

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA  
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE QUÍMICA  
UNAN – LEÓN**



**“DETERMINACIÓN DE LAS DENSIDADES DE LÍQUIDOS Y SÓLIDOS Y  
ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ASOCIADA”**

**MAESTRÍA EN ANALISIS QUIMICO Y GESTIÓN DE CALIDAD**

**PRESENTADA POR: Lic. LUIS EMILIO PACHECO**

**TUTOR: Dr. GUSTAVO DELGADO PANIAGUA**

**ASESOR: MSc. FABIO PALLAVICCINI NARVÁEZ.**

**LEÓN, NICARAGUA, MARZO DEL 2010.**



## INDICE

<b>I. RESUMEN .....</b>	<b>1</b>
<b>II. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>III. OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
III.1. OBJETIVO GENERAL .....	3
III.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
<b>IV. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>4</b>
IV.1. GENERALIDADES .....	4
IV.2. PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES .....	6
IV.2.1. EXCEPCIONES DEL PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES .....	8
IV.3. INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN .....	9
IV.3.1. <i>El Mensurando</i> .....	9
IV.3.2. <i>Modelo físico</i> .....	10
IV.3.3. <i>Modelo matemático</i> .....	11
IV.3.4. <i>Identificación de las fuentes de incertidumbre1</i> .....	11
IV.3.5. <i>Cuantificación</i> .....	12
IV.3.6. <i>Determinación de las incertidumbres estándar</i> .....	17
IV.3.7. <i>Combinación</i> .....	19
IV.3.8 <i>Propagación de la incertidumbre para magnitudes de entrada no correlacionadas</i> .....	21
IV.3.9. <i>Magnitudes de entrada relacionadas con más de una fuente de incertidumbre</i> .....	21
IV.3.10. <i>Cálculo con incertidumbres relativas</i> .....	23
IV.3.11. <i>Propagación de la incertidumbre para magnitudes de entrada correlacionadas</i> .....	24
IV.3.12. <i>Correlación</i> .....	24
IV.3.13. <i>Incertidumbre expandida</i> .....	25
<b>V. PARTE EXPERIMENTAL.....</b>	<b>31</b>
V.1. MATERIALES .....	31
V.2. REACTIVOS .....	31
V.3. PROCEDIMIENTOS .....	31
V.3.1 <i>Calibración de la Pipeta Serológica de 10 mL de capacidad</i> .....	31
V.3.2 <i>Calibración de la Probeta de 50 mL de capacidad</i> .....	33
V.3.3 <i>Calibración de la Balanza electrónica Sartorius</i> .....	34
V.3.4 <i>Determinación de la Densidad de un líquido</i> .....	34
V.3.5 <i>Determinación de la Densidad de un sólido (Cilindro de Metal)</i> .....	35
V.3.6 <i>Determinación de la Densidad de un sólido (Cilindro de Metal) por medio del desplazamiento del líquido</i> .....	35
V.3.7 <i>Estimación de la incertidumbre</i> .....	36



<b>VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b> .....	<b>37</b>
VI.1 CALIBRACIÓN DE LA PIPETA SEROLÓGICA DE 10 ML DE CAPACIDAD .....	37
VI.2 CALIBRACIÓN DE LA PROBETA DE 50 ML DE CAPACIDAD.....	38
VI.3 CALIBRACIÓN DE LA BALANZA ELECTRÓNICA SARTORIUS.....	39
VI.4 DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE UN LÍQUIDO (ALCOHOL ETÍLICO) Y ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ASOCIADA. ....	41
<i>VI.4.1. Modelo matemático</i> .....	41
<i>VI.4.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre</i> .....	42
<i>VI.4.3. Cuantificación de los componentes de incertidumbre.</i> .....	42
<i>VI.4.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad</i> .....	44
<i>VI.4.5. Estimación de la incertidumbre combinada asociada al proceso de determinación de densidad de un líquido.</i> ....	44
<i>VI.4.6. Estimación de la incertidumbre expandida asociada al proceso de determinación de la densidad de un líquido.....</i>	45
VI.5 DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE UN SÓLIDO (CILINDRO DE METAL) POR MEDIO DE LA MEDICIÓN DE SUS DIMENSIONES Y ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ASOCIADA.....	46
<i>VI.5.1. Modelo matemático para la determinación del cilindro de metal.</i> .....	46
<i>VI.5.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre</i> .....	47
<i>VI.5.3. Cuantificación de los componentes de incertidumbre.</i> .....	47
<i>VI.5.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad</i> .....	49
<i>VI.5.5. Estimación de la incertidumbre combinada asociada al proceso de determinación de densidad de un sólido (Cilindro de Metal).....</i>	50
<i>VI.5.6. Estimación de la incertidumbre expandida asociada al proceso de determinación de la densidad de un sólido (Cilindro de Metal).....</i>	50
<i>VI.5.7 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución.....</i>	54
<i>VI.5.8 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución.....</i>	56
<i>VI.5.9 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución.....</i>	58
<i>VI.5.10 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza mas resolución.</i> .....	60
V.6. DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE UN SÓLIDO (CILINDRO DE METAL) POR MEDIO DEL DESPLAZAMIENTO DEL LÍQUIDO (PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES) Y ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ASOCIADA.....	62
<i>VI.6.1. Modelo matemático</i> .....	62
<i>VI.6.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre</i> .....	63
<i>VI.6.3. Cuantificación de los componentes de incertidumbre.</i> .....	63
<i>VI.6.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad</i> .....	65



