UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA

UNAN-LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA UNIDAD DE ÁLGEBRA DEL COMPONENTE DE MATEMÁTICA BÁSICA, EN LOS ESTUDIANTES DE LA CARRERA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA Y COMPUTACIÓN, MODALIDAD REGULAR, AÑO LECTIVO 2017.

MONOGRAFÍA PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADOS EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, MENCIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA Y COMPUTACIÓN

AUTORES:

BR. CARLOS GABRIEL MENDOZA PEÑALBA

BR. ENMANUEL DE JESUS PALMA GOMEZ

BR. ORLANDO ANTONIO RUIZ ALVAREZ

TUTORA:

MSC. ANTONIA MARITZA CARRILLO TALAVERA

LEÓN, FEBRERO 2018

“A LA LIBERTAD POR LA UNIVERSIDAD”

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos primeramente a Dios, por habernos permitido concluir nuestra formación superior.

A nuestras familias quienes han sido las principales gestoras de nuestro crecimiento personal y profesional al inculcarnos valores que nos han forjado como jóvenes determinados y con altas expectativas profesionales.

A nuestros maestros y maestras, quienes han sido pilares fundamentales en nuestra formación académica, a estos hombres y mujeres quienes con constancia y determinación nos han facilitado las herramientas indispensables para aprender de las matemáticas.

A la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN-León, por haber brindado la oportunidad de realizar nuestros estudios superiores en esta Alma Mater.

A nuestra tutora Msc. Antonia Maritza Carrillo Talavera, por habernos guiado y apoyado con esmero en la elaboración de la presente investigación.

DEDICATORIA

Dedicamos primeramente este trabajo a Dios, por ser nuestro motor diariamente y guía a seguir.

A nuestros padres que son el centro de nuestra vida y que han sido nuestro apoyo y nuestros guías durante este proceso.

A nuestros familiares y amigos que nos animaron y creyeron en nosotros.

ÍNDICE Pág.

I. INTRODUCCIÓN

1.1. Presentación

“Para quienes amamos las matemáticas, los problemas son la esencia y alegría de este mundo mágico que empieza con los números y llega más allá de las fronteras del infinito, en las alturas de las abstracciones más profundas que los humanos hayamos construido y conocido. Pero la realidad es que la alegría, dado el número de habitantes del planeta, la compartimos muy pocas personas. Para la gran mayoría, las matemáticas son dificultad, obstáculo, molestia o, dicho de otra manera, un dolor de cabeza. El problema es que este dolor dura muchos años. A veces toda una vida.” (*Sergio Fajardo-Gobernador de Antioquía*).

La presente investigación se generó, dado que aprobar el Componente de Matemática Básica es un problema que la mayoría de los estudiantes de nuevo ingreso enfrentan. Realizando encuestas a maestros y estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la UNAN-León y una entrevista a la Coordinadora del Componente de Matemática Básica, concluiremos en qué unidad al cursar el componente radica la mayor dificultad: Lógica y Conjuntos, Álgebra o Funciones. Luego, se elaboró una propuesta metodológica de la unidad que se encontró mayor dificultad de comprensión por parte de los estudiantes. Consideramos que esta unidad didáctica ayudará a los Docentes que imparten el Componente en la Universidad y a los estudiantes de nuevo ingreso a obtener mejores resultados.

Los conceptos elementales que se recogieron en esta propuesta didáctica son las bases que debe haber construido, con ayuda de sus maestros, un estudiante que aspire a tener un buen desempeño en Matemáticas. Se observa que en ella se ha tratado de describir en detalle los pasos a seguir en cada tema, ejercicio o problema propuesto.

Las series de ejercicios que se elaboraron para los estudiantes en cada uno de los planes de clases pretenden ofrecer una buena variedad de ejercicios completamente resueltos. Los problemas se han reunido conforme a los temas del programa vigente en la Facultad, específicamente en la unidad en la que los estudiantes presenten mayor dificultad. En cada plan de clase los problemas se han ordenado según su grado de dificultad. Hemos propuesto problemas para que el estudiante los resuelva por su cuenta, además, con sus respectivas respuestas.

En la elaboración de las resoluciones adoptamos algunos criterios que conviene conocer aplicando en estos el Método de Resolución de Pólya. Se ha procurado no omitir ningún paso, salvo los que puedan ser comprendidos claramente por un estudiante de matemáticas de bachillerato; todos los demás se asientan a pesar de que puedan alargarse demasiado. En muchos de los pasos se da una explicación escrita. A veces, para aclararlo; otras, para recordar un concepto, teorema, ley o principio que pueda no ser fácilmente identificado. El objeto de presentar la solución de los ejercicios y problemas planteados es que el estudiante entienda lo mejor posible cómo se pasa de los conocimientos conceptuales a la aplicación concreta.

Como es de esperarse, las matemáticas suscitan numerosas y acaloradas polémicas. Así ocurre con los temas verdaderamente trascendentales en la vida. Pero, polémicas aparte, nosotros nos hemos propuesto hacer de este mundo mejor y por lo tanto es lógico que mejoremos los conocimientos matemáticos de los estudiantes. Con muy contadas excepciones, a la mayoría de los humanos nos toca ganarnos el pan con el sudor de la frente y aprender matemáticas dedicando muchas horas a hacer problemas. De cualquier forma, no es para asustarse, las cosas no son tan difíciles como a veces parecen. De hecho, estamos convencidos de que resolver problemas matemáticos es una actividad divertida. La colección de problemas que se presentarán en esta unidad didáctica es una muestra.

1.2. Antecedentes

Las dificultades y los errores en el aprendizaje de las Matemáticas han sido y son hoy un foco de estudio e investigación en la enseñanza de Matemática, en el que, a pesar de su antigüedad, de los resultados obtenidos y de los esquemas teóricos utilizados para interpretar esos resultados, hay cuestiones importantes aún no resueltas.

El estudio del álgebra, en cualquier rincón del mundo, ha constituido un gran obstáculo para los estudiantes. Son muchos los investigadores de distintos países que reportan las dificultades especificas al aprender algebra. En el año 2000 Bernarz y Guzmán presentaron un estudio exploratorio realizado con 47 estudiantes mexicanos y 28 canadienses; este estudio perseguía descubrir como abordan los estudiantes de séptimo grado la resolución de problemas antes de ser introducidos al algebra. Al analizar los resultados concluyen que la mayoría de los estudiantes percibieron la estructura del problema, pero en un contexto aritmético; algunos estudiantes transformaron la estructura del problema, pero no dominaron el encadenamiento de las relaciones; es más, en los problemas de mayor nivel de complejidad se presentaron bastantes ensayos numéricos; se evidenció, también, que este tipo de problemas los estudiantes consideran las relaciones presentes.

Un estudio realizado por Manuel Cardona en junio de 2017 en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán de Honduras que lleva por tema: “Desarrollando el Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas”, describe el acercamiento al álgebra como modo de pensar, por lo que puede considerarse para todos los niños y en todas las edades. Además, se determinó focalizar ese estudio en *El desarrollo de Habilidades de Pensamiento Algebraico* como un acercamiento a la “otra álgebra”, al algebra escolar o, llámese también, proceso de transición de la aritmética al álgebra. En esta investigación se identificaron dos factores determinantes para que la estrategia de resolución de problemas sea efectiva:

1) Las variantes de los trabajos y las presentaciones individuales; 2) La selección adecuada de los problemas, la forma y el momento en que se presentan.

El Departamento de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación Y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN-León, ha reportado que cada año son menos los estudiantes que comprenden los contenidos que se imparten en el componente de Matemática Básica.

En octubre de 2014 Bellorín y Romero, presentaron un estudio cuyo nombre lleva por título "Curso Propedéutico de Cálculo para los Estudiantes de Primer Año de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular Curso 2013 de la FF CC EE Y HH"; donde el objetivo de dicho trabajo de investigación era proponer maneras para instruir a los estudiantes y sugerir guías de estudios que les faciliten a ellos una manera más fácil de estudiar los contenidos más indispensables para recibir el cálculo diferencial. En esta investigación Bellorín y Romero elaboraron una prueba diagnóstica para poder identificar las dificultades y determinar la necesidad que tienen de mejorar sus conocimientos los estudiantes en los temas que más necesitan para poder cursar el componente de cálculo diferencial. En esta prueba se agregaron contenidos relacionados al álgebra y funciones, como por ejemplo: leyes de exponentes, factorización, operación de fracciones, racionalización, desigualdades, ecuaciones con valor absoluto, graficas de funciones, dominio y rango de las funciones, ejes de simetría, interceptos, entre otros; de los cuales se concluyó de manera general que la mayor dificultad en la comprensión de contenidos radicaba en álgebra ya que, aunque en contenidos de funciones presentaban dificultad, los estudiantes debían de tener los conocimientos algebraicos necesarios para poder llegar con eficacia a las soluciones de los temas relacionados a funciones.

1.3. Planteamiento del Problema

1.3.1. Descripción del Problema

El aprendizaje de las matemáticas supone, junto a la lectura y la escritura, uno de los aprendizajes fundamentales de la educación elemental, dado el carácter instrumental de estos contenidos. De ahí que entender las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se haya convertido en una preocupación evidente de buena parte de los profesionales dedicados al mundo de la educación, especialmente si consideramos el alto porcentaje de fracaso que presentan en estos contenidos los estudiantes que termina la escolaridad obligatoria. A esto hay que añadir que la sociedad actual, cada vez más desarrollada tecnológicamente, demanda con insistencia niveles altos de competencia en el área de las Matemáticas.

Existe una preocupación por parte de la Coordinación de la UNAN-León, personal docente y estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades en el Primer Semestre de cada año lectivo al organizar, impartir y recibir el Componente de Matemática Básica, respectivamente. Del mismo modo se observan altos índices de dificultad, inseguridad y deserción de los estudiantes que ingresan a la Carrera y cursan el Componente.

1.3.2. Formulación del Problema

Debido a lo anterior, contextualizaremos nuestro Problema de Investigación en la siguiente interrogante:

¿En qué Unidad del Componente de Matemática Básica presentan mayor dificultad los estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, UNAN-León?

1.4. Justificación

Entender la Matemática es y ha sido uno de los objetivos centrales de los diferentes Programas que han estado vigentes en los diversos Centros de Enseñanza Pre-Universitaria de nuestro País. Estos programas han pretendido que el estudiante se apropie de las herramientas para que pueda aplicarlas en la resolución de problemas de otras disciplinas y de la vida cotidiana.

Al impartir el Componente de Matemática Básica a los estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la UNAN-León, se puede asegurar que estos presentan mayor dificultad de comprensión en los contenidos en una de las unidades. Por esta razón, el motivo de nuestro trabajo de investigación es brindar a los docentes que imparten el Componente de Matemática Básica una propuesta de Unidad Didáctica, de manera que tengan una herramienta para la explicación de los contenidos de dicha unidad. Sabemos que existe un documento modelo para este fin, pero nuestra intención es expandir las opciones ya que hay temas en los cuales la información bibliográfica es limitada y la necesidad de mejorarla es mucha, es por ello que en nuestra investigación surge como una alternativa de solución para mejorar la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de matemática que cursan este componente.

1.5. Objetivos

Objetivo General

Elaborar una Propuesta Metodológica para la Enseñanza y Aprendizaje de la Unidad de Álgebra del Componente de Matemática Básica, en los Estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular, Año lectivo 2017.

Objetivos Específicos

- Identificar las dificultades que presentan los estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, al cursar el Componente de Matemática Básica.

- Plantear un plan de acción para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Unidad de Álgebra, del Componente de Matemática Básica.

- Diseñar actividades utilizando problemas del entorno de manera que sean dinámicos y motivadores para maestros y estudiantes.

II. MARCO CONTEXTUAL

Ubicada a tan solo 93 km de la Ciudad de Managua Capital de Nicaragua, conocida como La Primera Capital de la Revolución, encontramos el departamento de León, que en la actualidad cuenta con 10 municipios: Telica, Quezalguaque, La Reynaga, El sauce, Achuapa, Santa Rosa del peñón, El Jicaral, La Paz Centro, Nagarote y León. Con aproximadamente 300.000 habitantes, en León, ciudad conocida también como la Ciudad Universitaria, se encuentra la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua–UNAN-León, la cual representa un núcleo fundamental para el desarrollo económico del país, además de que es una de las universidades públicas más reconocida por el papel que jugó en la Revolución Popular Sandinista y en el que juega actualmente con el desarrollo económico del País. Dentro de esta universidad se puede encontrar la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, creada con el objetivo de fortalecer la educación en Nicaragua.

Se ha tomado este ámbito o este tema de investigación, puesto representa un problema de vida laboral y profesional (para los maestros) y personal (como grupo investigador). La investigación, se realizará en la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la UNAN-León a la carrera de Matemática Educativa y Computación, precisamente por la deficiencia que muestran los estudiantes al cursar el componente de Matemática Básica.

La investigación: “Propuesta Metodológica para la Enseñanza y Aprendizaje de la Unidad de Álgebra del Componente de Matemática Básica, en los Estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular, Año lectivo 2017”, es la expresión de un problema presente en la Carrera de Matemática, para lo cual se considera necesario ilustrar el contexto organizativo y curricular de la Carrera.

En el año lectivo 2017 la Carrera de Matemática Educativa cuenta en el turno regular con una matrícula muy baja (39 estudiantes). Además, cuenta con 15 maestros (4 titulares, 2 Medio Tiempo, 4 Cuarto de Tiempo, 2 Horario, 3 Estudiantes Beca Servicio).

La investigación se llevó a cabo durante el segundo semestre del año lectivo 2017, período en el cual podremos notar cualitativa y cuantitativamente la Unidad en que presentan mayor dificultad los estudiantes y así elaborar la propuesta metodológica respectiva.

Misión y Visión de La Carrera

Misión

Formar docentes con bases sólidas en aspectos científico-técnicos, psicopedagógicos, metodológicos y humanísticos, que contribuyan de forma continua a la mejora de la enseñanza de la matemática y la computación en la educación media, técnica y superior.

Visión

El graduado en Matemática Educativa y Computación será un profesional emprendedor que contribuirá a la identificación y solución de la problemática social de su entorno; se distinguirá como Maestro-investigador de su práctica educativa y poseerá un espíritu de superación permanente.

III. MARCO TEÓRICO

3.1. Plan de Clases

- **¿Qué es un plan de Clases?**

En otros países le llaman *programación de clases, planeamiento didáctico, preparación metodológica*, entre otros. Sin embargo, la idea es la misma: organizar los contenidos en función a las habilidades que el estudiante debe lograr de acuerdo a los aprendizajes esperados y los recursos educativos que el *profesor tiene al alcance* para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, conociendo los beneficios de la planificación, ¿Por qué nos cuesta tanto planificar? ¿Por qué la clase no "sale" como lo ha planificado? ¿Por qué la planificación quita tanto tiempo?

Entendiendo que la planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes (al menos, en papel) y que permite maximizar el uso del tiempo, definir los procesos y recursos necesarios para que los estudiantes logren los aprendizajes que deben alcanzar (MINED, 2010); planificar no debería ser un trámite por más que se convierta en ello. Planificar sirve como instrumento de reflexión sobre la propia práctica. Es decir, la práctica *no se improvisa*, sino que se planea para decidir y valorar el trabajo que se hará en cada clase, con cada curso, en cada colegio. En otras palabras, "*para cada realidad*".

Un Plan de Clase es un documento que nos orienta como docentes a impartir una clase apoyados en el uso de computadoras para un mejor y más eficiente uso de los recursos digitales, como son las conocidas "Tecnologías de la Información y la Comunicación" (T.I.C).

- **¿Por qué nos cuesta tanto planificar?**

Aunque somos conscientes de los beneficios de la planificación de las clases, esta actividad nos cuesta por distintos motivos. Entre los que destacamos:

1) Mala disposición.

2) Desconocimiento sobre cómo planificar.

3) Tiempo invertido en ello.

- **¿Por qué la clase no "sale" como lo ha planificado?**

Podemos realizar una perfecta planificación, le hemos dedicado tiempo a su desarrollo y elaboración, pero la clase es totalmente distinta a lo planificado. Las razones pueden ser algunas de estas:

1) Ocupar una planificación que no está pensada para nuestra realidad. Muchas veces - para ahorrar tiempo - nos tentamos en "bajar" planificaciones hechas desde internet, conseguirlas con algún compañero o comprar el libro de planificación de nuestra asignatura. Eso está bien, siempre y cuando, nos sirva de orientación para la elaboración de nuestra propia planificación. Por lo tanto, la planificación - al igual que los recursos educativos- deben estar ajustados al contexto y realidad.

2) Imponderables no contemplados. Hay imponderables, es decir inesperados, que no podemos manejar en nuestra planificación tal y como ensayos para una actividad o catástrofes naturales. Pero hay otros imprevistos que sí podemos tomar en cuenta al momento de elaborar la planificación tales como feriados (para que la planificación coincida con las horas que los planes y programas estipulan), actos, aniversarios de colegio o Universidad, entre otros.

3) La planificación no es apta para las necesidades. Cada Centro Educativo tiene sus características que la hacen una institución única. Por lo tanto, cada establecimiento educativo necesita planificar sus actividades de enseñanza-aprendizaje de acuerdo a sus fortalezas y necesidades. Desde esta perspectiva no todas las planificaciones son aptas para cada centro, ni para cada profesor. Hay que buscar el modelo más adecuado para ambos.

- **¿Por qué la planificación quita tanto tiempo?**

Sin duda, el planificar conlleva llevarnos "trabajo para la casa". Y si a ello le sumamos que no vemos ningún beneficio en lo administrativo y en el aula, es cierto que pocas ganas darán de planificar. Pero *¿por qué la planificación quita tanto tiempo al docente?* Básicamente porque no existen los mecanismos que permitan que el profesor haga esta actividad de manera tranquila y reflexionada.

Entre los beneficios de planificar que sobrepasan el exceso de tiempo en su realización, encontramos que nos permite "cuidarnos las espaldas", es decir cuidar que el plan de clases esté libre de favoritismo y puntos de vistas personales acerca de sectores sociales, políticos o religiosos. Sin embargo, si un padre llega a reclamar por los contenidos vistos, el profesor tiene como prueba la planificación y mostrar lo que se hizo en esa clase. Con este ejemplo, queremos decir que las planificaciones son nuestra evidencia de una clase preparada y reflexionada y se transforma en un instrumento al momento de suceder inconvenientes. El para qué de planificar nuestras clases, *es para tener una evidencia de nuestro trabajo profesional*. Hay muchos otros para qué, pero ninguno de ellos se relaciona con nuestro auto-cuidado como docentes.

La elaboración de este plan es muy importante para que el docente realice una labor de calidad, y, sobre todo, para evitar caer en la improvisación y la rutina, que conducen a un trabajo desordenado que disminuye la calidad de la docencia y fundamentalmente, la de los aprendizajes de sus estudiantes.

La planificación de la clase trae consigo muchas ventajas para el profesor, porque de esta forma tendrá mayor seguridad y confianza para enseñar, aprovechará mejor sus habilidades y los recursos disponibles y utilizará mejor el tiempo.

3.2. Horas Presenciales y No Presenciales

Se conocen como *horas presenciales* a aquellas impartidas y recibidas dentro del aula de clases y *no presenciales* a las que el estudiante debe de dedicarle al autoestudio; claro utilizando los documentos, guías y bibliografía facilitada por el docente del componente en cuestión.

Entre las horas presenciales y no presenciales hay una relación de 1 a 2, es decir por cada hora que se recibe de clases (hora presencial) se deberá dedicar dos horas al autoestudio y a la investigación (horas no presenciales).

3.3. Crédito Académico

Un **crédito académico** es la unidad que mide el tiempo de formación de un estudiante en educación superior, en función de las competencias profesionales y académicas que se espera que el programa desarrolle en él. La utilidad de los créditos académicos es tener un parámetro de comparación entre los diferentes programas formativos que existen y da una idea de la calidad del mismo en relación a otros.

El valor del crédito académico difiere según la modalidad en que se imparte la carrera:

En la modalidad presencial, un crédito equivale a cuarenta y ocho horas de trabajo del estudiante, sea este presencial e independiente, en un Componente Curricular durante un período lectivo: semestre, cuatrimestre y trimestre.

En las modalidades por encuentro, a distancia y en línea, un crédito corresponde a veinticuatro horas de trabajo del estudiante durante un período lectivo.

El número de créditos académicos es igual al número de horas de trabajo del estudiante en el período lectivo entre el valor del crédito académico.

3.4. Componente Curricular

Un Componente Curricular es la asignatura que se imparte al grupo de clases; la cual consta de temas introductorios, de desarrollo y de reforzamiento tanto dentro como fuera del aula.

Los componentes curriculares, según las actividades que se realizan en ellos, se clasifican en: eminentemente teóricos, prácticos y teórico-prácticos. Por regla general, en la modalidad presencial, una hora teórica presencial con acompañamiento directo del profesor debe suponer dos horas adicionales de trabajo independiente del estudiante; una hora teórico-práctica presencial supondrá entre media y dos horas adicionales de trabajo independiente, según su naturaleza y en las actividades prácticas únicamente se contabilizan las horas efectivas del trabajo práctico.

En la modalidad por encuentros, una hora presencial debe suponer cuatro horas de trabajo independiente.

Un componente curricular tiene la siguiente estructura:

- **Introducción**

Es lo aportado por el componente al estudiante (herramientas, habilidades y destrezas):

El Componente Curricular de MATEMÁTICA BÁSICA, brindará al estudiante del Semestre de Estudios Generales de las carreras de la modalidad diurna de la UNAN-León, las herramientas elementales que le permitan resolver problemas matemáticos fundamentales aplicando la lógica, teoría de conjuntos, álgebra y funciones. Además, le facilitará la comprensión de los contenidos de los componentes curriculares: Estadística Introductoria y Cálculo I, si la carrera de su elección los contempla.

También este componente curricular contribuirá a que el estudiante desarrolle habilidades de cálculo y una cierta madurez formal que le permita razonar acerca de hechos de distinta naturaleza: económica, empresarial, biológica, social, etc.

- **Competencias a Desarrollar**

Misión u objeto de una entidad por ejercer un cargo o ser responsable de una labor.
En materia de Educación se conoce por Competencias dentro del Componente Curricular a los objetos, dicho de esta manera, que se persiguen con los temas planteados para la Unidad que en él se desarrollarán.

- **Planificación de la Competencia**

La Planificación de las Competencias a desarrollar en un Componente Curricular por Unidad no es más distribuir los temas que se darán según: la competencia, los conocimientos o temas a abordar en la clase, las habilidades que se persiguen que los estudiantes desarrollen, las actitudes a valorar y la evaluación, tomando como puntos importantes los criterios y las evidencias de la misma.

Para el planteamiento de los mismos utilizamos una matriz adaptada a cada punto y según sus características.

NOTA: En la estructura del Plan de Clases hablamos de cada uno de estos puntos, tomando su definición y función como parte de la Planificación diaria.

- **Distribución del Tiempo por Competencia**

En ella trabajamos una matriz que contiene el tiempo asignado por las horas Teóricas y Prácticas que en las clases se deben de desarrollar por cada Unidad tratada a lo largo del Componente. Por ejemplo, tenemos:

UNIDAD	Tiempo Asignado		
	Teóricas	Práctica	Total
Unidad I. Lógica y Conjuntos	12	6	18 h
Unidad II. Álgebra	12	8	20 h
Unidad III. Funciones	14	8	22 h
TOTAL	38	22	60

- **Estrategias de Aprendizaje**

Las *Estrategias de Aprendizaje* son "el modo en que enseñamos a nuestros estudiantes", su esencia, la forma de aprovechar al máximo sus posibilidades de una manera constructiva y eficiente.

Como docentes, debemos de ingeniárnosla para aprovechar al máximo no solo las posibilidades del estudiante, sino también las nuestras. Es importante no quedarnos atrás en las nuevas vías de la información (que a causa de la globalización son inevitables) y tratar de conseguir la mayor modernización de nuestras habilidades, nos estamos refiriendo a las herramientas informáticas, entre otras. Estas herramientas son ya un presente y casi de obligado uso.

Y por supuesto, también en estos últimos años, han ido surgiendo diferentes formas de aprender y diferentes estrategias para hacerlo. Por ello definiremos e explicaremos de una manera más detallada lo que envuelve a las Estrategias de Aprendizaje.

Se denomina aprendizaje al proceso de adquirir conocimientos, habilidades y valores; utilizando la *enseñanza con la experiencia*. El proceso fundamental es la *imitación*.

El aprendizaje se define como el cambio de la conducta de una persona a partir de una experiencia. Podemos definirlo también como la "*consecuencia de aprender a aprender*".

Las Estrategias de Aprendizaje son las fórmulas que se emplean para una determinada población, los objetivos que se buscan entre otros son hacer más efectivos los procesos de aprendizaje.

Podríamos decir qué es y qué supone la utilización de estas estrategias a partir de diferenciar entre ellas y las técnicas:

- LAS TÉCNICAS**:** Son las actividades que realizan los estudiantes cuando aprenden: *repetir, subrayar, realizar esquemas, realizar preguntas, participar en clase, etc.*
- LAS ESTRATEGIAS: Se consideran las guías de las acciones que hay seguir. *Son esenciales a la hora de conseguir el objetivo.*

Para explicar la importancia tanto de la técnica como de la estrategia, es muy sencillo, si pensamos en un equipo de baloncesto, y ese equipo es muy bueno con mucha técnica de balón etc., *si no posee una* ***buena estrategia*** otorgada por su entrenador, no sirve de nada. *Sin esta estrategia sería como "un coche de gama alta, pero sin ningún motor".*

"La técnica sin la estrategia no funciona", pero tampoco podemos crear una estrategia más o menos decente si los jugadores no tienen una mínima calidad o técnica. Si un jugador dejara de jugar y de entrenar, por mucha estrategia y calidad que uno tenga, dicho jugador tampoco funcionaría, *acabaría siendo un mal jugador*.

Por lo tanto, se puede definir a la ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE como lo siguiente:

"Es el proceso por el cual el estudiante elige, observa, piensa y aplica los procedimientos a elegir para conseguir un fin".

Para que una estrategia se produzca y funcione, se requiere de un listado o planificación de técnicas dirigidas a un objetivo. Pensando en dicho objetivo, trataremos de amoldarlo a las situaciones especiales de cada estudiante y su entorno.

Es interesante observar la similitud entre las Técnicas de Estudio y las Estrategias de Aprendizaje, sin embargo *son cosas distintas que debemos de tener en cuenta*.

Las Estrategias de Aprendizaje *son las encargadas de guiar, de ayudar y de establecer el modo de aprender*, y las Técnicas de Estudio *son las encargadas de realizar estas estrategias mediante procedimientos concretos para cada una*. Estas deben de completarse de forma lo más individual posible, para ajustarnos a cada caso de cada estudiante. Valorando sobretodo su propia expresión de aprendizaje unida a las nuevas técnicas y estrategias que irá aprendiendo de las que ya poseía. El esfuerzo, como siempre, será determinante por ambas partes, no solo del estudiante, creando un ejercicio mutuo.

- **Evaluación de los Aprendizajes**

Es necesario pensar en los procedimientos, actividades y criterios que hay que utilizar a la hora de evaluar los aprendizajes. La observación minuciosa de las actividades y respuestas de los estudiantes permitirá ***optimizar*** los procesos de *enseñanza-aprendizaje*, y ofrecer a los estudiantes actividades más adecuadas a sus intereses y estilos.

La evaluación no consiste en comprobar si el estudiante domina o no los contenidos transmitidos. *Es una instancia más de aprendizaje*. “No representa una tarea sencilla”.

El docente, necesariamente, debe abordar el proceso de evaluación planteándose propósitos, técnicas, actividades y criterios de evaluación, todos estos aspectos derivados de su planificación. El docente, de acuerdo con sus principios educativos, los del establecimiento y el sistema educativo que lo enmarcan, decidirá cuáles son las actividades de evaluación que llevará a cabo, cómo las evaluará, para qué le servirán los resultados obtenidos, qué aspectos se señalarán al valorar los trabajos de los estudiantes, etc.

- **Bibliografía**

Son todas las referencias bibliográficas y de la Web, que se tomaron para realizar la Microprogramación del Componente Curricular.

En ella podemos encontrar el Texto Básico, que es el texto o material de apoyo de “cabecera” (según el Componente Curricular) y los Textos Complementarios, los cuales son todos los documentos, enciclopedias, diccionarios y revistas que se utilizaron para enriquecer cada contenido a trabajar.

3.5. Estructura del Plan de Clases

- **Información Administrativa**

Esta hace referencia a los datos generales de la Institución Educativa, del área, del docente, del curso (tipo, horas y créditos), si es un Plan de Clases Universitario la información del departamento que facilita el componente y el grupo de clases asignado (carrera y año).

- **Competencia del Componente Curricular**

Es en esencia la Competencia orientada en la Microprogramación respectiva al Componente, siendo única por unidad.

Las Competencias del Componente Curricular son el conjunto de actividades que se esperan se desarrollen por el estudiante tanto dentro como fuera del aula de clases, claro con la ayuda y apoyo del docente.

- **Dimensiones de la Competencia**

Estas dimensiones se dividen en tres puntos principales, tales son: *Conocimientos, Habilidades y Actitudes.* Cada una está íntimamente relacionada con su correspondiente y tienen como fin el mejor apropiamiento de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades planteadas en la competencia para el Componente Curricular.

- **Actividades del Docente y de los Estudiantes**

En este apartado que se encuentra dentro de la estructura de un Plan de Clases podemos observar que se divide en las tres distintas actividades que los estudiantes y el docente debe de desarrollar a lo largo de la clase. Estas actividades son:

Actividades de Iniciación, en ellas podemos encontrar la introducción del tema, aspectos generales y específicos del mismo; a su vez también se puede abordar definiciones, propiedades, reglas, métodos y pasos para su desarrollo.

Actividades de Desarrollo, en este punto podemos encontrar contenido más específico y directo, ya que se utiliza para orientar las actividades que el estudiante desarrollará para el mayor apropiamiento de la información abordada en la actividad anterior. Por ello su nombre.

Actividades de Finales, en ellas podemos encontrar observaciones, y actividades de reforzamiento o meramente de conclusión del tema tratado.

La Orientación del Trabajo Independiente. Siendo este la parte dentro del Plan de Clases en el cual se orientan las tareas, trabajos y guías que el docente puede dejar para el autoestudio del tema abordado en el encuentro.

- **Medios o Recursos Necesarios**

En este apartado encontramos una lista de todos los recursos didácticos que son necesarios y utilizados para la planificación y el desarrollo de la clase. Entre estos podemos encontrar: Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet, entre otros.

Es necesario a su vez señalar que estos dependerán de la clase y la metodología del docente al impartirla.

- **Evaluación de los Aprendizajes**

Esta se lleva a cabo según dos aspectos:

Criterios, es a lo que se quiere llegar (habilidad a desarrollar con los temas a abordar).

Evidencias, estas son las técnicas o actividades que se desarrollaran para cumplir los criterios.

- **Conclusiones**

En las conclusiones encontramos las observaciones del docente con respecto al tema y la reflexión del mismo.

- **Recomendaciones**

Son el conjunto de tics por parte del docente en función a la complejidad del tema y de la aceptación por los estudiantes.

- **Bibliografía**

En ella encontramos todas las citas bibliográficas de donde se tomó la información utilizada en el plan de Clases, tanto de libros como la tomada de la web.

La bibliografía puede ofrecer una visión general de todas las publicaciones sobre un cierto tema o pertenecientes a una misma categoría.

3.6. Demanda de Estudiantes

- **Definición**

Una lección aprendida en los últimos años es que los líderes deben tener cuidado de diseñar un programa de reforma que no responda por los cambios que ocurren fuera de las puertas de la escuela. Aunque los sistemas educativos han venido progresando cada vez más, las experiencias y actitudes de los alumnos han cambiado radicalmente y los gobiernos, empleadores y organizaciones no gubernamentales comienzan a buscar un conjunto diferente de habilidades.

Promover los procesos de mejora supone generar condiciones institucionales facilitadoras. En este sentido, el *diálogo* resulta un factor fundamental a la hora de pensar en mejoras en la institución, ya que permite que los distintos actores puedan confrontar perspectivas, expectativas, intereses y propuestas. Esto da lugar al establecimiento de acuerdos, que son la base de todo proyecto o trabajo colegiado, a la vez que favorece la reflexión compartida y con ello la revisión de las prácticas.

La mejora de prácticas institucionales requiere de *culturas colaborativas*. Y todas aquellas acciones que contribuyan a fomentar estas formas de trabajo, generan siempre condiciones para el transformar en sentido positivo las prácticas. Para que esos procesos sean posibles, resulta imprescindible que los directivos tengan en cuenta el *tiempo* y el *espacio* como otros de los factores facilitadores, ya que la falta de ellos puede atentar contra las iniciativas de mejora de las prácticas. Se trata, entonces, de prever momentos que puedan ser destinados a la reflexión, análisis e intercambio de experiencias, opiniones, etcétera, y de proporcionar espacios físicos adecuados para llevar a cabo esta parte de la tarea docente, que, con frecuencia, no ha sido prevista. O, por el contrario, a falta de estos recursos, como tiempo y espacio, quizá haga falta pensar en otras alternativas que permitan instalar estas formas cooperativas de trabajo.

Por otra parte, la aceptación de una propuesta valiosa, pero que se desconoce en su sentido profundo y afecta el comportamiento de los actores, puede verse facilitada cuando es posible realizar algún tipo de “ensayo”, que permita un primer acercamiento y una evaluación aproximada de sus potencialidades que vaya produciendo algún grado de compromiso por parte de los diferentes actores. Por ello, puede resultar conveniente implementar la propuesta de manera parcial o acotada, ya sea en un sector de la escuela, durante un período breve o en alguno de sus aspectos. No siempre es conveniente iniciar todo junto a la vez, lo que no quiere decir hacerlo siempre de la misma manera.

La búsqueda de acciones que conduzcan al aumento de la inserción estudiantil son un propósito común para la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León y el Ministerio de Educación, por lo cual, notamos que es necesario realizar esfuerzos y establecer estrategias que faciliten la cooperación y apoyo técnico y económico para facilitar la inclusión de los estudiantes en sus respectivos programas académicos. Para que comprendamos esto, es necesario definir algunos conceptos que son necesarios para la aprehensión de nuestros objetivos al realizar esta investigación.

- **Estrategias de aprendizaje para mejorar y aumentar la participación de los estudiantes.**

Antes de entrar de lleno en el análisis de las estrategias de aprendizaje para mejorar y aumentar la participación de los estudiantes hacia la carrera de matemáticas, es conveniente tener muy claro que se entiende por aprendizaje y que suponen sus estrategias. Así pues, comenzaremos diciendo que, aunque caben posturas diferentes respecto a cómo definir el aprendizaje, siguiendo a Mayer (1988), podemos observar dos perspectivas básicas, una cuantitativa y otra cualitativa.

1ª. Desde el punto de vista cuantitativo, supone un cambio relativamente estable de la conducta del que aprende provocado por su propia experiencia (directa o diferida ≺por observación≻) en relación con el medio. La información se presenta ante el sujeto, quien la procesa y procura almacenarla en la memoria, para después responder a interrogantes o resolver problemas; de forma que, si el procesamiento es adecuado creará muchos nodos (resultado del aprendizaje) y exhibirá unos recuerdos y unas buenas transferencias (ejecución).

2ª. Una visión cognitiva, más cualitativa, señala que el proceso de aprendizaje no es únicamente cuestión de cantidad sino también de calidad: atención global y/o selectiva, organización y elaboración; lo cual incide en los resultados de aprendizaje que puedan lograrse: nodos, lazos, conexiones internas y/o externas, etc.

Sin embargo, es posible añadir a esos dos puntos de vista básicos una tercera perspectiva, la experiencial o fenomenológica; "... desde esta perspectiva el aprendizaje es definido por los individuos implicados en él ... descrito de este modo, puede ser categorizado de diferentes maneras ... un estudiante puede describir el aprendizaje como una memorización literal de conocimientos conseguida casi siempre mediante repetición y recitación, mientras otro puede describirlo como un proceso interpretativo dirigido hacia la comprensión de la realidad" (Schmeck, 1988:3).

Recordemos que las diferentes teorías aparecidas a lo largo de la historia, en su momento, creyeron ser exclusivas y últimas, cuando, como se pudo comprobar poco tiempo después, no eran más que complementarias y provisionales: Teorías Estimulo-Respuesta (E-R): Thorndike (1898), Pavlov (1927), Skinner (1938), etc.; Teorías Mediacionales y Observacionales: Woodworth (1958) y Bandura (1960) respectivamente, etc; y Teorías Cognitivas: Köhler (1932), Vigotsky (1936), Ausubel(1965), Bruner (1966), etc.

Precisamente, el nuevo enfoque cognitivo se refleja con precisión en el modelo que proponen Weinstein y Mayer (1986), cuyos elementos integrantes se definen a continuación:

- Características del profesor: conocimiento que tiene de la materia y del modo de enseñar, necesarios para utilizar las estrategias de enseñanza que él seleccione.
- Estrategias de enseñanza: conducta del profesor mientras enseña (qué es lo que presenta, cuándo y de qué modo).
- Características del que aprende (alumno): conocimiento previo de hechos, procedimientos y estrategias necesarios para el desarrollo de actitudes.
- Estrategias de aprendizaje: conductas que lleva a cabo el alumno mientras aprende y que durante el proceso de codificación inciden sobre el procesamiento cognitivo y afectivo.
- Proceso de codificación: procesos cognitivos que tienen lugar durante el aprendizaje (selección, organización e integración de la información.)
- Resultados de aprendizaje: conocimiento que ha adquirido el que aprende y que depende tanto de las estrategias de enseñanza como de las estrategias de aprendizaje.
- Ejecución: conducta en las pruebas de retención y de transferencia.

