaluación

Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de la clase.

Tarea para entregar:

¿Cómo comprueba si un polinomio es divisor de otro polinomio?

Verifique si $2x - 3y$ es factor de $6x^2 + x - 15y^2$.

Verifique si $4a^2 - 10ab + 25b^2$ es factor de $8a^3 - 27b^3$.

Plan de Clase N° 2

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del profesor o la profesora: _____

Disciplina: Matemáticas

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Contenido:

- ✓ Factor Común Monomio.
- ✓ Factor Común por Agrupación.

Indicador de logro

- ✓ Descompone un polinomio en factores primos haciendo uso de los siguientes métodos: Factor Común Monomio y Factor Común Polinomio.

Actividades de Iniciación

¿Cuál es la relación que se da entre los productos notables y factorización?

Rememorar el Máximo Común Divisor (MCD) de dos o más polinomios.

El máximo común divisor de dos o más expresiones es el factor o divisor más grande que divide a cada expresión. Considere los tres números enteros 12, 18 y 24. El máximo común divisor (M.C.D) de estos tres números es 6, puesto que 6 es el número mayor que divide (es un factor de) a cada uno de estos números.

El M.C.D de una colección de términos que contienen variables es fácil de calcular. Considérense los términos x^3 , x^4 , x^5 y x^6 . El M.C.D de estos términos es x^3 , puesto que,

x^3 es la mayor potencia de x que divide a todos los términos. Nótese que el M.C.D de una colección de términos es la potencia más pequeña de la variable común.

- ✓ ¿Cuál es el M.C.D de los términos siguientes?: $6x^2y^3$, $9x^3y^4$, $24x^4$?
- ✓ ¿Cuál es el M.C.D de los términos siguientes?: $6(x-3)^2$, $5(x-3)$, $18(x-3)$?

Actividades de Desarrollo

Factor Común Monomio

Factorice los siguientes polinomios:

$$3x^3y + 6x^2y^3 + 12x^4y^2$$

Solución

El M.C.D es: $3x^2y$. Luego,

$$\begin{aligned} 3x^3y + 6x^2y^3 + 12x^4y^2 &= (3x^2y)(x) + (3x^2y)(2y^2) + (3x^2y)(4x^2y) \\ &= 3x^2y(x + 2y^2 + 4x^2y) \end{aligned}$$

$$25m^4n^2p^5 - 15m^2np^3t^2 + 55m^3np^4r - 5m^2np^2$$

Solución

El M.C.D es $5m^2np^2$. Luego,

$$25m^4n^2p^5 - 15m^2np^3t^2 + 55m^3np^4r - 5m^2np^2 = 5m^2np^2 (5m^2np^3 - 3pt^2 + 11mp^2r - 1)$$

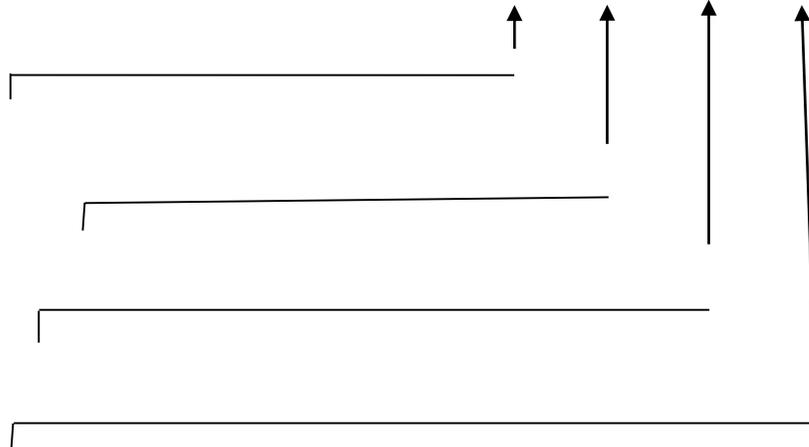
Observe que:

$$\frac{25m^4n^2p^5}{5m^2np^2} = 5m^2np^3$$

$$-\frac{15m^2np^3t^2}{5m^2np^2} = -3pt^2$$

$$\frac{55m^3np^4r}{5m^2np^2} = 11mp^2r$$

$$-\frac{5m^2np^2}{5m^2np^2} = -1$$



Concluimos

Factorizar un polinomio geoméricamente significa transformar una figura lineal rectilínea en un rectángulo de la misma altura o bien de igual base, o cuadrado, cuya área o producto de sus lados es la factorización de la expresión algebraica. Si no es posible construir dicho rectángulo o cuadrado, significa que la expresión no es factorizable en el dominio numérico de los números racionales.

Factor Común por Agrupación.

Esta técnica se utiliza cuando se tiene una suma de cuatro términos o más. En nuestra Unidad Didáctica nos limitamos a suma de cuatro términos. Es importante para factorizar trinomios.

Factorización por agrupación:

- ✓ Arregle los cuatro términos en dos grupos de dos términos cada uno. Cada grupo de dos términos debe tener un M.C.D.
- ✓ Factorice el M.C.D de cada grupo de dos términos.
- ✓ Si los dos términos formados en el paso 2 tienen un M.C.D, entonces, factorice con ese M.C.D.

Ejemplo 2

- ✓ Factorice $6x^3 + 9x^2 + 8x + 12$.
- ✓ Solución
- ✓ Se agrupan los dos primeros términos y los dos últimos, y después se procede como sigue: $6x^3 + 9x^2 + 8x + 12 = (6x^3 + 9x^2) + (8x + 12)$

$$= 3x^2(2x + 3) + 4(2x + 3)$$

$$= (3x^2 + 4) (2x + 3)$$

- ✓ Factorice $4ac + 2bc - 2ad - bd$.

Solución:

$$4ac + 2bc - 2ad - bd = (4ac + 2bc) - (2ad + bd)$$

$$= 2c(2a + b) - d(2a + b)$$

$$= (2c + d) (2a + b)$$

Obsérvese que al agruparse los dos últimos términos, ellos cambian de signo para introducir un signo de agrupación precedido del signo menos.

Actividades de Culminación

Factorice los siguientes polinomios:

- ✓ $28a^2b^3c^5 - 21a^3bc^3 - 44a^4b^3c^2$
- ✓ $12x - 8 - 36x^2 + 24x$

Actividad de Evaluación

Realice en casa y entréguelo en la próxima sesión de clase.