<i>VI.6.5. Estimación de la incertidumbre combinada asociada al proceso de determinación de densidad del cilindro de metal por medio del desplazamiento del líquido. ....</i>	<i>66</i>
<i>VI.6.6. Estimación de la incertidumbre expandida asociada al proceso de determinación de la densidad de un sólido (cilindro de metal).....</i>	<i>66</i>
<i>VI.6.7 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de metal) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución .....</i>	<i>68</i>
<i>VI.6.8 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución .....</i>	<i>70</i>
<i>VI.6.9 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución .....</i>	<i>72</i>
<i>VI.6.10 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución .....</i>	<i>74</i>
<i>VI.6.11 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución .....</i>	<i>76</i>
<b>VII. CONCLUSIONES .....</b>	<b>78</b>
<b>VIII RECOMENDACIONES .....</b>	<b>79</b>
<b>IX BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>80</b>
<b>X. ANEXOS.....</b>	<b>83</b>



## I. RESUMEN

En el presente trabajo se establecieron algunos mecanismos para estimar la incertidumbre asociada a la determinación de las densidades de líquidos y sólidos.

Como primer paso se llevo a cabo la calibración de los materiales volumétricos y de la balanza electrónica a utilizar para la determinación de las densidades de los líquidos y sólidos. En esta etapa se realizó la calibración de una pipeta serológica de 10 mL, una probeta graduada de 50 mL y una balanza electrónica marca Sartorius, en todos los casos se obtuvieron valores de calibración con muy buena precisión ( $\%RSD < 0.1$ ). para el caso de la balanza se elaboro un gráfico de control durante ocho meses y se observó que se encuentra en muy buen estado de calibración.

Posteriormente se estimó la incertidumbre asociada a la determinación de las densidades de líquidos y sólidos, para el caso del líquido se utilizó etanol y para el caso de los sólidos se utilizaron tres cilindros de metal de diferentes dimensiones. Al mismo tiempo se realizó la aplicación de los modelos matemáticos para determinar las densidades, se obtuvieron valores aceptables de densidades y de sus incertidumbres.



## II. INTRODUCCIÓN

En el análisis químico cuantitativo, muchas decisiones importantes se basan en los resultados obtenidos por un laboratorio; es necesario, por tanto, que se disponga de una indicación sobre la calidad de tales resultados. Hoy más que nunca se pretende que los químicos analíticos estén en condiciones de demostrar la calidad de sus resultados, indicando el grado de confianza en que cada uno de ellos demuestra su idoneidad para la finalidad prevista. Esto supone, en particular, que se indique en qué medida se prevé que tal resultado concordará con otros, independientemente del método aplicado. Para ello se toma como pauta mundialmente la determinación de la incertidumbre de la medición.

Uno de los principales problemas que enfrentan los químicos en la actualidad es la dificultad para expresar los resultados con su incertidumbre asociada, basada en una guía recomendada por la organización internacional de estandarización "ISO", como el que se propone en la GUM ISO 1995 o el que ha sido propuesto recientemente por la ISO como es el método de simulación de Monte Carlo el cual resulta muy complejo para muchos.

En Nicaragua no se encontraron antecedentes de estudios previos relacionados con las densidades de líquidos o sólidos, sin embargo se encontraron deferentes trabajos publicados en la revista universitaria de la UNAN-León y en otras fuentes relacionados con el tema de la estimación de la incertidumbre aplicados a otros modelos matemáticos.

En el presente trabajo se propone una metodología sencilla basada en la ISO GUM de 1995 para estimar la incertidumbre de las densidades de líquidos y sólidos, incluyendo la calibración de los materiales volumétricos y quipos de medición utilizados para tales fines.



### III. OBJETIVOS

#### III.1. Objetivo General

Llevar a cabo la determinación de la densidad de líquidos y sólidos y estimar la incertidumbre asociada a la determinación.