La verdad es que, en general, nuestros alumnos dedican muy poco tiempo al trabajo autónomo, especialmente a las consultas, y su actividad se reduce casi exclusivamente, en la mayor parte de los casos, a escuchar (no oír siquiera) al profesor, empleando como única estrategia de aprendizaje, tomar notas y memorizar los apuntes para los exámenes; lo cual denota interés por las clases de tipo expositivo, una alta orientación en sus actividades de trabajo y un procesamiento pasivo de la información.

3.7. Demanda de Educación

- Tanto el Gobierno como el individuo demandan educación.
- La demanda de educación es el conjunto de aspiraciones, deseos y necesidades de los ciudadanos en cuestión de educación.
- La demanda a nivel social, está fundada en la idea de que la educación es un BIEN para la sociedad. Se formula para satisfacer necesidades sociales. Esta demanda social, tiene a la educación como inversión.
- Y la demanda individual está fundada en los derechos humanos y en el interés del hombre por formarse, por mejorar, por invertir en su desarrollo...; tiene a la educación tanto como inversión como consumo.

Cuando la demanda de educación no coincide con la necesidad de la misma, la demanda individual no va acorde con la demanda social.

Aparte de estos tipos de demanda existe también una demanda genérica de educación, es decir, que toda la población reciba una educación general básica. Y una demanda específica, de profesiones especialistas específicas (psicólogos, arquitectos…).

La demanda de educación se produce tanto por necesidades económicas como políticas, creando así una NECESIDAD OBJETIVA de educación, que unida a otra NECESIDAD SUBJETIVA hacen que la educación se desarrolle.

Prácticamente en todo el mundo se ha dado este desarrollo tanto de la necesidad como de la demanda de educación, e incluso en el sector de la educación informal (no formal).

En los países subdesarrollados la demanda se centra en la enseñanza primaria, y también secundaria, mientras que en los desarrollados en los niveles secundario y superior (entre otras cosas porque la primaria ya está suficientemente atendida). Y esto es lo que da lugar a las pirámides educacionales que toman diferentes formas dependiendo de cada caso.

Entre los efectos de la demanda de educación tenemos:

- El aumento del número de alumnos.
- La necesidad de nuevos profesores.
- De nuevos medios de formación.
- El aumento del presupuesto.
- Creación de nuevos tipos de estudios.
- Prolongación del periodo de escolaridad obligatoria.
- Y aumento de nivel de algunas carreras.

Como consecuencia, el sistema educativo hoy en día constituye uno de los sistemas sociales más importantes, ricos y complejos.

Su desarrollo se analiza a través de estos indicadores:

1. Totales de escolarización
2. Tasa de escolarización global por niveles
3. Tasas de escolarización por grupos de edad
4. Gasto público en educación

- **Factores Sociales de la Demanda de Educación**

Si la demanda de educación se explica desde el aspecto económico y social, es importante conocer las características de la sociedad actual, la cual se distingue por:

- La explosión demográfica (que incrementa el nº de posibles alumnos)
- El desarrollo económico
- La lucha contra el hambre
- La implantación de la democracia

- **Otras peculiaridades son:**
  - La revolución científica y técnica
  - La multiplicación de conocimientos
  - La promoción de las masas y la creación
  - Y la multiplicación de medios de información y comunicación.

Ya dijimos que en este contexto la educación es considerada tanto un bien de inversión como de consumo, así como el medio de proporcionar trabajo cualificado a una economía en crecimiento.

Sus principales objetivos en la sociedad son:

- La alfabetización,
- Y la formación profesional media y superior.

Tengamos en cuenta que la producción es cada vez más compleja y necesita de los trabajadores una mayor instrucción (preparación).

Incluso los que ya trabajan deben reciclarse, hacer cursos de reciclaje o aprender nuevas técnicas.

Y en el caso de cambios de empleo, debe darse una readaptación profesional.

En cuanto a las causas políticas y sociales, en principio es necesario saber leer y escribir para poder participar adecuadamente en la sociedad (votar, etc.). Es por eso que interesa promover la alfabetización.

3.8. Incremento de la Escolaridad

- **La Escolaridad según las Regiones**

La escolarización es diferente según la región de la que se trate, sobre todo en el caso de los países desarrollados y subdesarrollados.

Los países subdesarrollados además de disponer de menos recursos, tienen una población escolar mucho mayor que los desarrollados. Se comprende así que estas regiones sean las más desfavorecidas.

Y ya que la mayoría de la población mundial se halla en vías de desarrollo, deducimos que la escolaridad de la mayoría de los niños es bastante deficiente. Y la mayor parte de los niños que sí asisten a la escuela, lo hacen en unas condiciones bastante malas, y mucho peor la población femenina.

- **La Explosión Escolar**

Se refiere al gran desarrollo que se ha producido en la educación en las últimas décadas, sobre todo en la enseñanza superior.

Sin embargo, el problema de la escolarización mundial, se plantea sobre todo en la enseñanza primaria (que es además básica), ya que el objetivo a conseguir es muy ambicioso; conseguir la escolarización total.

Volviendo a la explosión escolar, es producto de 2 factores principales:

- La política educacional (ya que el prestigio del país es proporcional a las posibilidades educativas ofrecidas a los jóvenes).

- La presión familiar (que buscan asegurar un buen porvenir a sus hijos mediante los estudios).

3.9. Contraste en el Desarrollo Educacional

Según la UNESCO, a finales del Siglo XX (siglo pasado), ningún país subdesarrollado conseguiría la total escolarización de sus niños (esto es cierto), pero algunos se acercarían…

Pero es que, mientras en los países industrializados, el costo por estudiante de enseñanza superior suele ser el doble que el gasto por estudiante de enseñanza primaria, en los subdesarrollados el costo por estudiante de enseñanza superior es mucho mayor (en algunos casos 100 veces mayor; África).

Y como vimos en el tema anterior, muchos de estos países prefieren invertir en la enseñanza superior, lo que explica que luego les falten recursos para promover la primaria (seguramente más importante).

Se deducía así que los países en desarrollo que continuarán dando prioridad a la enseñanza superior, tendrían menos posibilidades de conseguir la total escolarización, la implantación general de la enseñanza primaria a finales del siglo… y así ha sucedido.

3.10. Niveles de Aprendizaje

Díaz (2005) comenta que no hay dos alumnos que piensen exactamente igual, es un reto para el maestro al momento de enseñar, ya que no todos aprenden al mismo tiempo y de la misma manera. Es por eso, que a medida que se aprende, se obtienen diferentes niveles de aprendizaje. A continuación, se describen cada uno de ellos:

- Nivel de conocimiento; es cuando los estudiantes recuerdan la información, las ideas y los principios de una manera muy similar a la que se enseña.
- Nivel de comprensión; en este nivel, los estudiantes comprenden el significado del material y la información al punto que pueden repetirla con sus propias palabras.
- Nivel de aplicación; es cuando los estudiantes pueden aplicar los principios aprendidos y solucionar problemas con poca dirección.
- Nivel de análisis; en éste nivel, los estudiantes pueden pensar con lógica y pueden razonar de manera, tanto inductiva como deductivamente.
- Nivel de síntesis; es donde los estudiantes demuestran la capacidad de aplicar los principios aprendidos a nuevas ideas. Así como los inventores aplican los conocimientos científicos a nuevos productos.
- Nivel de evaluación; es aquel en que los estudiantes aprender a distinguir entre lo bueno y lo mejor. En todo proceso educativo, el hecho de aprender significativamente da a conocer las diferentes formas o maneras de adquirir conocimientos.

3.11. Materiales Didácticos

Recurso educativo es cualquier material que, en un contexto educativo determinado, sea utilizado con una finalidad didáctica o para facilitar el desarrollo de las actividades formativas, ejemplo: un programa multimedia que permite hacer prácticas de contabilidad, los videos interactivos de idiomas.

- **Tipos de los Medios y Recursos Didácticos**

Los medios didácticos, y los recursos educativos en general, se suelen clasificar en dos grupos:

Materiales convencionales:

1. Impresos (textos): libros, fotocopias, periódicos, documentos...
2. Tableros didácticos: pizarra
3. Juegos: arquitecturas, juegos de sobremesa...
4. Materiales de laboratorio...
5. Materiales audiovisuales: videos, películas, documentales, programas de Tv. montajes y producciones audiovisuales.
6. Materiales visuales Imágenes fijas proyectables diapositivas, transparencias, murales, mapas, afiches, fotografías.

Nuevas tecnologías como:

1. Programas informáticos (CD u on-line) educativos: videojuegos, lenguajes de autor, actividades de aprendizaje, presentaciones multimedia, enciclopedias, animaciones y simulaciones interactivas.
2. Servicios telemáticos: páginas web, weblogs, tours virtuales, correo electrónico, chats, foros, unidades didácticas y cursos on-line, telefonía celular.
3. Internet y vídeos interactivos.

Materiales convencionales

- ✓ Materiales impresos y fotocopias.
- ✓ Materiales de imagen fija no proyectados.
- ✓ Tableros didácticos.
- ✓ Otros: juegos, materiales de laboratorio.

Medios audiovisuales

- ✓ Proyección de imágenes fijas: diapositivas, transparencia.
- ✓ Materiales sonoros: radio, disco, CD, cintas.
- ✓ Materiales audiovisuales: TV, video, montajes AV.

Nuevas tecnologías

- ✓ Programas informáticos, servicios telemáticos, TV y video interactivo.

- **Clasificación**

Los medios de enseñanza han evolucionado a través del tiempo y hoy en día están presentes con mayor relevancia en el ámbito educativo. La necesidad de llevar a los alumnos experiencias y conocimiento significativo, potenciar sus habilidades intelectuales e incentivar a la manifestación de ideas, actitudes y sentimientos; son algunas de las razones que han permitido incorporar estos medios en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Medios Audiovisuales:

Medios audiovisuales son los medios de comunicación social que tienen que ver directamente con la imagen como la fotografía y el audio. Los medios audiovisuales se refieren especialmente a medios didácticos que, con imágenes y grabaciones, sirven para comunicar mensajes y contenidos específicos.

El uso de la televisión, del cine y el video en el aula de clases, ofrecen además toda una serie de ventajas al maestro para desarrollar su proceso didáctico educativo:

- ❖ Permiten mostrar situaciones históricas presentes y futuras.
- ❖ Muestran realidades lejanas en el tiempo y en el espacio.
- ❖ Integran imagen, movimiento, color y sonido a realidades complejas.
- ❖ Mantienen la atención de los estudiantes.
- ❖ Posibilitan procesos de retroalimentación en forma grupal
- ❖ Se pueden realizar análisis y comparaciones con la realidad de cada uno, de acuerdo a sus propias experiencias.
- ❖ Permiten la interactividad en la clase.
- ❖ Se pueden reutilizar cuantas veces sea necesario.

- ❖ Proporcionan un punto de vista común.
- ❖ Integran otros medios de enseñanza.
- ❖ Transmiten información como explicación, aclaración o refuerzo de determinados contenidos que se vayan a impartir.
- ❖ Muestran hechos y situaciones para comprobar determinados procesos.
- ❖ Desarrollan el sentido crítico y la lectura activa de éstos medios como representaciones de la realidad.
- ❖ Permiten adquirir, organizar y estructurar conocimientos teniendo en cuenta el proceso comunicativo y semántico que utilizan los medios audiovisuales.
- ❖ Fomentan y estimulan la imaginación. Aunque toda imagen se delimita y se presenta de una manera exuberante, detallada que transforma la realidad, la combinación de estos recursos con otros medios dentro del aula, pueden generar e incitar la imaginación y creatividad del alumno, con una orientación precisa y objetiva del docente.

Medios Visuales:

Los medios textuales o impresos.

Con el nacimiento de la imprenta a finales del siglo XV, se genera un recurso capaz de plasmar en forma condensada y sintetizada la cultura y el conocimiento. Gracias a la imprenta y al afán de democratizar las ideas se impulsó un modelo de escolaridad basado en el aprendizaje por medio de los textos escolares. Sin embargo hoy en día, se pueden encontrar diversos materiales impresos que transmiten información mediante el lenguaje escrito, aunque muchas veces se encuentra acompañado de imágenes o dibujos que lo complementan.

Actualmente estos medios continúan siendo utilizados en su mayoría, considerándose entre ellos: Los libros de texto, diccionarios, catálogos, manuales, cuadernos de trabajo, periódicos, revistas, documentos históricos, guías didácticas, mapas, afiches, murales, etc.

Es posible realizar una clasificación en función de los beneficiarios de los medios textuales. La clasificación es la siguiente:

- ❖ Material orientado al profesor: dentro del cual se incluyen todos aquellos recursos elaborados para este fin, por ejemplo, las guías didácticas y las guías curriculares.
- ❖ Material orientado al estudiante*:* dentro del cual se encuentra todo el material textual, que persigue brindar algún tipo de experiencia que conduzca al aprendizaje del estudiante, algunos son los libros de texto y el material de lector-escritura.

Estos medios emplean el sonido como la modalidad de codificación de la información. El uso de este medio en el aula de clase ha dado lugar a la creación de los laboratorios de idiomas, que han permitido desarrollar habilidades auditivas para el manejo de lenguas extranjeras.

Se pueden encontrar dos grupos de medios de enseñanza que utilizan el sonido, estos son:
Los medios de enseñanza que utilizan el sonido en medios naturales*:* se refiere a todos aquellos sonidos que se captan directamente de la experiencia o de la interacción con el ambiente, algunos ejemplos son: el sonido de las aves, los instrumentos musicales y los ruidos cardiacos o respiratorios.

Los medios de enseñanza que utilizan el sonido en medios técnicos: en este grupo entran todos los recursos que permiten conservar el sonido para su posterior uso, algunos son: la cinta magnética, el tocadiscos y el cassette, los cd`s, la radio, mp3. etc.

Estos medios de enseñanza están presentes en nuestro ambiente y es deber de los profesores, los estudiantes, las instituciones y la comunidad, velar porque se utilicen las estrategias didácticas adecuadas, que permitan integrar estos recursos y cumplir de la mejor manera con los objetivos propuestos a favor del proceso de enseñanza aprendizaje.

Los medios materiales:

Los materiales didácticos. Son aquellos materiales que se utilizan en el aula y pueden ser materiales permanentes de trabajo, materiales informativos, materiales ilustrativos y materiales experimentales. Llamamos materiales didácticos aquellos medios o recursos concretos que auxilian la labor de instrucción y sirven para facilitar la comprensión de conceptos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, ejemplo: pizarrón, rotafolio.

Los materiales didácticos permiten:

- Presentar los temas y conceptos de una manera objetiva y clara.
- Proporcionar al aprendiz medios variados de aprendizaje.
- Estimular el interés y la motivación del grupo.
- Acercar a los participantes a la realidad y darán significado a lo aprendido.
- Facilitar la comunicación.
- Complementar las técnicas didácticas.
- Economizar tiempo.

3.12. Evaluación de los Aprendizajes

Reflexionar críticamente acerca de una práctica, sea esta la evaluación de estudiantes o cualquier otra, no es algo obvio o evidente. No se nos ocurre pensar en cómo saludamos al quiosquero de la esquina todas las mañanas porque esa es una práctica, un hábito, una costumbre que damos por sentada. De manera similar, no se nos ocurre pensar en cómo, cuándo, con qué frecuencia, de acuerdo a qué normas o criterios evaluamos a nuestros estudiantes, simplemente porque lo que hacemos es una práctica habitual de todos los meses y años, y se considera –comúnmente– que esto es una parte más de nuestro rol como docentes.

Es importante distinguir la Evaluación Para el Aprendizaje como un modelo particular que es distinto de las interpretaciones tradicionales acerca de la evaluación.

En lo que sigue están resumidas sus características más centrales.

Concebida de esta forma, la evaluación:

- Es considerada como parte intrínseca de la enseñanza y el aprendizaje.
- Requiere que los profesores y profesoras compartan con sus alumnos y alumnas los logros de aprendizaje que se espera de ellos.
- Ayuda a los estudiantes a saber y reconocer los estándares que deben lograr.
- Involucra a los alumnos y alumnas en su propia evaluación.
- Proporciona retroalimentación que indica a los estudiantes lo que tienen que hacer, paso a paso, para mejorar su desempeño.
- Asume que cada alumno o alumna es capaz de mejorar su desempeño.
- Involucra tanto a docentes como a alumnos y alumnas en el análisis y reflexión acerca de los datos arrojados por la evaluación.

Al llevar a cabo nuestro trabajo de investigación nos basaremos en los “Diez Principios de la Evaluación de los Aprendizajes” mostrados en el documento: Evaluación Para el Aprendizaje: Educación Básica Primer Ciclo.

1. Es parte de una planificación efectiva.
2. Se centra en cómo aprenden los estudiantes.
3. Es central a la actividad en aula.
4. Es una destreza profesional docente clave.
5. Genera impacto emocional.
6. Incide en la motivación del aprendiz.
7. Promueve un compromiso con metas de aprendizaje y con criterios de evaluación.
8. Ayuda a los aprendices a saber cómo mejorar.
9. Estimula la autoevaluación.
10. Reconoce todos los logros.

En el contexto de la promoción del aprendizaje a lo largo de toda la vida, se considera cada vez más importante desarrollar en los estudiantes la capacidad de saber cuándo han aprendido algo y la habilidad de dirigir y manejar su propio aprendizaje. Entonces, en concreto, ¿qué sucede en la sala de clases cuando la evaluación se utiliza para mejorar el aprendizaje?

Para comenzar con los aspectos más obvios, los docentes están involucrados en la recolección de información sobre el aprendizaje de sus estudiantes y los estimula a revisar su trabajo crítica y constructivamente.

Los métodos para obtener esta información sobre el aprendizaje son bien conocidos, y esencialmente se trata de:

- Observar a los estudiantes y escucharlos cuando describen sus trabajos y sus razonamientos.
- Plantear a los estudiantes preguntas abiertas, formuladas para invitarlos a explorar sus ideas y sus razonamientos.
- Proponer tareas que exigen a los alumnos y alumnas usar ciertas habilidades o aplicar ideas.
- Pedir a los estudiantes que comuniquen sus ideas no solo por escrito, sino también a través de dibujos, artefactos, acciones, dramatizaciones y mapas conceptuales.
- Discutir palabras claves y analizar cómo deben ser utilizadas.

- **Usando teorías cognoscitivas del aprendizaje**

Las teorías asumen que las habilidades complejas eran adquiridas parte por parte en una secuencia cuidadosamente arreglada de pequeños prerrequisitos y habilidades, a menudo articuladas en objetivos conductuales discretos.

La perspectiva cognoscitiva presente nos indica que el aprendizaje significativo es reflexivo, constructivo y autorregulado (Wittrock 1991, Bransford y Vye 1989, Marzano et. al. 1988, Davis et. al. 1990). Las personas no solo registran información, sino que crean sus propios entendimientos del mundo, sus propias estructuras de conocimiento. Saber algo no es solo recibir pasivamente información, es interpretarla e incorporarla al conocimiento previo que uno tiene.
Además, ahora reconocemos la importancia de conocer no solo cómo desempeñarse, sino también cuándo hacerlo y cómo adaptarlo a nuevas situaciones. La presencia o ausencia de pedazos discretos de información, que típicamente constituye el foco de muchas pruebas tradicionales de selección

múltiple, no es de importancia primordial en la evaluación del aprendizaje significativo. En cambio, nos preocupa más si los estudiantes organizan, estructuran y usan la información contextualmente para resolver problemas.

3.13. Motivación Estudiantil

Se nos hace necesario mencionar este concepto ya que es necesario que los estudiantes que cursan la carrera también ayuden a publicar el perfil de las matemáticas.

Por tanto, la motivación, tanto intrínseca como extrínseca, es un factor clave para el éxito de los estudiantes en todas las etapas de su educación, y los docentes juegan un rol importantísimo en proveer y alentar esa motivación. Obvio que es mucho más fácil decirlo que hacerlo, ya que todos los estudiantes encuentran motivación de diferentes formas y toma tiempo y mucho esfuerzo aprender a entusiasmar una clase, trabajar duro y buscar la excelencia.

Incluso los docentes mejor intencionados y educados a veces no cuentan con la habilidad de mantener a sus estudiantes en el camino. Así sea un docente nuevo o uno experimentado, intenta aplicar métodos para motivar a tus estudiantes y alentarlos a desarrollar su potencial.

La siguiente lista muestra algunas de estas intenciones de motivación:

- **Brindar a los Estudiantes una Sensación de Control**

Mientras que la guía de un docente es importante para que los estudiantes se mantengan dentro de una consigna y motivados, permitirles elegir y controlar un poco lo que pasa en clase es una de las mejores maneras de mantenerlos comprometidos. Por ejemplo, permitirles elegir el tipo de tarea a realizar o qué problemas trabajar puede darles una sensación de control que puede motivarlos a hacer más.

- **Definir los Objetivos**

Puede ser frustrante para los estudiantes completar una tarea o comportarse correctamente en clase si no existen objetivos claramente definidos. Los estudiantes quieren y necesitan saber qué se espera de ellos para mantenerse motivados. A principio del año, plantea objetivos claros, reglas y expectativas para que no haya confusión y los estudiantes tengan metas por las que trabajar.

- **Crear un Ambiente Libre de Amenazas**

Mientras que los estudiantes necesitan entender que hay consecuencias de sus acciones, los reforzamientos positivos son mucho más motivadores. Cuando los docentes crean un ambiente seguro y de apoyo, afirmando que creen en las habilidades de sus estudiantes en lugar de describir las consecuencias de no hacer determinada cosa, los estudiantes cubrirán las expectativas que los adultos a su alrededor les comuniquen, así que concéntrate en lo que se puede, no en lo que no.

- **Cambiar el Escenario**

Una clase es un gran lugar para aprender, pero sentarse en un escritorio día a día puede hacer que la escuela se vuelva aburrida para algunos estudiantes. Para renovar el interés, dale a tus estudiantes la posibilidad de salir del aula. Haz trabajos de campo, invita oradores o simplemente llévalos a la biblioteca para alguna investigación. El cerebro ama las novedades y un escenario nuevo puede ser lo que tus estudiantes necesitan para mantenerse motivados por aprender.

- **Ofrecer Experiencias Variadas**

No todos los estudiantes responderán a las tareas de la misma forma. Para algunos, será más fácil realizar las que implican entregar algún trabajo. Otros amarán leer libros o trabajar en grupos. Para mantener a todos tus estudiantes motivados, mezcla las tareas para que aquellos con diferentes preferencias puedan enfocarse en aquello que más les gusta. Hacer esto ayudará a los estudiantes a mantenerse comprometidos y prestar atención.

- **Usa la Competencia Positiva**

La competencia en clase no siempre es algo malo, y en algunos casos puede motivar a los estudiantes a esforzarse y buscar la excelencia. Trabajar para crear un espíritu amigable y competitivo en la clase, tal vez mediante juegos grupales relacionados al material u otras oportunidades para que los estudiantes puedan demostrar su conocimiento.

- **Ofrecer Recompensas**

A todos les gusta recibir recompensas y ofrecer a tus estudiantes la posibilidad de ganarlas es una excelente fuente de motivación. Cosas como mirar películas, puede hacer que los estudiantes trabajen más duro y se esfuercen por alcanzarlos. Considera la personalidad y las necesidades de tus estudiantes para determinar recompensas apropiadas para tu clase.

- **Dar Responsabilidades a tus Estudiantes**

Asignar a tus estudiantes trabajos de la clase es una excelente manera de construir una comunidad y motivarlos. La mayoría verá los trabajos como un privilegio más que una carga y trabajarán duro para asegurarse de estar cumpliendo con las expectativas. También puede ser útil permitir a los estudiantes tomar turnos para liderar actividades o ayudar para que cada uno se sienta importante y valorado.

- **Permitirles Trabajar Juntos**

Mientras que no todos los estudiantes se entusiasmarán por trabajar en grupo, muchos encontrarán divertido intentar resolver problemas, hacer experimentos y trabajar en proyectos con otros estudiantes. La interacción social puede entusiasmarlos y los estudiantes pueden motivarse mutuamente para alcanzar una meta. Sin embargo, los docentes necesitan asegurarse que los grupos estén balanceados y sean justos, para que no ocurra que algunos estudiantes estén trabajando más que otros.

- **Plantea Metas Altas pero Alcanzables**

Si no estás empujando a tus estudiantes para que hagan más que el mínimo, la mayoría no lo buscará por su cuenta. A los estudiantes les gusta sentirse desafiados y trabajarán para alcanzar altas expectativas mientras crean que esas metas están a su alcance, así que no tengas miedo de empujarlos para obtener más de ellos.

- **Proveer Oportunidades para el Éxito**

Los estudiantes, incluso los mejores, pueden frustrarse y desmotivarse cuando sienten que están luchando o no obtienen el reconocimiento que otros estudiantes. Asegurarse de que todos tengan una posibilidad de desempeñar sus fortalezas y sentirse incluidos y valorados. Esto puede hacer una gran diferencia en su motivación.

El actual interés por el tema Estrategias a Implementar para aumentar la inserción de estudiantil en la carrera de Matemática Educativa y Computación, es en parte promovido por las nuevas orientaciones psicopedagógicas, en investigaciones realizadas sobre el tema se ha comprobado que los estudiantes con éxito difieren de los estudiantes con menos éxito en que conocen y usan estrategias de aprendizaje más sofisticadas que la pura repetición mecánica. Es opinión común que la inversión en la mejora de las estrategias de los estudiantes es más rentable académicamente, que la mejora de las técnicas instruccionales o los materiales de enseñanza.

Pero, este tema no es realmente nuevo. A lo largo de las décadas se han hecho aportaciones significativas desde diferentes concepciones y modelos que han matizado el actual estado sobre la cuestión.

La creación por parte de la Institución Universitaria de mecanismos que permitan el seguimiento académico de los estudiantes para brindarles apoyo cuando lo necesiten, el ofrecimiento de becas con base en el rendimiento académico, el establecer el número mínimo y máximo de asignaturas para cada período académico, el máximo de asignaturas que un estudiante puede matricular de acuerdo a su rendimiento académico, programas para fortalecer los métodos de estudio de los estudiantes, programas académicos de acompañamiento y refuerzo mediante tutorías, programas de mejoramiento y actualización para docentes, tutores y monitores, consejerías académicas para estudiantes, entre otras cosas, por parte del Bienestar Universitario de la Institución Universitaria UNAN-León y la Carrera de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Educación, brindarán un ambiente académico con valor agregado que beneficiará en el aumento de la inserción de estudiantes.

3.14. Las Matemáticas como un Lenguaje

Para poder analizar la importancia y el alcance del lenguaje matemático es importante conceptualizar que sus elementos son definidos para su uso. Esto es, primero se tuvo que tener una abstracción del número asociado a una cantidad determinada y posteriormente se le asignó un símbolo determinado llamado *grafismo*.

Retomando lo anteriormente descrito, podemos sugerir que los símbolos matemáticos en primera instancia provienen del lenguaje natural y se pueden expresar por medio de él.

La simbolización permite expresar operaciones que pueden ser ejecutadas a través de los símbolos en la manipulación del proceso, mediante la construcción y creación de nuevas expresiones.

Es importante mencionar que, a diferencia del lenguaje verbal, para que la palabra tenga sentido no sólo se deben agrupar las letras, ya que el agregado de letras no siempre tiene un significado, en el caso de los números, cualquier combinación o permutación tiene diferente valor, es de mencionar que se sabía desde hace mucho tiempo que las progresiones numéricas son infinitas, pero la pregunta era si éstas podrían ser utilizadas en forma práctica por el hombre. Al evolucionar los instrumentos de medición el ser humano fue utilizando cada vez números más pequeños o más grandes, por ejemplo, a mediados del siglo pasado (1950), quién hubiera imaginado que dentro del lenguaje común de un niño el prefijo Giga fuera tan común en sus expresiones diarias, nos referimos en particular a los Gigabytes.

La aproximación al conocimiento matemático es única porque de algún modo permite aislar, analizar, interpretar y transmitir información a través de algoritmos, que son los métodos utilizados para resolver un problema dentro del proceso matemático. Resulta paradójico que, dentro de la variedad de la utilización de las matemáticas en asociación con otras ciencias, se pueden realizar modelos probabilísticos para el análisis de ocurrencia o no ocurrencia de un evento determinado, pero entre nuestros estudiantes o entre los profesionistas nicaragüenses son pocos los que utilizan la generación de modelos para la toma de decisiones. A diferencia del lenguaje verbal en el que se necesitan muchos elementos gramaticales para transmitir un mensaje en forma adecuada, las matemáticas pueden transmitir gran cantidad de información con pocos elementos, de ahí la riqueza de su aplicación, por ejemplo, la expresión $a^2 + b^2 = c^2$ que la mayoría asocia con el teorema de Pitágoras, donde en primer lugar se hace relación a un triángulo rectángulo, cuya principal característica es que uno de los ángulos tiene 90º, en segundo lugar nos indica que la suma del cuadrado de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa y así se podría seguir analizando el significado de esta expresión hasta definir qué es la hipotenusa, qué es el cateto adyacente, qué es el cateto opuesto, etc.

Con el ejemplo anterior vemos que una expresión matemática cumple con los elementos fundamentales de la comunicación, la transmisión de un mensaje (codificación) y la recepción (decodificación) de un mensaje determinado. Pero lo más importante en cualquier sistema de comunicación es que el mensaje se lleve a cabo, es importante mencionar que la decodificación de los mensajes matemáticos es especializada, debido a que requiere de conocimientos previos para llevar a cabo la codificación y decodificación de estos mensajes, a comparación de la comunicación verbal en la que el hecho de conocer la lengua permite que se entienda el mensaje. En caso contrario, el conocer una serie de números no es garantía de que se entienda el mensaje, por esta razón algunos mencionan que las matemáticas no son accesibles a todos. Sin embargo, los que acceden a las matemáticas pueden compartir conocimientos sin hablar el mismo idioma, ya que el concepto matemático es universal, como se mencionó antes, podemos concluir que los signos y símbolos son comprendidos sin importar el idioma; mientras que, en el caso del lenguaje, la variedad de lenguas verbales que existen dificulta la comunicación de personas provenientes de diferentes partes de mundo.

3.15. Las Matemáticas en la Vida Cotidiana

Las matemáticas se encuentran presentes de manera significativa en la vida cotidiana de cada ser humano, a veces de una forma casi imperceptible y otras de manera más práctica en el lenguaje interno, oral o escrito. Recurrimos a las matemáticas como parte de nuestro quehacer diario mediante la aplicación práctica de diversas medidas como: edad, grado escolar, calificación obtenida en un examen, cantidad de comida que hemos ingerido, peso, distancias, etc., por otra parte, nos apoyamos de fórmulas para resolver problemas empleándolas en las matemáticas aplicadas y sus ciencias hermanas (Física y Química).

La palabra matemática, según el diccionario de la Real Academia Española, proviene del latín mathematica que significa conocimiento y está definida como la ciencia inductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos y sus relaciones.

A lo largo de la historia se ha estudiado y discutido que en las antiguas comunidades la noción de cantidad era fundamental como elemento para determinar, conocer, medir, catalogar o ubicar cuantitativamente sus pertenencias, esto es, se tuvieron que diseñar sistemas numéricos sencillos para saber la cantidad de animales que se tenía, la cantidad de semillas o granos e inclusive para saber la cantidad de elementos que conformaban la comunidad.

Menninger (1992), discute la posibilidad de que los dedos fueran el primer instrumento contable, para esta afirmación ejemplifica a la tribu Dinje que eran una comunidad de indios americanos que contaban utilizando los dedos de la mano de la siguiente manera: para hacer referencia al número 1 flexionaban el dedo meñique, para el número 2 la flexión correspondía al dedo anular, el número 3 correspondía al dedo medio, el 4 al índice y el 5 a la flexión de todos los dedos de la mano. Al evolucionar las sociedades en función a los intercambios socioculturales, se generaron comunidades económicamente activas, dando paso a los intercambios y transacciones comerciales entre personas y pueblos haciéndose más complejos, se obligó al diseño de estrategias más objetivas, para tales actividades se tuvieron que implementar medidas pareadas, por ejemplo: 5 costales de determinado grano valían un borrego, 1 caballo a una armadura, etc.

El resultado de las equivalencias antes descritas derivó en el diseño de las diferentes bases numéricas agrupando elementos en función a sus unidades comerciales, de ahí surgieron los sistemas de numeración, por ejemplo, 10 costales de grano equivalían a un caballo (base 10), así mismo 20 frutos equivalían a una prenda (base 20), 7 borregos equivalían a un caballo (base 7), etc., es importante mencionar que al efectuarse esta forma de trueque, se fueron estableciendo diferentes valores constantes a los intercambios en función a la base propuesta 10, 20, 7 y de ahí se fue calculando la equivalencia en proporción a esta base, de esta forma posiblemente evolucionaron los diferentes sistemas numéricos con relación a la base que se utilizaba.

Los símbolos utilizados para representar las letras fueron el origen de los diferentes sistemas de numeración, por ejemplo, en la actualidad se utilizan α y Ω para señalar principio y fin, caso del sirio pascual que se utiliza en la iglesia católica, asimismo muchas letras del alfabeto griego y/o arábigo se utilizan en las ecuaciones como variables que poseen todas las propiedades de los números reales. En la antigüedad el origen del grafismo se asocia a manifestaciones pictóricas de eventos naturales, por ejemplo: el diseño de la simbología de los números chinos y egipcios se basaba en representaciones pictóricas de elementos reales, por ejemplo, los egipcios para escribir diluvio, dibujaban tres jarras de agua encima de una mesa; es de mencionar que en la cultura egipcia el tres se utilizaba para ilustrar el plural, de ahí las tres jarras que significan exceso de agua.

Salguero-Alcañiz, Lorca-Marín y Alameda-Bailén (2004), citan a Alameda quien propone que el procesamiento numérico se asocia con la manipulación de símbolos y palabras que representan cantidades, siendo sólo a través de su manipulación que se accede a la comprensión y aplicación en el cálculo, así mismo afirman que los números son símbolos y por tanto, al igual que las palabras, cuentan con significado y significante, formando parte del conocimiento léxico de cada persona.

3.16. Independencia entre el Lenguaje y el Número

Se ha discutido ampliamente si el lenguaje y el conocimiento del número son dependientes, esto es, si el concepto numérico es consecuencia de la adquisición y desarrollo del lenguaje.

Bloom (1994, 2000), menciona que el conocimiento numérico puede ser derivado del conocimiento gramático en combinación con la habilidad general para procesar tanto objetos como colecciones de objetos. También Huford (1977, 1987) menciona que la facultad numérica emerge a través de la interacción de los rasgos centrales de la facultad lingüística junto con otras capacidades cognitivas, relacionando el reconocimiento y la manipulación de colecciones de objetos concretos.

Así mismo Bloom (2000) estudió a sujetos con pérdida auditiva que no adquirieron lenguaje verbal y que eran capaces de realizar operaciones básicas, demostrando así la independencia entre el lenguaje y el número. De igual forma Curtiss (1981) reportó a un paciente con retraso mental severo como secuela de hipoxia neonatal (falta de oxígeno al nacimiento que ocasiona un daño en la corteza cerebral), el cual utilizaba la gramática correctamente, pero no podía realizar repeticiones numéricas de más de 20 dígitos, además de que le era imposible realizar operaciones aritméticas, leer la hora y saber su edad.

Por otra parte, Glusker (1987) reportó el caso de una mujer con problemas auditivos que vivía en una comunidad rural, la cual tenía un lenguaje escaso, pero podía realizar todas las operaciones básicas. Cohen y Dehaene (1994, 1995), describieron el caso de una paciente con daño selectivo de memoria, la cual no presentaba alteraciones del lenguaje, pero sí una severa dificultad para realizar cálculos aritméticos básicos y también reportaron los hallazgos de dos pacientes con alexia (incapacidad para leer), que podían leer correctamente los números arábigos.

En la literatura se citan diversos casos de sordos que no adquirieron el lenguaje verbal, pero sí tenían un conocimiento de aritmética simple. Se puede concluir por casos similares a los descritos, que el concepto numérico puede desarrollarse independientemente de la gramática.

3.17. Resolución de Problemas Matemáticos

- **Historia de Resolución de Problemas Matemáticos**

Pérez (2006) describe que los egipcios a lo largo de toda la historia eran puntales en cobrar ciertos impuestos a cada agricultor de acuerdo al área laborada en dicho plano o tierra. Esto significaba que cada faraón tenía que calcular con frecuencia ciertos porciones de tierra, y para dar solución a problemas prácticos surgieron las primeras fórmulas matemáticas.

La Historia de la resolución de problemas de matemática está vinculada a la historia de la matemática. Puede hacerse esta afirmación desde cuatro puntos de vista:

Algunos problemas están en el origen del desarrollo de las Matemáticas; desde el comienzo de la historia, la especie humana ha luchado por comprender las leyes fundamentales del mundo físico. Todas las sociedades del mundo durante miles de años descubrieron que existía una disciplina que les permitía acceder más que las demás a ciertos entendimientos sobre la realidad subyacente del mundo físico.