Factorice analíticamente y geoméricamente los siguientes polinomios:

- ✓ $30x^4y^3z^2 - 42x^2y^2z^5 - 18x^3y^2z^3 + 24x^3y^4z^2$
- ✓ $6x^4 - 9x^3y + 8xy - 12y^2$

Plan de Clase N° 3

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del profesor o la profesora: _____

Disciplina: Matemáticas

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro

- ✓ Descompone un polinomio en factores primos haciendo uso del método de Diferencia de Cuadrados Perfectos.

Contenido

- ✓ Diferencia de cuadrados perfectos.

Actividades de Iniciación

- ✓ ¿A qué es igual el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades?
- ✓ Escriba por simple inspección, el resultado de los siguientes productos.
 - $(3x + 2y)(3x - 2y)$
 - $\left(\frac{3}{5}x^2y + 7z^3\right)\left(\frac{3}{5}x^2y - 7z^3\right)$
 - $[3m + (2n - p)][3m - (2n - p)]$

Actividades de Desarrollo

Observemos que

$$\begin{aligned}(5b + 3c)(5b - 3c) &= (5b)^2 - (3c)^2 \\ &= 25b^2 - 9c^2\end{aligned}$$

Por la simetría de la igualdad, también podemos decir que,

$$\begin{aligned}25b^2 - 9c^2 &= (5b)^2 - (3c)^2 \\ &= (5b + 3c)(5b - 3c)\end{aligned}$$

El procedimiento empleado para expresar $25b^2 - 9c^2 = (5b + 3c)(5b - 3c)$ corresponde al método de Diferencia Cuadrados Perfectos.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Esta expresión corresponde al Método de Diferencia de Cuadrados Perfectos.

- ✓ Para factorizar un polinomio mediante el método de Diferencia de Cuadrados Perfectos, ¿qué condiciones debe cumplir el polinomio?

Actividades de Culminación

- ✓ Factorice geoméricamente los siguientes polinomios.

a. $x^2 - 9$

b. $4y^2 - 25$

- ✓ Factorice los siguientes polinomios.

a. $36a^2b^4c^2 - 81d^4$

b. $\frac{9}{25}x^4y^6 - \frac{1}{4}z^2$

c. $(3a - 5b)^2 - (a + 7b)^2$

Evaluación

Los siguientes ejercicios se plantean para ser resueltos en casa y serán entregados en la siguiente sesión de clase.

✓ Factorice geoméricamente los siguientes polinomios.

a. $m^2 - 4n^4$

b. $4a^2 - 9$

✓ Factorice los siguientes polinomios.

a. $100x^5y^2 - 36z^2$

b. $0.01b^8 - 25c^4$

c. $(3m - 5n)^2 - (25 + 3n)^2$

d. $49 - (12 - 3x)^2$

Plan de Clase N° 4

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del profesor o la profesora: _____

Disciplina: Matemáticas

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro

- ✓ Descompone un polinomio en factores primos haciendo uso del método de Suma o Diferencia de Cubos.

Contenido

Suma o Diferencia de Cubos.

Actividades de Iniciación

- ✓ ¿Cuál es el resultado de multiplicar $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$?
- ✓ ¿Cuál es el resultado de multiplicar $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$?
- ✓ Escriba por simple inspección, el resultado de los siguientes productos.
 - $(3x + 5y)(9x^2 - 15xy + 25y^2)$
 - $\left(\frac{1}{3}x^2y - \frac{2}{5}z^2\right)\left(\frac{1}{9}x^4y^2 + \frac{2}{15}x^2yz^2 + \frac{4}{25}z^4\right)$

Actividades de Desarrollo

- ✓ Suma de cubos.

Observemos que

$$\begin{aligned}(3m^3 + 5n^2)(9m^6 - 15m^3n^2 + 25n^4) &= (3m^3)^3 + (5n^2)^3 \\ &= 27m^9 + 125n^6\end{aligned}$$

Por la simetría de la igualdad, también podemos decir que,

$$\begin{aligned}27m^9 + 125n^6 &= (3m^3)^3 + (5n^2)^3 \\ &= (3m^3 + 5n^2)(9m^6 - 15m^3n^2 + 25n^4)\end{aligned}$$

El procedimiento que se empleó para expresar

$$27m^9 + 125n^6 = (3m^3 + 5n^2)(9m^6 - 15m^3n^2 + 25n^4)$$

Corresponde al método de Suma de Cubos.

Respondan las siguientes interrogantes:

1. ¿Qué condiciones debe cumplir una suma de dos términos para descomponer en el producto de dos factores?
2. ¿Cuál es la descomposición factorial de $x^3 + y^3$? Expréselo en lenguaje coloquial.
✓ Diferencia de cubos.

Observemos que

$$\begin{aligned}(2p^2 - 3q^3)(4p^4 + 6p^2q^3 + 9q^6) &= (2p^2)^3 - (3q^3)^3 \\ &= 8p^6 - 27q^9\end{aligned}$$

Por la simetría de la igualdad, también podemos decir que,

$$\begin{aligned}8p^6 - 27q^9 &= (2p^2)^3 - (3q^3)^3 \\ &= (2p^2 - 3q^3)(4p^4 + 6p^2q^3 + 9q^6)\end{aligned}$$

El procedimiento que se empleó para expresar

$$8p^6 - 27q^9 = (2p^2 - 3q^3)(4p^4 + 6p^2q^3 + 9q^6)$$

Corresponde al método de Diferencia de Cubos.

Respondan las siguientes interrogantes:

- ✓ ¿Qué condiciones debe cumplir una diferencia de dos términos para descomponer en el producto de dos factores?
- ✓ ¿Cuál es la descomposición factorial de $x^3 - y^3$? Expréselo en lenguaje coloquial.

En conclusión

(i) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(ii) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Actividades de Culminación

Factorice los siguientes polinomios:

a. $27x^6y^3 - 64z$

b. $\frac{6^1}{8}a^3 + 125b^9c^3$

Evaluación

- ✓ Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de la clase.
- ✓ Los siguientes ejercicios se plantean para ser resueltos en casa y serán entregados en la siguiente sesión de clase.
 - a. Factorizar $24x^3 - 81y^3$.
 - b. Factorizar $16y^6 + 250x^3$.

Plan de Clase N° 5

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del profesor: _____

Disciplina: Matemática

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro:

- ✓ Descompone un polinomio en factores primos haciendo uso del método del Trinomio Cuadrado Perfecto.