#### III.2. Objetivos Específicos

- 1 Realizar la calibración de los materiales a utilizar
- 2 Llevar a cabo la determinación de la densidad de un líquido (Etanol)
- 2 Llevar a cabo la determinación de un sólido mediante el desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes).
- 3 Llevar a cabo la determinación del volumen de un sólido.
- 4 Deducir el modelo matemático para la determinación de la densidad de líquidos y sólidos
- 5 Identificar todas las fuentes de incertidumbres involucradas en el proceso
- 6 Cuantificar los componentes de las incertidumbres
- 7 Combinar las incertidumbres y calcular la incertidumbre expandida



## IV. MARCO TEÓRICO

### IV.1. Generalidades

Aunque toda la materia posee masa y volumen, la misma masa de sustancias diferentes ocupa distintos volúmenes, así notamos que el hierro o el hormigón son pesados, mientras que la misma cantidad de goma de borrar o plástico son ligeras. La propiedad que nos permite medir la ligereza o pesadez de una sustancia recibe el nombre de densidad. Cuanto mayor sea la densidad de un cuerpo, más pesado nos parecerá. <sup>[1]</sup>

$$d = \frac{m}{V} \quad \text{Ecuación No. 1}$$

La densidad se define como el cociente entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa. En el S.I. la masa se mide en kilogramos (kg) y el volumen en metros cúbicos (m<sup>3</sup>). Esta unidad de medida, sin embargo, es muy poco usada, ya que es demasiado pequeña. Para el agua, por ejemplo, un kilogramo ocupa un volumen de un litro, es decir, de 0,001 m<sup>3</sup>. <sup>[1]</sup>

La mayoría de las sustancias tienen densidades similares a las del agua por lo que, de usar esta unidad, se estarían usando siempre números muy grandes. Para evitarlo, se suele emplear otra unidad de medida el gramo por centímetro cúbico (gr./c.c.). <sup>[1]</sup>

Las medidas de la densidad quedan, en su mayor parte, ahora mucho más pequeñas y fáciles de usar. Además, para pasar de una unidad a otra basta con multiplicar o dividir por mil. <sup>[1][2]</sup>



Tabla No. 1. Densidades de algunas sustancias

<b>Sustancia</b>	<b>Densidad en kg/m<sup>3</sup></b>	<b>Densidad en g/c.c.</b>
Agua	1000	1
Aceite	920	0,92
Gasolina	680	0,68
Plomo	11300	11,3
Acero	7800	7,8
Mercurio	13600	13,6
Madera	900	0,9
Aire	1,3	0,0013
Dióxido de carbono	1,8	0,018

La densidad de un cuerpo está relacionada con su flotabilidad, una sustancia flotará sobre otra si su densidad es menor. Por eso la madera flota sobre el agua y el plomo se hunde en ella, porque el *plomo* posee mayor densidad que el agua mientras que la densidad de la madera es menor, pero ambas sustancias se hundirán en la gasolina, de densidad más baja. <sup>[1]</sup>

**Densidad:** La densidad es una característica de cada sustancia. Nos vamos a referir a líquidos y sólidos homogéneos. Su densidad, prácticamente, no cambia



con la presión y la temperatura; mientras que los gases son muy sensibles a las variaciones de estas magnitudes. <sup>[1][2]</sup>

## IV.2. Principio de Arquímedes

El principio conocido como “El Principio de Arquímedes” lleva este nombre ya que fue descubierto por el científico griego Arquímedes, en donde estando un cuerpo sumergido en un fluido, se mantiene a flote por una fuerza igual al peso del fluido. Este principio, también conocido como la ley de hidrostática, se aplica a los cuerpos, tanto en flotación, como sumergidos; y a todos los fluidos. El principio de Arquímedes también hace posible la determinación de la densidad de un objeto de forma irregular, de manera que su volumen no se mide directamente. Si el objeto se pesa primero en el aire y luego en el en agua, entonces; la diferencia de estos pesos igualará el peso del volumen del agua cambiado de sitio, que es igual al volumen del objeto. Así la densidad del objeto puede determinarse prontamente, dividiendo el peso entre el volumen. <sup>[3][4][5][6]</sup>

El principio de Arquímedes se puede demostrar al estudiar las fuerzas que un fluido ejerce sobre un objeto suspendido. Considérese un disco de área  $A$  y altura  $H$  el cual está completamente sumergido en un fluido. Recuérdese que la presión a cualquier profundidad  $h$  en un fluido esta dada por:

$$P = \rho g h \quad \text{Ecuación No. 2}$$

En donde  $\rho$  es la densidad de masa del fluido y  $g$  la aceleración de la gravedad. Si se desea representar la presión absoluta dentro del fluido, se debe sumar la presión externa ejercida por la atmósfera. La presión total hacia abajo  $P_1$  en la cara superior del disco, es por tanto <sup>[3][4][5][6]</sup>



$$P1 = Pa + \rho g h1 \text{ hacia abajo} \quad \text{Ecuación No. 3}$$

En donde  $P_a$  es la presión atmosférica y  $h_1$  es la profundidad superior del disco. Análogamente, la presión hacia arriba  $P_2$  sobre el fondo del disco<sup>[3] [4] [5] [6]</sup>

$$P2 = Pa + \rho g h2 \text{ hacia arriba} \quad \text{Ecuación No. 4}$$

Donde  $h_2$  es la profundidad a la parte inferior del disco. Puesto que  $h_2$  es mayor que  $h_1$ , la presión sobre la base del disco excederá la presión sobre la cara superior, y el resultado será una fuerza neta hacia arriba. Si la fuerza hacia abajo se representa por  $F_1$  y la fuerza hacia arriba por  $F_2$ , puede escribirse.<sup>[3] [4] [5] [6]</sup>

$$F1 = P1 A \quad F2 = P2 A \quad \text{Ecuación No. 5}$$

La fuerza hacia arriba ejercida por el fluido sobre el disco se llama empuje y se expresa mediante

$$\begin{aligned} F_e &= F2 - F1 = A (P2 - P1) \\ &= A(Pa + \rho g h2 - Pa - \rho g h1) \\ &= A\rho g (h2 - h1) = A\rho g H \end{aligned}$$