La resolución de ciertos problemas ha motivado la aparición de nuevas ramas de las Matemáticas; se basa en las normas, lenguajes con que fue escrito el universo desde el despertar hasta los temas más sofisticados de la realidad.

Otros problemas han provocado rupturas epistemológicas; deslumbrantes descubrimientos que lograron comprender los patrones y secuencias naturales.

Hay problemas que han abierto crisis en los fundamentos de las Matemáticas; los conceptos, el espacio y la cantidad; comprender la matemática hace la diferencia entre la vida y la muerte.

En algún momento el hombre empezó a idear que podía contar, medir, relacionar y ordenar el mundo que lo rodeaba; con todo esto se despierta el interés en resolver problemas matemáticos por más de 500 años atrás.

- **Definición de Resolución de Problemas**

Taha (2007) menciona que el término resolución de problemas ha servido como un paraguas bajo el cual se realizan radicalmente diferentes tipos de investigación. Un problema de matemáticas es una situación real o ficticia que puede tener interés por sí misma, al margen del contexto, que involucra cierto grado de incertidumbre, implícito en lo que se conoce como las preguntas del problema o la información desconocida, cuya clarificación requiere la actividad mental y se manifiesta en un sujeto, al que llaman resolutor.

Muchas veces encontrar la meta de un problema matemático se considera muy difícil de resolver al no tener clara la respuesta solicitada o el camino que conduce a ella. Esto deriva confusión a errores y rechazo hacia otras actividades. La aplicación de una simple estrategia y el dominio de algunos conceptos numéricos básicos multiplican espectacularmente las posibilidades de éxito.

- **Fases para Resolver un Problema**

Guzmán (2012) comenta que antes de lanzarse a buscar soluciones y aplicarlas para intentar resolver el problema, hay que analizar detenidamente las causas colaterales, efectos que no son detectables a primera vista las cuales se llaman fases o procesos; las cuales se describen a continuación:

- Fase comprensiva y abordaje del problema, se comenzará por el estudio cualitativo de la situación, no por la búsqueda inmediata de fórmulas. Es el momento de considerar cuál es el interés de la situación planteada, esclareciendo el propósito del trabajo para que éste sea realmente un proyecto personal.
- Fase búsqueda de estrategias, se evitará el puro ensayo y error. La riqueza de posibilidades dependerá de la experiencia en el uso de estrategias.
- Fase de actuación según el plan adoptado, cada operación debería ir acompañada de una explicación de lo que se hace y para qué se hace. Ello ayuda a comprender el problema, a repasar el camino, de principio a fin y a la valoración externa.
- Fase de revisiones decisiva para que se produzca un aprendizaje duradero.

- **Clasificación de Problemas Matemáticos**

Cliford (2010) menciona que los procedimientos que los estudiantes ponen en juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de la situación. Con un mismo cálculo se pueden resolver problemas aritméticos de diferente complejidad.

Para el estudiante, en cada caso se debe establecer relaciones distintas, para la resolución de problemas matemáticos. El desarrollo de estas actividades puede plantearse a partir de diferentes alternativas o caminos en las que se ha considerado aportaciones. A continuación, se presentan las clases de problemas más usados en matemática:

Problema de reconocimiento

Con este ejercicio se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.

Problema de algorítmicos o de repetición

Son ejercicios que pueden ser resueltos con un proceso algorítmico, a menudo un algoritmo numérico.

Problemas de traducción simple o compleja

Son problemas formulados en un contexto concreto y cuya resolución supone una traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión matemática.

Problemas de procesos

Son problemas que se diferencian de los anteriores, dándose la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución.

Problemas sobre situaciones reales

Se trata de plantear actividades lo más cercana posible a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos.

Problemas de puzles

Son problemas en los que se pretende mostrar el potencial recreativo posiblemente no suponga su solución necesariamente matemática, pero pueden resolverse mediante una chispa o una idea feliz.

Problemas de historias matemáticas

Frecuentemente se puede observar en librerías libros de cuentos, novelas entre los que se encuentran son algunas propuestas o planteamientos que requieren de un esfuerzo que impliquen algún concepto matemático.

El tipo de número involucrado y el lugar de la incógnita son elementos del problema, que para los estudiantes cambian en nivel de dificultad al momento de resolver cualquier problema matemático.

Presentar múltiples situaciones para resolver y reflexionar acerca de diversidad de significados facilitará la comprensión de los alcances o límites de cada operación o problema matemático presentado.

- **Resolución de Ejercicios: Método de Pólya**

Origen del Método de Pólya

Miller (2006) comenta que el 13 de diciembre de 1887 en Hungría nació un científico matemático llamado George Pólya. Estudió en la Universidad de Budapest; donde abordó temas de probabilidad. Luego en 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942 como maestro. Elaboró tres libros y más de 256 documentos, donde indicaba que para entender algo se tiene que comprender el problema.

George Pólya investigó muchos enfoques, propuestas y teorías; su teoría más importante fue la Combinatoria. El interés en el proceso del descubrimiento y los resultados matemáticos llegaron en él, despertar el interés en su obra más importe la resolución de problemas. Se enfatizaba en el proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados.

Pólya después de tanto estudio matemático murió en 1985 a la edad de 97 años; enriqueció la matemática con un importante legado en la enseñanza en el área para resolver problemas, dejando diez mandamientos para los profesores de matemática:

- Interés en la materia.
- Conocimiento de la materia.
- Observar las expectativas y dificultades de los estudiantes.
- Descubrir e investigar.
- Promover actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.
- Permitir aprender a conjeturar.
- Permitir aprender a comprobar.
- Advertir que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros.
- No mostrar todo el secreto a la primera: dejar que los estudiantes hagan las conjeturas antes.
- Sugerir; no obligar que lo traguen a la fuerza.

Aportes de Pólya a las matemáticas

Las aportaciones de Pólya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueve un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *Como plantar y resolver problemas* que sea traducido a 15 idiomas introduce su método de cuatro pasos junto con la *Heurística* y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. En otros trabajos importantes de Pólya son descubrimiento Matemático (I y II), y matemáticas y razonamiento plausible (I y II).

Como plantar y resolver problemas

En este libro Pólya proporciona Heurísticas generales para resolver problemas de todo tipo, no solo los matemáticos. El libro incluye consejos para enseñar matemáticas a los estudiantes y una mini-enciclopedia de términos heurísticos. Ha sido traducido a muchos idiomas y vendido más de un millón de copias. El físico ruso Zhore I. Alfyorov, (premio nobel de Física de 2000) lo alabo, diciendo que estaba encantado con el famoso libro de Pólya.

La Heurística

El núcleo fundamental de este libro lo forma lo largo de la tercera parte (pp. 55-197), titulada <<Breve diccionario de heurística>>. En ella, por orden alfabético, va tratando una serie de entradas, de distinta importancia y extensión, sobre la RP. A si hace un recorrido histórico por la heurística, que <<trata del comportamiento del ser humano frente a los problemas; este estudio se remonta, al parecer, a los primeros tiempos de la sociedad>>. En cuanto a sus nombres propios comienza, en el tiempo, en Pappus (aproximadamente de año 300 antes de Cristo). Sigue con Aristóteles (de quien da una negativa descripción de las ideas brillantes como actos de sagacidad y sagacidad es descubrir adivinando una relación esencial en el lapso de tiempo inapreciable); Descartes (1596-1650), que se propuso encontrar un método universal para la RP, pero que dejo inconclusa; Leibnitz (1646-1716), tuvo un proyecto al descubrir de la invención, y que dijo que<<no hay nada más importante que el considerar las fuentes de la invención que son, a mi criterio, más interesantes que las invenciones mismas>>;Bolzano (1781-1848), que dedico una buena parte de su obra de lógica al tema de la Heurística; para acabar con los contemporáneos como Hadamard.

Matemáticas y razonamiento plausible

El volumen I de este libro, Pólya habla sobre el razonamiento inductivo en la matemática, mediante en el que pretende razonar de casos particulares a reglas generales (también incluye un capítulo sobre la técnica llamada *inducción matemática*, pero no es el tema principal). En el volumen II, comenta formas generales de lógica inductiva que puede usarse para determinar de forma aproximada hasta qué grado es plausible una conjetura (en particular, una matemática).

Etapas o clasificación del Método Pólya

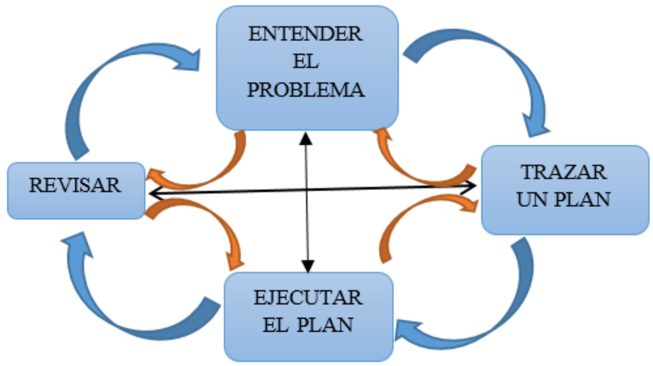
"Pese a los años que han pasado desde la creación del método propuesto por Pólya, hoy día aún se considera como referente de alto interés acerca de la resolución de problemas. Las cuatro fases que componen el ciclo de programación concuerdan con los pasos descritos por Pólya para resolver problemas matemáticos" (López 2010, p.6) Macario (2006) describe que este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos. Para resolver un ejercicio, se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para 9 resolver un problema, se hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que se ejecute pasos originales antes para dar la respuesta.

Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución, para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es 3 + 2. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario. Al percibir la realidad de lo difícil que era la resolución de problemas George Pólya contribuye con cuatro fases o pasos, los cuales se describen a continuación:

1) *Comprender el problema*. Mediante preguntas como: "¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición?, el estudiante debe contextualizar el problema. Generalmente esta etapa es de las más complicadas por superar, puesto que muchas veces un joven inexperto busca expresar procedimientos antes de verificar si esos procedimientos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.
2) *Diseñar un plan*. En esta fase, Pólya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta. En este momento, se está en los preámbulos de emplear alguna metodología. Esta es la forma en que se construye el conocimiento según Polya: sobre lo que alguien más ha realizado.
3) *Ejecución del plan*. Toda vez que se tiene en claro un plan de ataque, este debe ejecutarse y observar los resultados. Desde luego que el tiempo para resolver un problema es relativo, en muchas ocasiones, es necesario un ir y venir entre la concepción y la ejecución del plan para obtener resultados favorables. En este sentido, han existido múltiples problemas matemáticos abiertos durante muchos años, por ejemplo, el último teorema de Fermat conjeturado en el siglo XVII que no fue demostrado sino hasta 1995.
4) *Examinar la solución obtenida.* Es en esta etapa en donde la resolución de un problema da pie a un gran descubrimiento. El autor señala que en esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: "¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?"

Según Pólya, en la solución de un problema los estudiantes aplican las cuatro operaciones mentales de manera flexible; esto quiere decir; que éstos pasos no se trabajan necesariamente en una secuencia lineal.

Operaciones Mentales planteadas por Pólya



A pesar de que los estudios de George Pólya no son teóricos ni sistemáticos sino más bien a través de observaciones, uso de estrategias y reglas lógicas plausibles y generalizadas que guían la solución de problemas.

3.18. Historia del Álgebra

Cuando hablamos de Álgebra, al igual que cuando hablamos de cualquier otra disciplina, es importante conocer la Historia. Hasta llegar al estado actual ha habido muchas personas que se han preocupado de estos temas y que han aportado algo que, poco a poco, se ha convertido en lo que nosotros conocemos. Pero no ha sido fácil ni rápido.

La historia oficial del álgebra como la de otras ramas de la ciencia toma la forma de un relato lento pero inexorable, en el descubrimiento de técnicas y fórmulas para la resolución de ecuaciones y en el descubrimiento de un lenguaje en el que esas técnicas y esas fórmulas aparecen. Los períodos de este progreso suelen dividirse en:

a) ***"Álgebra retórica":*** no existen abreviaturas, ni símbolos especiales. Se usa el mismo lenguaje escrito. Época paleobabilónica entre 2000 y 1600 a. n. e.
b) ***"Álgebra sincopada":*** este término lo ideó Nesselman en 1842. Se usan ya algunos términos algunos términos técnicos y abreviaturas. Ejemplo la Aritmética de Diofanto. Siglo III.
c) ***"Álgebra simbólica":*** Es ya un álgebra mucho más parecida a la que usamos hoy.

Con símbolos especiales, incógnitas, etc. Siglos XVI y XVII, Vièta.

FECHAS DE INTRODUCCION DE ALGUNOS SIMBOLOS MATEMATICOS		
Año	**Personaje**	**Símbolo**
1228	Leonardo de Pisa	Línea de quebrado
1464	Regiomontano	Punto de la multiplicación
1489	Widmann	Los signos + y – de imprenta
1524-1525	Ries-Rudolff	Signo de raíz
1557	Recorde	Signo de igualdad
1593	Vièta	Uso frecuente de paréntesis
1617	Neper	Coma decimal
1637	Descartes	Escrituras de potencias a^3, a^4

Los símbolos algebraicos no han existido siempre por extraño que nos parezca. Por ejemplo, en esta tabla puede verse que el signo igual no empezó a usarse hasta 1557.

"Si por alguna razón la matemática es conocida, si exige algún concepto matemático que goce de general conocimiento y respeto, ese es el de ecuación. El término en sí recoge tantas y tan distintas aceptaciones que han cambiado a lo largo de la Historia que resulta imposible poder englobar todo lo que se dice y se ha dicho sobre las ecuaciones en una sola definición. En el origen de su tratamiento sistemático se encuentra una palabra mágica: el álgebra. Símbolo de generalidad y abstracción y por ello, de utilidad." Lolita Brain

El Padre del Álgebra

El álgebra es el corazón de la matemática. Salpica todos sus rincones. En su origen, nace como respuesta a la necesidad de resolver ecuaciones sistemáticamente. Es decir, como la búsqueda de mecanismos que permitan solucionar problemas que aparecen una y otra vez bajo la misma forma, y a los que se debe proporcionar idénticos procedimientos de resolución. Al-Khwarismi fue un brillante astrónomo y bibliotecario de la Casa de la Sabiduría y del Observatorio Astronómico de Bagdag. Su brillantez reside en reconocer la similitud formal de múltiples fenómenos y dar solución común a ellos.

¿Qué es una ecuación?

La definición de ecuación puede ser tan simple como una igualdad en la que algunos términos son desconocidos. Resolver la ecuación significa, por tanto, encontrar los valores de esos términos desconocidos. Sin embargo, hay tantos tipos de ecuaciones que esta definición no basta, aunque es perfectamente válida para la época de Al-Khwarismi. Desde tiempos de los babilonios, el hombre se planteó problemas cotidianos en los que debía encontrarse algún valor numérico. El álgebra aparece cuando estos problemas particulares se estudiaban con una visión generalista. Hasta bien entrado el siglo XVI, las ecuaciones tenían un significado geométrico heredado de los griegos.

La ***historia del álgebra*** comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia, donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ($ax = b$) y cuadráticas ($ax^2 + bx + c = 0$), entre otras. Los antiguos babilonios resolvían cualquier ecuación cuadrática empleando esencialmente los mismos métodos que hoy se enseñan.

Los matemáticos alejandrinos Herón y Diofante continuaron con la tradición de Egipto y Babilonia, aunque el libro “Las aritméticas” de Diofante es de mucho más nivel. Esta antigua sabiduría sobre resolución de ecuaciones encontró, a su vez, acogida en el mundo islámico, en donde se le llamó ciencia de reducción y equilibrio. La palabra árabe “al−jabr” que significa “reducción”, es el origen de la palabra álgebra. En el siglo IX, el matemático _Al−Jwrizm; escribió uno de los primeros libros árabes de álgebra, una presentación sistemática de la teoría fundamental de ecuaciones, con ejemplos y demostraciones incluidas. A finales del siglo IX, el matemático egipcio Abu Kamil enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra y resolvió problemas matemáticos muy complicados.

El álgebra en la antigua babilonia:

La principal fuente de información sobre la civilización y la matemática babilónica procede de textos grabados con inscripciones cuneiformes en tablillas de arcilla. Los textos se escribían sobre las tablillas cuando la arcilla estaba aún fresca.

Después podían borrarse y usarse otra vez o también cocerse en hornos o simplemente se endurecían al sol. Las tablillas más antiguas que se conservan son del 2000 a.C. Varios miles de tablillas esperan todavía ser descifradas.

Estas tablillas han proporcionado abundante información sobre el sistema numérico y los métodos de cálculo que usaban. También las hay con textos que contienen problemas algebraicos y geométricos. Los babilonios disponían de fórmulas para resolver ecuaciones cuadráticas. No conocían los números negativos por lo que no se tenían en cuenta las raíces negativas de las ecuaciones. Su sistema de numeración era de base 60 y ha llegado hasta nosotros en la medida del tiempo y de los ángulos.

Llegaron a resolver problemas concretos que conducían a sistemas de cinco ecuaciones con cinco incógnitas e incluso se conoce un problema astronómico que conduce a un sistema de diez ecuaciones con diez incógnitas. Tampoco conocían el cero lo que lleva a problemas de interpretación de las cantidades. A partir del siglo VI a.C., fue utilizado un signo de omisión, es decir una especie de cero.

El álgebra en la civilización egipcia:

Dejaron pocas evidencias matemáticas. El papiro es un material que resiste mal el paso del tiempo. Hay dos papiros de gran importancia: el papiro Rhind y el Moscú. El Rhind fue confeccionado hacia 1650 a.C. por un escriba llamado Ahmes quien dice haberlo copiado de un original doscientos años más antiguo. Expone 87 problemas y sus soluciones. El Moscú es parecido con 25 problemas y sus soluciones. En lo referente al álgebra, los papiros contienen soluciones a problemas con una incógnita.

El álgebra en la civilización china:

De la época de la primera dinastía Han (206 a. C. hasta 24 d.C.) procede el tratado “Matemáticas en nueve Libros”. Posteriormente matemáticos como Liu Hui (siglo III), Sun-zi (siglos II-IV), Liu Zhuo (siglo VI) y otros hicieron aportaciones a este tratado. El texto trata problemas económicos y administrativos como medición de campos, construcción de canales, cálculo de impuestos etc. Tenían un procedimiento algorítmico para resolver sistemas de ecuaciones lineales parecido al que hoy conocemos como método de Gauss que les llevó al reconocimiento de los números negativos. Estos números constituyen uno de los principales descubrimientos de la matemática china.

La escuela algebraica china alcanza su apogeo en el siglo XIII con los trabajos de Quin Jiu-shao, Li Ye, Yang Hui y Zhu Shi-jie que idearon un procedimiento para la resolución de ecuaciones de grado superior llamado método del elemento celeste o tian-yuanshu. Este método actualmente se conoce como método de Horner, matemático que vivió medio milenio más tarde. El desarrollo del álgebra en esta época es grandioso: sistemas de ecuaciones no lineales, sumas de sucesiones finitas, utilización del cero, triángulo de Tartaglia (o Pascal) y coeficientes binomiales, así como métodos de interpolación que desarrollaron en unión de una potente astronomía.

El álgebra en la civilización india:

Son muy escasos los documentos de tipo matemático que han llegado a nuestras manos, pese a tener constancia del alto nivel cultural de esta civilización. Aún más que en el caso de China, existe una tremenda falta de continuidad en la tradición matemática hindú y al igual que ocurría con las tres civilizaciones anteriores, no existe ningún tipo de formalismo teórico. Los primeros indicios matemáticos se calculan hacia los siglos VIII-VII a.C, centrándose en aplicaciones geométricas para la construcción de edificios religiosos y también parece evidente que desde tiempos remotos utilizaron un sistema de numeración posicional y decimal. Fue, sin embargo, entre los siglos V-XII d.C cuando la contribución a la evolución de las matemáticas se hizo especialmente interesante, destacando cuatro nombres propios: Aryabhata (s.VI), Brahmagupta (s.VI), Mahavira (s. IX) y Bhaskara Akaria (s.XII). La característica principal del desarrollo matemático en esta cultura, es el predominio de las reglas aritméticas de cálculo, destacando la correcta utilización de los números negativos y la introducción del cero, llegando incluso a aceptar como números validos los números irracionales. Profundizaron en la obtención de reglas de resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas. Matemáticamente se considera indiscutible la procedencia hindú del sistema de numeración decimal y las reglas de cálculo.

El álgebra en la civilización griega:

La Escuela Pitagórica (fundada en el siglo V a.C.) incorpora resultados de la tradición babilónica aritmética algebraica. La primera finalidad de esta secta era religiosa pero secundariamente, el desarrollo matemático que de ella se derivó fue enorme.

Destacamos la época del Álgebra Geométrica (450 – 300 a.C.), que trata los problemas algebraicos con la ayuda de construcciones geométricas. El núcleo lo constituye el método de anexión de áreas cuya finalidad básica era resolver ecuaciones. Este método se puede usar para resolver ecuaciones lineales y no lineales. En el tratado "Los Elementos" de Euclides se tratan diversas ecuaciones cuadráticas según los métodos del álgebra geométrica. También Teodoro de Cirene, Teeteto y Eudoxo de Cnido, consolidan esta álgebra geométrica.

La algebratización de las matemáticas

Es conocido por todos que a partir del siglo XVIII comenzó una tendencia clave en el pensamiento matemático, que algunos autores llamaron "la algebratización de las matemáticas", a lo largo de la historia el álgebra ha ido de la mano de la aritmética. Pero existen muchos matices ya que la aritmética es la rama de las matemáticas que se ocupa de los objetos concretos, esto es, de los números. En cambio, el Álgebra es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos.

En con autores como Euler, cuando se generalizan las reglas de resolución de problemas aritméticos; se desarrolla el aparato simbólico-literal del álgebra; se aclaran las operaciones con números, monomios, radicales y complejos; se introducen los logaritmos; se introducen las series como medio de expresión de las funciones racionales fraccionarias binomiales con exponentes fraccionario y negativos de una potencia; se introducen los números poligonales, las proporciones y progresiones, las fracciones decimales periódicas y se estudian los métodos de resolución de ecuaciones algebraicas. Y con todos estos resultados se ve cómo el álgebra es una disciplina indispensable para el resto de disciplinas de las matemáticas.

Todo esto debe tenerse en cuenta a la hora de enseñar algebra a nuestros estudiantes, esta disciplina es una herramienta indispensable para nuestro alumnado, es decir, si no manejan el álgebra, tampoco podrán adquirir unas competencias necesarias para el análisis, estadística, geometría, además de en otras áreas como en ciencias, economía, etcétera.

3.19. La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación

En general la investigación en Álgebra, se ha ocupado de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de los conceptos y procedimientos algebraicos en el Sistema Educativo y en el medio social.

El Álgebra tiene una gran presencia como contenido matemático en diferentes etapas en el
Sistema Educativo, especialmente desde la Secundaria Obligatoria hasta la Universidad, aunque en los últimos veinte años han surgido propuestas de incorporar ciertas cuestiones del Pensamiento algebraico en la Educación Primaria.

La unidad de álgebra es un requisito previo para todas las matemáticas de nivel superior: geometría, álgebra II, trigonometría y cálculo.

Según un estudio de la organización sin fines de lucro ACT, los estudiantes que toman álgebra I, geometría, álgebra II y un curso adicional de matemáticas de alto nivel son mucho más propensos a tener éxito en matemáticas en la universidad. Álgebra no es sólo obligatorio para la universidad. Incluso los graduados de secundaria que se dirigen directamente a la fuerza de trabajo necesitan las mismas habilidades matemáticas que un estudiante de primer año en la universidad, según lo encontrado por ACT. Este estudio se centró en ocupaciones que no requieren un título universitario pero que pagan salarios los suficientemente altos como para mantener una familia de cuatro.

Los investigadores encontraron que las habilidades matemáticas y de lectura que son requeridas para trabajar como electricista, fontanero o tapicero son comparables a las que se necesitan para tener éxito en la universidad.

El álgebra es, en definitiva, la puerta de entrada hacia el éxito en el siglo 21. Es más, cuando los estudiantes hacen la transición de la aritmética concreta al lenguaje simbólico del álgebra, desarrollan habilidades de razonamiento abstracto necesarias para sobresalir en matemáticas y ciencias.

Información extraída de GreatSchools

Conceptos fundamentales de Álgebra

La palabra álgebra proviene de ilm al-jabr w´al muqâbala, titulo de un libro escrito en el siglo IX por el matematice árabe Al-Juarismi. El título se ha traducido como la ciencia de la restauración y la reducción, lo cual significa trasponer y combinar términos semejantes (de una ecuación). La traducción latina de al-jabr llevó al nombre de la rama de las matemáticas que ahora llamamos álgebra.

En álgebra usamos símbolos o letras, por ejemplo $\boldsymbol{a, b, c, d, x, y}$, para denotar números arbitrario. Esta naturaleza general del algebra está ilustrada por las numerosas formulas empleadas en ciencias y la industria. A medida que un estudiante avance en el estudio del álgebra y pase a cursos más avanzados en matemáticas o a campos de actividad donde se utilizan matemáticas, estará cada vez más consciente de la importancia y poder de las técnicas algebraicas.

El álgebra y la realidad

Los profesores de matemáticas tenemos siempre un gran reto, mostrar la utilidad de las matemáticas a nuestros estudiantes, es decir, que nuestros estudiantes entiendan que las matemáticas les van a ser útiles para su vida. Cuando explicamos algebra, esta relación parece menos visible, pero no por ello es menos tangible. Debemos mostrarles el álgebra como una herramienta muy útil para resolver problemas de la vida cotidiana.

El Álgebra Escolar

Según Palarea (1998), el Álgebra como materia escolar se introducen a finales del siglo XIX en los niveles de secundaria en los países europeos y americanos. Los contenidos y su secuencia han permanecido casi inalterables hasta la fecha. Muchos cursos de Álgebra en diferentes países inician con términos literales y su relación con referencias numéricas dentro del contexto, primero de expresiones algebraicas, y, más tarde, de ecuaciones. Después de un periodo breve donde se realizan sustituciones numéricas en expresiones y ecuaciones, se trabaja la simplificación de expresiones y la resolución de ecuaciones por métodos formales. De esta manera, la manipulación y factorización de polinomios y expresiones racionales, se convierten en actividades regulares.

Eventualmente algunos programas incluyen funciones lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas; y sus representaciones algebraicas tabular y gráfica. Se intercalan problemas verbales, que pretenden ser aplicaciones en el “mundo real” de las técnicas algebraicas recién aprendidas. Estos contenidos son los que comúnmente aparecen en los libros de texto de Álgebra Elemental (Kieran, 1992). La caracterización del Álgebra como una parte del pensamiento matemático ha permanecido casi invariable hasta nuestros días.

Los conocimientos que un alumno de Secundaria debe tener de Álgebra se pueden catalogar en tres grandes apartados:

1. Convertir situaciones de la realidad en expresiones algebraicas.

2. Dar a una expresión un posible significado en la realidad.

3. Pasar de una expresión algebraica a otra.

Tradicionalmente se ha puesto énfasis en el tercer apartado. Esencialmente, se han propuesto tareas relativas a realizar operaciones con expresiones algebraicas y su simplificación. En la actualidad, sin embargo, se pretende dar mayor importancia a los dos primeros aspectos en esta etapa de aprendizaje de los estudiantes (de secundaria), y de aquí la importancia del trabajo con problemas. Pero el profesor no puede limitarse a plantear unos cuantos problemas al final de una unidad didáctica de ecuaciones lineales o cuadráticas después de haber dedicado la mayor parte del tiempo al aprendizaje de las distintas técnicas y algoritmos de resolución.

El Álgebra y la Resolución de Problemas

Uno de los grandes objetivos pretendidos por la enseñanza de las matemáticas es la resolución de problemas. Al respecto Resnick y Ford (1990) afirman "si se entienden las matemáticas como forma de pensar y de razonar, la consecuencia es que se concibe la resolución y el descubrimiento de los problemas no solo como medio de enseñar conceptos matemáticos, sino, como objetivo fundamental de la enseñanza de las matemáticas". Aquí se presenta a la resolución de problemas no como una actividad ultima de la didáctica, sino, como una destreza que se debe desarrollar en todo proceso de enseñanza aprendizaje. En NCTM (2000) propone los mismos elementos sobre la resolución de problemas:

La resolución de problemas constituye una parte integral de todo el aprendizaje de las matemáticas y por eso no debería ser una parte aislada del programa de esta disciplina. Resolver problemas no es sólo un objetivo del aprendizaje de las matemáticas, sino también una de las principales maneras de hacerlo. (Pág. 55)

En ambas opiniones quedan claros las dos grandes concepciones que actualmente se le está dando a la resolución de problemas, a saber: como un objetivo de la enseñanza de las matemáticas y como una estrategia didáctica.

IV. HIPÓTESIS

La mayor dificultad de razonamiento de contenidos que presentan los estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y computación al cursar el componente de Matemática Básica radica en la segunda Unidad correspondiente a Álgebra.

V. DISEÑO METODOLÓGICO

- **Tipo de Investigación**

Según el enfoque de la investigación es cuali-cuantitativa, determina un estudio descriptivo, de tipo prospectivo, de acuerdo a la información obtenida; y transversal de acuerdo al periodo de estudio.

CUALI-CUANTITATIVA*:* Se considera cuali-cuantitativa, porque la recolección de la información implica datos cuantitativos y cualitativos con el fin de lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio.

DESCRIPTIVO*:* Se considera Descriptivo, porque se pretende identificar las dificultades que presentan los estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación de la Modalidad Regular al cursar el Componente de Matemática Básica.

PROSPECTIVO*:* Se considera Prospectivo de tipo Concurrente, porque se utilizarán grupos expuestos no solo de grupos selectos de la población, sino también, de la Población General, a su vez este quedará como una propuesta para su aplicación.

TRANSVERSAL*:* Se considera Transversal, porque el estudio se realizará en un período de tiempo determinado, de modo que se determinará la unidad en que los estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación de la Modalidad Regular presentan la mayor dificultad al cursar el componente de Matemática Básica.

- **Área de Estudio**

La investigación se llevó a cabo en la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN-León, en el primer año de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, en el II semestre del año lectivo 2017.

- **Población y Muestra**

Universo: Se tomó como Universo a los estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua - León.

Muestra: La muestra fueron subgrupos formados por 4 estudiantes de cada año de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua - León.

- **Tipo de Muestreo**

El método de selección de la muestra fue por Muestreo Probabilístico, de tipo Aleatorio por conglomerado, ya que la población está dividida por años y se eligió al azar un cierto número de estudiantes de cada año y estos formaron la muestra.

- **Proceso de Recopilación de la Información**

La información se obtuvo de las siguientes fuentes:

Encuesta aplicada a estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Modalidad Regular y a los docentes del departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades que imparten el Componente de Matemática Básica, así como la entrevista a la Coordinadora del Componente en la Universidad.

- **Instrumentos de Recopilación de Datos**

Los instrumentos para la recopilación de los datos que se utilizaron fueron:

Primarios;

- ✓ Encuesta aplicada a estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Modalidad Regular.
- ✓ Encuesta aplicada a 5 docentes del departamento de Matemática Educativa y Computación que han impartido el Componente de Matemática Básica.

- ✓ Entrevista aplicada a la Coordinadora del componente de Matemática Básica.

Secundarios;

- ✓ Documentos / Recursos Didácticos elaborados por docentes del Departamento de Matemática Educativa y Computación.
- ✓ Documentos PDF.
- ✓ Presentaciones en Power Point.
- ✓ Páginas Web localizadas en Internet.
- ✓ Monografías existentes en la Biblioteca de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades e igualmente en el Departamento de Matemática Educativa y Computación de la Facultad.
- ✓ Videos.

- **Organización y Análisis de Datos**

Para la organización y presentación de los datos utilizamos las Tablas de Distribución de Frecuencias y explicaremos los resultados obtenidos cualitativamente. Los resultados que se consideran más relevantes para el estudio se representan a través de diagramas de barras.

Para el análisis de la información, triangulamos los datos, con los aportes que expresaron los estudiantes de la Carrera, docentes del Departamento y Coordinadora del Componente.

Nuestro tema investigativo servirá para mejorar la metodología de enseñanza y aprendizaje de maestros y estudiantes respectivamente, que imparten y reciben el componente de Matemática Básica.

OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

Las variables de la investigación se reflejan en la siguiente tabla.

Tabla Nº 1. Operacionalización de las variables utilizadas en las encuestas para Estudiantes.

FUENTE	CONCEPTO	VARIABLE	INDICADORES
Estudiantes	Aspectos generales de los estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades.	Sexo	- Masculino - Femenino
		Edad	
		Año que cursa	
		Colegio en el cuál se bachilleró.	- Privado - Público - Otros
		Zona de ubicación de dicho colegio.	- Urbana - Rural
Estudiantes	Pregunta de reconocimiento.	Al recibir el componente de Matemática Básica aprobó cada una de sus Unidades.	- Unidad I __ - Unidad II __ - Unidad III__
Estudiantes	Debilidades encontradas al cursar los contenidos abordados por Unidad en el Componente de Matemática Básica.	El nivel de dificultad que tuvo en cada una de las Unidades del Componente Matemática Básica fue.	- Unidad I: ▪ Mucha ▪ Poca ▪ Ninguna - Unidad II: ▪ Mucha ▪ Poca ▪ Ninguna - Unidad III: ▪ Mucha ▪ Poca ▪ Ninguna
Estudiantes	Evaluación por los estudiantes por Unidad de la Metodología utilizada para el desarrollo del Componente de Matemática Básica.	La metodología que utilizaron los docentes al impartir el Componente de Matemática Básica fue.	- Unidad I: ▪ Excelente ▪ Muy buena ▪ Regular ▪ Buena ▪ Deficiente - Unidad II: ▪ Excelente ▪ Muy buena

			▪ Regular ▪ Buena ▪ Deficiente - Unidad III: ▪ Excelente ▪ Muy buena ▪ Regular ▪ Buena ▪ Deficiente
Estudiantes	Autoevaluación por parte de los estudiantes de cada uno de los contenidos abordados por Unidad en el Componente.	Nivel de dominio que tiene en cada contenido por Unidad del Componente Matemática Básica.	- Unidad I: ▪ Excelente ▪ Muy buena ▪ Regular ▪ Buena ▪ Deficiente - Unidad II: ▪ Excelente ▪ Muy buena ▪ Regular ▪ Buena ▪ Deficiente - Unidad III: ▪ Excelente ▪ Muy buena ▪ Regular ▪ Buena ▪ Deficiente
Estudiantes	Resolución de los ejercicios facilitados por los estudiantes para el reforzamientos de los contenidos abordados por Unidad en el Componente.	Resolvió la mayoría de los ejercicios planteados por el maestro en cada una de las Unidades del Componente de Matemática Básica.	- Unidad I: ▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca - Unidad II: ▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca - Unidad III: ▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca
	Comparación entre lo abordado en horas presenciales y no presenciales al cursar el Componente.	Los ejercicios planteados por el docente seguían la secuencia de los contenidos impartidos en	- Unidad I: ▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca - Unidad II:

Estudiantes		horas clases.	▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca - Unidad III: ▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca
Estudiantes	Pregunta preferencial.	Le gusta el componente de Matemática Básica.	▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca
Estudiantes	Pregunta de evaluación por parte de los estudiantes hacia el desempeño de los docentes al abordar el Componente.	Los métodos de evaluación que utilizan los docentes al impartir el Componente de Matemática Básica son adecuados para medir sus conocimientos.	▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca
Estudiantes	Pregunta de evaluación por parte de los estudiantes hacia el desempeño de los docentes al abordar el Componente.	Considera que los materiales didácticos que brindan los docentes son eficaces para ampliar sus conocimientos.	▪ Siempre ▪ Casi siempre ▪ A veces ▪ Nunca

Tabla Nº 2. Operacionalización de las variables utilizadas en las encuestas para Docentes.

FUENTE	CONCEPTO	VARIABLE	INDICADORES
Docentes	Aspectos generales de los docentes del Departamento de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades que imparten el Componentes de Matemática Básica.	Sexo	- Masculino - Femenino
		Edad	
		Nivel Académico	- Profesor de Educación Media (PEM) - Licenciado - Master - Otro
		Tipo de Docente	- Planta - Medio tiempo - Cuarto de tiempo - Horario
		Años laborales	
Docentes	Experiencia laboral originada por los años de trabajo prestados al departamento en cuestión, que nos permiten tener posibilidades y alternativas para tomar como índice en el proceso de recopilación de datos (Diagnostico).	En sus años de experiencia los factores que influyen en que muchos estudiantes reprueben el Componente de Matemática Básica.	- Falta de conocimientos previos para el componente. - Falta de motivación en el componente. - Baja calidad educativa. - Falta de comprensión de los diferentes temas que se imparten en el componente. - Poca disponibilidad de recursos. - Dificultad de razonamiento. - Falta de interés por parte del estudiante.
Docentes		Según su experiencia laboral la Unidad en que los estudiantes presentan mayor dificultad es.	- Lógica - Algebra - Funciones
	Materiales o elementos bibliográficos que posee el	Cuentan con material didáctico, para	- Siempre - Casi siempre

Docentes	docente para enriquecer sus planes de clases y dar referencias a los estudiantes para su proceso de autoestudio.	impartir las clases por cada Unidad.	- A veces - Nunca
Docentes	Formación que facilita la Institución para la instrucción y el reforzamiento de conocimientos para los Docentes.	Ha recibido capacitaciones sobre estrategias y recursos didácticos para enseñar los contenidos de cada Unidad del Componente Matemática Básica.	- Siempre - Casi siempre - A veces - Nunca
Docentes	Dícese que un Modelo es un Arquetipo digno de ser imitado que se toma como pauta a seguir, es decir estructura de referencia para realizar una planificación uniforme e igualitaria.	Recibe modelos de planificación didáctica por parte de la Institución.	- Siempre - Casi siempre - A veces - Nunca
Docentes	Puntos a tomar para evaluar el desempeño de los estudiantes, tanto en la práctica como en la atención que prestan en el desarrollo del Componente impartido.	Los métodos de evaluación que utiliza al impartir el componente de Matemática Básica son adecuados para medir los conocimientos obtenidos de los estudiantes.	- Siempre - Casi siempre - A veces - Nunca
Docentes	Influencia del factor tiempo en el desarrollo y reforzamiento de los contenidos abordados en el componente de Matemática Básica.	El período de tiempo en que se imparten las clases del componente de Matemática Básica afecta el proceso de enseñanza aprendizaje.	- Siempre - Casi siempre - A veces - Nunca

Tabla Nº 3. Operacionalización de las variables utilizadas en la entrevista aplicada a la Coordinadora del Componente de Matemática Básica.