Contenido

- ✓ Trinomio Cuadrado Perfecto.

Actividades de Iniciación

- ✓ ¿A qué es igual el cuadrado de la diferencia de dos cantidades?
- ✓ ¿A qué es igual el cuadrado de la suma de dos cantidades?
- ✓ Escriba por simple inspección, el resultado de:

1. $(2x + 3y)^2$

2. $\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{5}y^2\right)^2$

Actividades de Desarrollo

- ✓ Observemos que

$$(2m + 5n)^2 = (2m)^2 + 2(2m)(5n) + (5n)^2$$

$$= 4m^2 + 20mn + 25n^2$$

Por la simetría de la igualdad, también podemos decir que,

$$\begin{aligned}4m^2 + 20mn + 25n^2 &= (2m)^2 + 2(2m)(5n) + (5n)^2 \\ &= (2m + 5n)^2\end{aligned}$$

El procedimiento que se empleó para expresar

$$4m^2 + 20mn + 25n^2 = (2m + 5n)^2$$

Corresponde al método del Trinomio Cuadrado Perfecto.

✓ Observemos que:

$$\begin{aligned}(3x - 2y^2)^2 &= (3x)^2 - 2(3x)(2y^2) + (2y^2)^2 \\ &= 9x^2 - 12xy^2 + 4y^4\end{aligned}$$

Por la simetría de la igualdad, también podemos decir que,

$$\begin{aligned}9x^2 - 12xy^2 + 4y^4 &= (3x)^2 - 2(3x)(2y^2) + (2y^2)^2 \\ &= (3x - 2y^2)^2\end{aligned}$$

✓ **Respondan:**

1. ¿Cuáles son las reglas para conocer si un trinomio es cuadrado perfecto?
2. ¿Cuál es la descomposición factorial de $(a + b)^2$?

✓ Regla para conocer si un trinomio es cuadrado perfecto.

1. Un trinomio ordenado con relación a una literal.
2. Es cuadrado perfecto cuando el primer y tercer término son cuadrados perfectos.
3. El segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas.

✓ Procedimiento para factorizar.

1. Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer término.
2. Se encierra entre paréntesis la raíz cuadrada del primer y tercer término separándolo con el signo que tiene el segundo término del trinomio.
3. Se eleva el paréntesis al cuadrado.

✓ Ejemplo

Factorice los siguientes polinomios:

1. $4x^2 + y^2 + 4xy$

Solución

(i) Ordenamos en forma descendente al trinomio con respecto a una literal, x.

$$4x^2 + y^2 + 4xy = 4x^2 + 4xy + y^2$$

(ii) Aplicamos la regla para conocer si el trinomio es cuadrado perfecto.

Raíz cuadrada de $4x^2$ es $2x$.

Raíz cuadrada de y^2 es y .

Duplo de ambas raíces cuadradas es $2(2x)(y) = 4xy$ que es el segundo término del trinomio ordenado.

Concluimos que el trinomio es cuadrado perfecto.

(iii) Aplicamos el procedimiento para factorizar trinomio cuadrado perfecto.

$$4x^2 + y^2 + 4xy = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$= (2x + y)^2$$

a. $9a^4 - 30a^2b^3 + 25b^6$

Solución

El trinomio se encuentra ordenado. A continuación aplicamos la regla para conocer si el trinomio dado es cuadrado perfecto.

Raíz cuadrada de $9a^4$ es $3a^2$.

Raíz cuadrada de $25b^6$ es $5b^3$.

Duplo de ambas raíces cuadradas es $2(3a^2)(5b^3) = 30a^2b^3$ que es el segundo término del trinomio.

Concluimos que el trinomio es cuadrado perfecto.

(iv) Aplicamos el procedimiento para factorizar trinomio cuadrado perfecto.

$$9a^4 - 30a^2b^3 + 25b^6 = (3a^2 - 5b^3)^2$$

Actividades de Culminación

Factorice los siguientes polinomios.

1. $a^2 + 4ab + 2b^2$
2. $y^4 + 2y^2 + 1$
3. $4a^2 + 8ab + 2b^2$
4. $9b^2 - 30a^2b + 25a^4$

Evaluación

- ✓ Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en la resolución de ejercicios.
- ✓ Entregar resuelto en la próxima sesión de clase las siguientes actividades.
 - a. Represente geoméricamente: $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.
 - b. $100x^8 + 9a^8y^6 - 60x^4y^3a^4$

Plan de Clase N° 6

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del o de la docente: _____

Disciplina: Matemáticas

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro

- ✓ Descompone un polinomio en factores primos haciendo uso del método del Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

Contenido

- ✓ Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

Actividades de Iniciación

- ✓ Escriba el resultado de los siguientes productos, por simple inspección.

a. $(x + 3)(x + 7)$

b. $(x + 5)(x - 3)$

c. $(y - 3)(y + 8)$

d. $(y - 5)(y - 2)$

e. $(x + a)(x + b)$

Actividades de Desarrollo

- ✓ Observemos que

$$(m + 5)(m - 3) = m^2 + [5 + (-3)] m + (5) (-3)$$

$$= m^2 + 2m - 15$$

Por la simetría de la igualdad, también podemos decir que,

$$m^2 + 2m - 15 = m^2 + [5 + (-3)] m + (5) (-3)$$

$$= (m + 5) (m - 3)$$

Para factorizar el trinomio $m^2 + 2m - 15$, en un producto de dos factores $(m + a) (m + b)$, debemos de encontrar los valores de a y de b , tales que $a + b = 2$ y $ab = -15$.

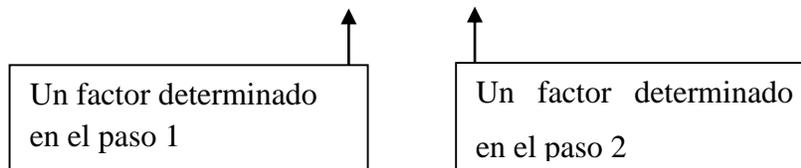
El procedimiento que se empleó para expresar

$$m^2 + 2m - 15 = (m + 5) (m - 3)$$

Corresponde al método del Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$.

Para factorizar trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ (nótese que $a = 1$)

1. Encuentre dos números (o factores) cuyo producto sea c , y cuya suma sea b .
2. Los factores del trinomio son de la forma
 $(x \quad)(x \quad)$



Este procedimiento se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo

Factorice $x^2 + 7x + 6$.