Donde  $H = h_1 - h_2$  es la altura del disco. Finalmente si se recuerda que el volumen del disco es  $V = A H$ , se obtiene el siguiente resultado importante<sup>[3] [4] [5] [6]</sup>

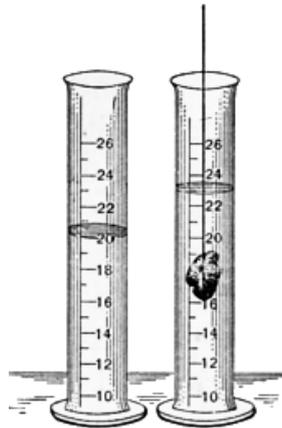


$$F_e = \rho g V = m g$$

Ecuación No. 6

*Empuje = Peso del fluido desalojado*

El cual es el principio de Arquímedes.



*Figura No. 1. Principio de Arquímedes*

#### **IV.2.1. Excepciones del principio de Arquímedes**

Es importante destacar una excepción del principio de Arquímedes: la capilaridad, la cual es la elevación o depresión de la superficie de un líquido donde está en contacto con un sólido, como los lados de un tubo. En este fenómeno, se puede observar la forma en la cual, un líquido busca su propio nivel. Esta excepción parte del principio de los capilares, (capillus latín, "pelo"), es decir, tubos de diámetro muy pequeño. La capilaridad, depende de las fuerzas creadas por la tensión de la superficie, mojando de los lados del tubo. Si las fuerzas de adherencia del líquido al sólido, exceda las fuerzas de cohesión dentro del líquido (tensión de la superficie), la superficie del líquido será cóncava, y el líquido subirá al tubo, es decir, se eleva el nivel hidrostático anteriormente. Esta acción se realiza a través del agua, por medio de tubos de vidrio previamente limpios. Si las fuerzas de cohesión exceden las fuerzas de adherencia, la superficie del líquido será convexa, y el líquido será rechazado de los lados del tubo, es decir, disminuirá el



nivel hidrostático. Esta acción es comparable con el hecho de tener un tubo de vidrio lleno de agua con sus paredes engrasadas, en el cual la adherencia es poca, o, en el caso del mercurio en un tubo de vidrio limpio, en el que la cohesión es grande. La absorción del agua en una esponja y el levantamiento de cera fundida en una mecha son ejemplos familiares de levantamiento capilar. <sup>[3] [4] [5] [6]</sup>

### **IV.3. Incertidumbre de la Medición**

#### **IV.3.1. El Mensurando**

El propósito de una medición es determinar el valor de una magnitud, llamada el mensurando, que de acuerdo al VIM <sup>[8]</sup>, es el atributo sujeto a medición de un fenómeno, cuerpo o sustancia que puede ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente. La definición del mensurando es vital para obtener buenos resultados de la medición. En no pocas ocasiones se mide algo distinto al propósito original. <sup>[7]</sup>

La imperfección natural de la realización de las mediciones, hace imposible conocer con certeza absoluta el valor verdadero de una magnitud: Toda medición lleva implícita una incertidumbre, que de acuerdo al VIM, es un parámetro que caracteriza la dispersión de los valores que pueden ser atribuidos razonablemente al mensurando.

Una definición completa del mensurando incluye especificaciones sobre las magnitudes de entrada relevantes.

Por similitud con la GUM, en esta Guía el término “magnitud de entrada” se usa para denotar también magnitudes de influencia.

El resultado de una medición incluye la mejor estimación del valor del mensurando y una estimación de la incertidumbre sobre ese valor. La incertidumbre se compone de contribuciones de diversas fuentes, algunas de ellas descritas por las magnitudes de entrada respectivas. Algunas contribuciones son inevitables por la



definición del propio mensurando, mientras otras pueden depender del principio de medición, del método y del procedimiento seleccionados para la medición.<sup>[7]</sup>

También pueden influir en el resultado de la medición, y por lo tanto en la incertidumbre, algunos atributos no cuantificables en cuyo caso es siempre recomendable reducir en lo posible sus efectos, preferentemente haciendo uso de criterios de aceptación en las actividades tendientes a reducir tales efectos.<sup>[7]</sup>

El principio de medición es el fundamento científico usado para realizar una medición. El conocimiento del principio de medición permite al metrólogo dominar la medición, esto es, modificarla, diseñar otra, evaluar su conveniencia, etc., además es indispensable para estimar la incertidumbre de la medición.<sup>[7]</sup>

El método de medición y el procedimiento de medición son descripciones de la manera de llevar a cabo la medición, la primera genérica, la segunda específica.