FUENTE	CONCEPTO	VARIABLE	INDICADORES
Coordinadora del Componente	Generales del cargo que desempeña la entrevistada.	Cuántos años lleva desempeñando el cargo de Coordinadora del Componente de Matemática.	
Coordinadora del Componente	Labor que desempeña la Coordinadora del Componente de Matemática Básica dentro de la Institución.	Como Coordinadora del Componente de Matemática Básica cuál es la labor que desempeña.	
Coordinadora del Componente	Objetivo General que persigue la Institución al ofrecer el Componente.	Qué objetivo persigue la Institución en el Primer Semestre de cada año lectivo al ofrecer el Componente de Matemática Básica	
Coordinadora del Componente	Variables que permiten la evaluación de las necesidades de los estudiantes al cursar el Componente.	Cuáles son los parámetros que se toman en cuenta para la elaboración del material de apoyo en Matemática Básica.	
Coordinadora del Componente	Dícese que un Modelo es un Arquetipo digno de ser imitado que se toma como pauta a seguir, es decir estructura de referencia para realizar una planificación uniforme e igualitaria.	Se les facilita a los docentes modelos de planificación didáctica.	
Coordinadora del Componente	Pregunta evaluativa.	Valora el sistema de evaluación que se aplica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.	
Coordinadora del Componente	Formación que facilita la Institución para la instrucción y el reforzamiento de conocimientos para los Docentes.	Como Coordinadora del Componente de Matemática Básica, gestiona capacitaciones para los docentes que lo imparten los contenidos de cada Unidad.	
Coordinadora del Componente	Objetivo de se persigue con la variable anterior.	Cuál es el objetivo de estas capacitaciones.	

Coordinadora del Componente	Pregunta evaluativa.	Durante los años que ha laborado como Coordinadora del Componente, en qué Unidad los estudiantes presentan mayor dificultad al cursar el Componente de Matemática Básica.	
Coordinadora del Componente	El ¿por qué? De la variable anterior.	A qué se deben estas dificultades.	
Coordinadora del Componente	Otras dificultades encontradas por la Coordinadora en su labor de docente, además de las abordadas en la encuesta.	¿Qué otras dificultades han observado en los procesos de enseñanza-aprendizaje, que afectan el rendimiento académico de los estudiantes?	

VI. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN

6.1. Resultados

Resultados del diagnóstico de la encuesta aplicada a estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular.

Tabla 1.

Encuesta aplicada a los estudiantes de MEC año lectivo 2017					
Aspectos	Variables	Indicadores		F	%
Datos Generales	Sexo	Femenino		10	50
		Masculino		10	50
	Edad en años cumplidos	15 – 18		2	10
		19 – 21		13	65
		22 – 25		5	25
	Año que Cursa	1er. Año		4	20
		2do. Año		4	20
		3er. Año		4	20
		4to. Año		4	20
		5to. Año		4	20
	Institución Académica (Secundaria)	Público		16	80
		Privado		1	5
		Otro		3	15
	Zona de ubicación de dicho Colegio	Urbano		14	70
		Rural		6	30
	Al recibir el componente de Matemática Básica ¿Aprobó cada una de sus unidades?	Lógica y Conjunto	Aprobó	20	100
			No aprobó	0	0
		Algebra	Aprobó	19	95
			No aprobó	1	5
		Funciones	Aprobó	20	100

Datos Específicos			No aprobó	0	0
	El nivel de dificultad que tuvo en cada una de las unidades del componente de Matemática Básica fue:	Lógica y Conjuntos	Mucha	3	15
			Poca	12	60
			Ninguna	5	25
		Álgebra	Mucha	5	25
			Poca	13	65
			Ninguna	2	10
		Funciones	Mucha	5	25
			Poca	11	55
			Ninguna	4	20
	La metodología que utilizaron los docentes al impartir el Componente de Matemática Básica fue:	Lógica y Conjuntos	Excelente	3	15
			Muy Buena	6	30
			Buena	7	35
			Regular	4	20
			Deficiente	0	0
		Álgebra	Excelente	4	20
			Muy Buena	4	20
			Buena	8	40
			Regular	4	20
			Deficiente	0	0
		Funciones	Excelente	1	5
			Muy Buena	7	35
			Buena	8	40
			Regular	4	20
			Deficiente	0	0
	¿Resolvió la mayoría de los ejercicios planteados por el maestro en cada una de las unidades del	Lógica y Conjuntos	Siempre	6	30
			Casi Siempre	12	60

	Componente de Matemática Básica?		A veces	2	10
			Nunca	0	0
		Álgebra	Siempre	5	25
			Casi Siempre	13	65
			A veces	2	10
			Nunca	0	0
		Funciones	Siempre	8	40
			Casi Siempre	9	45
			A veces	3	15
			Nunca	0	0
	Los ejercicios planteados por el docente ¿seguían la secuencia de los contenidos impartidos en horas clases?	Lógica y Conjuntos	Siempre	8	40
			Casi Siempre	7	35
			A veces	5	25
			Nunca	0	0
		Álgebra	Siempre	10	50
			Casi Siempre	5	25
			A veces	5	25
			Nunca	0	0
		Funciones	Siempre	11	55
			Casi Siempre	6	30
			A veces	3	15
			Nunca	0	0
	¿Le gusta el componente de Matemática Básica?	Siempre		14	70
		Casi Siempre		5	25
		A veces		1	5

		Nunca	0	0
	Los métodos de evaluación que utilizan los docentes al impartir el componente de Matemática Básica son adecuados para medir sus conocimientos.	Siempre	8	40
		Casi Siempre	4	20
		A veces	7	35
		Nunca	1	5
	Considera que los materiales didácticos que brindan los docentes son eficaces para ampliar sus conocimientos.	Siempre	4	20
		Casi Siempre	9	45
		A veces	6	30
		Nunca	1	5

Resultados del diagnóstico de la encuesta aplicada a docentes del Departamento de Matemática Educativa y Computación.

Tabla 2.

Encuesta aplicada a Docentes del Departamento de Matemática año lectivo 2017				
Aspectos	Variables	Indicadores	F	%
Datos Generales	Sexo	Femenino	1	20
		Masculino	4	80
	Edad	35-40	2	40
		41-46	1	20
		47-52	2	40
	Nivel académico	Profesor de Educación Media (PEM)	0	0
		Licenciado	0	0
		Master	4	80
		Otros	1	20
	Tipo de Docente	Planta	2	40
		Medio Tiempo	1	20
		Cuarto de Tiempo	2	40
		Horario	0	0
	Años laborales	3-10	2	40
		11-18	1	20
		19-26	2	40
	Años que ha impartido el Componente de Matemática Básica	2-8	2	40
		9-15	1	20
		16-22	2	40
	En sus años de experiencia los factores que influyen en que muchos estudiantes	a)	4	25
		b)	1	6.3
		c)	2	12.5

Datos Específicos	reprueben el Componente de Matemática Básica.	d)	3	18.7
		e)	0	0
		f)	3	18.7
		g)	3	18.7
	Según su experiencia laboral la Unidad en que los estudiantes presentan mayor dificultad es:	Lógica	1	20
		Algebra	4	80
		Funciones	0	0
	Cuentan con material didáctico, para impartir las clases por cada Unidad.	Siempre	4	80
		Casi siempre	1	20
		A veces	0	0
		Nunca	0	0
	Ha recibido capacitaciones sobre estrategias y recursos didácticos para enseñar los contenidos de cada Unidad del Componente Matemática Básica.	Siempre	0	0
		Casi siempre	3	60
		A veces	0	0
		Nunca	2	40
	Recibe modelos de planificación didáctica por parte de la Institución.	Siempre	3	60
		Casi siempre	0	0
		A veces	1	20
		Nunca	1	20
	Los métodos de evaluación que utiliza al impartir el Componente de Matemática Básica son adecuados para medir los conocimientos obtenidos de los estudiantes.	Siempre	2	40
		Casi siempre	2	40
		A veces	1	20
		Nunca	0	0
	El período de tiempo	Siempre	0	0

	en que se imparten las clases del componente de Matemática Básica afecta el proceso de enseñanza - aprendizaje.	Casi siempre	1	20
		A veces	4	80
		Nunca	0	0

Resultado de entrevista aplicada a Coordinadora del Componente de Matemática Básica.

Tabla 3.

Preguntas	**Respuestas**
¿Cuántos años lleva desempeñando el cargo de Coordinadora del Componente de Matemática?	Tengo 5 años, empecé en el 2013 laborando como Coordinadora del Componente de Matemática Básica.
Como Coordinadora del Componente de Matemática Básica ¿Cuál es la labor que desempeña?	Para comenzar tengo varias labores: • Trabajo con 20 a 25 Docentes de los cuales la mayor parte son horarios. • Realizo reuniones con los Docentes para planificar el material de apoyo y los planes de clase. • Brindo un material para que los Docentes se guíen, además cada año se mejora el material de apoyo para los estudiantes de acuerdo a lo que está en la micro-programación. • Elaboro el plan calendario que es único para todos. • Hago coordinaciones cada 15 días para ver las actividades evaluativas que se dan por cada parcial y el avance programático. • Elaboro los tres exámenes parciales en conjunto con los docentes de manera que haya equidad entre todos. • Elaboro un consolidado de rendimiento por cada parcial. • Resuelvo problemas de notas o exámenes de reprogramación a estudiantes. • Reprogramo exámenes parciales y de segunda convocatoria. • Brindo materiales de apoyos para los “CUR” y modelos de exámenes.
¿Qué objetivo persigue la Institución en el Primer Semestre de cada año lectivo al ofrecer el Componente de	Como Institución se persigue que haya homogeneidad, equidad en las evaluaciones y que nadie se desvié de

Matemática Básica?	lo que está establecido en la micro-programación.
¿Cuáles son los parámetros que se toman en cuenta para la elaboración del material de apoyo en Matemática Básica?	Siempre se utiliza la micro-programación de acuerdo a esta es que trabajamos en el material de apoyo y en la planificación de las clases.
¿Se les facilita a los docentes modelos de planificación didáctica?	Sí, como mencionaba anteriormente se le da al Docente un modelo para que se guíe e incluso se elabora entre todos de manera colectiva y cada año se le da algunas mejoras en ejercicios nuevos entre otros.
Valora el sistema de evaluación que se aplica en el proceso de enseñanza - aprendizaje.	Sí, porque trabajamos con la micro-programación ya que esta nos da las pautas para ver si el proceso de enseñanza aprendizaje está dando resultados.
Como Coordinadora, ¿gestiona capacitaciones sobre estrategias y recursos didácticos para los docentes que imparten los contenidos de cada Unidad?	Si, se gestiona de modo que todos los Docente tengan el mismo conocimiento, independientemente cada Docente tiene que tener conocimientos sobre la didáctica de las Matemáticas, estrategias de enseñanza - aprendizaje. En este año se les mandó a tomar un curso para extraer información del internet, como también se les impartió un curso de Excel avanzado y últimamente se están incorporando cursos en líneas. “Cabe mencionar que ya estando en el aula de clase las cosas son diferentes. Es por esto que los docentes deben de ser capaces de adecuar estrategias de acuerdo al ambiente del aula”.
¿Cuál es el objetivo de estas capacitaciones?	Que el maestro tenga mejores herramientas en su desenvolvimiento en el aula, fuera de ella y en su vida diaria. En otras palabras, prepararlo mejor en su ámbito laboral.
Durante los años que ha laborado como Coordinadora del Componente ¿en qué Unidad los estudiantes presentan mayor dificultad al cursar el	Los estudiantes presentan mayor dificultad en la Unidad de Álgebra, ya que la Unidad de Lógica es un poco más básica y Funciones se ve de manera breve, porque son pocos los

Componente de Matemática Básica?	contenidos que se abarcan. En la Unidad de Álgebra se profundiza más en contenidos y es donde a los estudiantes se les dificulta más.
¿Qué dificultades ha observado en los procesos de enseñanza aprendizaje que afectan el rendimiento académico de los estudiantes? ¿A qué se deben estas dificultades?	• Inasistencia por parte de los estudiantes. • Indisciplina de los estudiantes. • Poco interés en la clase. • No dominan los contenidos básicos de las matemáticas. • Los estudiantes no se toman en serio las clases al inicio del año. Estas dificultades se deben a que ellos no traen buenas bases de su educación secundaria, quedaron en una carrera que no les gusta, vienen con la noción de las nuevas políticas que hay en la secundaria y creen que se aplican en la Universidad. Ellos se han adaptado a esas políticas. También estas dificultades se deben al nuevo sistema universitario que ya no es competitivo.

6.2. Análisis de Resultados

- **Datos Generales de las personas en estudio**

Analizando los resultados de los diferentes instrumentos que se utilizaron en esta investigación, tanto de estudiantes como docentes; encontramos que el 46.2 % corresponde al sexo femenino y el 53.8% al sexo masculino, luego, el 76.9% de las personas en estudio son estudiantes y el 23.1% son docentes.

- **Análisis de los datos obtenidos en la encuesta aplicada a estudiantes**

Análisis de datos generales de estudiantes encuestados

En la encuesta aplicada a los estudiantes de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, el 50% de los estudiantes encuestados corresponden al sexo femenino y el otro 50% al sexo masculino. El 65% de los estudiantes encuestados tienen entre 19-21 años, el 25% entre 22-35 años y el 10% entre 15 y 18 años.

El 80% de los estudiantes cursaron su educación secundaria en instituciones públicas, el 5% en instituciones privadas y el 15% en otras instituciones. Además, el 70% procede de zonas urbanas y el 30% de zonas rurales.

Análisis de datos específicos de estudiantes encuestados

El 100% de los estudiantes que cursaron el componente de Matemática Básica aprobaron la unidad de lógica; el 95% aprobaron la unidad de álgebra; y la unidad de funciones la aprobó un 100%. (Ver representación gráfica en anexos página 196).

El nivel de dificultad que tuvieron en cada una de las Unidades del componente Matemática Básica fueron las siguientes:

En la unidad de lógica tuvo mucha dificultad un 15%; poca dificultad un 60%; y ninguna dificultad un 25%.

En la unidad de Álgebra un 25% tuvo mucha dificultad; poca dificultad un 65%; y ninguna dificultad un 10%.

En la Unidad de funciones un 25% tuvo mucha dificultad; un 55% poca dificultad; y el 20% ninguna dificultad. (Ver representación gráfica en anexos página 197).

Según las respuestas brindadas por los estudiantes sobre la metodología que utilizaron los docentes al impartir el Componente de Matemática Básica, podemos concluir que la metodología fue buena, ya que fue en la que se obtuvo mayor frecuencia en las tres unidades impartidas con respecto a los otros indicadores. En Lógica se obtuvo un 35%; y; Algebra y Funciones con un 40% cada una.

Las respuestas más significativas para el caso de la interrogante: ¿Resolvió la mayoría de los ejercicios planteados por el maestro en cada una de las Unidades del Componente de Matemática Básica?, fueron las siguientes:

Los estudiantes casi siempre resolvieron los ejercicios en las tres unidades, obteniendo en lógica 60%; álgebra 65%; y Funciones 45%.

Sin embargo, se puede notar que el 40% de los estudiantes resolvieron siempre los ejercicios planteados en la Unidad de Funciones; el 30% en la unidad de lógica y conjuntos; y 25% en la unidad de álgebra. (Ver representación gráfica en anexos página 198).

La respuesta de los estudiantes encuestados a la pregunta: Los ejercicios planteados por el docente ¿seguían la secuencia de los contenidos impartidos en horas clases?, fueron las siguientes:

La mayoría de los ejercicios planteados siempre seguían la secuencia de los contenidos impartidos en horas clases. Los porcentajes de datos más significativos se encuentra que en la Unidad de Lógica y Conjuntos 40%, Álgebra 50% y Funciones 55%.

Para el caso de la pregunta: ¿Le gusta el componente de Matemática Básica?, a la mayoría de los estudiantes (70%) siempre les gusta el componente.

Según las respuestas obtenidas sobre si los métodos de evaluación que utilizan los docentes al impartir el componente de Matemática Básica son adecuados para medir sus conocimientos, se concluye que el 40% siempre son adecuados para medirlos y un 35% respondió que a veces.

Al analizar la consideración de los estudiantes sobre si los materiales didácticos que brindan los docentes son eficaces para ampliar sus conocimientos, se obtuvo que el 45% casi siempre (son eficaces) y un 30% a veces (son eficaces).

- **Análisis de los datos obtenidos en la encuesta aplicada a docentes**

Análisis de datos generales de docentes encuestados

En la encuesta aplicada a los docentes que han impartido el componente de Matemática Básica en la Carrera de Matemática Educativa y Computación, el 20% corresponden al sexo femenino y el 80% al sexo masculino. El 40% tienen entre 47-52 años, el 40% entre 35-40 años y el 20% entre 41-46 años. El 80% son másteres.

Los Docentes de Planta y Cuarto de Tiempo corresponden cada uno a un 40% y los docentes Medio Tiempo conforman el restante 20%. Los maestros que tienen entre 19-26 y 3-10 años laborales conforman cada uno un 40% y el restante 20% entre 11-18 años.

Análisis de datos específicos de docentes encuestados

La respuesta de los docentes encuestados a la pregunta sobre los años que ha impartido el Componente de Matemática Básica, los intervalos de 16-22 y de 2-8 corresponden al 40% cada uno y el restante 20% al intervalo de 9-15.

De acuerdo a la respuesta a la pregunta sobre los factores que influyen en que muchos estudiantes reprueben el Componente de Matemática Básica (según sus años de experiencia), los porcentajes con mayor frecuencia son: el 25% respondieron que es la falta de conocimientos previos para el componente; falta de comprensión de los diferentes temas que se imparten en el componente, dificultad de razonamiento y falta de interés por parte del estudiante responden en un 18.7% cada uno.

Al analizar las consideraciones brindadas, de acuerdo a la experiencia de cada docente en relación a la unidad en que los estudiantes presentan mayor dificultad es el 80%, en Álgebra. (Ver representación gráfica en anexos página 199).

La respuesta de los docentes encuestados a la pregunta: ¿cuenta con material didáctico para impartir las clases por cada unidad?, se concluye que un 80% Siempre y un 20% Casi Siempre.

En la pregunta, ¿ha recibido capacitaciones sobre estrategias y recursos didácticos para enseñar los contenidos de cada unidad del Componente de Matemática Básica?, el 60% respondió Casi Siempre, y el 40% restante Nunca.

El 60% coinciden en que siempre reciben modelos de planificación didáctica por parte de la institución y correspondiente a dos resultados con 20% A veces y Nunca.

Con dos porcentajes de 40% se tiene que en los modelos de evaluación que utilizan al impartir el Componente de Matemática Básica Siempre y Casi Siempre son adecuados para medir los conocimientos de los estudiantes y el 20% restante A veces.

De acuerdo al periodo de tiempo que se imparten las clases del Matemática Básica afecta el proceso de enseñanza aprendizaje, el 80% A veces y un 20% Casi Siempre.

- **REFLEXIÓN**

Como se mostró en el análisis de resultados, un 90% de los estudiantes tienen dificultades para la compresión de los contenidos de la Unidad de Álgebra, esto mismo, afirman el 80% de los docentes encuestados. En correspondencia con lo anterior la coordinadora del componente afirma lo siguiente:

"Los estudiantes presentan mayor dificultad en la Unidad de Algebra, ya que la unidad de Lógica es más básica y Funciones se ve de manera breve porque son pocos los contenidos que se abarcan... En la Unidad de Álgebra se profundizan más en contenidos y es en donde a los estudiantes se les dificulta más... Estas dificultades se deben a que estos no traen buenas bases en su educación secundaria... vienen con la noción de las nuevas políticas de la educación secundaria y creen que estas también aplican al nivel universitario".

Entrevista, Barrera, 2017.

VII. PROPUESTA DIDÁCTICA

Nuestra Propuesta Didáctica sobre la Unidad de Álgebra está constituida por nueve planes de clases, los cuales fueron distribuidos de acuerdo a la micro-programación del componente de Matemática Básica brindada por la Vicerrectoría Académica.

En esta Unidad II correspondiente a Álgebra su distribución de tiempo por competencia es la siguiente:

UNIDAD	Tiempo Asignado		
	Teóricas	**Prácticas**	**Total**
Unidad II: Álgebra	12	8	20

En esta propuesta metodológica seguimos este modelo de planeación porque consideramos que presenta una estructura adecuada para la enseñanza aprendizaje en los contenidos impartidos en el componente de Matemática Básica. Además, que este modelo es brindado por la Vicerrectoría Académica y es el que está vigente actualmente en la Universidad.

La mejora de nuestro plan consiste en enriquecer los recursos metodológicos tanto a estudiantes y docentes, mediante la resolución clara y detallada de los ejercicios planteados, mediante el Método de Pólya y estos con sus respectivas respuestas.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 1

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad I: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula y resuelve problemas algebraicos para graficar la resolución de los problemas contextualizados, para reconocer la utilidad de las aplicaciones relacionadas con la vida real, a través de propiedades, técnicas y procedimientos apropiados y haciendo uso del lenguaje simbólico.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Ecuaciones Lineales, Cuadráticas y con valor absoluto. ➢ Sistemas de Ecuaciones Lineales	➢ Empleo correcto el lenguaje simbólico y algebraico. ➢ Aplicación de la	➢ Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.

con dos o tres variables. ➢ Sistemas formados por una Ecuación Lineal y una Cuadrática. ➢ Aplicaciones de Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones.	teoría a la práctica.	➢ Participa activamente en el trabajo de equipo.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos asignados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.
- Orientar la competencia a alcanzar en la clase.
- Debatir mediante una lluvia de ideas la definición de ecuación.

b) Actividades de desarrollo:

- Definir el concepto de ecuación.
- Explicar ejemplos de ecuaciones.
- Resolver ecuaciones.

DEFINICIÓN DE UNA ECUACIÓN

Una ecuación en una variable es un enunciado en el que dos expresiones, al menos una con una variable, son iguales. Estas expresiones son llamadas miembros o lados de la ecuación. Ya que una ecuación es una proposición, puede ser verdadera o falsa, dependiendo del valor de la variable. A menos que se indique lo contrario, los valores admisibles de la variable son aquellos que están en el dominio de la variable. Aquellos valores de la variable, si los hay, que hacen verdadero el enunciado son llamados soluciones, o raíces, de la ecuación.

Por ejemplo, las siguientes son ecuaciones en una variable, x.

1. $x + 5 = 9$
2. $x^2 + 5x = 2x - 2$
3. $\frac{x^2-4}{x+1} = 0$
4. $x^2 + 9 = 5$

El primero de estos enunciados $x + 5 = 9$, es verdadero cuando $x = 4$ y falso para cualquier otro valor de x. Así, 4 es una solución de la ecuación $x + 5 = 9$. También decimos que 4 satisface la ecuación $x + 5 = 9$, ya que, cuando x es reemplazado por 4, resulta en un enunciado verdadero.

Algunas veces una ecuación tiene más de una solución. Por ejemplo,

$$\frac{x^2 - 4}{x + 1} = 0$$

Tiene a $x = -2 \quad o \quad x = 2$ como solución.

Las soluciones de una ecuación se escriben a veces en notación de conjuntos obteniendo así el llamado ***conjunto solución***. Por ejemplo, el conjunto solución de la ecuación $x^2 - 9 = 0$ es $\{-3, 3\}$.

A menos se nos indique otra cosa, en este curso nos limitaremos a trabajar con soluciones que sean número reales. Por ejemplo, $x^2 + 9 = 5$ no tiene solución real, ya que no existe ningún número real cuyo cuadrado sumado con 9 sea igual a 5. Una ecuación que satisface para toda elección de la variable, para la cual ambos miembros están definidos, es llamada ***identidad***. Por ejemplo, la ecuación

$$3x + 5 = x + 3 + 2x + 2$$

Es una identidad, ya que este enunciado es verdadero para cualquier número real x.

Dos o más ecuaciones que tienen precisamente las mismas soluciones son llamadas ***ecuaciones equivalentes***. Por ejemplo, las siguientes ecuaciones son equivalentes ya que cada una tiene solo la ecuación $x = 5$.

$$2x + 3 = 13$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Ecuaciones numéricas enteras y fraccionarias de primer grado con una incógnita

Una ecuación es fraccionaria cuando algunos de sus términos o todos tienen denominadores y entera cuando es todo lo contrario. Ejemplo de una ecuación fraccionaria: $\frac{x}{2} = 3x - \frac{3}{4}$.

Resolución de ecuaciones enteras y fraccionarias con denominadores monomios

(1) Resolver la ecuación $2x - 2 + 10x + 13 = 15x + 12$.

Solución

$2x + 10x - 15x = 12 - 13 + 2$ ***Trasponiendo términos***

$-3x = 1$ ***Reduciendo términos semejantes***

$x = -\frac{1}{3}$ ***Dividiendo por (-3)***

(2) Resolver la ecuación $3x - \frac{2x}{5} = \frac{x}{10} - \frac{7}{4}$.

Solución El M.C.M de 5, 10 y 4 es 20. Dividimos entre 1(denominador de $3x$), 5, 10 y 4 y multiplicamos cada cociente por el numerador respectivo. Tendremos:

$60x - 8x = 2x - 35$

$60x - 8x - 2x = -35$ ***Trasponiendo términos***

$50x = -35$ ***Reduciendo términos semejantes:***

$x = -\frac{35}{50}$ ***Dividiendo por (50)***

$x = -\frac{7}{10}$ ***Simplificando***

(3) Resolver la ecuación $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+13}{24} = 3x + \frac{5(x+1)}{8}$.

Solución El M.C.M de 3, 24 y 8 es 24. Dividiendo 24 entre 3, 24, 1 y 8 y multiplicando los cocientes por el número respectivo, tendremos:

$8(2x - 1) - (x + 13) = 15(x + 1)$

$16x - 8 - x - 13 = 15x + 15$ ***Efectuando las operaciones indicadas***

$16x - x - 15x = 8 + 13 + 15$ ***Trasponiendo términos***

$-72x = 36$ ***Reduciendo términos semejantes***

$x = -\frac{36}{72}$ ***Dividiendo por (-72)***

$x = -\frac{1}{2}$ ***Simplificando***

MUY IMPORTANTE
Cuando una fracción cuyo denominador es un polinomio esta precedido por el signo – como $-\frac{x-1}{40}$ y $-\frac{4x-5}{8}$, hay que tener cuidado de cambiar el signo a cada uno de los términos de su numerador al quitar el denominador.

Ecuaciones literales de primer grado con una incógnita

Ecuaciones literales son ecuaciones en las que algunos o todos los coeficientes de las incógnitas o las cantidades conocidas que figuran en la ecuación están representadas por letras.

Estas letras suelen ser $a, b, c, d, m\ y\ n$ según costumbre, representando x la incógnita.

Las ecuaciones literales de primer grado con una incógnita se resuelven aplicando las mismas reglas que se emplean en las ecuaciones numéricas.

Resolución de ecuaciones literales enteras y fraccionarias

(1) Resolver la ecuación $a(x+a)-x=a(a+1)+1$

Resolución

$ax+a^2-x=a^2+a+1$ ***Efectuando el producto indicado***

$ax-x=a^2+a+1-a^2$ ***Trasponiendo términos***

$ax-x=a+1$ ***Reduciendo términos semejantes***

$x(a-1)=a+1$ ***Factorando***

$x=\frac{a+1}{a-1}$ ***Despejando x, para lo cual dividimos ambos miembros por $(a-1)$***

(2) Resolver la ecuación $x(3-2b)-1=x(2-3b)-b^2$.

Solución

$3x-2bx-1=2x-3bx-b^2$ ***Efectuando las operaciones indicadas***

$3x-2bx-2x+3bx=1-b^2$ ***Trasponiendo términos semejantes***

$x+bx=1-b^2$ ***Reduciendo términos***

$x(1+b)=(1+b)(1-b)$ ***Factorando ambos miembros***

$x=1-b$ ***Dividiendo ambos miembros por $(1+b)$***

(3) Resolver la ecuación $\frac{x}{2m}-\frac{3-3mx}{m^2}-\frac{2x}{m}=0$

Solución Hay que suprimir denominadores. El M.C.M de los denominadores es $2m^2$.

Dividiendo $2m^2$ entre cada denominador y multiplicamos cada cociente por el denominador respectivo, tendremos:

$$mx-2(3-3mx)-2(2x)=0$$

$$mx - 6 + 6mx - 4mx = 0$$ ***Efectuando el producto indicado***

$$mx + 6mx - 4mx = 6$$ ***Trasponiendo***

$$3mx = 6$$ ***Reduciendo términos semejantes***

$$x = \frac{2}{m}$$ ***Dividiendo por $(3m)$ queda***

c) Actividades Finales:

Abrir una ronda de preguntas acerca de aspectos abordados en la clase que hayan generado dudas y realizar un repaso sobre ellos utilizando ejemplos.

d) Orientación del Trabajo Independiente:

1. Aplicando la definiciones y propiedades necesarias explicadas anteriormente, en los problemas del 1 al 10, resuelva cada ecuación.

1. $6 - x = 2x + 9$ **R:** $\boldsymbol{x = -1}$
2. $3(2 - x) = 2x - 1$ **R:** $\boldsymbol{x = 1}$
3. $\frac{1}{2}x - 4 = \frac{3}{4}x$ **R:** $\boldsymbol{x = -16}$
4. $0.9t = 1 + t$ **R:** $\boldsymbol{t = -10}$
5. $3 - 2x = 2 - x$ **R:** $\boldsymbol{x = 1}$
6. $5ax - 8b = 9ax - 4b$ **R:** $\boldsymbol{x = -\frac{b}{a}}$
7. $\frac{3}{4}a + \frac{b}{2}x = \frac{x}{3} - 3$ **R:** $\boldsymbol{x = \frac{9a+36}{4-6b}}$
8. $4ax - 10bx = 4a - 10b$ **R:** $\boldsymbol{x = 1}$
9. $1 - 2ax = 3a - x$ **R:** $\boldsymbol{x = \frac{3b}{a+1}}$
10. $\frac{a}{3}x + 2b = 3b - \frac{x}{3}$ **R:** $\boldsymbol{x = \frac{3a-1}{-2a+1}}$

2. Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones

1. $\frac{2x}{x^2-4} = \frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x+2}$ **R:** $\boldsymbol{N.E.S}$
2. $\frac{x}{x-2} = \frac{1}{2}$ **R:** $\boldsymbol{x = -2}$
3. $\frac{3}{2x-3} = \frac{2}{x+5}$ **R:** $\boldsymbol{x = 21}$
4. $\frac{6t+7}{4t-1} = \frac{3t+8}{2t-4}$ **R:** $\boldsymbol{x = -\frac{20}{39}}$
5. $\frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 10$ **R:** $\boldsymbol{x = \frac{19}{10}}$
6. $(x + 2)(x - 3) = (x - 3)^2$ **R:** $\boldsymbol{x = 3}$

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve ecuaciones lineales, cuadráticas y con valor absoluto. ➢ Dibuja los gráficos respectivos en	➢ Guía o Lista de cotejo sobre Práctica ejercicios en la pizarra. ➢ Guía o Lista de Cotejo sobre

el trabajo individual y grupal.	Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases. ➢ Trabajos grupales orientados.

VII. CONCLUSIONES

Realizar un consolidado con los aspectos sobresalientes del tema y aclarar dudas y dificultades encontradas en los estudiantes.

VIII. RECOMENDACIONES

Orientar al grupo de clases el tema que se desarrollará en el siguiente encuentro, que será la resolución de ecuaciones cuadráticas y de valor absoluto.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Álgebra de Baldor- Aurelio Baldor.
- ✓ Michael Sullivan- Precálculo, Cuarta Edición.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 2

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad I: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula y resuelve problemas algebraicos para graficar la resolución de los problemas contextualizados, para reconocer la utilidad de las aplicaciones relacionadas con la vida real, a través de propiedades, técnicas y procedimientos apropiados y haciendo uso del lenguaje simbólico.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Ecuaciones Lineales, Cuadráticas y con valor absoluto. ➢ Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos o tres variables. ➢ Sistemas formados por	➢ Empleo correcto el lenguaje simbólico y algebraico. ➢ Aplicación de la teoría a la	➢ Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje. ➢ Participa activamente en el trabajo de equipo.

una Ecuación Lineal y una Cuadrática. ➢ Aplicaciones de Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones.	práctica.	

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos asignados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.
- Realizar un breve repaso de la clase anterior.

b) Actividades de desarrollo:

- Explicar la forma general de una ecuación cuadrática.
- Resolver ecuaciones cuadráticas.

Resolución de Ecuaciones Cuadráticas

Se supone que estamos familiarizados con la solución de ecuaciones cuadráticas; es decir, ecuaciones equivalentes a una escrita de la *forma estándar (o general)* $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b, c son números reales y $a \neq 0$.

Cuando una ecuación cuadrática está escrita en la forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$ es posible factorizar la expresión del lado izquierdo como el producto de dos polinomios de primer grado.

- **Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización**

Ejemplo Resolver la ecuación: $x^2 = 12 - x$

Solución

Escribimos la ecuación en la forma estándar sumando -12 a cada lado:

$$x^2 + x - 12 = 0$$

El lado izquierdo de la ecuación puede ser factorizado como:

$(x + 4)(x - 3) = 0$ ***Buscamos dos números cuyo factor dé -12 y diferencia 1.***

Así que igualamos cada factor a cero y luego despejamos la variable x:

$$x + 4 = 0 \; entonces \; x = -4$$

$$x - 3 = 0 \; entonces \; x = 3$$

El conjunto solución es $\{-4, 3\}$

- **Resolución de una ecuación cuadrática por la fórmula general**

Otro de los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas es haciendo uso de la ***fórmula general***.

Teorema Si $b^2 - 4ac \geq 0$, las soluciones reales de la ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad\qquad a \neq 0$$

Están dadas por la formula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La cantidad $b^2 - 4ac$, es llamada discriminante de la ecuación porque su valor nos indica si la ecuación tiene soluciones reales y cuantas soluciones esperar.

Discriminante de una ecuación cuadrática

1. Si $b^2 - 4ac > 0$, existen dos soluciones reales y diferentes.
2. $b^2 - 4ac = 0$, hay una solución repetida, es decir una raíz de multiplicidad dos.
3. $si\ b^2 - 4ac < 0$, no existe solución real.

Ejemplo Utilizar la fórmula cuadrática para encontrar las soluciones reales, si las hay, de la siguiente ecuación: $x^2 + x - 12 = 0$

Solución

La ecuación está en la forma estándar, de modo que la comparamos con $ax^2 + bx + c = 0$ para determinar $a, b\ y\ c$:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

Con $a = 1, b = 1\ y\ c = -12$, evaluamos el discriminante $b^2 - 4ac$:

$$b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-12) = 1 + 48 = 49$$

Como $b^2 - 4ac > 0$, hay dos raíces, que pueden ser encontradas utilizando la formula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2(1)} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

De aquí tenemos que:

$$x_1 = \frac{-1+7}{2} = 3 \qquad\qquad x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4$$

El conjunto solución es $\{-4, 3\}$

Ecuaciones con valor absoluto
Sea x, a dos número pertenecientes al conjunto de los números reales, y $a > 0$, entonces $$\lvert x \rvert = a \quad si\ y\ solo\ si \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$$

Por ejemplo, ya que $-4 < 0$, entonces la segunda regla debe de ser utilizada para obtener

$$\lvert -4 \rvert = -(-4) = 4$$

- **Resolución de ecuaciones de con valor absoluto**

Ejemplo 1 $\quad \lvert x - 3 \rvert = 1$

Solución

Haciendo uso de la definición de valor absoluto, obtenemos

$[x - 3 = 1 \quad \vee \quad x - 3 = -1](1 \geq 0)$ ***Aplicar la propiedad de valor absoluto***

$[x = 1 + 3 \quad \vee \quad x = -1 + 3]$ ***Despejar la variable x***

$[x = 4 \quad \vee \quad x = 2]$

Por lo tanto, el conjunto solución de la ecuación dada es: $\{2, 4\}$

Ejemplo 2 $\quad \left\lvert \frac{x+1}{x-5} \right\rvert = 2$

Solución

$\frac{x+1}{x-5} = 2 \quad \vee \quad \frac{x+1}{x-5} = -2$ ***Aplicar la propiedad de valor absoluto***

$x + 1 = 2(x - 5) \quad \vee \quad x + 1 = -2(x - 5)$ ***Multiplicar ambos miembros por $(x - 5)$***

$x + 1 = 2x - 10 \quad \vee \quad x + 1 = -2x + 10$ ***Realizar la operación que se indica***

$x - 2x = -10 - 1 \quad \vee \quad x + 2x = 10 - 1$ ***Trasponer términos***

$-x = -11 \quad \vee \quad 3x = 9$ ***Reducir términos semejantes***

$x = 11 \quad \vee \quad x = 3$ ***Despejar la variable x***

Por lo tanto, el conjunto solución de la ecuación dada es: $\{3, 11\}$. *(Comprobar el resultado).*

En los ejemplos anteriores al comprobar nuestro conjunto solución notamos que los dos valores encontrados satisfacen a la ecuación dada. En el siguiente ejemplo veremos que los valores no satisfacen.