Solución

$a = 1$; $b = 7$; $c = 6$. Debemos encontrar dos números cuyo producto sea c , 6 , y cuya suma sea b , 7 .

Factores de 4	Suma de factores
2×3	$2 + 3 = 5$
$(-2)(-3)$	$(-2) + (-3) = -5$
1×6	$1 + 6 = 7$
$(-1)(-6)$	$(-1) + (-6) = -7$

Los números que se buscan son 1 y 6. Entonces,

$$x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$$

Actividades de Culminación

✓ Factorice los siguientes polinomios:

a. $x^2 + 2xy - 15y^2$

Solución

Se deben encontrar dos números cuyo producto sea -15 y cuya suma sea 2. Los dos números son 5 y -3 . Obsérvese que $(5)(-3) = -15$ y $5 + (-3) = 2$. Puesto que el último término del trinomio contiene una y^2 , el segundo término de cada factor debe contener a y . Entonces,

$$x^2 + 2xy - 15y^2 = (x + 5)(x - 3y)$$

Si cada término de un trinomio tiene un factor común, aplique la propiedad distributiva para quitar el factor común antes de seguir el procedimiento descrito anteriormente.

a. $y^2 - 12y + 11$

b. $p^2 - 17p - 60$

c. $x^2 - 5xy - 84$

Evaluación

- ✓ Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
 - ✓ Entregar resuelto en la próxima sesión de clase.
1. Factorice geoméricamente el trinomio $y^2 + 3y + 2$.
 2. Factorice completamente los siguientes polinomios:
 - (i) $a^2 - 11ab + 18b^2$
 - (ii) $m^4 - 5m - 4$

Plan de Clase N° 7

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del o de la docente: _____

Disciplina: Matemática

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro

- ✓ Descompone un polinomio en factores primos haciendo uso del método del Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, con $a \neq 1$.

Contenido

- ✓ Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, con $a \neq 1$.

Actividades de Iniciación

- ✓ Escriba el resultado de los siguientes productos, por simple inspección.
 - $(2x - 3)(3x + 5)$
 - $(x - 7)(3x + 1)$
 - $(5x + 2)(3x - 4)$

Actividades de Desarrollo

- ✓ Esta actividad será desarrollada por el profesor o la profesora.

Ilustraremos dos métodos para factorizar un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 1$ cuando sea posible. El primer método hace uso de la factorización por agrupación. El segundo método, de tanteos, comprende al probar varias combinaciones antes de encontrar la combinación correcta.

Método 1

- ✓ Para factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, $a \neq 1$, por agrupación, procedemos de la siguiente manera:
 - a. Determinamos dos números cuyo producto sea $a \cdot c$, y cuya suma sea b .
 - b. Vuelva a expresar el término bx empleando los números determinados en el paso 1.
 - c. Factorice por agrupación.

Ejemplo

Factorice $2x^2 - 5x - 12$

Solución

$a = 2$, $b = -5$, $c = -12$.

Debemos de encontrar dos números cuyo producto sea $a \cdot c = (2)(-12) = -24$, y cuya suma sea b , -5 . Los dos números son -8 y 3 . Nótese que $(-8)(3) = -24$ y $-8 + 3 = -5$.
Expresé otra vez el término bx , $-5x$, empleando -8 y 3 .

$$\begin{aligned}2x^2 - 5x - 12 &= 2x^2 - 8x + 3x - 12 \\ &= (2x^2 - 8x) + (3x - 12) \\ &= 2x(x - 4) + 3(x - 4) \\ &= (2x + 3)(x - 4)\end{aligned}$$

Nótese que en este ejemplo se expresó $-5x$ como $-8x + 3x$. La misma respuesta puede obtenerse si se escribe $-5x$ como $3x - 8x$. Por tanto, no importa qué factor se exprese primero al factorizar por agrupación.

Ejemplo

Factorice $12x^2 - 19x + 5$

Solución

En este caso, $a = 12$, $b = -19$, $c = 5$. Deben encontrarse dos números cuyo producto sea $a \cdot c = 12 \cdot 5 = 60$, y cuya suma sea $b = -19$. Puesto que el producto de los números es positivo y su suma es negativa, los dos números deben ser ambos negativos ¿Por qué?

Los dos números son -15 y -4 . Nótese que $(-15)(-4) = 60$ y $(-15) + (-4) = -19$.

$$\begin{aligned} 12x^2 - 19x + 5 &= 12x^2 - 15x - 4x + 5 \\ &= (12x^2 - 15x) - (4x - 5) \\ &= 3x(4x - 5) - (4x - 5) \\ &= (3x - 1)(4x - 5) \end{aligned}$$

Método 2. (De ensayo y error)

Ahora veremos el método de ensayo y error para factorizar trinomios. Como apoyo en nuestra explicación, multiplicaremos $(2x + 3)(x + 1)$ mediante el método PEIU.

P E I U

$$(2x + 3)(x + 1) = (2x)(x) + (2x)(1) + (3)(x) + (3)(1) = 2x^2 + 2x + 3x + 3 = 2x^2 + 5x + 3$$

suma de los productos de los
términos interiores y exteriores



Al factorizar el trinomio $2x^2 + 5x + 3$, hay que tener presente que el producto de los primeros términos de los factores debe ser $2x^2$, que el producto de los últimos términos debe ser 3, y que la suma de los productos de los términos exteriores e interiores debe ser $5x$.

Para factorizar $2x^2 + 5x + 3$ procedemos como se muestra:

$2x^2 + 5x + 3 = (2x + \quad)(x + \quad)$ el producto de los primeros términos es $2x^2$. Incluya ahora los segundos términos con enteros positivos cuyo producto sea 3. Únicamente se consideran enteros positivos, pues el producto de los dos últimos es positivo, y la suma de

los productos de los términos exteriores e interiores, también es positiva. Las dos posibilidades son como sigue:

$$\left. \begin{array}{l} (2x + 1)(x + 3) \\ (2x + 3)(x + 1) \end{array} \right\} \text{El producto de los últimos términos es 3}$$

Para determinar cuál es el proceso de factorización correcto, determine la suma de los productos de los términos exteriores e interiores. Si alguno de ellos tiene una suma de $5x$, el término medio del trinomio, entonces ése es el proceso de factorización correcto.