El principio, el método y el procedimiento de medición son determinantes en el valor de la incertidumbre de la medición. Un conocimiento insuficiente de ellos muy probablemente conducirá a una estimación equivocada, o incompleta en el mejor de los casos, de la incertidumbre de la medición.<sup>[7]</sup>

La definición del mensurando usualmente alude, casi siempre de manera implícita, a una estimación de la incertidumbre que se requiere. Es notable el alto riesgo que se corre cuando la definición del mensurando no es acorde con la estimación de la incertidumbre requerida.

### **IV.3.2. Modelo físico**

Pretender estudiar el proceso de medición de manera exacta y completa está usualmente fuera de las actividades rutinarias del metrólogo, más aún, es el propósito de la investigación científica, cuya solución pocas veces se vislumbra. Por lo tanto, es necesaria la simplificación del fenómeno o de la situación real



conservando las características más relevantes para el propósito pretendido, mediante la construcción de un modelo para la medición.

Un modelo físico de la medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables físicas o químicas relevantes para la medición. Estas suposiciones usualmente incluyen:

- a) relaciones fenomenológicas entre variables;
- b) consideraciones sobre el fenómeno como conservación de cantidades, comportamiento temporal, comportamiento espacial, simetrías;
- c) consideraciones sobre propiedades de la sustancia como homogeneidad e isotropía.

### IV.3.3. Modelo matemático

El modelo físico se representa por un modelo descrito con lenguaje matemático. El modelo matemático supone aproximaciones originadas por la representación imperfecta o limitada de las relaciones entre las variables involucradas.

Considerando a la medición como un proceso, se identifican magnitudes de entrada denotadas por el conjunto  $\{X_i\}$  expresión en la cual el índice  $i$  toma valores entre 1 y el número de magnitudes de entrada  $N$ .

La relación entre las magnitudes de entrada y el mensurando  $Y$  como la magnitud de salida se representa como una función  $Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ , representada por una tabla de valores correspondientes, una gráfica o una ecuación.

### IV.3.4. Identificación de las fuentes de incertidumbre<sup>1</sup>

Una vez determinados el mensurando, el principio, el método y el procedimiento de medición, se identifican las posibles fuentes de incertidumbre.



Éstas provienen de los diversos factores involucrados en la medición, por ejemplo,

- Los resultados de la calibración del instrumento;
- La incertidumbre del patrón o del material de referencia;
- La repetibilidad de las lecturas;
- La reproducibilidad de las mediciones por cambio de observadores, instrumentos u otros elementos;
- Características del propio instrumento, como resolución, histéresis, deriva, etc.;
- Variaciones de las condiciones ambientales;
- La definición del propio mensurando;
- El modelo particular de la medición;
- Variaciones en las magnitudes de influencia.

No es recomendable desechar alguna de las fuentes de incertidumbre por la suposición de que es poco significativa sin una cuantificación previa de su contribución, comparada con las demás, apoyadas en mediciones. Es preferible la inclusión de un exceso de fuentes que ignorar algunas entre las cuales pudiera descartarse alguna importante. No obstante, siempre estarán presentes efectos que la experiencia, conocimientos y actitud crítica del metrologo permitirán calificar como irrelevantes después de las debidas consideraciones. <sup>[7]</sup>

#### IV.3.5. Cuantificación

Se distinguen dos métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre:

El *Método de Evaluación Tipo A* está basado en un análisis estadístico de una serie de mediciones, mientras el *Método de Evaluación Tipo B* comprende todas las demás maneras de estimar la incertidumbre. <sup>[7]</sup>



Cabe mencionar que esta clasificación no significa que exista alguna diferencia en la naturaleza de los componentes que resultan de cada uno de los dos tipos de evaluación, puesto que ambos tipos están basados en distribuciones de probabilidad. La única diferencia es que en una evaluación tipo A se estima esta distribución basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición mientras en el caso de tipo

B se supone una distribución con base en experiencia o información externa al metrologo.

En la práctica esta clasificación no tiene consecuencia alguna en las etapas siguientes para estimar la incertidumbre combinada.

#### IV.3.5.1. Evaluación tipo A

La incertidumbre de una magnitud de entrada  $X_i$  obtenida a partir de observaciones repetidas bajo condiciones de repetibilidad, se estima con base en la dispersión de los resultados individuales.