Ejemplo 3 $|x+9| = x-1$

Solución Habrá solución cuando $x-1 \geq 0$ o bien, $x \geq 1$

$x+9 = x-1 \quad \vee \quad x+9 = -x+1$ ***Aplicamos la propiedad de valor absoluto***

$x-x = -1-9 \quad \vee \quad x+x = 1-9$ ***Trasponemos términos***

$0 = -10 \quad \vee \quad 2x = -8$ ***Reducimos términos semejantes***

$x = -4$ ***Despejamos la variable x***

En este caso los datos obtenidos son falsos ya que x tiene que ser mayor o igual a 1, por lo que la ecuación no tiene solución.

c) Actividades Finales:

Abrir una ronda de preguntas acerca de aspectos abordados en la clase que hayan generado dudas y realizar un repaso sobre ellos utilizando ejemplos.

d) Orientación del Trabajo Independiente:

1. Aplicando los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas y valor absoluto explicadas anteriormente, en los problemas del 1 al 10, encuentre las soluciones reales, si las hay, de cada ecuación. Utilice el método que crea conveniente.

1) $2x^2-4x-4=0$ **R:**$x \in \{-\mathbf{0.73}, \mathbf{2.73}\}$
2) $9x-x^2=0$ **R:** $x \in \{\mathbf{0}, \mathbf{9}\}$
3) $x^2-5x+6=0$ **R:** $x \in \{\mathbf{2}, \mathbf{3}\}$
4) $0.9t = t^2$ **R:** $x \in \left\{\mathbf{0}, \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{10}}\right\}$
5) $x^2+2x-63=0$ **R:** $x \in \{-\mathbf{9}, \mathbf{7}\}$
6) $|1+5x| = 3$ **R:** $x \in \left\{\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}, -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\right\}$
7) $\left|\frac{x-3}{x-2}\right| = 4$ **R:** $x \in \left\{\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}, \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{5}}\right\}$
8) $|4x-6| = 8$ **R:** $x \in \left\{\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{12}}, -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\}$
9) $|-0.5x-3| = 3x-3$ **R:** $x \in \left\{\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{5}}\right\}$
10) $|4x+8| = 3x+9$ **R:** $x \in \{\mathbf{1}\}$

2. Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones

1) $(x-5)^2 = 25$ **R:** $x \in \{\mathbf{0}, \mathbf{10}\}$
2) $(x-4)^2 = (2x-1)^2$ **R:** $x \in \left\{\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}, -\mathbf{3}\right\}$
3) $|x^2-1| = x-3$ **R:** $x \in \{\mathbf{1.56}, -\mathbf{2.56}\}$
4) $|x-1| = |2x+1|$ **R:** $x \in \{-\mathbf{2}, \mathbf{0}\}$
5) $|-1+5x| = \frac{x-1}{x-3}$ **R:** $N.E.S$

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve ecuaciones lineales, cuadráticas y con valor absoluto. ➢ Dibuja los gráficos respectivos en el trabajo individual y grupal.	➢ Guía o Lista de cotejo sobre Práctica ejercicios en la pizarra. ➢ Guía o Lista de Cotejo sobre Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases. ➢ Trabajos grupales orientados.

VII. CONCLUSIONES

Realizar un consolidado con los aspectos sobresalientes del tema y aclarar dudas y dificultades encontradas en los estudiantes.

VIII. RECOMENDACIONES

Orientar al grupo de clases el tema que se desarrollará en el siguiente encuentro, que será la resolución de ejercicios de aplicación de ecuaciones linéales y cuadráticas.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Algebra de Baldor- Aurelio Baldor.
- ✓ Michael Sullivan- Precálculo, Cuarta Edición.
- ✓ Internet

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 3

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad I: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula y resuelve problemas algebraicos para graficar la resolución de los problemas contextualizados, para reconocer la utilidad de las aplicaciones relacionadas con la vida real, a través de propiedades, técnicas y procedimientos apropiados y haciendo uso del lenguaje simbólico.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Ecuaciones Lineales, Cuadráticas y con valor absoluto. ➢ Sistemas de Ecuaciones Lineales	➢ Empleo correcto el lenguaje simbólico y algebraico. ➢ Aplicación de la	➢ Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.

con dos o tres variables. ➢ Sistemas formados por una Ecuación Lineal y una Cuadrática. ➢ Aplicaciones de Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones.	teoría a la práctica.	➢ Participa activamente en el trabajo de equipo.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos asignados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.
- Realizar un breve repaso de la clase anterior.

b) Actividades de desarrollo:

PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES: APLICACIONES

Los contenidos impartidos en las secciones anteriores nos proporcionan las herramientas para resolver ecuaciones. Pero, desafortunadamente, los problemas de aplicación no vienen en la forma, "Resuelva la ecuación…". En lugar de eso, son relatos que suministran información -siendo optimistas- suficiente para resolver la pregunta que inevitablemente surge. Así, para resolver problemas aplicados debemos ser capaces de traducir una descripción verbal al lenguaje matemático. Hacemos esto utilizando símbolos (y por lo común letras del abecedario) para representar cantidades desconocidas y, después, determinamos las relaciones (tales como ecuaciones) que involucran esos símbolos. El proceso de realizar lo anterior es llamado *modelación matemática.*

Para resolver problemas aplicados haremos uso del Método de Pólya, el cual nos permite tener una visión más clara de lo que queremos encontrar.

Ejemplo Determinación de un salario por hora

Cecilia recibió US $435.00 una semana por trabajar 52 horas. Su patrón paga 1.5 veces más cada hora extra, por encima de 40. Con esta información, ¿se puede determinar el salario por hora normal de Cecilia?

Solución

1) **Comprensión del problema:**

Conozco: Cecilia recibió US $435.00 una semana por trabajar 52 horas y que su patrón paga 1.5 veces más cada hora extra, por encima de 40. Nuestra respuesta estará en dólares por hora.

Desconozco: El salario por hora normal de Cecilia

2) **Plan de Actuación**

Sea x el salario regular por hora de Cecilia; x es medido en dólares por hora.

Utilizando esta variable procedemos a pasar a lenguaje simbólico de la siguiente manera:

	HORAS TRABAJADAS	SALARIO POR HORA	SALARIO
Regular	40	x	40x
Tiempo Extra	12	$1.5x$	$12(1.5x) = 18x$

La suma del salario por lo regular más el salario por el tiempo extra es US $435.00. Así, de la tabla, $40x + 18x = 435$.

3) **Llevar a cabo el plan de actuación**

Procedemos a darle solución a la ecuación planteada; como sigue

$$40x + 18x = 435$$

$$58x = 435$$ **Reducimos términos semejantes**

$$x = \frac{435}{58}$$ ***Dividimos por 58***

$$x = 7.50$$

En consecuencia, el salario regular de Cecilia es de US $7.50 por hora.

4) Reflexión sobre la solución obtenida

Como ya conocemos el número el cual trabajamos en los pasos anteriores solo nos resta el efectuar nuestra comprobación a manera de procedimiento final, ya que nuestro enunciado solo nos pide el número y no otro valor.

5) Comprobación

Cuarenta horas dan un salario de $40(7.50) = 300.00$, 12 horas de tiempo extra resultan $12(1.5)(7.50) = 135.00$, para un total de US $435.00.

6) Redacción de la respuesta

El salario regular de Cecilia es de US $7.50 por hora.

RESOLUCIÓN DE APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

Ejemplo Presentación de un Problema de Cálculo

Cada esquina de una hoja metálica cuadrada, se corta un cuadrado de 9 centímetros por lado. Se doblan los lados para construir una caja sin tapa. Si la caja debe contener 144 centímetros cúbicos, ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la hoja metálica?

Solución

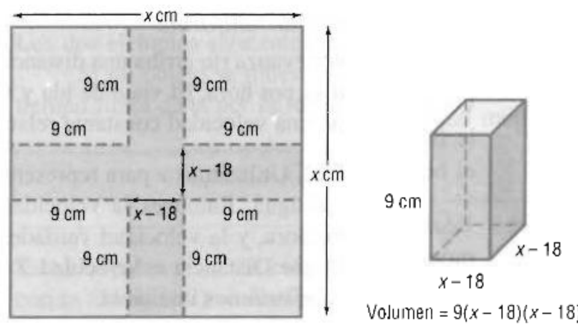
1) Comprensión del problema

Conozco: A cada esquina de la hoja se le corta un cuadrado de 9cm y que la caja debe contener 144 cm^3.

Desconozco: Las dimensiones de la hoja.

2) Plan de Actuación

Llamemos x a la longitud de un lado de la hoja metálica. La caja tendrá una altura de 9cm y su base cuadrada tendrá $x - 18$ como la longitud de cada lado. Por lo tanto, el volumen $(Largo)(Ancho)(Altura)$ de la caja será:



3) Llevar a cabo el plan de actuación

Como el volumen de la caja será de 144 centímetros cúbicos, tenemos $9(x-18)(x-18)=144$

Luego, procedemos a resolver la ecuación cuadrática planteada, como sigue:

$$9(x-18)(x-18)=144$$

$$9(x-18)^2=144$$ ***realizando el producto indicado***

$$(x-18)^2=\frac{144}{9}$$ ***dividiendo por 9***

$$(x-18)^2=16$$ ***aplicando raíz cuadrada a ambos lados***

$$x-18=\pm 4$$ ***transponiendo términos***

$$x=18\pm 4$$

De aquí tenemos que,

$$x=22 \quad o \quad x=14$$

4) Reflexión de la solución obtenida

Si de una hoja metálica de 22 por 22 centímetros cortamos un cuadrado de 9 centímetros de cada esquina y doblamos los lados, obtendremos una caja cuyas dimensiones son 9 por 4 por 4, con volumen $(9)(4)(4)=144$ centímetros cúbicos como se pidió.

5) Redacción de la respuesta

Descartamos la solución $x=14$ (¿Puede advertir porqué?) y concluimos que la hoja metálica debe de ser de 22 por 22 centímetros.

c) Actividades Finales:

Abrir una ronda de preguntas acerca de aspectos abordados en la clase que hayan generado dudas y realizar un repaso sobre ellos utilizando ejemplos.

d) Orientación del Trabajo Independiente:

a) En los problemas del 1 al 5, aplique el método de Pólya y resuelva los ejercicios de aplicación de ecuaciones lineales con una incógnita.

1) ***Finanzas.*** Una herencia de US $900,000.00 se repartirá entre Katy, Miguel y Daniel de la siguiente manera: Miguel recibirá $\frac{3}{4}$ de lo que obtenga Katy, mientras que Daniel obtendrá la mitad de lo que reciba Katy. ¿Cuánto recibirá cada uno?

   R: $Katy$: $400 000, $Miguel$: $300 000, $Daniel$: $200 000

2) ***Calculo de un salario por hora.*** Un trabajador recibe tarifa y media por cada hora extra que trabaja después de 40 horas, tuvo un salario total semanal de US $442.00 por 48 horas de trabajo. ¿Cuál es el salario regular por hora?

   R: *El salario por hora regular es $8.50.*

3) ***Geometría.*** El perímetro de un rectángulo es de 42 pies. Encuentre su longitud y su anchura si la longitud es 8 pies mayor que su anchura.

   R: *Largo: 14.5 pies, Anchura: 6.5 pies.*

4) ***Química: moléculas de azúcar.*** Una molécula de azúcar tiene el doble de átomos de hidrogeno que de oxígeno y un átomo más de carbono que de oxígeno. Si una molécula de azúcar tiene un total de 45 átomos, ¿Cuántos son de oxígeno y cuántos de hidrógeno?

   R: *Oxigeno: 11, Hidrógeno: 22.*

5) ***Basquetbol.*** En un juego de basquetbol, un equipo anotó un total de 70 puntos e hizo el triple de canastas (2 puntos cada una) que de tiros libres (1 punto cada uno). ¿Cuántas canastas anotó?

   R: *Anotó 30 canastas.*

b) En los problemas del 1 al 5, resuelva los ejercicios de aplicación de ecuaciones cuadráticas.

1) ***Geometría.*** Encuentre las dimensiones de un rectángulo con perímetro de 26 metros y área de 40 metros cuadrados.

   R: *Ancho: 5m, Largo: 8m.*

2) ***Dimensiones de una ventana***. El área de un vano rectangular será de 306 centímetros cuadrados. Si la longitud excederá a la anchura en 1 centímetro, ¿Cuáles serán sus dimensiones?

   R: *Ancho: 17cm, Largo: 18cm*

3) ***Construcción de una caja.*** Una caja sin tapa cuadrada será construida de una hoja de metal a la cual se le quitará de cada esquina un cuadrado de 1 pie por lado, y se doblará hacia arriba los lados. Si la caja tendrá la capacidad para 4 pies cúbicos, ¿Cuáles serán las dimensiones de la hoja metálica?

   R: *Ancho: 4 pies, Largo: 4 pies*.

4) ***Física.*** Una pelota es lanzada verticalmente desde la parte superior de un edificio de 96 pies de altura con una velocidad inicial de 80 pies por segundo. La distancia s (en pies) de la pelota con respecto al piso después de t segundos es $s = 96 + 80t - 16t^2$.

   (a) ¿Cuántos segundos tardará la pelota la pelota en chocar contra el piso? **R:***6 segundos*

   (b) ¿Después de cuántos segundos en su caída la pelota pasara por la parte superior del edificio? **R:** *5 segundos*

5) ***Reducción del tamaño de una barra de chocolate.*** Una barra gigante de chocolate mide 12 centímetros de largo, 7 de ancho y 3 de grosor. Debido a las alzas en los costos de la cocoa, el fabricante decide reducir el volumen de la barra en un 10%. Así, la nueva presentación deberá tener los mismos tres centímetros de grosor, pero el largo y el ancho se reducirán en un número igual de centímetros. ¿Cuáles serán las nuevas dimensiones de la barra de chocolate? **R:** *Largo: 11.55cm, Ancho: 6.55cm, Grosor: 3cm*

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve aplicaciones de ecuaciones lineales y cuadráticas. ➢ Dibuja los gráficos respectivos en el trabajo individual y grupal.	➢ Guía o Lista de cotejo sobre Práctica ejercicios en la pizarra. ➢ Guía o Lista de Cotejo sobre Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases. ➢ Trabajos grupales orientados.

VII. CONCLUSIONES

Realizar un consolidado con los aspectos sobresalientes del tema y aclarar dudas y dificultades encontradas en los estudiantes.

VIII. RECOMENDACIONES

Orientar al grupo de clases el tema que se desarrollará en el siguiente encuentro, que será la resolución de sistemas de ecuaciones.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Álgebra de Baldor- Aurelio Baldor.
- ✓ Michael Sullivan- Precálculo, Cuarta Edición.
- ✓ Internet.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 4

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad II: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula, resuelve problemas, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Sistemas de Ecuaciones con dos y tres Incógnitas.	➢ Utilización de métodos de resolución de ecuaciones, sistemas de ecuaciones y desigualdades.	➢ Participa activamente en el trabajo de equipo.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos orientados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.

b) Actividades de desarrollo:

- Realizar una introducción a los Sistemas de Ecuaciones.

Introducción

Un sistema de ecuaciones consta de dos o más ecuaciones y cada una de ellas tiene por lo menos *una variable*. Si cada ecuación del sistema es lineal, decimos que se trata de *un sistema de ecuaciones lineales* o, simplemente, de *un sistema lineal*. Siempre que sea posible, utilizaremos los símbolos ya conocidos x, y, z para representar variables en un sistema. Por ejemplo,

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 2 \\ -x - y + 5z = 14 \end{cases}$$

Es un sistema lineal de tres ecuaciones con tres variables. La llave en el sistema anterior es sólo una forma de recordar que estamos tratando de resolver un sistema de ecuaciones y que éstas han de resolverse simultáneamente. Una solución de un sistema de *n ecuaciones* con *n variables* está formada por valores de las variables que satisfacen cada ecuación del sistema.

Una solución de tal sistema se escribe también como una *n-ésima tupla ordenada* (lista ordenada de elementos, secuencia o lista ordenada de n elementos, siendo n un número natural entero no-negativo). Por ejemplo, como vemos que $x = 2,\ y = -1\ y\ z = 3$ satisfacen cada ecuación del sistema lineal anterior:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 2 \\ -x - y + 5z = 14 \end{cases}$$

sustituyendo los valores:

$x = 2, y = -1, z = 3$

$$\begin{cases} 2(2) + (-1) - 3 = 0 \\ 2 + 3(-1) + 3 = 2 \\ -2 - (-1) + 5(3) = 14 \end{cases}$$

y, por tanto, estos valores constituyen una solución. Por otra parte, esta $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$

solución también puede escribirse como la *tripleta ordenada* (2, - 1, 3).

Para *resolver* un sistema de ecuaciones hallamos todas sus soluciones. A menudo, para ello realizamos operaciones en el sistema para transformarlo en un conjunto de ecuaciones equivalente. Se dice que dos sistemas de ecuaciones son *equivalentes* si tienen exactamente los mismos *conjuntos solución*.

➢ Sistemas Lineales con dos variables

El sistema lineal más sencillo consta de dos ecuaciones con dos variables:

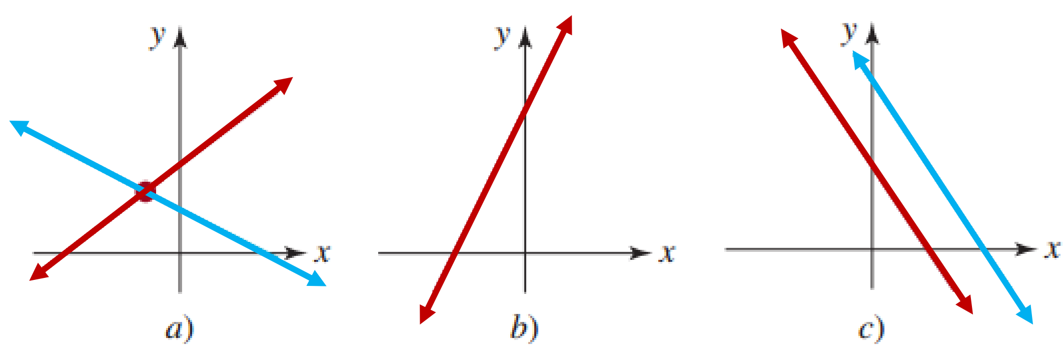
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Debido a que la gráfica de una ecuación lineal $ax + by = c$, donde a, b, c $\in \mathbb{R}$,es una línea recta, el sistema determina dos líneas rectas en el plano (x, y).

➢ Sistemas Consistentes e Inconsistentes

Al resolver un sistema de ecuaciones, como el antes expuesto, podemos encontrar tres casos posibles para las gráficas de las ecuaciones del sistema:

(a) Las rectas se intersecan en un solo punto.
(b) Las ecuaciones describen la misma recta.
(c) Las dos rectas son paralelas.



En estos tres casos decimos, respectivamente:

✓ El sistema es **consistente** y las ecuaciones son **independientes**. Tiene exactamente una solución, es decir, el par ordenado de números reales correspondientes al punto de intersección de las rectas.

- ✓ El sistema es **consistente**, pero las ecuaciones son **dependientes**. Tiene infinitas soluciones, esto es, todos los pares de números reales correspondientes a los puntos de una recta.
- ✓ El sistema es **inconsistente**. Las rectas son paralelas y, por consiguiente, no hay soluciones.

Por ejemplo, las ecuaciones del sistema lineal $\begin{cases} x - y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

"Son rectas paralelas. Por tanto, el sistema es inconsistente"

- Explicar los Métodos para su resolución con dos y tres variables.

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales podemos usar distintos Métodos que nos permiten encontrar el valor de cada variable en cuestión. Entre estos tenemos los siguientes: *método de igualación, método de sustitución, método de reducción, y método de Kramer o de matris* (este último lo omitiremos en el presente plan).

A continuación, los explicamos y describimos juntos a sus pasos y ejemplos.

❖ Método de Igualación

Para resolver sistemas de ecuaciones lineales por este método seguimos los siguientes pasos expuestos en el ejemplo:

Resolver el sistema $\begin{cases} 7x + 4y = 13 & (1) \\ 5x - 2y = 9 & (2) \end{cases}$

Solución

1. Despejamos una de las incógnitas (a preferencia) por ejemplo x, en ambas ecuaciones:

Despejamos x en la primera ecuación (1):

$$7x + 4y = 13$$

$$7x = 13 - 4y$$

$$x = \frac{13-4y}{7}$$

Despejamos x en la segunda ecuación (2):

$$5x - 2y = 9$$

$$5x = 9 + 2y$$

$$x = \frac{9+2y}{5}$$

2. Igualamos la variable despejada en ambas ecuaciones:

$$\frac{13-4y}{7}=\frac{9+2y}{5}$$

3. Desarrollamos la igualdad resultante:

$\frac{13-4y}{7}=\frac{9+2y}{5}$ ***multiplicamos en cruz***

$5(13-4y)=7(9+2y)$ ***realizamos las multiplicaciones planteadas***

$65-20y=133+14y$ ***ordenamos los términos de la ecuación***

$-20y-14y=133-65$ ***reducimos términos semejantes***

$-34y=68$ ***despejamos la variable***

$y=-\frac{68}{34}$ ***simplificamos la fracción***

$y=-2$

4. Sustituimos el valor encontrado de y = -2 en una de las ecuaciones, por ejemplo, en la primera (*generalmente se sustituye en la más sencilla*);

$7x+4y=13$ ***ecuación dada***

$7x+4(-2)=13$ ***sustituimos el valor de y = -2 en la ecuación***

$7x+(-8)=13$ ***efectuamos el producto***

$7x-8=13$ ***ordenamos la ecuación***

$7x=13+8$ ***reducimos términos semejantes***

$7x=21$

$x=\frac{21}{7}$ ***despejamos x en la ecuación***

$x=3$

Teniendo como resultado los valores $(3,-2)$

5. Como paso final, tenemos la comprobación de los valores encontrados anteriormente.

Comprobación:

Sustituyendo x = 3 e y = -2 en las dos ecuaciones dadas, podemos verificar que estos dos valores encontrados son solución de este sistema, cómo sigue:

i. Sustituimos x = 3 e y = -2 en la primera ecuación:

$$7(3) + 4(-2) = 13$$

$$21 - 8 = 13$$

$$13 = 13$$

ii. Sustituimos x = 3 e y = -2 en la segunda ecuación:

$$5(3) - 2(-2) = 19$$

$$15 + 4 = 19$$

$$19 = 19$$

Obteniendo en cada caso la identidad

❖ **Método de Sustitución**

Para resolver sistemas de ecuaciones lineales por este método seguimos los siguientes pasos expuestos en el ejemplo:

Resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 5y = -24 & (1) \\ 8x - 3y = 19 & (2) \end{cases}$

Solución

1. Despejamos una de las variables en cualquiera de las ecuaciones:

$$2x + 5y = -24$$

$$x = \frac{-24-5y}{2}$$

2. Sustituimos la variable despejada en la otra ecuación:

$8\left(\frac{-24-5y}{2}\right) - 3y = 19$ ***simplificamos el 8 y 2 en la ecuación***

$4(-24 - 5y) - 3y = 19$ ***realizamos la multiplicación indicada***

$-96 - 20y - 3y = 19$ ***ordenamos los términos de la ecuación***

$-20y - 3y = 19 + 96$ ***agrupamos términos semejantes***

$-23y = 115$ ***despejamos y simplificamos la variable***

$$y = -\frac{115}{23}$$

$$y = -5$$

3. Sustituimos el valor encontrado en “y” en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema:

Ejemplo: Sustituimos “y” en la segunda ecuación;

$$2x + 5y = -24$$

$$2x + 5(-5) = -24$$

$$2x - 25 = -24$$

$$2x = -24 - 25$$; despejamos x

$$x = \frac{1}{2}$$

Teniendo como resultado los valores $\left(\frac{1}{2}, -5\right)$

4. Comprobación.

Sustituimos $x = \frac{1}{2}, y = -5$ en la segunda ecuación;

$$8\left(\frac{1}{2}\right) - 3(-5) = 19$$

$$4 + 15 = 19$$

$$19 = 19$$

Comprobando de esta manera los valores encontrados.

❖ Método de Reducción

Para resolver sistemas de ecuaciones lineales por este método seguimos los siguientes pasos expuestos en el ejemplo:

Resolver el sistema $\begin{cases} 3x + 5y = 7 & (1) \\ 2x - y = -4 & (2) \end{cases}$

Solución:

1. Como primer paso en este Método es observar la variable que es más sencilla de eliminar, pero se preguntará *¿cómo hacerlo?*, para ello solo debemos de ubicar en cuál de las dos variables los coeficientes son semejantes o se pueden igualar por

medio de una alteración que consiste en multiplicar cantidades a ambas ecuaciones para que estos términos sean semejantes y se puedan eliminar.

Un ejemplo de lo anterior es

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \quad (1) \\ 2x - y = -4 \quad (5) \end{cases}$$

En este ejemplo podemos observar que elegimos tomar como variable para trabajar a la "y", de manera que debemos de buscar dos números que, multiplicados por la primera ecuación y la segunda, respectivamente, nos permitan "transformar" los coeficientes de la variable "y", tales números son 1 y 5; donde 1 lo multiplicamos por la primera ecuación y 5 por la segunda ecuación obteniendo

$$\begin{cases} 3x + \mathbf{5y} = 7 \\ 10x - \mathbf{5y} = -20 \end{cases}$$

De esta manera podemos observar que al realizar una suma entre ecuaciones el término "y" se eliminará por la *propiedad de la suma aritmética "términos con signos iguales se suman y conservamos el signo, y con signos contrarios se restan y se escribe el signo del número mayor".*

$$\begin{array}{r} 3x - 5y = 7 \\ 10x + 5y = -20 \\ \hline 13x \qquad = -13 \end{array}$$

Una vez que realizamos esta reducción, donde hemos eliminado a la variable "y", procedemos a despejar la variable "x" que es la que nos queda en la ecuación resultante de la operación, quedándonos

$13x = -13$

$x = \frac{-13}{13}$

$x = -1$

2. Una vez que llevamos a cabo este paso procedemos a sustituir el valor encontrado ($x = -1$) en una de las ecuaciones del sistema para poder encontrar de esta manera la variable restante (que es la variable y):

Despejamos x = -1 en la primera ecuación

$3(-1) + 5y = 7$ ***ordenamos la ecuación***

$-3 + 5y = 7$ ***resolvemos***

$5y = 7 + 3$

$5y = 10$ ***despejamos y simplificamos***

$y = \frac{10}{5}$

$y = 2$

Teniendo como resultado los valores (-1, 2)

3. Comprobación:

Procedemos a sustituir los valores encontrados de x e y en la segunda ecuación

$2(-1) - (2) = -4$

$-2 - 2 = -4$

$-4 = -4$

Comprobando de esta manera los valores encontrados.

Sistema de ecuaciones con tres variables

Consideraremos ahora el problema de resolver un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas. Los métodos algebraicos que fueron usado para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas servirán de una manera análoga en el presente caso de tres incógnitas.

Un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas es una *tripleta* ordenada de la forma (x, y, z). Una tripleta ordenada de números representa un punto en el espacio tridimensional. La intersección de los tres planos que describe el sistema puede ser:

- Un solo punto,
- Una cantidad infinita de puntos,
- Ningún punto.

Esta tripleta tiene una solución, o no tiene solución, o tiene infinidad de soluciones. Esta misma situación fue discutida en el caso de dos incógnitas. Pero consideraremos sistemas de tres incógnitas que *tienen una y solo una solución*.

❖ Método de Suma y Resta

Para resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se procede de este modo:

1. *Se combinan dos de las ecuaciones dadas y se eliminan una de las incógnitas (lo más sencillo es eliminarla por suma y resta) y con ello se obtiene una ecuación con dos incógnitas.*
2. *Se combina la tercera ecuación con cualquiera de las otras dos ecuaciones dadas y se elimina entre ellas la misma incógnita que se eliminó antes, obteniéndose otra ecuación con dos incógnitas.*
3. *Se resuelve el sistema formado por las dos ecuaciones con dos incógnitas que se ha obtenido, hallando de este modo dos de las incógnitas.*
4. *Los valores de las incógnitas obtenidas se sustituyen en una de las ecuaciones dadas originales, con lo cual se halla la tercera incógnita.*
5. *Comprobar el conjunto solución en el sistema original.*

Ejemplo

Resolver el sistema $\begin{cases} x + 4y - z = 6 & (1) \\ 2x + 5y - 7z = -9 & (2) \\ 3x - 2y + z = 2 & (3) \end{cases}$

Resolución:

1. Combinamos las ecuaciones (1) y (2) y vamos a eliminar la x. Multiplicando la ecuación (1) por 2 y la ecuación (2) por -1 (método de reducción), se tiene:

$$\begin{array}{r} 2\mathrm{x} + 8\mathrm{y} - 2\mathrm{z} = 12 \\ -2x - 5y + 7z = 9 \\ \hline \boldsymbol{3y + 5z = 21} \end{array}$$

2. Combinando la tercera ecuación con cualquiera de las otras dos ecuaciones dadas. Vamos a combinarla con (1) para eliminar la x. Multiplicando (1) por 3 y la (3) por -1, tenemos:

$$\begin{array}{r} 3x + 12y - 3z = 18 \\ -3x + 2y - z = -2 \\ \hline \boldsymbol{14y - 4z = 16} \end{array}$$

Dividiendo entre 2, tenemos: $7y - 2z = 8$.

Ahora tomamos las dos ecuaciones con dos incógnitas que hemos obtenido en los pasos anteriores, y formamos un sistema:

$$\begin{cases} 3y + 5z = 21 & (4) \\ 7y - 2z = 8 & (5) \end{cases}$$ Sistema resultante

Resolvamos este sistema.

3. Vamos a eliminar la z multiplicando la primera ecuación del sistema resultante (4) por dos y a la segunda ecuación del sistema (5) por 5 (Método de Reducción):

$$\begin{array}{r} 6y + 10z = 42 \\ 35y - 10z = 40 \\ \hline 41y \qquad = 82 \end{array}$$ ***despejamos y***

$$y = \frac{82}{41}$$

$$y = 2$$

4. Sustituimos $\boldsymbol{y = 2}$ en la segunda ecuación del sistema resultante (4):

$7(2) - 2z = 8$ ***ordenamos y reducimos la ecuación***

$14 - 2\mathrm{z} = 8$ ***despejamos z***

$$-2\mathrm{z} = -6$$

$$z = 3$$

Sustituyendo $\boldsymbol{y = 2, z = 3}$,en cualquiera de las tres ecuaciones dadas para encontrar la incógnita restante (x), por ejemplo en la primera ecuación del sistema principal (1), se tiene:

$$x + 4(2) - 3 = 6$$

$$x + 8 - 3 = 6$$

$$x = 1$$

Por lo tanto, la solución del sistema es $(1,2,3)$.

5. Comprobación.

Los valores $\boldsymbol{x = 1, y = 2, z = 3,}$ tienen que satisfacer las tres ecuaciones dadas. Hacemos la prueba sustituyendo los valores en la segunda ecuación del sistema (2):

$2(1) + 5(2) - 7(3) = -9$

$2 + 10 - 21 = -9$

$-9 = -9$

Comprobando de esta manera los valores encontrados en el procedimiento anterior.

c) Actividades Finales:

Abrir una ronda de preguntas acerca de aspectos abordados en la clase, que hayan generado dudas y realizar un consolidado del tema tratado.

d) Orientación del Trabajo Independiente:

Realice los siguientes sistemas de ecuaciones con dos y tres variables, utilizando el método de su preferencia (igualación, sustitución o reducción):

1. $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 5x - 2y = 13 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x + 7y = -1 \\ -3x + 4y = -24 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 5x + y = 13 \\ x + y = 1 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

4. $\begin{cases} -2m + 5n = -16 \\ -m - 3n = 3 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} m = 3 \\ n = -2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = {}^{11}/_{4} \\ y = -{}^{3}/_{4} \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x - 5y = 13 \\ 4y + z = -8 \\ x - y - z = -2 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \\ z = 4 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y + z = 4 \\ 2x + 2y - z = -4 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ Z = 4 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = -1 \\ z + x = -6 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \\ z = -4 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 3y - 4z = 25 \\ z + 5x = 6 \end{cases}$ $\quad R = \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -4 \end{cases}$

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Analiza los diferentes sistemas de ecuaciones.	➢ Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases, ➢ Lista de cotejos actitudinales. ➢ Trabajos grupales orientados.

VII. CONCLUSIONES

Los sistemas de ecuaciones pueden variar en la manera como resolverlos, no por tener distintos métodos sino, porque los estudiantes pueden innovar en la manera como plantearlos y a su vez resolverlos. Por esto es necesario que el estudiante se apropie de las Métodos planteados y explicados en el presente Plan y que desarrolle el análisis y orden al momento de realizar este tipo de ejercicios.

VIII. RECOMENDACIONES

Instar a los estudiantes a indagar sobre este tema, tomando como punto de inicio lo abordado en la clase y a su vez practicar de manera concisa con los ejercicios propuestos por el docente como parte del proceso de auto estudio.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Zill, Dennis G y Dewar, Jacqueline M. ÁLGEBRA, TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA. Tercera Edición.
- ✓ Baldor. A. Álgebra. Capítulo XXIV: Ecuaciones simultáneas de primer grado con dos incógnitas. Pág. 319.
- ✓ Manual de Álgebra. Capilla Alfonsina. Biblioteca Universitaria.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 5

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad II: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula, resuelve problemas, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Sistemas formados por una Ecuación Lineal y una Cuadrática.	➢ Utilización de métodos de resolución de ecuaciones, sistemas de ecuaciones y	➢ Participa activamente en el trabajo de equipo. ➢ Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas

	desigualdades.	relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir trabajos de la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.

b) Actividades de desarrollo:

- Realizar un diagrama con los estudiantes, acerca de los distintos Métodos para resolver los sistemas de ecuaciones de primer grado con dos y tres incógnitas y sus respectivos pasos (a manera de reforzamiento).
- Explicar la resolución de los Sistemas de Ecuaciones en los cuales haya ecuaciones cuadráticas y lineales.

Tal como ocurría en los sistemas de ecuaciones, la o las soluciones de un sistema de ecuaciones cuadráticas se expresa gráficamente en la intersección de las gráficas de las ecuaciones involucradas.

Sistema formado por una ecuación cuadrática y una ecuación lineal

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

Un método de resolución se describe a continuación:

Paso 1: Despeja la variable “y” en la ecuación lineal (o despeja la variable “x”);

Paso 2: Sustituye la expresión obtenida en la ecuación cuadrática.

Paso 3: Resuelve la ecuación en “x” obtenida (o la ecuación en “y”).

Paso 4: Sustituye cada valor encontrado para “x”, en la ecuación lineal dada, y se resuelve.

Paso 5: Indica la o las soluciones obtenidas como par ordenado de números reales.

Ejemplo 1 Resuelve el sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ por el método descrito.

Solución

Paso 1: Despejamos la variable "y" en la ecuación lineal, $y = 2x - 6$.

Paso 2: Sustituimos $y = 2x - 6$ en la expresión cuadrática $x^2 + (2x-6)^2 = 9$.

Paso 3: Resolvemos la ecuación resultante

$x^2 + (2x-6)^2 = 9$ ***desarrollamos el producto notable***

$x^2 + [(2x)^2 - 2(2x)(6) + (6)^2] = 9$ ***resolvemos los productos indicados***

$x^2 + 4x^2 - 24x + 36 = 9$ ***adjuntamos términos***

$5x^2 - 24x + 36 = 9$ ***igualamos la ecuación a cero***

$5x^2 - 24x + 36 - 9 = 0$ ***adjuntamos términos semejantes***

$5x^2 - 24x + 27 = 0$ ***resolvemos el trinomio de la forma $ax^2 + bx + c = 0$***

$\frac{5(5x^2) - 24x(5) + 27(5)}{5} = 0$ ***multiplicamos y dividimos el trinomio por el coeficiente del primer término (en nuestro caso 5)***

$\frac{5^2x^2 - 24(5x) + 135}{5} = 0$ ***integramos el 5 a cada término***

$\frac{(5x)^2 - 24(5x) + 135}{5} = 0$ ***resolvemos el trinomio $x^2 + bx + c = 0$ resultante***

$\frac{(5x-15)(5x-9)}{5} = 0$ ***simplificamos el 5 que está dividiendo la expresión por el primer paréntesis (por conveniencia)***

$x - 3 = 0 \quad \wedge \quad 5x - 9 = 0$ ***igualamos cada paréntesis a cero y despejamos la variable "x", de esta manera por propiedad de ecuaciones cuadráticas obtenemos dos posibles resultados para "x"***

$$x_1 = 3 \quad \wedge \quad x_2 = \frac{9}{5}$$

Paso 4: Sustituimos cada valor de “x” en la ecuación lineal dada.