$$(2x + 1)(x + 3) = 2x^2 + 7x + 3 \text{ término medio incorrecto}$$

$$(2x + 3)(x + 1) = 2x^2 + 5x + 3 \text{ término medio correcto}$$

En consecuencia, los factores de $2x^2 + 5x + 3$ son $2x + 3$ y $x + 1$. Así,

$$2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$$

Ejemplo

Factorice $3x^2 - 13x + 10$

Solución

Los únicos factores de 3 son 1 y 3. Por consiguiente, expresamos

$$3x^2 - 13x + 10 = (3x \quad) (x \quad)$$

El número 10 tiene factores tanto positivos como negativos. Sin embargo, puesto que el producto de los últimos términos debe ser positivo (+10), y la suma de los productos de los términos exteriores e interiores debe ser negativo (-13x), los dos factores de 10 deben ser negativos ¿Por qué? Los factores negativos de 10 son (-1) (-10) y (-2) (-5). A continuación se anotan los posibles factores

Posibles factores	Suma de productos de términos exteriores e interiores
$(3x - 1)(x - 10)$	$-31x$

$$(3x - 10)(x - 1) \qquad -13x \qquad \text{término medio correcto}$$

$$(3x - 2)(x - 5) \qquad -17x$$

$$(3x - 5)(x - 2) \qquad -11x$$

Así, $3x^2 - 13x + 10 = (3x - 10)(x - 1)$

Factorice los siguientes trinomios:

- a. $4x^2 + 10x - 6$.
- b. $6x^2 - 11x - 10$.
- c. $4x^2 - 20xy + 25y^2$

Evaluación

- ✓ Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.
- ✓ Entregar en la próxima sesión de clase.
 - a. Factorice geoméricamente el trinomio siguiente: $2x^2 + 5x + 3$.
 - b. Factorice completamente los siguientes trinomios:
 - (i) $2x - 4x^2 + 6$
 - (ii) $3x^2 - 5x + 2$.

Plan de Clase N° 8

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del o de la docente: _____

Disciplina: Matemática

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro

- ✓ Aplica los métodos de factorización para expresar a un polinomio como un producto de factores.

Contenido

- ✓ Ejercicios de factorización.

Actividades de Iniciación

- ✓ En papelógrafo hacer un resumen de los métodos de factorización estudiados en esta unidad didáctica.

Actividades de Desarrollo

- ✓ El procedimiento general a seguir para factorizar cualquier polinomio se presenta a continuación:
- ✓ Determine si el polinomio tiene un mcd distinto de 1. Si es así, factorice con el mcd a partir de cada término en el polinomio.
- ✓ Si el polinomio tiene dos términos (binomio), determine si es una diferencia de cuadrados o una suma o diferencia de cubos. Si es así, factorice aplicando la fórmula apropiada.

- ✓ Si el polinomio tiene tres términos (trinomio), determine si es un trinomio cuadrado perfecto. Si es así, factorice en conformidad con ello. En caso contrario, factorice entonces el trinomio con el método expuesto en III. (factorización de trinomios)
- ✓ Si el polinomio tiene más de tres términos, pruebe a factorizar por agrupación. Si esto no resulta, ver si tres de los términos constituyen el cuadrado de un binomio.
- ✓ Como paso final, examine su polinomio ya factorizado para ver si algunos de los términos expresados tienen un factor común y pueden simplificarse aún más. Si lo hay, proceda a factorizar con él, en este punto.

Ejemplo

Factorice los siguientes polinomios.

a. $3x^2y^2 - 24xy^2 + 48y^2$.

Solución

Comience a factorizar el mcd, $3y^2$, de cada término.

$$\begin{aligned} 3x^2y^2 - 24xy^2 + 48y^2 &= 3y^2(x^2 - 8x + 16) \\ &= 3y^2(x - 4)^2 \end{aligned}$$

b. $2x^4y + 54xy$.

Solución

$$\begin{aligned} 2x^4y + 54xy &= 2xy(x^3 + 27) \\ &= 2xy(x + 3)(x^2 - 3x + 9) \end{aligned}$$

c. $4x^4y - 11x^3y^2 + 6x^2y^3$.

Solución

$$\begin{aligned} 4x^4y - 11x^3y^2 + 6x^2y^3 &= x^2y(4x^2 - 11xy + 6y^2) \\ &= x^2y((4x - 3y)(x - 2y)) \end{aligned}$$

El trinomio $4x^2 - 11xy + 6y^2$ se factorizó por ensayo y error.

d. $x^2 - 16y^2 + 10x + 25$.

Solución

$$\begin{aligned}x^2 - 16y^2 + 10x + 25 &= x^2 + 10x + 25 - 16y^2 \\&= (x^2 + 10x + 25) - 16y^2 \\&= (x + 5)^2 - 16y^2 \\&= [(x + 5) - 4y] [(x + 5) + 4y] \\&= (x + 5 - 4y) (x + 5 + 4y)\end{aligned}$$

Actividades de Culminación

- ✓ Factorice los siguientes polinomios:
 - a. $x^3 + 2x^2 - x - 2$.
 - b. $6x^3 - 5x^2 - 6x + 5$.
 - c. $12 - 15x - x^2$
 - d. $6x^2 - 7x - 3$.
- ✓ Factorice geoméricamente los polinomios siguientes.
 - a. $y^2 - 25$.
 - b. $16x^2 - 40xy + 25y^2$
 - c. $x^2 + 3x + 2$.
 - d. $10x^2 + 17x + 3$.

Evaluación

- ✓ Valorar si los(as) estudiantes aplican correctamente los métodos de factorización para descomponer en factores a un polinomio.
- ✓ Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de las actividades.

Plan de Clase N° 9

Fecha: _____

Nombre del Centro: _____

Nombre del o de la docente: _____

Disciplina: Matemática

Grado: Noveno

Nombre de la unidad: Factorización

Número de la unidad: III

Indicador de logro

- ✓ Aplica los métodos de factorización para expresar a un polinomio como un producto de factores.

Contenido

- ✓ Ejercicios de Factorización.

Actividades de Iniciación

- ✓ Rememorar los métodos de factorización.

Actividades de Desarrollo

- ✓ Factorice completamente los polinomios siguientes.