Si  $X_i$  se determina por  $n$  mediciones independientes, resultando en valores  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ,

el mejor estimado  $x_i$  para el valor de  $X_i$  es la media de los resultados individuales:

$$x_i = \bar{q} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n q_j \quad \text{Ecuación No. 7}$$

La dispersión de los resultados de la medición  $q_1, q_2, \dots, q_n$  para la magnitud de entrada  $X_i$  se expresa por su desviación estándar experimental:

$$s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2} \quad \text{Ecuación No. 8}$$



La incertidumbre estándar  $u(x_i)$  de  $X_i$  se obtiene finalmente mediante el cálculo de la desviación estándar experimental de la media:

$$u(x_i) = s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}} \quad \text{Ecuación No. 9}$$

Así que resulta para la incertidumbre estándar de  $X_i$ :

$$u(x_i) = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2} \quad \text{Ecuación No. 10}$$

Para una medición que se realiza por un método bien caracterizado y bajo condiciones controladas, es razonable suponer que la distribución (dispersión) de los  $q_j$  no cambia, o sea se mantiene prácticamente igual para mediciones realizadas en diferentes días, por distintos metrólogos, etc. (esto es, la medición está bajo control estadístico). En este caso esta componente de la incertidumbre puede ser más confiablemente estimada con la desviación estándar **sp** obtenida de un solo experimento anterior, que con la desviación estándar experimental  $s(q)$  obtenida por un número  $n$  de mediciones, casi siempre pequeño.<sup>[7]</sup>

La incertidumbre estándar de la media se estima en este caso por:

$$u(x_i) = \frac{s_p}{\sqrt{n}} \quad \text{Ecuación No. 11}$$

Cabe mencionar que  $n$  es el número de mediciones repetidas para evaluar  $x_i = \bar{q}$ , mientras  $s_p$  se determinó por un número distinto (y grande) de mediciones.<sup>[7]</sup>



No se puede dar una recomendación general para el número ideal de las repeticiones  $n$ , ya que éste depende de las condiciones y exigencias (meta para la incertidumbre) de cada medición específica. Hay que considerar que:

- Aumentar el número de repeticiones resulta en una reducción de la incertidumbre por repetibilidad, la cual es proporcional a  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ .
- Un número grande de repeticiones aumenta el tiempo de medición, que puede ser contraproducente, si las condiciones ambientales u otras magnitudes de entrada no se mantienen constantes en este tiempo.
- En pocos casos se recomienda o se requiere  $n$  mayor de 10. Por ejemplo cuando se caracterizan instrumentos o patrones, o se hacen mediciones o calibraciones de alta exactitud.
- Para determinar el impacto que tiene  $n$  en la incertidumbre expandida puede estimarse su influencia en el número de grados efectivos de libertad, de ser aplicable este concepto.

Otras fuentes de incertidumbre que se evalúan con este método son la reproducibilidad y las obtenidas al hacer una regresión lineal.<sup>[7]</sup>

#### **IV.3.5.2. Evaluación tipo B**

En una evaluación tipo B de la incertidumbre de una magnitud de entrada se usa información externa u obtenida por experiencia. Las fuentes de información pueden ser:<sup>[7]</sup>

- Certificados de calibración.
- Manuales del instrumento de medición, especificaciones del instrumento.
- Normas o literatura.
- Valores de mediciones anteriores.



- Conocimiento sobre las características o el comportamiento del sistema de medición.

#### ***IV.3.5.2.1. Distribuciones de probabilidad***

La cuantificación de una fuente de incertidumbre incluye la asignación de un valor y la determinación de la distribución a la cual se refiere este valor. Las distribuciones que aparecen más frecuentemente son: <sup>[7]</sup>

##### *a) Distribución normal*

Los resultados de una medición repetida afectada por magnitudes de influencia que varían aleatoriamente, generalmente siguen en buena aproximación una distribución normal. En particular, la distribución de la media de una serie de mediciones repetidas se aproxima a una normal independientemente de la distribución de las lecturas individuales. También la incertidumbre indicada en certificados de calibración se refiere generalmente a una distribución normal. <sup>[7]</sup>

##### *b) Distribución rectangular*

En una distribución rectangular cada valor en un intervalo dado tiene la misma probabilidad, o sea la función de densidad de probabilidad es constante en este intervalo.

Ejemplos típicos son la resolución de un instrumento digital o la información técnica sobre tolerancias de un instrumento. En general, cuando exclusivamente hay conocimiento de los límites superior e inferior del intervalo de variabilidad de la magnitud de entrada, lo más conservador es suponer una distribución rectangular.

<sup>[7]</sup>



c) *Distribución triangular:*

Si además del conocimiento de los límites superior e inferior hay evidencia de que la probabilidad es más alta para valores en el centro del intervalo y se reduce hacia los límites, puede ser más adecuado basar la estimación de la incertidumbre en una distribución triangular. [7]

d) *Otras distribuciones*

Pueden encontrarse también distribuciones como la U, en la cual los extremos del intervalo presentan los valores con probabilidad máxima, típicamente cuando hay comportamientos oscilatorios subyacentes [7]