$2x - y = 6$ ***cuando x = 3***

$2(3) - y = 6$

$6 - y = 6$ ***despejamos la variable y multiplicamos por -1***

$-y = 6 - 6$

$y = 0$

$2x - y = 6$ $\boldsymbol{cuando\ x = \frac{9}{5}}$

$2\left(\frac{9}{5}\right) - y = 6$

$\frac{18}{5} - y = 6;$ $\boldsymbol{ordenamos\ la\ ecuaci\acute{o}n}$

$-y = 6 - \frac{18}{5}$ $\boldsymbol{adjuntamos\ terminos\ semejantes}$

$-y = \frac{12}{5};$ $\boldsymbol{multiplicamos\ la\ ecuaci\acute{o}n\ por -1}$

$y = -\frac{12}{5}$

Paso 5: Las soluciones obtenidas son $\begin{cases} x = 3;\ y = 0 \\ x = \frac{9}{5};\ y = -\frac{12}{5} \end{cases}$

Ejemplo 2 Resuelve el sistema $\begin{cases} \boldsymbol{x^2 - xy + y^2 = 7} \\ \boldsymbol{2x - 7y = -1} \end{cases}$ por el método descrito.

Solución

Paso 1: Despejamos la variable “y” en la ecuación lineal y la multiplicamos por -1, $-7y = -1 - 2x \quad (-1)$

$$y = \frac{2x + 1}{7}$$

Paso 2: Sustituimos $y = 2x - 6$ en la expresión cuadrática

$$x^2 - x\left(\frac{2x + 1}{7}\right) + \left(\frac{2x + 1}{7}\right)^2 = 7$$

Paso 3: Resolvemos la ecuación resultante

Multiplicamos la ecuación por 49

$$49x^2 - 49x\left(\frac{2x+1}{7}\right) + 49\left(\frac{2x+1}{7}\right)^2 = 49(7)$$

$49x^2 - 7x(2x+1) + (2x+1)^2 = 343$ ***desarrollar el producto notable***

$49x^2 - 7x(2x+1) + (4x^2 + 4x + 1) = 343$ ***desarrollar los productos indicados***

$49x^2 - 14x^2 - 7x + 4x^2 + 4x + 1 - 343 = 0$ ***adjuntamos términos semejantes y simplificamos***

$39x^2 - 3x - 342 = 0$ ***aplicamos la ecuación general***

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$Donde\ a = 39, b = -3; c = -342$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(39)(-342)}}{2(39)}$ ***desarrollamos y despejamos la ecuación***

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 53\,352}}{78}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{53\,361}}{78}$$

$$x_1 = \frac{3 + 231}{78} \Longrightarrow \boldsymbol{x_1 = 3}$$

$$x_2 = \frac{3 - 231}{78} \Longrightarrow \boldsymbol{x_2 = -\frac{38}{13}}$$

Paso 4: Sustituimos cada valor de x en la ecuación dada

$2x - 7y = -1$ **cuando $x = 3$**

$2(3) - 7y = -1$

$6 - 7y = -1$ **ordenamos**

$-7y = -1 - 6$ **adjuntamos términos**

$-7y = -7$ **despejamos "y"**

$y = \frac{-7}{-7}$

$y = 1$

$2\left(-\frac{38}{13}\right) - 7y = -1$ ***cuando*** $\boldsymbol{x = -\frac{38}{13}}$

$-\frac{76}{13} - 7y = -1$ ***ordenamos***

$-7y = -1 + \frac{76}{13}$ ***adjuntamos términos***

$-7y = \frac{63}{13}$ ***despejamos "y"***

$y = \frac{\frac{63}{13}}{-7}$

$y = -\frac{9}{13}$

Paso 5: Las soluciones obtenidas son

$$\begin{cases} x = 3; & y = 1 \\ x = -\frac{38}{13}; & y = -\frac{9}{13} \end{cases}$$

- Resuelva, por medio del Método indicado, el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x^2 - 5y = 7 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases} \qquad R = \begin{cases} x = -1.91\,;\, y = 1.08 \\ x = 10.78\,;\, y = 3.29 \end{cases}$$

b) Actividades Finales:

Abrir una ronda de preguntas acerca de aspectos abordados en la clase, que hayan generado dudas y realizar un consolidado del tema tratado.

c) Orientación del Trabajo Independiente:

Realice los siguientes sistemas de ecuaciones por el método indicado:

1. $\begin{cases} x^2 - 2y = 3 \\ x + 4y = -12 \end{cases} \qquad \boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 3;\ \ y = -3.75} \\ \boldsymbol{x = -1;\ \ y = -2.75} \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x^2 + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases} \qquad \boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 0;\ \ y = 3} \\ \boldsymbol{x = -1.13;\ \ y = 2.25} \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x^2 + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases} \qquad \boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = -0.11;\ \ y = 0.33} \\ \boldsymbol{x = -1.58;\ \ y = 2.09} \end{cases}$

4. $\begin{cases} -2x^2 + 3y = 14 \\ 3x - y = -14 \end{cases} \qquad \boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 6.62;\ \ y = 33.85} \\ \boldsymbol{x = -2.12;\ \ y = 7.65} \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x^2 + 3y = 2 \\ -6x + 12y = 1 \end{cases}$ $\boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 0.63;\ \ y = 0.39} \\ \boldsymbol{x = -1.38;\ \ y = -0.61} \end{cases}$

6. $\begin{cases} 5x^2 + 2y = 11 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$ $\boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 1.82;\ \ y = -2.79} \\ \boldsymbol{x = -2.09;\ \ y = -5.39} \end{cases}$

7. $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$ $\boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 0.98;\ \ y = -1.95} \\ \boldsymbol{x = -0.59;\ \ y = 1.98} \end{cases}$

8. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ $\boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 4.96;\ \ y = -3.92} \\ \boldsymbol{x = -0.16;\ \ y = 6.32} \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 5 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ $\boldsymbol{R} = \begin{cases} \boldsymbol{x = 2.08;\ \ y = -0.04} \\ \boldsymbol{x = 0.21;\ \ y = 0.89} \end{cases}$

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACION DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Analiza los diferentes sistemas de ecuaciones. ➢ Resuelve los diferentes sistemas de ecuaciones y sus aplicaciones.	➢ Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases. ➢ Práctica ejercicios en la pizarra. ➢ Lista de cotejos actitudinales. ➢ Trabajos grupales orientados.

VII. CONCLUSIONES

Los sistemas de ecuaciones mixtos como los que hemos desarrollado en esta clase les permite a los estudiantes reforzar sus habilidades en factorización de términos y operaciones de segundo grado de la forma del ya reconocido Trinomio $ax^2 + bx + c$. De manera que es de suma importancia repasar a manera de autoestudio sus propiedades y los distintos métodos para resolverlos (por factorización, formula general, completando cuadrados, por el método de aspas, etc).

VIII. RECOMENDACIONES

Instar a los estudiantes a indagar sobre este tema, tomando como punto de inicio lo abordado en la clase y a su vez practicar de manera concisa con los ejercicios propuestos por el docente como parte del proceso de auto estudio.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Donoso Espejo, Liceo Marta. Guía de estudio para 4º año Medio. Tema: Ecuaciones cuadráticas en dos variables.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 6

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad II: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula, resuelve problemas, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Aplicaciones de Ecuaciones lineales y cuadrática y Sistemas de Ecuaciones con dos variables.	➢ Resolución de Problemas. ➢ Aplicación de la teoría a la práctica.	➢ Reflexiona críticamente sobre los procedimientos matemáticos empleados al resolver problemas. ➢ Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir trabajos de la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.

b) Actividades de desarrollo:

- Realizar una breve introducción a los problemas de aplicación de Sistemas de Ecuaciones con dos variables (incógnitas).

INTRODUCCIÓN

Los sistemas de ecuaciones lineales fueron ya resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área, o volumen, sin que tuvieran relación con problemas de medida. También resolvían sistemas de ecuaciones, donde alguna de ellas era cuadrática.

Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos. **Thymaridas (400 a. de C.)** había encontrado una fórmula para resolver un determinado sistema de n ecuaciones con n incógnitas.

Diophante resuelve también problemas en los que aparecían sistemas de ecuaciones, pero transformándolos en una ecuación lineal. Él sólo aceptaba las soluciones positivas, pues lo que buscaba era resolver problemas y no ecuaciones. Utilizó ya un ***álgebra sincopada*** como hemos señalado anteriormente. Sin embargo, unas de las dificultades que encontramos en la resolución de ecuaciones por **Diophante** es que carece de un método general y utiliza en cada problema métodos a veces excesivamente ingeniosos.

El libro *"El arte matemático"*, de autor chino desconocido (siglo III a. de C.), contiene algunos problemas donde se resuelven ecuaciones. En ellos encontramos un *esbozo del método de las matrices* (borrador) para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Uno de dichos problemas equivale a resolver un sistema de tres ecuaciones lineales por dicho método matricial.

- Explicar la resolución de los problemas de aplicación.

Para la resolución de problemas aplicados a los sistemas de ecuaciones con dos incógnitas la mejor manera es saber plantear nuestros datos de forma que de ellos podamos extraer las dos ecuaciones que serán las protagonistas de nuestra resolución. A su vez esto solo es el inicio, ya que debemos de tener presente que en los problemas de ecuaciones siempre nos encontramos casos de la vida cotidiana que pueden contener propiedades físicas involucradas: unidades de medida, fórmulas o conversiones; por esta razón debemos de utilizar nuestro razonamiento para encontrarlas y comprender las pistas que ellas nos facilitan.

Para facilitar la comprensión en la resolución de estos problemas nos apropiaremos del Método de George Pólya con sus ya afamados pasos para la resolución de problema:

i. *Comprensión del Problema (lo que conocemos y lo que no).*
ii. *Plan de Actuación.*
iii. *Llevar a cabo el Plan de Actuación.*
iv. *Reflexión sobre la solución obtenida.*
v. *Redacción de la respuesta.*

A continuación, explicaremos con ayuda de este método dos ejemplos sobre problemas del tipo en cuestión.

Ejemplo 1 *Física.* Un avión vuela a 3,300 millas de Hawái a California en 5.5 horas con viento de cola. De california a Hawái, volando contra el viento de la misma velocidad, el viaje dura 6 horas. Determine la velocidad del avión y la velocidad del viento.

Solución

1) **Comprensión del Problema.**

Conozco: El avión vuela de Hawái a California con el viento a su favor en 5.5 horas.

El avión vuela de California a Hawái con el viento en contra en 6 horas.

La distancia que viaja el avión en ambos casos es de 3,300 millas.

Desconozco: La velocidad del viento y del avión.

2) **Plan de Actuación.**

Le damos una variable a cada uno de los datos planteados, Sea “a” la velocidad del avión Sea “d” la distancia que recorre el avión.

Sea “v” la velocidad del viento Sea “t” el tiempo que se tarda en cada viaje.

Gracias a lo anterior podemos plantear lo siguiente:

$\boldsymbol{d = 3,300\ millas}$

$\boldsymbol{t_1 = 5.5\ horas, con\ el\ viento\ a\ su\ favor}$

$\boldsymbol{t_2 = 6\ horas, con\ el\ viento\ en\ contra}$

$\boldsymbol{a} =?$

$\boldsymbol{v} =?$

Utilizando estos datos podemos plantear las dos ecuaciones involucradas, tomando en cuenta el factor tiempo; es decir

Cuando el viento está a favor del avión su velocidad está dada por $a + v$ y cuando pasa lo contrario tenemos como velocidad $a - v$; con estos datos complementarios ya podemos formar las dos ecuaciones que se estructurarán gracias a la fórmula física

$$\boldsymbol{d = v.t;\ \text{donde "d" es la distancia, " v" la velocidad involucrada y "t" el tiempo.}}$$

$$\begin{cases} 3{,}300 = (a + v)(5.5) \\ 3{,}300 = (a - v)(6) \end{cases}$$

3) Llevar a cabo el Plan de Actuación.

$$\begin{cases} 3{,}300 = (a + v)(5.5) & (1) \\ 3{,}300 = (a - v)(6) & (2) \end{cases}$$

Procedemos a darle solución al sistema de ecuaciones planteado, como sigue

Para ello utilizaremos el ***método de reducción:***

1. Despejamos en ambas ecuaciones la suma y resta de “a” y “v”:

$3{,}300 = (a + v)(5.5)$

$a + v = \frac{3{,}300}{5.5}$

$a + v = 600$

$3{,}300 = (a - v)(6)$

$a - v = \frac{3{,}300}{6}$

$a - v = 550$

2. Eliminamos la variable “v” por conveniencia:

$$\begin{array}{r} a + v = 600 \\ \underline{a - v = 550} \\ 2a = 1150 \\ a = \frac{1150}{2} \\ a = 575 \end{array}$$

; despejamos

3. Despejamos el valor a = 575 en $a + v = 600$; por conveniencia

$575 + v = 600$

$v = 600 - 575$; despejamos v

$v = 25$

4) Reflexión sobre la solución obtenida

Como ya conocemos las velocidades que se nos preguntan en el enunciado, solo nos resta efectuar nuestra comprobación a manera de procedimiento final:

Comprobación:

Sustituimos los valores de a y v en la segunda ecuación:

$$3{,}300 = (575 - 25)(6) \implies 3{,}300 = 550(6) \implies 3{,}300 = 3{,}300$$

5) Redacción de la Respuesta

La velocidad del avión de es de 575 millas/h y la del viento es de 25 millas/h.

Ejemplo 2 *Química.* Cuando se combina 1g del elemento carbono con 2.66g de oxígeno se forma el dióxido de carbono. Para formar 10 g de este compuesto. ¿Qué masa de carbono y de oxígeno es necesario combinar?

Solución

1) Comprensión del Problema.

Conozco: Un gramo del elemento carbono con 2.66g de oxígeno forman el dióxido de carbono.

Desconozco: Que masa de carbono y de oxígeno es necesario combinar para formar 10g de dióxido de carbono.

2) Plan de Actuación.

Le damos una variable a cada uno de los datos planteados,

Sea “m” el carbono

Sea “n” el oxígeno

Gracias a lo anterior podemos plantear lo siguiente:

$$\begin{cases} m + 2.66n = 1 \\ m + n = 10 \end{cases}$$

3) Llevar a cabo el Plan de Actuación.

$$\begin{cases} m + 2.66n = 1 & (1) \\ m + n = 10 & (2) \end{cases}$$

Procedemos a darle solución al sistema de ecuaciones planteado, como sigue

Para ello utilizaremos el *método de reducción*:

1. Sumamos la primera ecuación con la segunda multiplicada por -1:

$$\begin{array}{r} m + 2.66n = 1 \\ -m - n = -10 \\ \hline 1.66n = -9 \\ n = -\frac{9}{1.66} \\ n \cong -5.42 \end{array} \quad \text{; despejamos } n$$

2. Sustituimos el valor de n en la primera ecuación:

$$m + 2.66(-5.42) = 1$$

$$m - 14.4172 = 1 \text{; despejamos } m$$

$$m = 1 + 14.4172$$

$$m \approx 15.42$$

4) Reflexión sobre la solución obtenida

Como ya conocemos la masa de carbono y de oxígeno necesaria para el compuesto, solo nos resta efectuar nuestra comprobación a manera de procedimiento final

Comprobación:

Sustituimos los valores de m y n en la segunda ecuación:

$$m + n = 10$$

$$-5.42 + 15.42 = 10$$

$$10 = 10$$

5) Redacción de la Respuesta

La masa necesaria para realizar el compuesto solicitado es de 15.41g de carbono y -5.42g de oxígeno. *Siendo este un valor hipotético exclusivamente para práctica.*

b) Actividades Finales:

Abrir una ronda de preguntas acerca a aspectos abordados en la clase, que hayan generado dudas y realizar un consolidado del tema tratado.

c) Orientación del Trabajo Independiente:

Resuelve los siguientes problemas de aplicación:

1. *Juego de números.* La suma de un número más el triple de otro es igual a 17, si del triple del primero se resta el doble del segundo se obtiene 7. ¿Cuáles son los números?

   $\boldsymbol{R}$: $Los\ números\ son\ 5\ y\ 4.$
2. *Juego de números.* Julio tiene la mitad de la edad que tendrá Pedro dentro de cinco años y Pedro tiene la mitad de las dos edades más 5. ¿Cuáles son las edades de Julio y Pedro?

   $\boldsymbol{R}$: $La\ edad\ de\ Julio\ es\ 20\ años\ y\ la\ de\ Pedro\ es\ 30\ años.$
3. *Juego de números.* La suma de dos números es 81. La diferencia del doble del primero y el triple del segundo es 62. Determine los dos números.

   $\boldsymbol{R}$: $Los\ números\ son\ 20\ y\ 61.$

4. *Juego de números.* La diferencia de dos números es 40. Seis veces el menor menos el mayor es igual a 5. Determine los dos números.

   $\boldsymbol{R}: El\ mayor\ es\ 49\ y\ el\ menor\ es\ 9.$

5. *Física.* Halla la velocidad de una barca en aguas en reposo, y la velocidad de la corriente del río, sabiendo que emplea 2 horas en navegar 9 km a favor de la corriente y 6 horas en recorrer dicha distancia en sentido contrario.

   $\boldsymbol{R}: La\ velocidad\ de\ la\ barca\ es\ de\ 3$ km/h $y\ la\ de\ la\ corriente\ es\ de\ 1.5$ km/h.

6. *Física.* La velocidad promedio (sin viento) de un avión con un solo motor es de 150 millas por hora. Si el avión recorrió una misma distancia en 2 horas con el viento a favor y en 3 horas con el viento en contra. ¿Cuál era la velocidad del viento?

   $\boldsymbol{R}: La\ velocidad\ del\ viento\ es\ de\ 30$ mill/h.

7. *Perímetro.* El Perímetro de un piso rectangular es de 90 pies. Determine las dimensiones del piso si la longitud es el doble de la anchura.

   $\boldsymbol{R}: La\ longitud\ es\ de\ 30\ pies\ y\ la\ anchura\ es\ de\ 15\ pies.$

8. *Perímetro.* La cantidad de cerca necesaria para encerrar un campo rectangular es de 300 metros. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si se sabe que la diferencia entre la longitud y la anchura es de 50 metros?

   $\boldsymbol{R}: La\ longitud\ es\ de\ 100\ metros\ y\ la\ anchura\ es\ de\ 50\ metros.$

9. *Comercio.* Cuatro hamburguesas grandes con queso y dos malteadas de chocolate cuestan en total $7.90. Dos malteadas cuestan 15 centavos más que una hamburguesa con queso. ¿Cuánto cuesta una hamburguesa con queso? ¿Una malteada?

   $\boldsymbol{R}: Una\ hamburguesa\ cuesta\ \$1.55\ y\ una\ malteada\ \$0.85.$

10. *Comercio.* Un grupo de personas compró 10 bocadillos y 5 refrescos por $12.50. Un segundo grupo compró 7 bocadillos y 4 refrescos por $9.00. ¿Cuál es el costo de un bocadillo? ¿De un refresco? **"R:** *Es costo de un bocadillo es de $1 y el de un refresco es de $0.5."*

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve los diferentes sistemas de ecuaciones y sus aplicaciones.	➢ Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases. ➢ Lista de cotejos actitudinales. ➢ Trabajos grupales orientados.

VII. CONCLUSIONES

Los sistemas de ecuaciones tienen aplicaciones en varias ramas como en la Física, Contabilidad, la Lógica y Química con un mismo fin que es encontrar los valores de dos elementos, si se trata de un sistema con dos incógnitas, para luego comprobar su totalidad.

El origen de estas aplicaciones es resolver ecuaciones o problemas que las contengan con datos múltiples.

VIII. RECOMENDACIONES

Instar a los estudiantes a indagar sobre este tema, tomando como punto de inicio lo abordado en la clase y a su vez practicar de manera concisa con los ejercicios propuestos por el docente como parte del proceso de auto estudio.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Zill, Dennis G y Dewar, Jacqueline M. ÁLGEBRA, TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA. Tercera Edición.
- ✓ Msc. Zamar, Adriana. Ing. Alberto Macoritto. Ing. Emilio Serrano. Prof. Inés Amaduro. "ME PREPARO PARA ESTUDIAR EN LA SEDE". CURSO DE ARTICULACIÓN 2011. "Ecuaciones y Funciones Lineales y Cuadráticas, Sistema de Ecuaciones. Universidad Nacional de Salta. Facultad de Ingeniería.
- ✓ Sullivan, Michael. "Precálculo". Cuarta Edición. Chicago State University.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 7

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad II: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Decente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula, resuelve problema, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Desigualdades Lineales y simultáneas.	➢ Utilización de métodos de resolución de ecuaciones, sistemas de ecuaciones y desigualdades. ➢ Resolución de Problemas.	➢ Valora la importancia de las ecuaciones, sistemas de ecuaciones y desigualdades en la modelización de problemas.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos asignados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.
- Orientar a los estudiantes lo que se va a impartir.

b) Actividades de desarrollo:

- Definir desigualdades y explicar sus propiedades.
- Resolver ejemplos de desigualdades.

Definición de desigualdad

Definición: Es la relación de orden que existe entre dos cantidades y se representa con símbolos menor que (<) y mayor que (>).

Considérese la siguiente desigualdad

$$3x - 2 < 8$$

Donde x es una variable. como lo ilustraremos en la siguiente tabla, ciertos números dan enunciados verdaderos y otros falsos cuando se sustituye por x.

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{3x - 2 < 8}$	**Conclusión**
$\boldsymbol{-3}$	$-11 < 8$	Enunciado verdadero
2	$4 < 8$	Enunciado verdadero
4	$10 < 8$	Enunciado falso
5	$13 < 8$	Enunciado falso

En este ejemplo los valores que hicieron verdadera la desigualdad son soluciones de le expresión.

Si se obtiene un enunciado verdadero cuando un número b es sustituido por x, entonces b es *solución* de la desigualdad. Así, si $x = 5$ es una solución de $2x + 3 > 11$ por que $13 > 11$ es verdadero, pero $x = 3$ no es una solución porque $9 > 11$ es falso.

MUY IMPORTANTE
Los métodos para resolver desigualdades en x son semejantes a los que se emplean para resolver ecuaciones. En particular, con frecuencia usamos propiedades de desigualdades para sustituir una desigualdad dada con una lista de desigualdades equivalentes, terminando con una desigualdad de la que fácilmente se obtienen soluciones. Las propiedades siguientes se pueden demostrar para números reales $a, b, c\ y\ d$.

Propiedades de las desigualdades

$Sean\ a, b, c \in R.$

1) Si $a > b\ y\ b > c$, entonces $a > c$.
2) Si $a > b$, entonces $a + c > b + c\ y\ a - c > b - c$.
3) Si $a > b\ y\ c > 0$, entonces $ac > bc\ y\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.
4) Si $a > b\ y\ c < 0$, entonces $ac < bc\ y\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

Al resolver una desigualdad significa que encontraremos todas las soluciones. Dos desigualdades son *Equivalentes* si tienen exactamente las mismas soluciones.

Casi todas las desigualdades tienen un número infinitos de soluciones. Para ilustrar esto, veremos las soluciones de la desigualdad siguiente.

$$2 < x < 5$$

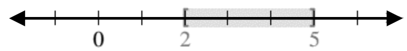
La solución está formada por todo número real x entre 2 y 5.

A este conjunto de números se les denomina *intervalo abierto* y se denota por (2, 5). La *gráfica* de este intervalo abierto (2, 5) es el conjunto de todos los puntos de una recta de coordenadas, pero no incluye, los puntos correspondientes a $x = 2\ y\ x = 5$.

La grafica está representada al sombrear una parte apropiada del eje, como se muestra en la figura.

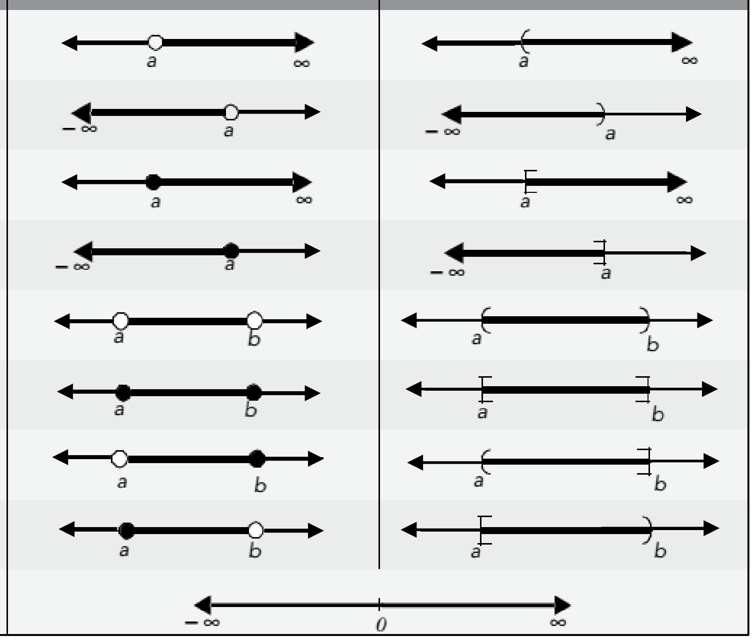
Si se desea incluir los puntos extremos, se usan corches en vez de paréntesis; por ejemplo la solución de la desigualdad $2 \leq x \leq 5$ se denota por [2, 5] y este se conoce como *intervalo cerrado*.

Esta grafica se representa como lo muestra la figura.



También se consideran *intervalos semiabiertos* $[a, b)$ y $(a, b]$, así como *intervalos infinitos*. Estos los describimos en la siguiente tabla.

Desigualdad	Intervalo	Gráfica 1	Gráfica 2
$x > a$	(a, ∞)		
$x < a$	$(-\infty, a)$		
$x \geq a$	$[a, \infty)$		
$x \leq a$	$(-\infty, a]$		
$a < x < b$	(a, b)		
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$		
$a < x \leq b$	$(a, b]$		
$a \leq x < b$	$[a, b)$		
$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$		



Procedimientos que no alteran el símbolo de desigualdad

- Simplificar ambos lados de la desigualdad reduciendo términos semejantes y eliminando paréntesis.

  Reemplazar $(x + 2) + 6 > 2x + (x + 1)$

  Por $x + 8 > 3x + 1$

- Sumar o restar a la misma expresión a ambos lados de la desigualdad.

  Reemplazar $3x - 5 < 4$

  Por $(3x - 5) + 5 < 4 + 5$

- Multiplicar o dividir a ambos lados por la misma expresión *positiva*.

Reemplazar $4x > 16$ ***por*** $\frac{4x}{4} > \frac{16}{4}$

Procedimientos que invierten el sentido o dirección del símbolo de desigualdad

- Intercambiar los lados de la desigualdad.

Reemplazar $x < 3$ **por** $3 > x$

- Multiplicar o dividir a ambos lados de la desigualdad por la misma expresión *negativa.*

Reemplazar $-2x > 6$ **por** $\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$

Desigualdades Lineales: Cualquier desigualdad que pueda escribirse de una de las siguientes formas;

$$ax + b < 0, \qquad con \qquad ax + b > 0$$

$$ax + b \leq 0, \qquad con \qquad ax + b \geq 0$$

Donde a y b son números reales, se llama **desigualdad lineal** en la variable x.

Resolución de una desigualdad lineal

Ejemplo 1 Resolver la desigualdad $6x - 10 > 3x + 5$

Solución Al despejar x se agrupan todos los términos que contengan la variable en uno de sus miembros y los términos independientes en el otro, finalmente, se simplifican.

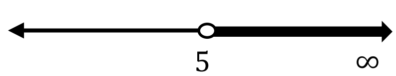
$6x - 10 > 3x + 5$ ***enunciado***

$6x - 3x > 5 + 10$ ***agrupando términos semejantes***

$3x > 15$ ***dividiendo por 3***

$x > 5$

Por tanto, el intervalo que representa el conjunto solución es $(5, \infty)$ y su representación gráfica es:



Ejemplo 2 Resolver la desigualdad $-3x + 4 < 11$

Solución Despejamos los términos que contengan variables y los términos independientes al otro lado del signo de la desigualdad.

$$-3x + 4 < 11 \qquad \textit{enunciado}$$

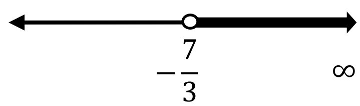
$$(-3x + 4) - 4 < 11 - 4 \qquad \textit{restar 4 a ambos lados}$$

$$-3x < 7 \qquad \textit{simplificando}$$

$$\frac{-3x}{-3} > \frac{7}{-3} \qquad \textit{dividiendo por -3, se invierte el signo}$$

$$x > -\frac{7}{3} \qquad \textit{simplificando}$$

Por tanto, el intervalo que representa el conjunto solución es $(-\frac{7}{3}, \infty)$ y su representación gráfica es:



Ejemplo 3 Resolver la desigualdad $4x + 7 \geq 2x - 3$

Solución

$$4x + 7 \geq 2x - 3 \qquad \textit{enunciado}$$

$$(4x + 7) - 7 \geq (2x - 3) - 7 \qquad \textit{restamos 7 a ambos lados}$$

$$4x \geq 2x - 10 \qquad \textit{simplificando}$$

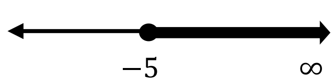
$$4x - 2x \geq 2x - 2x - 10 \qquad \textit{restar } 2x \textit{ a ambos lados}$$

$$2x \geq -10 \qquad \textit{simplificando}$$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{-10}{2} \qquad \textit{dividir a ambos lados entre 2, (el signo no cambia)}$$

$$x \geq -5 \qquad \textit{simplificando}$$

Por tanto, el intervalo que representa el conjunto solución es $[-5, \infty)$ y su representación gráfica es:



Ejemplo 4 Determinar el intervalo y grafique el conjunto solución de la desigualdad

$$2x - 6 + 3x \geq 8x + 21$$

Solución

$2x - 6 + 3x \geq 8x + 21$ ***enunciado***

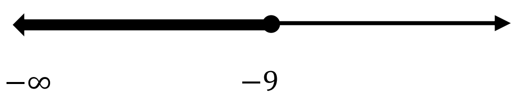
$2x + 3x - 8x \geq 21 + 6$ ***agrupando términos semejantes***

$-3x \geq 27$ ***simplificando***

$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{27}{-3}$ ***dividir a ambos lados por -3, (el signo cambia)***

$x \leq -9$ ***simplificando***

Por tanto, el intervalo que representa el conjunto solución es $(-\infty, -9]$ y su representación grafica es:



Ejemplo 5 Determinar el conjunto solución de $(5x + 2)^2 - 2x > (5x - 4)(5x + 4)$

Solución Desarrollamos las operaciones indicadas.

Producto notable $\boxed{(5x + 2)^2} - 2x > \boxed{(5x - 4)(5x + 4)}$ ***Diferencia de cuadrados***

$25x^2 + 20x + 4 - 2x > 25x^2 - 16$ ***agrupando términos semejantes***

$25x^2 + 20x - 2x - 25x^2 > -16 - 4$ ***Simplificando***

$18x > -20$ ***dividir a ambos lados entre 18***

$\frac{18x}{18} > \frac{-20}{18}$ ***simplificando***

$x > -\frac{10}{9}$

Por tanto, el conjunto solución es $(-\frac{10}{9}, \infty)$.

Desigualdades simultaneas: Una desigualdad de la forma

$$a < x < b$$

se denomina en ocasiones ***desigualdades simultanea*** porque el número x esta *entre* loa números a y b, en otras palabras, $x > a$ y simultáneamente $x < b$.

Resolución de una desigualdad simultanea

Ejemplo 1 Resolver la ecuación $-5 < 3x - 2 < 1$

Solución Un numero x es solución de la desigualdad si y solo si

$$-5 < 3x - 3 \quad \text{y} \quad 3x - 2 < 1$$

Podemos trabajaremos cada desigualdad por separado o simultáneamente, como sigue, (recordemos que nuestra meta es aislar x)

$$-5 < 3x - 2 < 1 \qquad \textit{enunciado}$$

$$-5 + 2 < 3x - 2 + 2 < 1 + 2 \qquad \textit{sumamos 2}$$

$$-3 < 3x < 3 \qquad \textit{simplificando}$$

$$\frac{-3}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{3}{3} \qquad \textit{Dividiendo entre 3, (el signo no cambia)}$$

$$-1 < x < 1$$

Por tanto, el conjunto solución es $(-1, 1)$ y su representación gráfica es:

Ejemplo 2 Determinar el conjunto solución $3 \leq \frac{2x-3}{5} < 7$.

Solución Multiplicamos por 5 para eliminar el denominador.

$$(3)(5) \leq \left(\frac{2x-3}{5}\right)(5) < (7)(5) \qquad \textit{simplificando}$$

$$15 \leq 2x - 3 < 35 \quad \textit{sumamos 3 en cada extremo de la desigualdad}$$

$$15 + 3 \leq 2x - 3 + 3 < 35 + 3$$ ***reduciendo***

$$18 \leq 2x < 38$$ ***dividiendo entre 2***

$$\frac{18}{2} \leq \frac{2x}{2} < \frac{38}{2}$$ ***simplificando***

$$9 \leq x < 19$$

Por tanto, el conjunto solución es $[9, 19)$ y su representación grafica es:

c) Actividades Finales:

Hacer un breve resumen de lo impartido en la clase y aclarar dudas presentadas por los estudiantes acerca del contenido.

d) Orientación del Trabajo Independiente:

Aplica la definición de desigualdades y determine el conjunto solución de los siguientes ejercicios.

1) $12 - 4x > 7x + 11$ **R**=$\left(-\infty, \frac{1}{11}\right)$
2) $2x - 5 < x - 9$ **R**=$(-\infty, -4)$
3) $2x - 4 + 6x < 10x - 7$ **R**=$\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$
4) $4(x - 3) - 8 \leq 5 - x$ **R**=$(-\infty, 5]$
5) $x(x + 12) > (x - 4)^2$ **R**=$\left(\frac{4}{5}, \infty\right)$
6) $-5 - \frac{x+4}{5} > 11 - 3x$ **R**=$(6, \infty)$
7) $-7 < 4x + 1 < 13$ **R**=$(-2, 3)$
8) $8 - x \leq 5x + 32 < x + 36$ **R**=$\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$
9) $-100 < 0.1x < 10$ **R**=$(-1000, 100)$
10) $x^2 + 2 \leq x^2 + 5x \leq x^2 + 3$ **R**=$\left[\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right]$
11) $0 \leq 6 - \frac{3}{2}x \leq 9$ **R**=$[-2, 4]$
12) $\frac{1}{3} > \frac{x-1}{5} > \frac{1}{9}$ **R**=$\left[\frac{14}{9}, \frac{8}{3}\right]$

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve ejercicios de desigualdades lineales, simultáneas, con valor absoluto y Cuadráticas.	➢ Guía o Lista de Cotejo Sobre Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases.

VII. CONCLUSIONES

Realizar un consolidado con los aspectos sobresalientes del tema y aclarar dudas, dificultades encontradas en los estudiantes como también escuchar ciertas sugerencias.

VIII. RECOMENDACIONES

Orientar al grupo de clases el tema que se desarrollará en el siguiente encuentro, que serán desigualdades con valor absoluto y cuadráticas.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Algebra y trigonometría con geometría analítica, Louis Leithold.
- ✓ Precálculo Cuarta edición, Michael Sullivan.
- ✓ Algebra intermedia Séptima edición, Allen G. Ángel.
- ✓ Algebra y trigonometría con geometría analítica Tercera edición, Dennis G. Zill.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 8

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH
2. Carrera: Matemática Educativa y Computación
3. Año: I
4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica
5. Unidad II: Álgebra
6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas
7. N° de Créditos Académicos: 4
8. Fecha:
9. Modalidad: Regular
10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula, resuelve problema, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Desigualdades con valor absoluto y cuadráticas.	➢ Utilización de métodos de resolución de desigualdades. ➢ Resolución de Problemas.	➢ Participa activamente en el trabajo de equipo. ➢ Reflexiona críticamente sobre los procedimientos matemáticos empleados al resolver problemas.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos asignados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.
- Dar orientación sobre la clase a impartir.

b) Actividades de desarrollo:

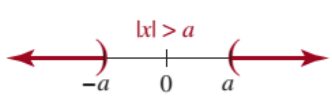
- Definir las desigualdades de valor absoluto y cuadráticas.
- Resolver ejercicios sobre desigualdades de valor absoluto y cuadráticas.

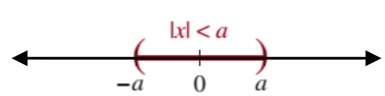
Desigualdades con Valor Absoluto

El ***valor absoluto*** de un número real x es una cantidad no negativa definida como:

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

Muchas aplicaciones importantes de las desigualdades implican también valores absolutos. Recordemos que $|x|$ representa la distancia a lo largo de la recta numérica desde x hasta el origen. A si, la desigualdad $|x| < a (a > 0)$ significa que la distancia desde x hasta el origen es menor que a.





a) La distancia entre x y 0 es menor que a.

b) La distancia entre x y 0 es mayor que a.