1. $10y^5 - 30xy^5 - 15xy^6$

2. $18mn^5 - 4m^2n^2 - 8m^3n^3$

3. $7y^6x^2 - 35yx^4 - 28y^4$

4. $3ax^3 - 2bx^3 - 3ay^3 + 2by^3$

5. $a^2x^2y^2 + b^2x^2y^2 - 2a^2 - 2b^2$
6. $3a^2x + 3a^2y + b^2x + b^2y$
7. $45m^6 - 80p^8$
8. $m^{2a}n^{2b} - 1$
9. $m^6n^4p^{12} - a^2b^2c^2$
10. $\frac{1}{4a^2b^2} - \frac{1}{9x^2b^2}$
11. $\frac{75m^6}{4} - \frac{27n^2}{25}$
12. $9x^2 - 30xy + 25y^2$
13. $4 + 25y^4 + 20y^2$
14. $9m^4 + 25p^4 - 30m^2p^2$
15. $x^3 - 3x^2 - 40x$
16. $a^2 - 23a + 132$
17. $a^4 + 5a^2 + 6$
18. $2x^2 + 15x + 28$
19. $6x^2 - 13x + 5$
20. $a^2b^3c^6 + a^2d^3$
21. $125 - \frac{1}{8a^3}$
22. $\frac{1}{8z^3} + \frac{1}{27y^3}$
23. $0.001 - \frac{a^6}{b^3}$
24. $P^3 + q^9$

Evaluación

- ✓ Valorar si los(as) estudiantes aplican correctamente los métodos descritos en el desarrollo de la clase para calcular el máximo común divisor de dos o más números.
- ✓ Valorar la participación de cada uno de los(as) estudiantes en el desarrollo de la clase.

- ✓ Entregar resuelto en la próxima sesión de clase.
- ✓ Factorice completamente los polinomios siguientes.

a. $P^3 - p^2 - p - 1$

b. $P^2 - q^2 - rp + rq$

c. $\frac{x^2}{4} - x + 1$

d. $a^4 + 5a^3 + 6a^2$

e. $\frac{2}{t^3} - \frac{16}{y^3}$

f. $a^{27} + b^{27}$

REFLEXIONES FINALES

Si se utilizan en cualquier momento estas prácticas educativas permitirán que tanto el docente como el estudiante sean capaces de interactuar y lograr un aprendizaje significativo a través del cual puedan darle soluciones a diferentes problemas algebraicos en la descomposición factorial en cualquier contexto educativo aplicándolo de una manera eficaz y positiva.

Es por eso que esta propuesta metodológica de factorización debe llevarse a la práctica en la vida estudiantil, personal y profesional.

CONCLUSIONES

Después de analizada la propuesta metodológica de factorización para un Aprendizaje Significativo hemos concluido que:

- El papel del docente en la promoción del aprendizaje significativo de los alumnos, no necesariamente debe actuar como un transmisor de conocimientos o facilitador del aprendizaje, sin mediar el encuentro de sus alumnos con el conocimiento de manera que pueda orientar y guiar las actividades constructivistas de sus alumnos.
- El aprendizaje significativo ocurre sólo si se satisface una serie de condiciones: que el alumno sea capaz de relacionar de manera no arbitraria y sustancial la nueva información de los aprendizajes, experiencias previas y familiares que tiene en su estructura de conocimientos.
- La motivación en el aula depende de la interacción entre el profesor y sus estudiantes.
- Todas las estrategias de enseñanzas son utilizadas intencional y flexiblemente por el profesor y éste las puede usar antes para activar la enseñanza, durante el proceso para favorecer la atención y después para reforzar el aprendizaje de la información nueva.
- El papel de las distintas estrategias de aprendizajes tienen como meta desafiante en el proceso educativo que el aprendizaje sea capaz de actuar en forma autónoma y auto regulado.
- El principal responsable de la tarea evolutiva en el aula debe ser el docente.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, L., Soler, E. (2001): ***Enseñar para Aprender. Procesos Estratégicos***, 2ª ed. Ed. CCS... Madrid.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez P. (1995): ***Ingeniería Didáctica en Educación Matemática***. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Carreño Campos, X. Cruz Schmidt, X. (2006): ***Álgebra***. Arrayán Editores S.A. Chile.
- Espinoza Calero, Zandra J et al. (2006): ***Unidad Didáctica: Proporcionalidad***. Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades. UNAN – León.
- H. Balbuena, M. Dávila, ***La enseñanza de las matemáticas***, Block, D., M. Schulmaister.
- M. Aldana, J. Alsina, C. y otros. (2004): ***Matemáticas Recreativas***. Editorial Laboratorio Educativo. Editorial GRAO, de IRIF, S.L Primera edición. Alcalá.
- Meneses Rodríguez, R. (1991): ***Enseñanza y Aprendizaje: 10^{mo}***.
- Rondón Durán, J. Eliézer. (2006): ***Álgebra, Trigonometría y Geometría***

ANEXO

Programa de Estudio

NOVENO GRADO

SEMESTRE	N° Y NOMBRE DE LA UNIDAD	TIEMPO (HORAS/ CLASES)	TEPCE
I	Unidad I :Estadísticas	14 horas / clases	PRIMERO
	Unidad I :Estadísticas	4 horas / clases	SEGUNDO
	Unidad II: El conjunto de los números reales.	10 horas / clases	
	Unidad II: El conjunto de los números reales.	8 horas / clases	TERCERO
	Unidad III : Factorización	6 horas / clases	
	Unidad III : Factorización	12 horas / clases	CUARTO
	Unidad IV : Operaciones con radicales	2 horas / clases	
Unidad IV : Operaciones con radicales	14 horas / clases	QUINTO	
II	Unidad IV : Operaciones con radicales	8 horas / clases	SEXTO
	Unidad V : Sistema de ecuaciones lineales	6 horas / clases	
	Unidad V : Sistema de ecuaciones lineales	12 horas / clases	SÉPTIMO
	Unidad VI : Congruencia y Semejanza	2 horas / clases	
	Unidad VI : Congruencia y Semejanza	14 horas / clases	OCTAVO
	Unidad VI : Congruencia y Semejanza	2 horas / clases	NOVENO
	Unidad VII : Funciones y ecuaciones	12 horas / clases	
Unidad VII : Funciones y ecuaciones	14 horas / clases	DÉCIMO	

Podrá considerarse que el Programa de estudios implementado en las escuelas de Educación Básica de los Centros de estudio del país no es la excepción. La primera materia matemática impartida en este nivel lleva el nombre de “Álgebra” en los octavos y novenos grados, la cual es considerada como una asignatura de formación general y básica. Es tal la importancia del tema de factorización, en los programas de álgebra que se retoma en su Fundamentación, a como lo vemos en la siguiente tabla:

FUNDAMENTACIÓN DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	
<p>VISIÓN DE LA ASIGNATURA</p> <p>El Álgebra contribuirá a que los educandos pongan en práctica los conocimientos adquiridos en el ejercicio del pensamiento y espíritu crítico y que a través del razonamiento matemático resuelva ejercicios y problemas, con el fin de que puedan participar en forma consciente en el mejoramiento de la naturaleza y el desarrollo humano.</p>	<p>MISIÓN DE LA ASIGNATURA</p> <p>El Álgebra en los centros de estudio del país a Nivel de Educación Media, fortalece y desarrolla capacidades, habilidades y destrezas, de algebra de nuestros estudiantes, a través de un programa integral con apoyo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación; dando respuesta a las necesidades de la Sociedad, permitiendo al estudiante continuar con estudios de niveles superiores en cualquiera de las áreas del conocimiento, con valores y actitudes que se fomentan a través del aprendizaje significativo.</p>
<p>Descripción detallada: ÁLGEBRA</p> <p>Reconoce y aplica las propiedades de los números en la solución de ejercicios, conoce y maneja estrategias para la resolución de problemas, reconoce y aplica los productos notables y las factorizaciones para resolver ecuaciones, que involucran un proceso que permita reducir una ecuación dada a otra más simple hasta alcanzar su solución, desarrolla su capacidad de transitar por distintos registros de representación verbal, tabular, algebraico, resuelve problemas que dan lugar a una ecuación de primer grado, segundo grado o un sistema de ecuaciones; así como tener el fundamento para desarrollo posterior de conceptos y métodos algebraicos.</p>	

Encuesta aplicada a estudiantes del noveno grado de modalidad diurna del Instituto Nacional San Francisco del Norte ubicado en el municipio San Francisco del Norte departamento de Chinandega. En el primer semestre 2012.

Estimados Estudiantes del noveno grado 2012.

Somos estudiantes egresados de la carrera Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la UNAN-León. Actualmente Realizamos Nuestro trabajo investigativo para optar al título de Licenciada en Ciencias de la Educación Mención Matemática Educativa y Computación.

“Propuesta Metodológica para el Aprendizaje de Factorización de los Estudiantes del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco del Norte, I semestre 2012”.

Solicitamos su colaboración respondiendo con sinceridad el siguiente cuestionario, Agradecemos de antemano sus valiosas opiniones.

I. Datos Generales

(Marque con una X o responda según considere conveniente)

1. Sexo: Masculino _____ Femenino _____
2. Edad: _____
3. Municipio de procedencia: _____

4. ¿A usted le gusta el estudio de Matemáticas?
Sí _____ No _____

5. ¿Cómo fue la asistencia y puntualidad del docente?
Muy Buena _____ Buena _____ Regular _____

6. ¿Cómo consideras que fue el dominio del docente en los temas de factorización?
Muy Buena _____ Buena _____ Regular _____

7. ¿Se te dificultó la comprensión de los casos de factorización?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

8. ¿El docente utilizó estrategias metodológicas para la enseñanza de los casos de la factorización?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

9. ¿Al momento de impartir la clase se hizo vínculo de la teoría con la práctica?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

10. ¿Tuviste motivación a la hora que se te impartieron los casos de factorización?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

11. ¿Dedicaste tiempo al estudio de los casos de factorización?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

12. ¿Te aclaró dudas el docente en el desarrollo de los casos de factorización?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

13. ¿Existió relación estudiante - docente o viceversa?

Siempre _____ Casi siempre _____ Nunca _____

14. ¿Asimilastes el proceso de enseñanza - aprendizaje de los casos de factorización?

Sí _____ No _____

Estimado docente que impartes el noveno grado.

Somos estudiantes egresados de la carrera Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la UNAN-León. Actualmente realizamos nuestro trabajo investigativo para optar al título de Licenciada en Ciencias de la Educación Mención Matemática Educativa y computación.

“Propuesta metodológica para el Aprendizaje de Factorización de los estudiantes del noveno grado del Instituto Nacional San Francisco, I semestre 2012”.

Solicitamos su colaboración respondiendo con sinceridad el siguiente cuestionario. Agradecemos de antemano su valiosa opinión.

Datos generales

Sexo: Masculino_____ femenino_____

Años de experiencia laboral_____

Grado académico alcanzado_____

1. ¿Qué estrategias metodológicas utiliza usted al impartir casos de factorización para que los estudiantes asimilen mejor los contenidos?
2. ¿Considera que existía motivación por parte de los estudiantes en el desarrollo de los casos de factorización?
3. ¿Cree usted que las estrategias utilizadas por los estudiantes para el auto estudio son las más adecuadas?
4. ¿Considera usted que la utilización de la guía de ejercicios prácticos ayuda a mejorar la enseñanza-aprendizaje en casos de factorización?

5. ¿Qué aportes valora usted que brinda la utilización de la guía de ejercicios en los casos de factorización?
6. ¿Qué cambios observó en los estudiantes al hacer uso de la guía de ejercicios en casos de factorización?
7. ¿La existencia de la guía de ejercicio mejora el auto estudio en los casos de factorización?
8. ¿Al hacer uso de la guía de ejercicios se obtuvieron mejores resultados de rendimiento académico en los casos de factorización?
9. ¿Se obtiene un aprendizaje significativo con la utilización de la guía de ejercicios?

Guía de Observación

Nombre del estudiante: _____

Tema: _____ **Fecha:** _____ **Actividad No.:** _____

1: Siempre 2: Casi siempre 3: Algunas veces 4: Pocas veces 5: Nunca					
Competencias	1	2	3	4	5
Comprende los conceptos estudiados en clase					
Aplica los conocimientos aprendidos					
Resuelve problemas					
Identifica datos iniciales					
Reconoce la pregunta de una situación real					
Ejecuta la tarea					
Comprueba el procedimiento					
Participa en las actividades propuestas					
Trabaja colaborativamente					
Asume compromiso con lo orientado					
Responde en clase a preguntas del profesor					
Presenta las tareas que se orientan para casa					
Utiliza el lenguaje matemático adecuado					
Interviene de forma voluntaria					
Es disciplinado y puntual					
Ayuda a los(as) compañeros(as)					
Entrega en tiempo y forma los trabajos asignados					
Es inactivo en el grupo					

PROGRAMA DE MATEMÁTICAS**NOVENO GRADO****NOMBRE DE LA UNIDAD: FACTORIZACIÓN****NÚMERO DE LA UNIDAD: III****TIEMPO SUGERIDO: 18 HORAS / CLASES****Competencia de Grado**

- ✓ Aplica los procedimientos de factorización, identificando las características de cada caso.