#### IV.3.6. Determinación de las incertidumbres estándar

Con el fin de combinar contribuciones de la incertidumbre que tienen distribuciones diferentes, es necesario representar los valores de las incertidumbres originales como incertidumbres estándar. Para ello se determina la desviación estándar de la distribución asignada a cada fuente. [7]

a) *Distribución normal:*

La desviación estándar experimental de la media calculada a partir de los resultados de una medición repetida se representa la incertidumbre estándar como. [7]

$$u(x_i) = \frac{s_p}{\sqrt{n}}$$

Ecuación No. 12

Cuando se dispone de valores de una incertidumbre expandida  $U$  y la distribución del mensurando es o se supone normal, como los presentados por ejemplo en



certificados de calibración, se divide  $U$  entre el factor de cobertura  $k$ , obtenido ya sea directamente o a partir de un nivel de confianza dado.<sup>[7]</sup>

$$u(x_i) = \frac{U}{k} \quad \text{Ecuación No. 13}$$

b) *Distribución rectangular:*

Si la magnitud de entrada  $X_i$  tiene una distribución rectangular con el límite superior  $a_+$  y el límite inferior  $a_-$ , el mejor estimado para el valor de  $X_i$  está dado por:

$$x_i = \frac{a_+ + a_-}{2} \quad \text{Ecuación No. 14}$$

y la incertidumbre estándar se calcula por:

$$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{12}} \quad \text{Ecuación No. 15}$$

o por

$$u(x_i) = \frac{a/2}{\sqrt{3}} \quad \text{Ecuación No. 16}$$

Donde  $a/2$  es el semiancho del intervalo  $a$  con

$$a = a_+ - a_-$$

Una aplicación típica es la resolución de un instrumento digital. También la incertidumbre relacionada con el número finito de cifras significativas de datos tomados de la literatura puede ser tratada con esta distribución (siempre y cuando no haya indicios que la incertidumbre en realidad es mayor que la incertidumbre relacionada con la última cifra significativa). Si se aplica a la resolución o a datos



tomados de la literatura,  $a$  corresponde al último dígito significativo o a la última cifra significativa respectivamente.<sup>[7]</sup>

c) *Distribución triangular:*

Como en una distribución rectangular, para una magnitud de entrada  $X_i$  que tiene una distribución triangular con los límites  $a_+$  y  $a_-$ , el mejor estimado para el valor de  $X_i$  está dado por:

$$x_i = \frac{a_+ + a_-}{2} \quad \text{Ecuación No. 17}$$

La incertidumbre estándar se calcula en este caso por:

$$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{24}} = \frac{a/2}{\sqrt{6}} \quad \text{Ecuación No. 18}$$

Con  $a$  definido por:

$$a = a_+ - a_-$$

### IV.3.7. Combinación

El resultado de la combinación de las contribuciones de todas las fuentes es la incertidumbre estándar combinada  $u_c(y)$ .<sup>[7]</sup>

La contribución  $u_i(y)$  de cada fuente a la incertidumbre combinada depende de la incertidumbre estándar  $u(x_i)$  de la propia fuente y del impacto de la fuente sobre el mensurando. Es posible encontrar que una pequeña variación de alguna de las magnitudes de influencia tenga un impacto importante en el mensurando, y viceversa.



Se determina  $u_i(y)$  por el producto de  $u(x_i)$  y su coeficiente de sensibilidad  $c_i$  (o factor de sensibilidad):<sup>[7]</sup>

$$u_i(y) = c_i \cdot u(x_i) \quad \text{Ecuación No. 19}$$

#### IV.3.7.1 Coeficiente de sensibilidad

El coeficiente de sensibilidad describe qué tan sensible es el mensurando con respecto a variaciones de la magnitud de entrada correspondiente. Para su determinación existen varios métodos:<sup>[7]</sup>

##### a) Determinación a partir de una relación funcional

Si el modelo matemático para el mensurando  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$  describe la influencia de la magnitud de entrada  $X_i$  suficientemente bien mediante una relación funcional, el coeficiente de sensibilidad  $c_i$  se calcula por la derivada parcial de  $f$  con respecto a  $X_i$ :<sup>[7]</sup>

$$c_i = \frac{\partial f(X_1, \dots, X_N)}{\partial X_i} \bigg|_{X_1=x_1 \dots X_N=x_N} \quad \text{Ecuación No. 20}$$

##### b) Otros métodos de determinación:

Si la influencia de la magnitud de entrada  $X_i$  en el mensurando  $Y$  no está representada por una relación funcional, se determina el coeficiente de sensibilidad  $c_i$  por una estimación del impacto de una variación de  $X_i$  en  $Y$  según:<sup>[7]</sup>

$$c_i = \frac{\Delta Y}{\Delta X_i} \quad \text{Ecuación No. 21}$$



Esto es, manteniendo constantes las demás magnitudes de entrada, se determina el cambio de  $Y$  producido por un cambio en  $X_i$  por una medición o a partir de la información disponible.