Teorema de Desigualdades de Valor Absoluto	
I.	$|x| < a$ **si y solo si** $-a < x < a$.
II.	$|x| > a$ **si y solo si** $x < -a \ \ o \ \ x > a$

Los incisos I y II del teorema, también son verdaderos con $\leq$ en lugar de $<$ y $\geq$ en lugar de $>$.

Resolución de desigualdades con valor absoluto

Ejemplo 1 Determine el conjunto solución de $|x+1|<7$

Solución La desigualdad $|x+1|<7$, tiene la forma del inciso I del teorema, entonces:

$$-7<x+1<7$$

O bien;

$-7<x+1$ ***agrupar términos semejantes***

$-7-1<x$ ***simplificar***

$-8<x$

$x+1<7$ ***agrupar términos semejantes***

$x<7-1$ ***simplificar***

$x<6$

Por lo tanto, el conjunto solución es el intervalo $(-8,6)$ y su representación gráfica es:

Ejemplo 2 Determinar el conjunto solución de $|2x-1|\geq 7$

Solución La desigualdad $|2x-1|\geq 7$, tiene la forma del inciso II del teorema, entonces;

$2x-1\leq -7$ ***Por teorema, inciso II***

$2x\leq -7+1$ ***simplificando***

$\frac{2x}{2}\leq\frac{-6}{2}$ ***dividiendo entre 2, a ambos lados***

$x\leq -3$

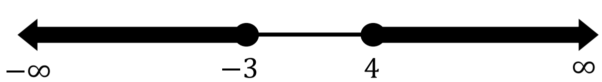
$2x-1\geq 7$ ***Por teorema, inciso II***

$2x\geq 7+1$ ***simplificando***

$\frac{2x}{2}\geq\frac{8}{2}$ ***dividiendo entre 2, a ambos lados***

$x\geq 4$

Por tanto, el conjunto solución es el intervalo $(-\infty,-3]\cup[4,\infty)$ y su grafica es:



Casos especiales de desigualdad con valor absoluto

En este tipo de desigualdades se aplican las propiedades anteriores, para obtener dos desigualdades lineales; el conjunto solución de la desigualdad es la unión o intersección de los intervalos solución de cada desigualdad obtenida.

Ejemplo Determinar el conjunto solución de la desigualdad $|x-2| \geq 3x+1$

Solución La desigualdad $|x-2| \geq 3x+1$ tiene la forma del inciso II del teorema; entonces

Primera desigualdad

$x-2 \leq -(3x+1)$ ***Por teorema, inciso II***

$x-2 \leq -3x-1$ ***transponiendo términos***

$x+3x \leq -1+2$ ***reduciendo***

$\frac{4x}{4} \leq \frac{1}{4}$ ***dividiendo entre 4, a ambos lados***

$$x \leq \frac{1}{4}$$

Segunda desigualdad

$x-2 \geq 3x+1$ ***Por teorema, inciso II***

$x-3x \geq 1+2$ ***transponiendo términos y reduciendo términos semejantes***

$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{3}{-2}$ ***dividiendo entre -2, (el signo cambia)***

$$x \leq -\frac{3}{2}$$

Finalmente, el conjunto solución de cada desigualdad es:

$x \leq \frac{1}{4} \longrightarrow \left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$ y $x \leq -\frac{3}{2} \longrightarrow \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$

Se determina la unión de los intervalos:

$$\left(-\infty, \frac{1}{4}\right] \cup \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] = \left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$$

Por tanto, el conjunto solución es $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$.

Ejemplo 1 Resolver la desigualdad $\frac{|x-1|}{|x+2|} > 4$

Solución La desigualdad tiene forma a la del inciso II del teorema, entonces se tiene:

$$\frac{x-1}{x+2} < -4 \quad \text{o} \quad \frac{x-1}{x+2} > 4$$

La desigualdad $\frac{x-1}{x-2} > 4$, se transforma en:

$$\frac{x-1}{x+2} > 4 \Rightarrow \frac{x-1}{x+2} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{-3x-9}{x+2} > 0$$

Al aplicar el procedimiento para resolver una desigualdad racional, por el método de intervalos, los valores que hacen cero al numerador y al denominador son $x = -3$ y $x = -2$, respectivamente, el denominador debe ser distinto de cero; entonces el intervalo es abierto, lo mismo para el numerador ya que la desigualdad es estrictamente mayor que cero, por tanto, los intervalos que se forman son:

$$(-\infty, -3), (-3, -2), (-2, \infty)$$

A continuación, se muestra la tabla de signos

Intervalos	$(-\infty, -3)$	$(-3, -2)$	$(-2, \infty)$
Signo de $-3x-9$	$+$	$-$	$-$
Signo de $x-2$	$-$	$-$	$+$
Signo de $\frac{-3x-9}{x+2}$	$-$	$+$	$-$

El conjunto solución de la desigualdad $\frac{x-1}{x+2} > 4$ es: $(-3, -2)$ de manera similar se obtiene el conjunto solución de $\frac{x-1}{x+2} < -4$, dando como solución el intervalo $\left(-2, -\frac{7}{5}\right)$, la unión de las soluciones obtenidas da origen al conjunto solución de la desigualdad original, entonces la solución es :

$$(-3, -2) \cup \left(-2, -\frac{7}{5}\right)$$

Ejemplo 2 Resolver la desigualdad $|x+1| \geq |1-2x|$

Solución Una de las formas de resolver este ejercicio es elevar al cuadrado a ambos lados.

$$(|x+1|)^2 \geq (|1-2x|)^2$$ ***elevando al cuadrado***

$$(x+1)^2 \geq (1-2x)^2$$ ***desarrollando los binomios al cuadrado***

$$x^2 + 2x - 1 \geq 1 - 4x + 4x^2$$ ***transponiendo términos***

$$0 \geq 1 - 4x + 4x^2 - x^2 - 2x + 1 \quad \textit{simplificando}$$

$$0 \geq 3x^2 - 6x \quad \textit{factorizando}$$

$$0 \geq 3x(x-2) \quad \text{o} \quad 3x(x-2) \leq 0$$

Los valores con factores igual a ceros son: $x = 0, x = 2$, por tanto los intervalos se definen como:

$$(-\infty, 0], [0,2] \text{ y } [2, \infty)$$

A continuación, mostraremos la siguiente tabla de signos

Intervalos	$(-\infty, 0]$	$[0,2]$	$[2, \infty)$
Signo de $3x$	$-$	$+$	$+$
Signo de $x - 2$	$-$	$-$	$+$
Signo de $3x(x-2)$	$+$	$-$	$+$

Por tanto, el intervalo solución es $[0,2]$.

Desigualdades Cuadráticas

Cualquier desigualdad que se escriba de la formar

$$ax^2 + bx + c < 0, \text{ con } a \neq 0$$

donde a, b y c, son números reales, se denominan *desigualdades cuadráticas* en x. Si el símbolo $<$ se reemplaza por $\leq, >$ o $\geq$, la desigualdad resultante también se denomina cuadrática.

Los siguientes son ejemplos de desigualdades cuadráticas

$$2x^2 - 3x \leq 5 \text{ y } (x+3)(x-1) \geq 0$$

Estas se pueden escribir respectivamente como:

$$2x^2 - 3x - 5 \leq 0 \text{ y } x^2 + 2x - 3 \geq 0$$

Para resolver desigualdades cuadráticas, se necesario las siguientes propiedades de los números reales:

Propiedades de signos de los productos
I. Si el producto de dos números reales es positivo, entonces los dos números tienen los mismos signos. II. Si el producto de dos números reales es negativo, entonces los dos números tienen signos opuestos.

Métodos de resolución de desigualdades cuadráticas.

Método por casos: Para encontrar el conjunto solución, se factoriza la expresión cuadrática, la expresión que se obtiene se divide en casos, a los que se hace un análisis de signos, como se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo Determina el conjunto solución de la desigualdad $x^2 + x - 6 < 0$.

Solución Se factoriza la desigualdad y se analizan sus factores:

$$(x + 3)(x - 2) < 0$$

Es producto de los binomios es negativo, entonces existen 2 casos:

Caso 1

$x - 2 < 0$ y $x + 3 > 0$

Caso 2

$x + 3 < 0$ y $x - 2 > 0$

El conjunto solución de cada caso resulta de la intersección de los intervalos que se obtienen al resolver las desigualdades que dan origen a cada caso:

Solución del caso 1

$x - 2 < 0$ y $x + 3 > 0$

$x < 2$ y $x > -3$

$(-\infty, -3) \cap (2, \infty) = (-3, 2)$

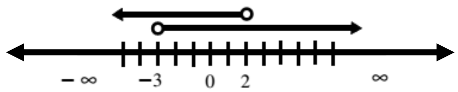
Solución del caso 2

$x + 3 < 0$ y $x - 2 > 0$

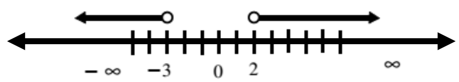
$x < -3$ y $x > 2$

$(-\infty, -3) \cap (2, \infty) = \emptyset$

Gráfica del caso 1



Gráfica del caso 2



El conjunto solución es la unión de los intervalos obtenidos en cada caso, entonces:

$$(-3, 2) \cup \emptyset = (-3, 2)$$

Por tanto, el conjunto solución es el intervalo $(-3, 2)$.

***Método por intervalos*:** Se factoriza la expresión cuadrática, después se buscan valores que hagan cero a cada factor, entonces los valores se indican en la recta numérica y se forman los intervalos a analizar.

Ejemplo 1 Resuelve la desigualdad $x^2 - 5x - 6 > 0$

Solución se factoriza la expresión cuadrática.

$$(x - 6)(x + 1) > 0$$

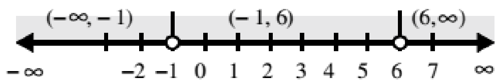
El conjunto solución son los valores que hacen positivo el producto.

Buscamos los valores que hacen cero cada factor:

$$x - 6 = 0 \text{ y } x + 1 = 0$$

$$x = 6 \text{ y } x = -1$$

En consecuencia, los valores que hacen cero el producto son 6 y -1, se localizan en la recta numérica y se forman los intervalos.



De cada intervalo se toma un valor cualquiera, el cual se sustituye en los factores para determinar los signos de éstos. Posteriormente, se multiplican los signos para tomar como solución el intervalo o los intervalos que cumplen con la desigualdad dada.

- Para el intervalo $(-\infty, -1)$

Tomamos el valor de $x = -4$ y se sustituye en cada factor:

$$(-4-6)(-4+1) = (-10)(-3) = 30$$

El producto es positivo $(-)(-) = +$

- Para el intervalo $(-1,6)$

Tomamos el valor de $x = 0$ y se sustituye en los factores:

$$(0-6)(0+1) = (-6)(1) = -6$$

El producto es negativo $(-)(+) = -$

- Para el intervalo $(6, \infty)$

Tomamos el valor de $x = 7$ y se sustituye en cada factor:

$$(7-6)(7+1) = (1)(8) = 8$$

El producto es positivo $(+)(+) = +$

Por tanto, el conjunto solución es la unión de los intervalos en que el producto es positivo.

$$(-\infty, -1) \cup (6, \infty)$$

Otra forma de resolver una desigualdad cuadrática mediante intervalos, es construir una tabla que indique los signos resultantes de cada factor y el signo resulta del producto de dichos factores.

Ejemplo 2 Resolver la desigualdad $x^2 - 25 \geq 0$

Resolución Se factoriza la expresión cuadrática.

$$x^2 - 25 \geq 0$$

$$(x+5)(x-5) \geq 0$$

Se buscan los valores que hacen cero lo factores.

$$x + 5 = 0 \qquad\qquad x - 5 = 0$$

$$x = -5 \qquad\qquad\qquad x = 5$$

Los valores que hacen cero el producto son $x = 5$ y $x = -5$, entonces los intervalos son:

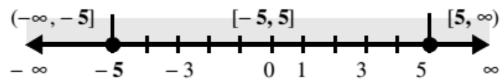


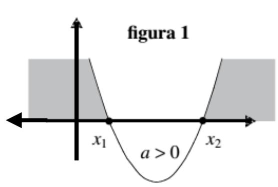
Tabla de signos

Intervalo	$(-\infty, -5]$ Para $x = -6$	$[-5,5]$ Para $x = 0$	$[5, \infty)$ Para $x = 6$
Signo de $x - 5$	$-6 - 5 = -11$	$0 - 5 = -5$	$6 - 5 = 1$
Signo de $x + 5$	$-6 + 5 = -1$	$0 + 5 = 5$	$6 + 5 = 11$
Signo de $(x - 5)(x + 5)$	$(-)(-) = +$	$(-)(+) = -$	$(+)(+) = +$

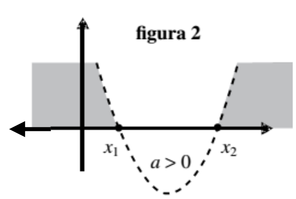
El conjunto solución es la unión de los intervalos que hacen el producto positivo o cero.

Por tanto, el conjunto solución es $(-\infty, -5] \cup [5, \infty)$

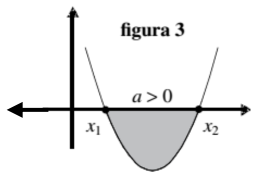
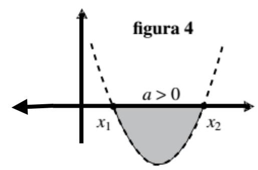
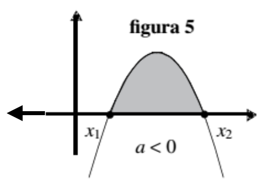
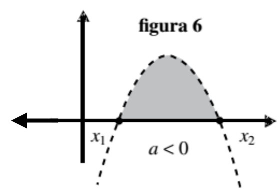
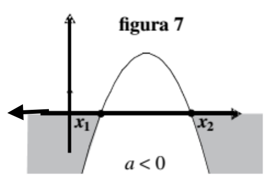
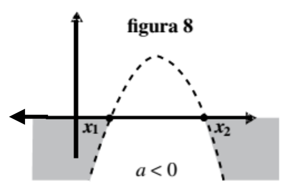
Método gráfico: En las siguientes gráficas la parte sombreada representa al conjunto solución de las diferentes desigualdades cuadráticas, la línea continua representa un intervalo cerrado y la línea discontinua o punteada indica que el intervalo solución es abierto, éste se determina al encontrar las raíces de la ecuación de segundo grado.



$ax^2 + bx + c \geq 0 \;\rightarrow\; (-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$



$ax^2 + bx + c > 0 \;\rightarrow\; (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$

 $ax^2+bx+c\leq 0 \;\rightarrow\; [x_1,x_2]$	 $ax^2+bx+c<0 \;\rightarrow\; (x_1,x_2)$
 $ax^2+bx+c\geq 0 \;\rightarrow\; [x_1,x_2]$	 $ax^2+bx+c>0 \;\rightarrow\; (x_1,x_2)$
 $ax^2+bx+c\leq 0 \;\rightarrow\; (-\infty,x_1]\cup[x_2,\infty)$	 $ax^2+bx+c<0 \;\rightarrow\; (-\infty,x_1)\cup(x_2,\infty)$

Los valores de x_1 y x_2 son la raices de la ecuacion cuadratica $ax^2+bx+c=0$ con $x_1<x_2$

Ejemplo Determina por medio del metodo grafico el conjunto solucion de la desiguladad

$x^2+2x-8\geq 0$.

Solución Se determinan la raices de la ecuacion $x^2+2x-8=0$, en este caso factorizando.

$$(x+4)(x-2)=0$$

Despues, cada factor se iguala a cero y se obtiene las raices:

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \qquad \text{y} \qquad x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Por tanto las raices son $x_1 = -4$, $x_2 = 2$ ya que $x_1 < x_2$

La desigualdad tiene la froma $ax^2 + bx + c \geq 0$ de la figura 1, con a positivo, la formula que representa el conjunto solución es: $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$.

Por tanto el conjunto solucion es: $(-\infty, -4] \cup [2, \infty)$.

c) Actividades Finales:

Hacer un breve resumen de lo impartido en la clase y aclarar dudas que presenten los estudiantes acerca del contenido.

d) Orientación del Trabajo Independiente:

Determine el conjunto solucion de las siguientes desigualdades.

1) $|x| \geq 7$ ***R***: $(-\infty, -7] \cup [7, \infty)$
2) $|7x - 1| < 0$ ***R***: $N.E.S$
3) $|5x - 3| \leq 12$ ***R***: $\left(-\infty, -\frac{9}{5}\right) \cup [3, \infty)$
4) $|2x - 1| \leq 19$ ***R***: $[-0,10]$
5) $\left|6 + \frac{3}{4}x\right| > 9$ ***R***: $(-\infty, -20) \cup (4, \infty)$
6) $\left|\frac{5}{4}(x - 10)\right| \leq 10$ ***R***: $[2,18]$
7) $|x - 1| < 2x$ ***R***: $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$
8) $|2x + 3| \geq x + 3$ ***R***: $(-\infty, -2] \cup [0, \infty)$
9) $\left|\frac{x+1}{x-2}\right| < 1$ ***R***: $\left(-\frac{4}{3}, 0\right) \cup (0,4)$
10) $|3x - 4| > |x + 4|$ ***R***: $(-\infty, 0] \cup [4, \infty)$

Determine el conjunto solucion de las desigualdades porel metodo deseado.

1) $-x^2 + 9 > 0$ ***R***: $(-3, 3)$
2) $16 - x^2 \geq 0$ ***R***: $[-4, 4]$
3) $x^2 - 36 > 0$ ***R***: $(-\infty, -6) \cup (6, \infty)$
4) $-x^2 + 5x < 0$ ***R***: $(-\infty, 0) \cup (5, \infty)$
5) $-2x^2 + 8x < 0$ ***R***: $(-\infty, 0) \cup (4, \infty)$
6) $x^2 - x - 20 > 0$ ***R***: $(-\infty, -4) \cup (5, \infty)$
7) $6x^2 - 7x - 3 \leq 0$ ***R***: $\left[-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right]$
8) $x^2 + 3x + 6 > -2x + 2$ ***R***: $(-\infty, -4) \cup (-1, \infty)$
9) $(3x - 2)(x + 5) < 14x - 8$ ***R***: $\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$
10) $(x - 3)(2x + 1) \geq 0$ ***R***: $\left(-\infty - \frac{1}{2}\right] \cup [3, \infty)$

V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve ejercicios de desigualdades lineales, simultáneas, con valor absoluto y Cuadráticas.	➢ Guía o Lista de Cotejo Sobre Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases.

VII. CONCLUSIONES

Se realizar un consolidado con los aspectos sobresalientes del tema, aclarar dudas y dificultades presentadas por los estudiantes.

VIII. RECOMENDACIONES

Orientar al grupo de clases el tema que se desarrollará en el siguiente encuentro, como también motivarlos para que cumplan con sus trabajos.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Algebra y trigonometría con geometría analítica, Louis Leithold.
- ✓ Precálculo Cuarta edición, Michael Sullivan.
- ✓ Algebra intermedia Séptima edición, Allen G. Ángel.
- ✓ Algebra y trigonometría con geometría analítica Tercera edición, Dennis G. Zill.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA-LEÓN

VICERRECTORÍA ACADÉMICA

PLAN DE CLASE N° 9

I. DATOS GENERALES:

1. Facultad: CC. EE y HH

2. Carrera: Matemática Educativa y Computación

3. Año: I

4. Nombre del Componente o Módulo: Matemática Básica

5. Unidad II: Álgebra

6. N° de horas presenciales a la semana: 4 horas

7. N° de Créditos Académicos: 4

8. Fecha:

9. Modalidad: Regular

10. Docente:

II. COMPETENCIA DEL COMPONENTE CURRICULAR A LA QUE SE APORTA CON ESTA ACTIVIDAD:

Formula, resuelve problema, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados.

III. DIMENSIONES DE LA COMPETENCIA: (CONOCIMIENTO, HABILIDADES Y ACTITUDES)

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
➢ Aplicaciones de Desigualdades.	➢ Resolución de Problemas ➢ Aplicación de la teoría a la práctica.	➢ Reflexiona críticamente sobre los procedimientos matemáticos empleados al resolver problemas.

IV. ACTIVIDADES DEL DOCENTE Y DE LOS ESTUDIANTES:

a) Actividades de iniciación:

- Recibir los trabajos asignados en la clase anterior.
- Tomar la asistencia del grupo de clases.

b) Actividades de desarrollo:

- Tomar un ejemplo del entorno y relacionarlo a las desigualdades.
- Resolver problemas de aplicación sobre las distintas desigualdades estudiadas.

Aplicaciones de Desigualdades

Las desigualdades se usan todo el tiempo en el mundo que nos rodea, solo debemos saber dónde buscar. Encontrar la manera de interpretar el lenguaje de las desigualdades es un paso importante para aprender a revelarlas en contextos cotidianos. Te encuentras con desigualdades matemáticas casi todos los días, pero talvez no las notas porque son tan familiares. Piensa en las siguientes situaciones: límites de velocidad en la autopista, pagos de tarjetas de crédito, el tiempo que toma llagar a la escuela. Todas estas pueden llegar hacer representadas como desigualdades matemáticas. Y, de hecho, se usa pensamiento matemático cuando consideras estas situaciones.

Aplicación de desigualdades lineales

Ejemplo ***Paquetes en un bote*** Un bote pequeño puede transportar un peso máximo de 750 libras. Millie Harrison tiene que transportar cajas que pesan 42.5 libras cada uno.

a) Plantea una desigualdad que pueda usarse para determinar el número máximo de cajas que Millie pueda colocar de forma segura en su bote, si Millie pesa 128 libras.
b) Determine el número máximo de cajas que Millie puede transportar.

Solución

1) **Compresión de problema:**

Conozco: El peso máximo que puede transportar el bote 750 libras y que cada caja pesa 42.5 libras.

Desconozco: El número de cajas que pueden colocarse en el bote.

2) **Plan de actuación:**

Se x el número de cajas.

Sabemos que lo máximo que puede transportar el bote es 750 libras, entonces:

Peso de Millie + el peso de x cajas ≤ 750

A demás, Millie pesa 128 libras y cada caja pesa 42.5 libras; entonces podemos establecer la siguiente desigualdad:

$$128 + 42.5x \leq 750$$

3) **Llevar a cabo el plan de actuación:**

Sabemos cuál es nuestra desigualdad, deseamos determinar el número máximo de cajas que se pueden transportar, entonces procedemos a resolver como sigue:

$$128 + 42.5x \leq 750 \qquad \textit{trasponiendo términos}$$

$$42.5x \leq 750 - 128 \qquad \textit{reduciendo}$$

$$42.5x \leq 622 \qquad \textit{dividiendo entre } 42.5\textit{, a ambos lados}$$

$$\frac{42.5x}{42.5} \leq \frac{622}{42.5} \qquad \textit{simplificando}$$

$$x \leq 14.6$$

4) **Reflexión sobre la situación obtenida**

Como ya conocemos el número de cajas entonces procedemos a comprobar reemplazando nuestro valor obtenido:

$128 + 42.5x \leq 750$ Sustituimos $x = 14.6$

$$128 + 42.5(14.6) \leq 750$$

$$128 + 620.5 \leq 750$$

$$748.5 \leq 750$$

5) **Redacción de la respuesta:**

Por tanto, Millie puede transportar hasta 14 cajas en el bote ya que las cajas se representan pro números enteros.

Aplicación de desigualdades con valor absoluto

Ejemplo ***La parte correcta*** Se especifica que una parte exacta de un motor pequeño tiene un diámetro de 0.623 cm. Para que la parte encaje correctamente, su diámetro debe estar a 0.005 cm del diámetro especificado. Escriba una desigualdad con valor absoluto que tenga como soluciones todos los diámetros posibles de las partes que encajarán. Resuelva la desigualdad para determinar esos diámetros.

Solución

1) Compresión de problema:

Conozco: El diámetro exacto del motor que es de 0.623 cm y lo que debe de estar del diámetro especificado 0.005 cm.

Desconozco: Los diámetros posibles que encajaran en el motor.

2) Plan de actuación:

Sea x los diámetros posibles de las partes que encajaran en el motor.

Los diámetros menos el diámetro exacto que es de 0.623 cm, tendrá que ser menor o igual a 0.005 cm del diámetro especificado, entonces tenemos:

Los diámetros posibles − El diámetro especificado ≤ 0.005

Sabemos que el diámetro especificado es de 0.623 cm, representaremos la desigualdad en valor absoluto.

$$|x - 0.623| \leq 0.005$$

3) Llevar a cabo el plan de acción:

Resolvemos la desigualdad para determinar los diámetros:

$|x - 0.623| \leq 0.005$ por definición de valor absoluto tenemos que:

$$-0.005 \leq x - 0.623 \quad \text{y} \quad x - 0.623 \leq 0.005$$

Resolviendo ambas desigualdades, aplicamos la definición de valor absoluto.

$-0.005 \leq x - 0.623$ ***transponiendo términos***

$-0.005 + 0.623 \leq x$ ***reduciendo***

$0.618 \leq x$

$x - 0.623 \leq 0.005$ ***transponiendo términos***

$x \leq 0.005 + 0.623$ ***reduciendo***

$x \leq 0.6$

4) **Reflexión sobre la situación obtenida:**

Sabes que los valores de x están en un intervalo de $[0.618, 0628]$, tomaremos un valor intermedio a este intervalo, tomamos $x = 0.622$, reemplazamos este valor en la desigualdad:

$$|x - 0.623| \leq 0.005$$

$$|0.622 - 0.623| \leq 0.005$$

$$|-0.001| \leq 0.005$$

$$0.001 \leq 0.005$$

5) **Redacción de la respuesta:**

Por tanto, los diámetros que encajaran deben de ser mayores o iguales a 0.618 cm y menores o iguales a 0.628 cm.

Aplicación de desigualdades Cuadráticas

Ejemplo Una decoradora diseña y vende lámparas para muros y puede vender a $75 (dólares) cada una, todas la que pueda producir. Si fabrica x lámparas cada día, entonces el importe de costo diario total de producción es $x^2 + 25x + 96$. ¿Cuántas lámparas deben producir cada día para obtener una utilidad garantiza?

Solución

1) **Compresión de problema:**

Conozco: El valor de cada lámpara que es de $75 (dólares) y el importe de costo que está dado por $x^2 + 25x + 96$.

Desconozco: La cantidad de lámparas que deben producirse cada día.

2) **Plan de actuación:**

Sea x la cantidad de lámparas.

El monto del ingreso diario percibido de la vente de x lámparas es $75x$. Si ***P*** es la utilidad diaria por la venta de x objetos, entonces, puesto que la utilidad e igual a (ingresos) menos (costos), se obtiene;

$$P = 75x - (x^2 + 25x + 96)$$

3) Llevar a cabo el plan de actuación:

$P = 75x - (x^2 + 25x + 96)$ resolviendo

$P = 75x - x^2 - 25x - 96$ reduciendo términos semejantes

$$P = -x^2 + 50x - 96$$

Para que la decoradora asegure una utilidad, $P > 0$, entonces;

$-x^2 + 50x - 96 > 0$ multiplicando por -1, el signo de desigualdad cambia

$x^2 - 50x + 96 < 0$ factorizando

$$(x-2)(x-48) < 0$$

Puesto x es el número de lámparas, el conjunto solución está restringido a valores no negativos de x. Los valores que hacer cero el producto son $x = 2\ y\ x = 48$, por tanto, estos números dividen a la zona no negativa de la recta de números reales en los siguientes intervalo.

$$[0,2)(2,48) \quad (48,\infty)$$

La siguiente tabla muestra un resumen de los resultados que se obtiene al seleccionar un nuero de prueba en cada uno de los tres intervalos, para determinar el signo de $(x-2)(x-48)$ en cada uno de ellos.

Intervalos	$[0,2)$ Para $x = 1$	$(2,48)$ Para $x = 3$	$(48,\infty)$ Para $x = 49$
Signo para $(x-2)$	$-$	$+$	$+$
Signo para $(x-48)$	$-$	$-$	$+$
Signo para $(x-2)(x-48)$	$+$	$-$	$+$

Como el producto tiene que ser menor que cero, entonces el conjunto solución de la desigualdad es el intervalo $(2, 48)$

4) Reflexión sobre la situación obtenida:

Sabemos que x está en intervalo de $(2, 48)$, tomamos un valor que este entre este intervalo, tomemos $x = 23$, reemplazamos este valor en la desigualdad:

$$x^2 - 50x + 96 < 0$$

$$(23)^2 - 50(23) + 96 < 0$$

$$-525 < 0$$

5) Redacción de la respuesta:

Por tanto, para que la decoradora asegure una utilidad, el número de lámparas producidas y vendidas diariamente tiene que ser mayor de 2 y menor que 48.

a) Actividades Finales:

Hacer un breve resumen de lo impartido en la clase y aclarar dudas que presenten los estudiantes acerca del contenido.

c) Orientación del Trabajo Independiente:

Resuelva los siguientes problemas de aplicación, aplicando los conocimientos previos de desigualdades.

1) ***Costo de líneas de bolos.*** En el boliche Corbin en Tarzona, California, cuesta \$2.50 rentar zapatos para boliche y cuesta \$4.00 cada juego jugado.
   a) Escriba una desigualdad que pueda usarse para determinar el número *máximo* que Ricky Olson puede jugar a los bolos, si solo tiene \$20. **R:** $2.50 + 4.00\text{g} \leq 20$.
   b) Determine el número máximo de juegos que puede jugar Ricky. **R:** 4.

2) ***Anualidad.*** Para que un negocio logre una anualidad, su ingreso, ***R***, debe ser mayor que su costo, ***C***. Se obtendrá una anualidad cuando $\boldsymbol{R} > \boldsymbol{C}$ (el punto de equilibrio de la compañía es cuando $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{C}$). Una compañía que produce naipes tiene una ecuación de costo semanal de $C = 1125 + 1.7x$ y una

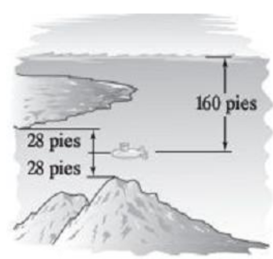
ecuación de ingreso semanal de $R = 4.2x$, donde x es el número de mazos de naipes producidos y vendidos en una semana. ¿Cuántos mazos de naipes deben producirse y venderse en una semana para que la compañía tenga una utilidad? ***R***:*610 mazos de naipes por semana.*

3) ***Producción de lámparas.*** Un fabricante de lámparas vende exclusivamente a mayorista en su sala de exhibición. Los gastos generales, incluyen salarios, costo de planta y renta de la sala, son de $6000. Si cada lámpara se vende $168 y su material utilizado en su producción cuesta $44, ¿Cuántas lámparas se deberán producirse y vender cada semana para que el fabricante obtenga utilidades? ***R***: *por lo menos 49 lámparas.*

4) ***Grosor de un vidrio.*** Idealmente, ciertos tipos de vidrios fabricados por la industria **PPG** tendrán un grosor de 0.089 pulgadas. Sim embrago, debido a las limitaciones en el proceso de fabricación, se permite que el grosor varié con respecto al grosor ideal hasta en 0.004 pulgadas. Si t representa el grosor real del vidrio, entonces el rango del grosor permitido puede representarse por medio de la desigualdad $|t - 0.089| \leq 0.004$.

   a) Resuelva la desigualdad para t (utilice la notación de intervalo). ***R***=$[0.085, 0.093]$
   b) ¿Cuál es el grosor más pequeño permitido para el vidrio? ***R***: 0.085
   c) ¿Cuál es el mayor grosor permitido por el vidrio? ***R***: 0.093

5) ***Profundidad de un submarino.*** Un submarino está a 160 pies por debajo del nivel del mar, y tiene una formación rocosa arriba y debajo de él por lo que no debe cambiar su profundidad en más de 28 pies. Su distancia por debajo del nivel del mar, d, puede escribirse por medio de la siguiente desigualdad $|d - 160| \leq 28$.



   a) Resuelva la desigualdad para d. Escribir la respuesta en notación de intervalo. ***R***=$[132, 188]$

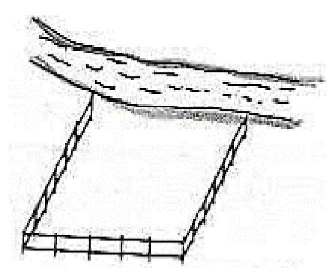
b) ¿Entre que distancias verticales medidas con respecto al nivel del mar, puede moverse el submarino? ***R***: *Entre 132 a 188 pies con respecto al nivel del mar.*

6) ***Temperatura corporal.*** La temperatura "normal" del cuerpo humano es de $98.6\,°\mathrm{F}$. Si una temperatura x que difiere de la normal por lo menso $1.5\,°\mathrm{F}$ es considerada no sana, escriba la condición para una temperatura no sana x como una desigualdad que involucre valor absoluto, y resuelva para x. ***R***:$97.1 \leq x \quad o \quad x \leq 100.1$

7) ***Jardín de flores.*** Un arriate debe ser dos veces más largo que ancho. Si el área cercada debe ser mayor que 98 m^2, ¿qué se puede concluir sobre el ancho del arriate? ***R***:$x > 7$

8) ***Producción de pesas.*** Una empresa puede vender a un precio de $100 la unidad, todas las pesas que pueda producir. Si x unidades es la producción diaria, el importe del costo total de la producción de un día es $x^2 + 20x + 700$. ¿Cuántas unidades deben producirse diariamente para que la empresa obtenga utilidades? ***R***: *Más de 10 y Menos de 70.*

9) ***Dimensiones de un campo*.** Se desea cercar un campo rectangular situado a la ribera de un rio; no se requiere verja en el lado de la corriente. El material para cercar cuesta $8 (dólares) por pie lineal para los dos tramos laterales y $16 por pie lineal para el lado paralelo al rio. Si el área del campo es de 12,000 pie^2 y el costo de la cerca no debe exceder de $3,520, ¿Cuáles son las restricciones sobre las dimensiones del campo? ***R***: $\frac{88}{3} \geq x \leq \frac{176}{5}$; $100 \leq y \leq 120.$



V. MEDIOS O RECURSOS NECESARIOS:

Pizarra, marcadores, borrador, asistencia, lista de cotejo, documentos de apoyo, planes de clases, microprogramación, plan calendario, participación activa por parte de los estudiantes, internet.

VI. EVALUACION DE LOS APRENDIZAJES (Criterios y Evidencias)

CRITERIOS	EVIDENCIAS
➢ Resuelve Aplicaciones de Desigualdades	➢ Reportes de guías de trabajo. ➢ Lista de participación en clases prácticas.

VII. CONCLUSIONES

Realizar aclaraciones sobre las dificultades que presentes los estudiantes con respecto a lo impartido en clase.

VIII. RECOMENDACIONES

Orientar al grupo de clases el trabajo asignado, las definiciones que tendrán que aplicar y métodos a seguir.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Algebra y trigonometría con geometría analítica, Louis Leithold.
- ✓ Precálculo Cuarta edición, Michael Sullivan.
- ✓ Algebra intermedia Séptima edición, Allen G. Ángel.
- ✓ Algebra y trigonometría con geometría analítica Tercera edición, Dennis G.

VIII. CONCLUSIONES

Luego de realizar el análisis e interpretar los datos obtenidos hemos llegado a las siguientes conclusiones:

Mediante los instrumentos utilizados se descubrió que la Unidad en que presentaban mayor dificultad los estudiantes que cursaron el Componente de Matemática Básica en su primer año de estudio en la Carrera Matemática Educativa y Computación (período 2013-2017) corresponde a la Unidad II: "Álgebra". Cumpliéndose, de esta manera nuestra Hipótesis. A su vez, se recopiló información primaria acerca de aquellos aspectos del proceso educativo que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, los cuales son: metodología, atención por los contenidos, poco gusto por las matemáticas, falta de la comprensión de los diferentes temas que se imparten en el Componente.

- ✓ La presente investigación nos permitió observar que los estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación tienen mayor dificultad en la Unidad de Álgebra correspondiente al Componente de Matemática Básica.

- ✓ La falta de conocimientos previos por parte de los estudiantes se debe, en cierta manera, a que son procedentes de zonas rurales en donde carecen de recursos bibliográficos para complementar el estudio de las Matemáticas.

- ✓ Como una alternativa de solución al problema de investigación, se elaboró la Propuesta Metodológica referida a la Unidad de Álgebra correspondiente al Componente de Matemática Básica. Se espera que esta propuesta ayude a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Componente.

VIII. RECOMENDACIONES

A Docentes del Departamento de Matemática Educativa y Computación:

- Realizar un diagnóstico sobre los conocimientos básicos de matemáticas elementales que tienen los estudiantes al ingresar al primer año de la carrera.
- Presentar a los estudiantes los contenidos a impartir durante todo el curso de la unidad de Álgebra, además, mejorar las relación y comunicación con los estudiantes.
- Pedir a los estudiantes que comuniquen no solo por escrito, sino también por dibujos, artefactos y acciones, sus resoluciones de problemas, de esta manera crear un ambiente libre de amenazas.
- Motivar a los alumnos a no utilizar las calculadoras y explicar la importancia que tiene la ejecución manual de las operaciones, enfatizando que en la mayoría de los problemas la utilizarán, esta propuesta es una forma de ejercitar el cerebro, 15 a 20 minutos diarios.
- Enseñar a los estudiantes a plantear problemas en donde ellos mismos sean los que den la solución al problema planteado, es fundamental que los estudiantes conceptualicen que una de las funciones básicas de los profesionistas no sólo es diagnosticar problemas sino también dar la solución a estos en forma objetiva, aplicativa e inferencial.

A Estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación:

- Sugerir a los docentes que compartan los logros de aprendizaje que se esperan obtener.
- Estar en constante retroalimentación de los contenidos impartidos por los docentes en el componente.
- Solicitar al docente que imparte el Componente de Matemática Básica que les brinde los contenidos a impartir durante todo el curso de la Unidad de Álgebra.

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ¿Para qué planificar las clases?. http://www.saladeprofes.cl/se-dice/574-ipara-que-planificar-las-clases.html
- 2003, Vol. 1, No. 2 http://www.ice.deusto.es/rinace/reice/vol1n2/Edel.pdf
- ABC COLOR. Componentes de la planificación. 16 de Mayo de 2008 00:00. "La Planificación Educativa (Final)".
- Bellorín Umanzor, Wilder Josué. Romero Vidaurre, Alexander Omar. Curso Propedéutico de Cálculo para los estudiantes de primer año de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular, Curso 2013 de la FF CC EE Y HH. UNAN-León, Octubre 2014.
- Bibliografía. https://definicion.de/bibliografia/.
- Cardona Márquez, Manuel Antonio. Desarrollo del Pensamiento Algebraico en Alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Junio 2017.
- Cliford, A. (2010) *La maravilla de los números*. España: Robinbook, S.L. Colombia.
- Cronograma de trabajo- Los recursos humanos, institucionales, técnicos y económicos.
- Desarrollando el Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas- Tesista: Manuel Antonio Cardona Marquez- Director de la Tesis: Ms. C. María Magdalena Alvarado Soriano- Tegucigalpa M.D.C. junio de 2017.
- Díaz, E. (2005) *Enfoques de aprendizaje y niveles de comprensión*. Colombia: Universidad de Córdoba. Direccion.rlp@konradlorenz.edu.co Fundación Universitaria Konrad Lorenz-
- Donoso, S. Gonzalo, D. Arias, O. Iniciativas de Retención de Estudiantes en Educación Superior.
- Evaluación y Desarrollo del razonamiento Algebraico Elemental en Maestros en Formación - Lilia P. Aké Tec Tesis doctoral Dirigida por: Juan

D. Godino- Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada –2013. file:///C:/Users/Carlos/Downloads/Nueva%20carpeta/Componentes%20de%20la%20planificaci%C3%B3n%20-%20Articulos%20-%20ABC%20Color.html.

- file:///C:/Users/Carlos/Downloads/Nueva%20carpeta/Estrategias%20de%20aprendizaje,tipos%20de%20estrategias%20de%20aprendizaje.html.- Estrategias de Aprendizaje.

- George Polya (1965). Cómo plantear y resolver problemas [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp.
- González, D. Díaz, Y. La importancia de promover en el aula estrategias de aprendizaje para elevar el nivel académico en los estudiantes de Psicología –Centro Universitario José Martí Pérez, Cuba.
- Guzmán, A. (2012*) Pasos para la resolución de problemas*. México, DF, México: Plaza y Valdés, S.A.
- http://es.wikihow.com/reclutar-estudiantes
- http://www.comunidadunete.net/index.php/aula-de-medios/guias-para-hacer-un-plan-de-clase/63-guia-didactica-1-el-plan-de-clase- Qué es y cómo se hace un Plan de Clase.

- Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI, presidia por Jacques Delors –La Educación encierra un tesoro, Santillana EDICIONES UNESCO.
- La Importancia de las Matemáticas en el Desarrollo Cognitivo- Ensayo Sobre La Educación Superior Dr. Emilio Arch Tirado- Universidad Tecnológica de México
- La Importancia del Álgebra en la Educación 06/15/2015- Internet.
- Lorena Guido, Martha, Msc. María Elena Martínez, Msc. Melania del Socorro Muñoz, Msc. Orientaciones Metodológicas para la Planificación, Monitoreo, Evaluación y Mejora de la Docencia. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN-León). León, febrero 2007.

- Matemática Básica. Plan 2011. Mejora por el colectivo en el 2015. UNAN-León.

- Miller, V. (2006) *Razonamiento y aplicaciones*. México, S.A.: Pearson Matemático.
- Pérez, A. (2006) *Propuestas pedagógicas para la enseñanza de la matemática.* España: Hurope, S.L.
- Preparar a cada alumno para el siglo XXI Latin American Spanish Version.
- Reglamento del sistema de Créditos Académicos- Unan-León. Capítulo II: artos 2,3 y 5.

- REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación.
- Revista Latinoamericana de Psicología ISSN: 0120-0534
- Sitio web de la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Camaguey.
- Taha, H. (2007) *Investigación de operacione*s. México: Pearson educación.
- Una Estrategia para Aumentar la Retención de los Estudiantes- Gómez, A. Unidad de Proyectos Académicos Proyecto Programa de Mejoramiento Académico – Sarmiento, A. Vicerrectoría Académica- Institución Universitaria Antonio José Camacho Santiago de Cali – Valle del Cauca enero 2010.

X. ANEXOS

10.1. Encuesta Aplicada a Estudiantes

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua

UNAN-León

Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades

Encuesta aplicada a estudiantes de la Carrera Matemática Educativa y Computación, curso 2017

Estimado estudiante:

Somos estudiantes de 5^{t0} año de la Carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular, Curso 2017, y estamos realizando el proceso diagnóstico de nuestra monografía que hemos titulado: “**Diagnóstico sobre las dificultades que presentaban los estudiantes en las unidades del componente de Matemática Básica en el Primer Semestre de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, Modalidad Regular”,** con el objetivo de encontrar la Unidad Didáctica que presenta mayores dificultades de comprensión, para lo cual necesitamos de su valiosa ayuda.

Les agradecemos de antemano su valiosa colaboración y sus más sinceras respuestas.

Datos generales

1. Sexo: M_____ F_____
2. Edad en años cumplidos: _____
3. Año que cursa: _____
4. Institución Académica (secundaria): Público_____ Privado____ Otro_____
5. Zona de ubicación del colegio: Urbana_____ Rural_____

Datos específicos

Marque con una X la opción de su preferencia en cada una de las unidades.

1) Al recibir el componente de Matemática Básica ¿Aprobó cada una de sus unidades?

Unidad	Aprobada
I. Lógica y Conjuntos	
II. Álgebra	
III. Funciones	

2) El nivel de dificultad que tuvo en cada una de las unidades del componente Matemática Básica fue:

Unidad	Mucha	Poca	Ninguna
I. Lógica y Conjuntos			
II. Álgebra			
III. Funciones			

3) La metodología que utilizaron los docentes al impartir el Componente de Matemática Básica fue:

Unidad	Excelente	Muy buena	Buena	Regular	Deficiente
I. Lógica y Conjuntos					
II. Álgebra					
III. Funciones					

4) Marque con una X el nivel de dominio que tiene en cada uno de los siguientes tópicos:

Nombre de la unidad	Tema	Nivel de dominio				
		Excelente	Muy buena	Buena	Regular	Deficiente
Lógica y Conjuntos	Conceptualización de Proposiciones y Tipos.					
	Tablas de Verdad					
	Proposiciones Lógicamente Equivalentes					
	Argumentos					
	Enunciados Abiertos (Predicados)					
	Cuantificadores					
	Representación Simbólica de Predicados					
	Conjuntos y Elementos					
	Cardinalidad y Tipos de Conjuntos					
	Operaciones con Conjuntos					
	Diagramas de Venn-Euler					
	Leyes del Álgebra de Conjuntos					
	Técnicas de conteo con dos y tres conjuntos					
Álgebra	Ecuaciones Lineales					
	Ecuaciones Cuadráticas					
	Ecuaciones con Valor Absoluto					
	Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos y tres variables					
	Sistemas Formados por una Ecuación Lineal y una Cuadrática					
	Aplicación de Ecuaciones Lineales y cuadráticas					

	Aplicación de Sistemas de Ecuaciones					
	Desigualdades lineales.					
	Desigualdades Simultáneas					
	Desigualdades con valor absoluto					
	Desigualdades Cuadráticas					
	Aplicación de Desigualdades					
Funciones	Concepto de función, Dominio y Rango					
	Gráfica de una Función					
	Operaciones con Funciones					
	Funciones constante					
	Función Lineal					
	Funciones Seccionadas					
	Funciones Valor Absoluto					
	Funciones Raíz Cuadrada					
	Funciones Cuadráticas					
	Funciones Racionales					
	Funciones Exponenciales					
	Funciones Logarítmicas					
	Aplicaciones de funciones					

5) ¿Resolvió la mayoría de los ejercicios planteados por el maestro en cada una de las unidades del Componente de Matemática Básica?

Unidad	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
I. Lógica y Conjuntos				
II. Álgebra				
III. Funciones				

6) Los ejercicios planteados por el docente ¿seguían la secuencia de los contenidos impartidos en horas clases?

Unidad	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
I. Lógica y Conjuntos				
II. Álgebra				
III. Funciones				

7) ¿Le gusta el componente de Matemática Básica?

Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca

8) Los métodos de evaluación que utilizan los docentes al impartir el componente de Matemática Básica son adecuados para medir sus conocimientos.

Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca

9) Considera que los materiales didácticos que brindan los docentes son eficaces para ampliar sus conocimientos.

Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca

10.2. Encuesta Aplicada a Docentes

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua

UNAN-León

Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades

Encuesta aplicada a Docentes que imparte el Componente de Matemática Básica

Estimado Docente:

Somos estudiantes de 5^{t0} año de la carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular, curso 2017, y estamos realizando el proceso diagnóstico de nuestra monografía que hemos titulado: "**Diagnóstico sobre las dificultades que presentaban los estudiantes en las unidades del componente de Matemática Básica, en el primer semestre de la carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, Modalidad Regular",** con el objetivo de encontrar la Unidad Didáctica que presentan mayor dificultad de enseñanza y aprendizaje, para lo cual necesitamos de su valiosa ayuda.

Le agradecemos de antemano su valiosa colaboración y sus más sinceras respuestas.

Datos generales

6. Sexo: M_____ F_____
7. Edad: _____
8. Nivel Académico:
   - Profesor de Educación Media (PEM)___
   - Licenciado___
   - Máster___
   - Otro___

9. Tipo de docente: Planta__ Medio tiempo__ Cuarto de tiempo __ Horario __
10. Años laborales: ___

Datos específicos

Marque con una x (equis) la opción de su preferencia.

1. Años que ha impartido el Componente de Matemática Básica ______

2. En sus años de experiencia los factores que influyen en que muchos estudiantes reprueben el Componente de Matemática Básica son:
   a. Falta de conocimientos previos para el componente_____
   b. Falta de motivación en el componente______
   c. Baja calidad educativa______
   d. Falta de comprensión de los diferentes temas que se imparten en el componente______
   e. Poca disponibilidad de recursos______
   f. Dificultad de razonamiento______
   g. Falta de interés por parte del estudiante______

3. Según su experiencia laboral la Unidad en que los estudiantes presentan mayor dificultad es:
   a. Lógica _____
   b. Algebra _____
   c. Funciones _____

4. Cuentan con material didáctico, para impartir las clases por cada Unidad.
   a. Siempre ______
   b. Casi siempre ______
   c. A veces ______
   d. Nunca ______

5. Ha recibido capacitaciones sobre estrategias y recursos didácticos para enseñar los contenidos de cada Unidad del Componente Matemática Básica.
   a. Siempre ______
   b. Casi siempre ______
   c. A veces ______
   d. Nunca ______

6. Recibe modelos de planificación didáctica por parte de la Institución.
   a. Siempre _____
   b. Casi siempre _____
   c. A veces _____
   d. Nunca _____

7. Los métodos de evaluación que utiliza al impartir el Componente de Matemática Básica son adecuados para medir los conocimientos obtenidos de los estudiantes.
   a. Siempre _____
   b. Casi siempre _____
   c. A veces _____
   d. Nunca _____

8. El período de tiempo en que se imparten las clases del componente de Matemática Básica afecta el proceso de enseñanza - aprendizaje.
   a. Siempre _____
   b. Casi siempre _____
   c. A veces _____
   d. Nunca _____

10.3. Entrevista a Coordinadora

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua

UNAN-León

Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades

Entrevista aplicada a la Coordinadora del Componente de Matemática Básica

Estimada Coordinadora del Componente:

Somos estudiantes de 5^{t0} año de la carrera de Matemática Educativa y Computación, Modalidad Regular, Curso 2017, y estamos realizando el proceso diagnóstico de nuestra monografía que hemos titulado: "**Diagnóstico sobre las dificultades que presentaban los estudiantes en las unidades del componente de Matemática Básica, en el primer Semestre de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, Modalidad Regular",** con el objetivo de encontrar la Unidad Didáctica que presenta mayor dificultad en su enseñanza y aprendizaje, para lo cual necesitamos de su valiosa ayuda.

Les agradecemos de antemano su valiosa colaboración y sus más sinceras respuestas.

1. ¿Cuántos años lleva desempeñando el cargo de Coordinadora del Componente de Matemática?

2. Como Coordinadora del Componente de Matemática Básica ¿Cuál es la labor que desempeña?

3. ¿Qué objetivo persigue la Institución en el Primer Semestre de cada año lectivo al ofrecer el Componente de Matemática Básica?

4. ¿Cuáles son los parámetros que se toman en cuenta para la elaboración del material de apoyo en Matemática Básica?

5. ¿Se les facilita a los docentes modelos de planificación didáctica?

6. Valora el sistema de evaluación que se aplica en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

7. Como Coordinadora, ¿gestiona capacitaciones sobre estrategias y recursos didácticos para los docentes que imparten los contenidos de cada unidad?

8. ¿Cuál es el objetivo de estas capacitaciones?

9. Durante los años que ha laborado como Coordinadora del componente ¿en qué Unidad los estudiantes presentan mayor dificultad al cursar el Componente de Matemática Básica?

10. ¿Qué dificultades ha observado en los procesos de enseñanza-aprendizaje, que afectan el rendimiento académico de los estudiantes? ¿A qué se deben estas dificultades?

10.4. Micro-programación de Matemática Básica

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
SEMESTRE DE ESTUDIOS GENERALES

PLAN 2011

MATEMÁTICA BÁSICA

ELABORADO POR: MSC. FELIPE CAMPOS ALVAREZ
MSC. LUISA MERCEDES BARRERA DELGADO

Revisado por Comisión Curricular _________________ _________________
Fecha Firma

Dictamen favorable por VRA _________________ _________________
Fecha Firma

Aprobado por el Consejo de Facultad_________________ _________________
Fecha Firma

León, Nicaragua Abril 2013

“A LA LIBERTAD POR LA UNIVERSIDAD”

1. INFORMACIÓN ADMINISTRATIVA

1.1 Nombre del Componente Curricular: MATEMÁTICA BÁSICA

1.2 Área del currículo a que pertenece: Cognoscitiva (Formación General)

1.3 Tipo de Curso: Obligatorio

1.4 Departamento que lo ofrece: Matemática y Estadística.

1.5 Código:

1.6 Número de horas presenciales a la semana: 4

1.7 No. de Créditos Académicos: 4

Horas presenciales (al semestre)		Horas no presenciales (al semestre)		Total de horas al semestre	Créditos	Créditos ajustados
Teóricas	Prácticas	Teóricas	Prácticas			
38	22	76	44	180	4	4

2. ESTRUCTURA DEL COMPONENTE

2.1 INTRODUCCIÓN

El Componente Curricular MATEMÁTICA BÁSICA, brindará al estudiante del Semestre de Estudios Generales de las carreras de la modalidad diurna de la UNAN-León, las herramientas elementales que le permitan resolver problemas matemáticos fundamentales aplicando la lógica, teoría de conjuntos, álgebra y funciones. Además, le facilitará la comprensión de los contenidos de los componentes curriculares: Estadística Introductoria y Cálculo I, si la carrera de su elección los contempla.

También este componente curricular contribuirá a que el estudiante desarrolle habilidades de cálculo y una cierta madurez formal que le permita razonar acerca de hechos de distinta naturaleza: económica, empresarial, biológica, social, etc.

2.2 COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Aplica el razonamiento lógico matemático, la Teoría de Conjuntos a situaciones sencillas en diversos contextos, para el entendimiento y apropiación de la asignatura, a través de diferentes algoritmos.

- Formula y resuelve problemas algebraicos para graficar la resolución de los problemas contextualizados, para reconocer la utilidad de las aplicaciones relacionadas con la vida real, a través de propiedades, técnicas y procedimientos apropiados y haciendo uso del lenguaje simbólico.

- Presenta de forma ordenada los cálculos numéricos y gráficos de las funciones para la resolución de problemas en diversos contextos, a través del análisis e identificación de las diferentes funciones.

2.3 PLANIFICACIÓN DE LA COMPETENCIA

COMPETENCIA	CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	Evaluación.	
				Criterios	Evidencias
Aplica el razonamiento lógico matemático, la teoría de conjunto a situaciones sencillas en diversos contextos de la vida real.	Enunciados y valor de verdad. Proposiciones Simples y Compuestas. Tablas de Verdad Proposiciones lógicamente equivalentes. Argumentos. Enunciados abiertos (Predicados) y Cuantificadores. Representación Simbólica de Predicados. Conjuntos y elementos. Cardinalidad y tipos de conjuntos. Operaciones con conjuntos. Diagramas de Venn. Leyes del Álgebra de Conjuntos y Técnicas de Conteo.	Razonamiento lógico. Traducción al lenguaje simbólico. Utilización del lenguaje gráfico. Resolución de Problemas. Aplicación de la teoría a la práctica Analiza los problemas planeados y aplica las operaciones de conjunto.	Valora la importancia de la lógica en el uso correcto del lenguaje. Valora la importancia y la utilidad de los conjuntos en diversos contextos (en particular en Estadística) Participa activamente en el trabajo de equipo. Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.	Escribe enunciados y valor de verdad. Realiza proposiciones simples y compuestas Construye tablas de verdad. Dibuja los gráficos respectivos en el trabajo individual y grupal. Realiza operaciones de conjuntos Aplica las leyes de algebra en los diferentes ejercicios orientados. Realiza soluciones de ejercicios aplicando la técnica de conteo.	Prueba escrita individual con ejercicios. Examen parcial con soluciones de problemas y ejercicios. Lista de cotejo sobre Práctica ejercicios en la pizarra. Lista de cotejo sobre Realización de ejercicios individuales orientados en clases, Lista de cotejos actitudinales. Trabajos grupales orientados.

2.3 PLANIFICACIÓN DE LA COMPETENCIA

COMPETENCIA	CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	Evaluación.	
				Criterios	Evidencias
Formula, resuelve problema, haciendo uso del lenguaje simbólico algebraico, graficando la resolución de problemas contextualizados	Ecuaciones Lineales, Cuadráticas y con valor absoluto. Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos y tres variables. Sistemas formados por una Ecuación Lineal y una Cuadrática. Aplicaciones de Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones. Desigualdades Lineales, simultáneas, con valor absoluto y Cuadráticas. Aplicaciones de Desigualdades.	Empleo correcto del lenguaje simbólico y algebraico. Utilización de métodos de resolución de ecuaciones, sistemas de ecuaciones y desigualdades. Resolución de Problemas Aplicación de la teoría a la práctica. Analiza los diferentes sistemas de ecuaciones.	Valora la importancia de las ecuaciones, sistemas de ecuaciones y desigualdades en la modelización de problemas. Participa activamente en el trabajo de equipo. Reflexiona críticamente sobre los procedimientos matemáticos empleados al resolver problemas Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.	Resuelve ecuaciones lineales, cuadráticas y con valor absoluto, Dibuja los gráficos respectivos en el trabajo individual y grupal. Resuelve ejercicios de desigualdades lineales, simultáneas, con valor absoluto y Cuadráticas. Resuelve Aplicaciones de Desigualdades	Prueba escrita individual con ejercicios. Examen parcial con soluciones de problemas y ejercicios. Guía o Lista de Cotejo Sobre Práctica ejercicios en la pizarra. Guía o Lista de Cotejo Sobre Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases, Lista de cotejos actitudinales. Trabajos grupales orientados.

2.3 PLANIFICACIÓN DE LA COMPETENCIA

COMPETENCIA	CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	Evaluación	
				Criterios	Evidencias
Presenta de forma ordenadas los cálculos numéricos y gráficos de las funciones en la resolución de problemas en diversos contextos	Concepto de Función, Dominio y Rango. Gráfica de una Función. Operaciones con Funciones. Funciones constantes, lineales, Seccionadas, Valor Absoluto, Raíz Cuadrada, Cuadráticas, Racionales, Exponenciales y Logarítmicas. Ecuaciones Exponenciales, Ecuaciones Logarítmicas y Aplicaciones.	Identificación de funciones por sus propiedades. Utilización del lenguaje gráfico. Resolución de Problemas Aplicación de la teoría a la práctica.	Valora la importancia y la utilidad de las funciones en el estudio y comportamiento de diversos fenómenos reales. Participa activamente en el trabajo de equipo. Reflexiona críticamente sobre los procedimientos matemáticos empleados al resolver problemas Muestra iniciativa, creatividad, disciplina, responsabilidad, honestidad y buenas relaciones humanas en la realización de actividades de aprendizaje.	Encuentra dominio y rango de una función Dibuja los gráficos de funciones respectivos en el trabajo individual y grupal. Realiza operaciones Funciones constantes, lineales, Seccionadas, Valor Absoluto, Raíz Cuadrada, Cuadráticas, Racionales, Exponenciales y Logarítmicas en trabajo individual y grupal.	Prueba escrita individual con ejercicios. Examen parcial con soluciones de problemas y ejercicios. Guía o Lista de Cotejo Sobre Práctica ejercicios en la pizarra. Guía o Lista de Cotejo Sobre Realización de ejercicios individuales y grupales orientados en clases, Lista de cotejos actitudinales. Trabajos grupales orientados.

2.4. DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO POR COMPETENCIA

UNIDAD	Tiempo Asignado		
	Teóricas	Practica	Total
Unidad I. Lógica y Conjuntos	12	6	18 h
Unidad II. Algebra	12	8	20 h
Unidad III. Funciones	14	8	22 h
TOTAL	38	22	60 h

2.5 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE.

Al iniciar cada actividad se hace una breve introducción del tema haciendo énfasis en la importancia de cada uno de los contenidos a desarrollar, se indaga los conocimientos previos mediante lluvia de ideas, se genera discusión sobre el tema a desarrollar que permita al estudiante apropiarse de los nuevos conocimientos, así mismo preguntas de control del tema anterior y durante el desarrollo y al final sobre el tema que se está desarrollando.

El docente mediante ejemplos ilustra pasos a seguir para la resolución de ejercicios y problemas con la participación conjunta de los estudiantes, se promueve la participación activa en el aula en la resolución de ejercicios propuestos en el plan de clase de forma grupal e individual fin que puedan exponerlo utilizando cualquier medio de apoyo (paleógrafo, etc.), y de esta forma aclarar las dudas o dificultades encontradas en el desarrollo de la misma.

Él docente orienta leer o investigar el tema abordarse de la siguiente actividad utilizando las bibliografías recomendadas.

2.6 EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

Al iniciar el Curso se realizará una evaluación diagnóstica para conocer el nivel de conocimientos previos de los estudiantes. Con la información recabada se harán los ajustes necesarios en la planificación docente.

La evaluación formativa se hará mediante pruebas cortas, trabajos en grupo, asistencia y participación en actividades específicas.

La evaluación sumativa se hará mediante pruebas parciales, elaboración y presentación de trabajos escritos.

Se harán tres evaluaciones parciales, el examen parcial tendrá una ponderación del 40%, 50% para las evaluaciones sistemáticas (30% trabajos grupales y 20% pruebas cortas) y 10% actitudes y valores. La nota final del componente será el promedio de las tres evaluaciones parciales.

Para evaluar actitudes y valores hay una lista de cotejo con los criterios establecidos entre otros: puntualidad y asistencia en la clase, entrega en tiempo y forma de los trabajos orientados, participación activa en clase y trabajos de grupo, compañerismo.

2.7 BIBLIOGRAFÍA.

TEXTO BÁSICO:

Zill, D. G. yDewar J. M. 2000.*Álgebra y Trigonometría*. Segunda Edición. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Editorial McGraw-Hill Interamericana S. A.

TEXTOS COMPLEMENTARIOS:

Swokowski, E. W. y Cole, J. A. 2002. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* Décima Edición. México, México: Editorial Thomson Learning.

Arya, J. C. y Lardner, R. W. 1992. *Matemáticas Aplicadas a la Administración, Economía, Ciencias Biológicas y Sociales*. Tercera Edición. México, México. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.

Suppes, P. y Hill, S. 1982. *Introducción a la Lógica Matemática*. Barcelona, España. Editorial Reverté.

10.5. Gráficas de Resultados

A continuación, se presentan los gráficos de los datos que se consideran más significativos, con el objetivo de que sean más notorias las conclusiones.

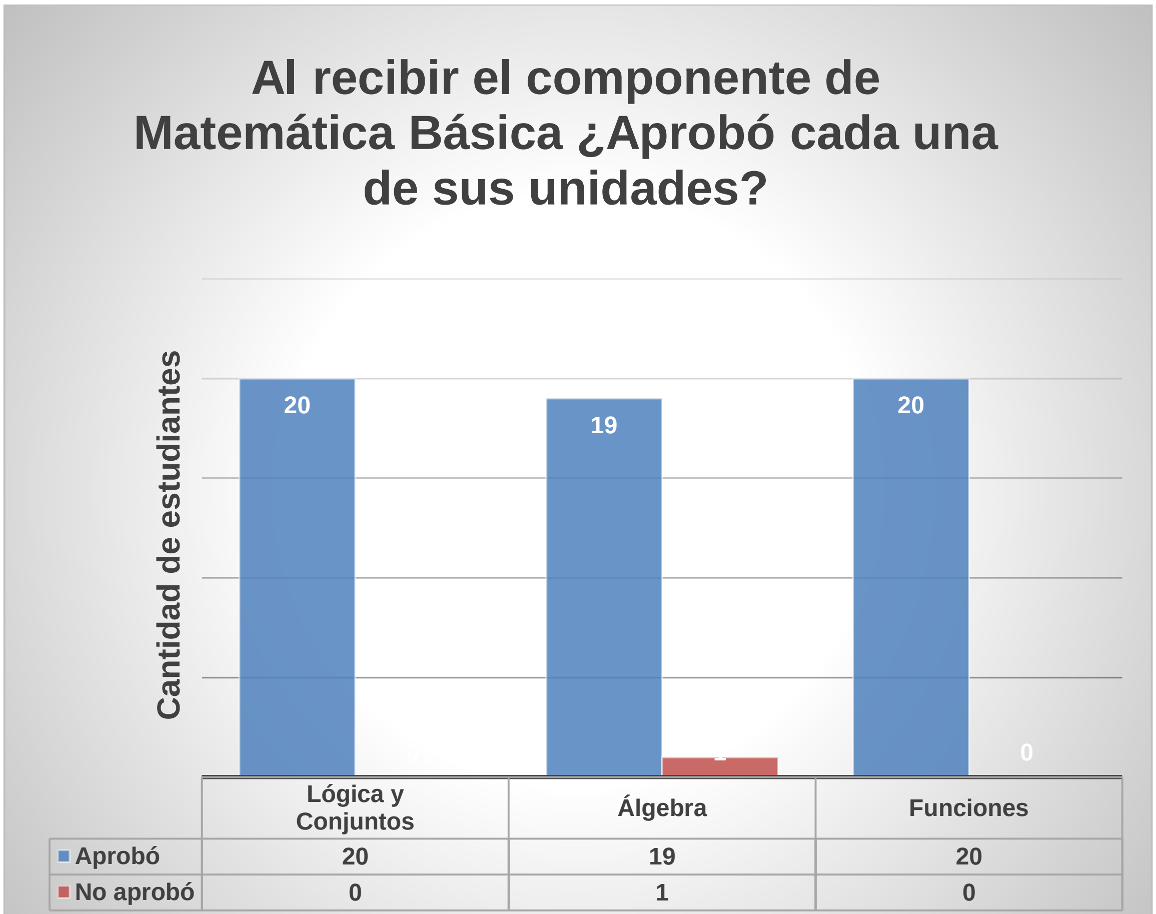
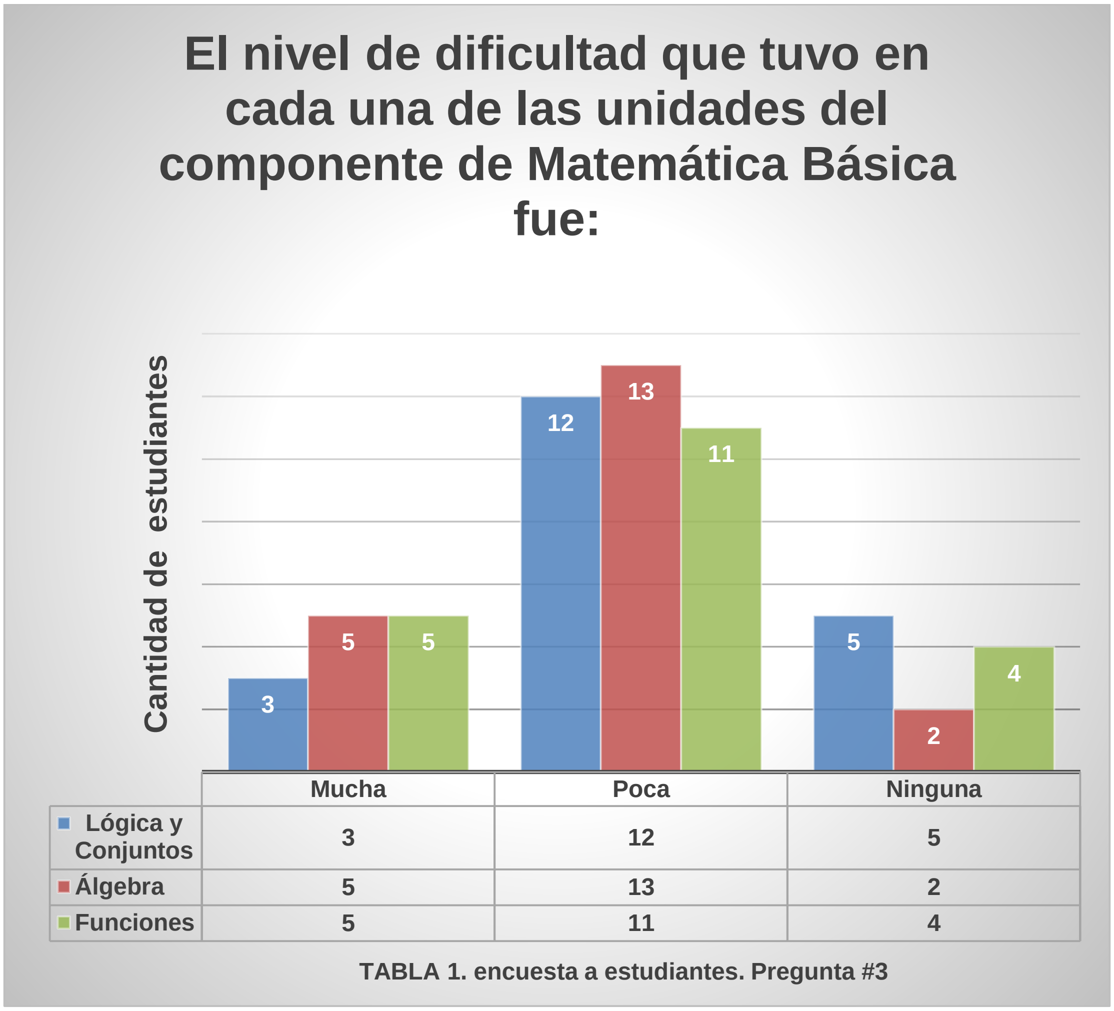


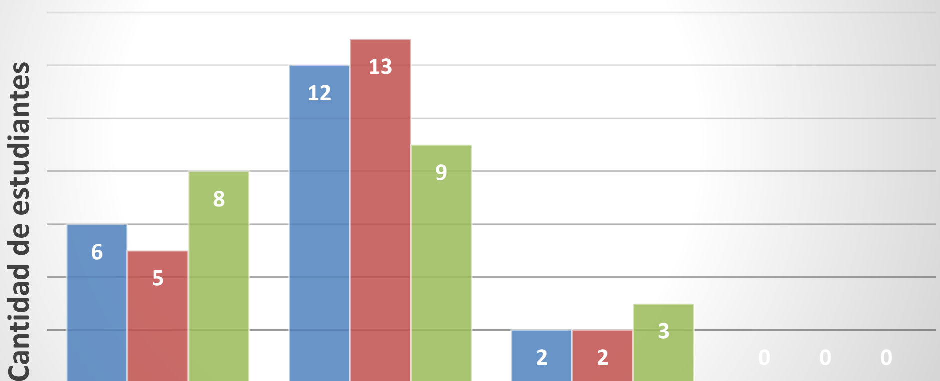
Tabla 1. ENCUESTA APLICADA A ESTUDIANTES. Pregunta #1



	Mucha	Poca	Ninguna
Lógica y Conjuntos	3	12	5
Álgebra	5	13	2
Funciones	5	11	4

TABLA 1. encuesta a estudiantes. Pregunta #3

¿Resolvió la mayoría de los ejercicios planteados por el maestro en cada una de las unidades del Componente de Matemática Básica?



	Siempre	Casi Siempre	A veces	Nunca
Logica y Conjuntos	6	12	2	0
Álgebra	5	13	2	0
Funciones	8	9	3	0

Tabla 1. Encuesta a estudiantes. Pregunta #4

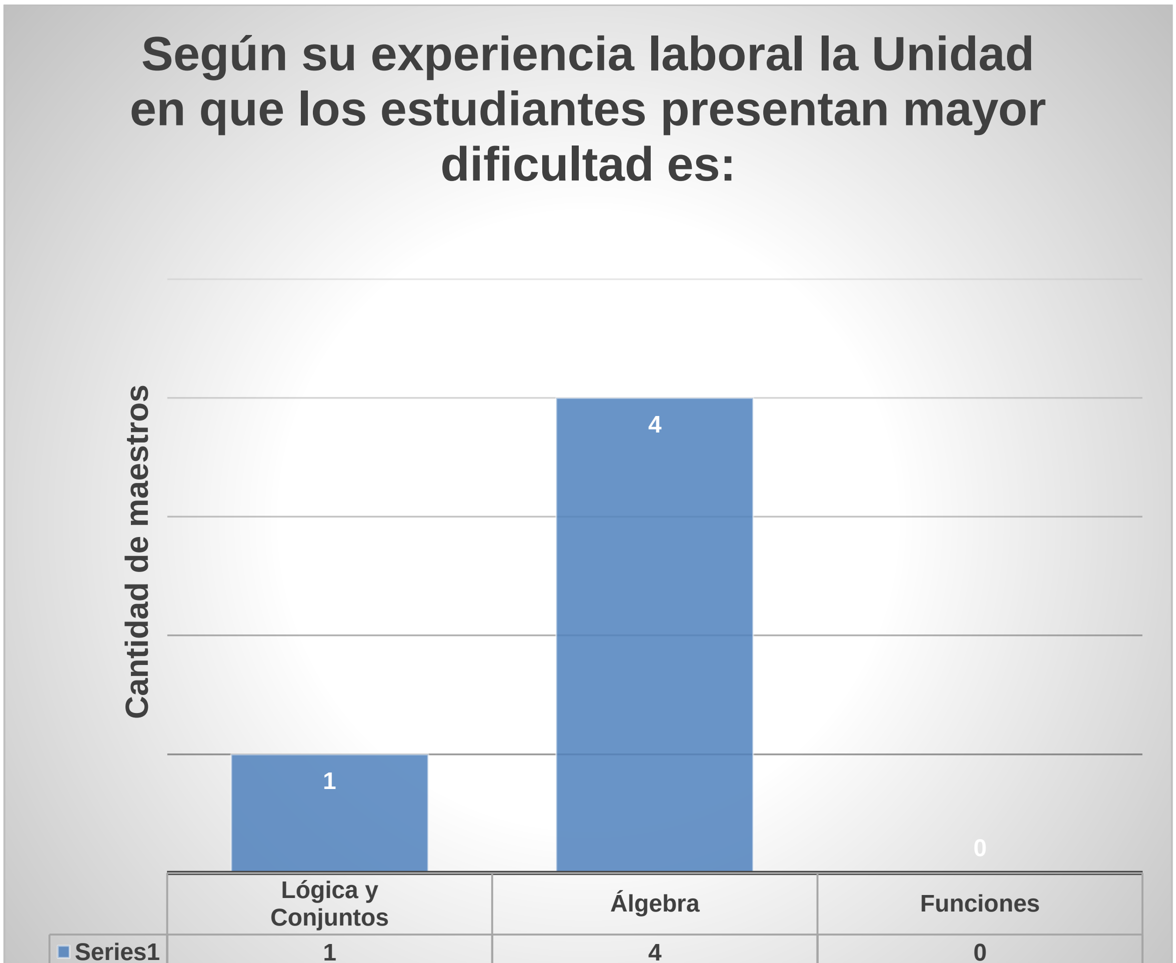


Tabla 2. Encuesta a Docentes. PREGUNTA # 3