Competencia de Ejes Transversales

- ✓ Manifiesta respeto a la diversidad y a la dignidad humana al relacionarse con las personas en un ambiente pluralista a fin de contribuir a una cultura de paz.

No.	Indicadores de logros	Contenidos básicos	Actividades de aprendizaje sugeridas	Procedimientos de evaluación
1	Establece la relación entre Factorización y productos notables.	Factorización	Analiza y comenta en equipo, la relación entre factorización y productos notables. Observa en una actividad práctica como los productos notables son la base para realizar ejercicios de factorización.	Revisar el dominio de las y los estudiantes sobre productos notables e identificar los que necesitan reforzamiento.

No.	Indicadores de logros	Contenidos básicos	Actividades de aprendizaje sugeridas	Procedimientos de evaluación
2	Diferencia y realiza factor común monomio y factor común polinomio.	Factor común monomio y factor común polinomio.	<p>Factoriza un polinomio en un monomio y otro factor:</p> <p>Determinar el monomio que es el Máximo Común Divisor (MCD) de los términos de un polinomio.</p> <p>Escribe cada término del polinomio como el producto del MCD y otro factor.</p> <p>Utilizan la propiedad distributiva para factorizar el MCD.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Factorizar: $18x^3 - 27x^4 + 21x^6$</p> <p>MCD: $3x^3$</p> <p>$18x^3 - 27x^4 + 21x^6 =$</p> <p>$(3x^3)(6) - (3x^3)(9x) + (3x^3)(7x^3) =$</p> <p>$3x^3(6 - 9x + 7x^3)$</p> <p>Factoriza los polinomios:</p> <p>$x^2 + xy - x^3y^6$</p> <p>$-3m + 6am - 3 - 6an + 3n$</p> <p>$20c^4d + 30c^2d^5 - 45c^3d^3$</p> <p>$x^2 + 1 - 2xz - 2x$</p>	

No.	Indicadores de logros	Contenidos básicos	Actividades de aprendizaje sugeridas	Procedimientos de evaluación
3	Expresa la diferencia de cuadrado como el producto de dos factores.	Diferencia de cuadrados perfectos.	<p>Reconoce que para factorizar una diferencia de cuadrados perfectos debe seguir el proceso inverso del producto notable:</p> $(x - y)(x + y) = x^2 + y^2$ <p>Factorice las siguientes expresiones:</p> $x^2 - 121$ $\frac{4}{9}m^4 - \frac{1}{100}n^8$ $4a^2 - 25b^2$ $(a + 5)^2 - (b - 7)^2$	Observar y estimular la participación activa de las y los estudiantes en cuanto al reconocimiento de la diferencia de cuadrados como el producto de dos factores.
4	Factoriza sumas y diferencias de cubos, trinomios cuadrados perfectos y trinomio de la forma: $ax^2 + bx + c$, con $a = 1$ y $a \neq 1$ y	Suma y diferencia de cubos.	<p>En un ejercicio práctico recuerda que para factorizar una suma o diferencia de cubos perfectos debe seguir el proceso inverso del producto notable:</p> $(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$	Valorar conocimientos, dominio y motivación de las y los estudiantes respecto a los tipos de factorización estudiados y las

	<p>polinomios de la forma $x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$.</p>	<p>Trinomio cuadrado perfecto.</p>	<p>$(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$</p> <p>Factoriza las siguientes expresiones:</p> <p>$x^3 - 1000m^3$; $8m^3 - 27n^6$</p> <p>$\frac{1}{64} a^3 - 125b^3$</p> <p>$(a + 2)^3 - (a - 1)^3$</p> <p>Observa y comenta que para factorizar trinomios cuadrados perfectos debe seguir el proceso inverso del producto notable:</p> <p>$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$</p> <p>Anota y reflexiona que estos trinomios tienen como características 3 términos: dos términos cuadrados perfectos y un tercer término que es el doble de las raíces cuadradas de los términos cuadrados perfectos.</p> <p>Resuelva productos notables de la forma:</p>	<p>estrategias utilizadas para resolverlos.</p> <p>Valorar sentido de organización, respeto, colaboración, creatividad, originalidad, científicidad y sentido de responsabilidad en el desarrollo y presentación de los trabajos.</p>
--	---	------------------------------------	---	---

			<p>$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$</p> <p>Asocie este producto notable con la forma general:</p> <p>$(x + a)(x + b) = x^2 + Bx + C,$ donde $B = a + b$ y $C = ab$</p> <p>Factoriza trinomio de la forma:</p> <p>$x^2 + Bx + C$</p> <p>Resuelva productos notables de la forma:</p> <p>$(ax + b)(cx + d) =$</p> <p>$acx^2 + (ad + bc)x + bd$</p> <p>Asocia este producto notable con la forma general:</p> <p>$(ax + b)(cx + d) = AX^2 + BX + C,$ donde $A = ac$; $B = ad + bc$ y $C = bd$</p> <p>Factoriza trinomios de la forma:</p> <p>$ax^2 + bx + c.$</p>	
--	--	--	--	--

			<p>Conversa y expresa que para factorizar una suma o diferencia de binomios de cubos, debe seguir el proceso inverso del producto notable:</p> $(x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$ <p>Es decir</p> $x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3 = (x \pm y)^3$ <p>Factorice las siguientes expresiones:</p> $7cd^3 + 14c^3d^5$ $-15a^3b^4 - 35a^4b^5 - 55a^2b^4$ $b^2 - 20b + 19$ $z^2 - 8z - 20$ <p>Continúa realizando la factorización en los siguientes ejercicios:</p> $b^2 - b - 56$	
--	--	--	--	--

			$y^4 + 23y^2 - 50$ $m^2 - 9n^2$ $3x^2 - 22x - 16$ $7x^2 - 23x - 20$ $15x^2 + 44x + 21$ $4d^2 + 72d + 81$ $25t^2 + 10t + 1$ $5a^3 - 20ab^2$ $18x^4 + 15x^3y - 12x^2y$ $32x^3 - 16x^2 + 2x$ $8c^2 - 24c + 16$ $rs + rt - 3s - 3t$ $ac - 2a + 3bc - 6b$ $6rt - 5s + 2t - 15rs$ $12x^3 + 24x^2 + 12x$	
--	--	--	---	--