#### IV.3.8 Propagación de la incertidumbre para magnitudes de entrada no correlacionadas

En el caso de magnitudes de entrada no correlacionadas, la incertidumbre combinada  $u_c(y)$  se calcula por la suma geométrica de las contribuciones particulares:<sup>[7]</sup>

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad \text{Ecuación No. 22}$$

Considerando lo anterior resulta finalmente:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i \cdot u(x_i)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot u(x_i) \right]^2} \quad \text{Ecuación No. 23}$$

La regla presentada es llamada *ley de propagación de incertidumbre*. Note que la última expresión en esta ecuación se aplica cuando se dispone de la relación funcional entre  $Y$  y  $\{X_i\}$ . La *ley de propagación de incertidumbre* se debe aplicar exclusivamente para combinar incertidumbres estándar. De ninguna manera debe ser utilizada para combinar *intervalos de confianza*.<sup>[7]</sup>

#### IV.3.9. Magnitudes de entrada relacionadas con más de una fuente de incertidumbre

En la mayoría de los casos una magnitud de entrada  $X_i$  es afectada por varias fuentes de incertidumbre, que pueden ser por ejemplo la resolución del instrumento, la dispersión de datos obtenidas por mediciones repetidas y la



incertidumbre de la calibración del instrumento. En este caso hay dos maneras equivalentes de calcular la incertidumbre combinada.<sup>[7]</sup>

a) Como primera alternativa, se calcula la incertidumbre total (combinada) relacionada con cada magnitud de entrada  $X_i$  por la suma geométrica de las incertidumbres individuales:

$$u(x_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{M_i} [u_j(x_i)]^2} \quad \text{Ecuación No. 24}$$

Donde  $u_j(x_i)$  es la incertidumbre estándar de la fuente de incertidumbre número  $j$  de las  $M_i$  fuentes relacionadas con la magnitud de entrada  $X_i$ . Después se introducen los valores de  $u(x_i)$  en la ecuación de la ley de propagación de la incertidumbre.

b) Si uno está interesado en ver el efecto particular que tiene cada una de las fuentes en la incertidumbre combinada  $u_c(y)$ , cada fuente puede entrar individualmente en la ecuación de la ley de propagación de la incertidumbre, sustituyendo el número de magnitudes de entrada  $N$  en la suma por el número total de fuentes de incertidumbre. Cabe mencionar que el coeficiente de sensibilidad  $c_i$  es igual para todas las fuentes de incertidumbre relacionadas con la misma magnitud de entrada  $X_i$ .<sup>[7]</sup>

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 \sum_{j=1}^{M_i} [u_j(x_i)]^2} \quad \text{Ecuación No. 25}$$

Cuando el coeficiente de sensibilidad  $c_i$  es cero o cuando la función no admite una representación lineal adecuada (únicamente con la primera derivada) en el intervalo  $\pm u(x_i)$  es conveniente y aun indispensable considerar términos de segundo orden (que dependen de las segundas derivadas).<sup>[7]</sup>



Es posible mejorar la aproximación anterior y realizar el cálculo riguroso para combinar las contribuciones, el cual, sin embargo, puede ser más o menos laborioso dependiendo del modelo matemático.

#### IV.3.10. Cálculo con incertidumbres relativas

Si el modelo matemático se compone de productos de las magnitudes de entrada  $X_i$ :

$$f(X_1, \dots, X_N) = \text{const} \cdot \prod_{i=1}^N (X_i)^{p_i} \quad \text{Ecuación No. 26}$$

donde *const* es una constante y los exponentes  $p_i$  son constantes reales (positivas o negativas), el cálculo (numérico) de la incertidumbre combinada se facilita utilizando incertidumbres relativas. Los coeficientes de sensibilidad en este caso son  $p_i$ , y la ley de propagación de incertidumbre para calcular la incertidumbre combinada relativa  $u_{c,rel}(y)$  se simplifica:

$$u_{c,rel}(y) = \frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [p_i \cdot u_{rel}(x_i)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ p_i \cdot \frac{u(x_i)}{x_i} \right]^2} \quad \text{Ecuación No. 27}$$

Un caso particular muy común es que todos los exponentes  $p_i$  son +1 o -1, o sea  $Y$  es un producto o cociente de las magnitudes de entrada, puesto que en este caso las coeficientes de sensibilidad son 1 y la incertidumbre combinada relativa  $u_{c,rel}(y)$  es la suma geométrica de las incertidumbres relativas de las magnitudes de entrada:<sup>[7]</sup>

$$u_{c,rel}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [u_{rel}(x_i)]^2} \quad \text{Ecuación No. 28}$$



### IV.3.11. Propagación de la incertidumbre para magnitudes de entrada correlacionadas

Si algunas de las magnitudes de entrada están correlacionadas, debe considerarse las covarianzas entre las magnitudes correlacionadas y la ecuación de la ley de propagación de la incertidumbre se modifica a:<sup>[7]</sup>

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot u(x_i) \right]^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial X_j} \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(X_i, X_j)} \quad \text{Ecuación No. 29}$$

donde  $r(X_i, X_j)$  es el factor de correlación entre las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_j$ .

### IV.3.12. Correlación

A menudo los resultados de mediciones de dos magnitudes de entrada están ligados, ya sea porque existe una tercera magnitud que influye sobre ambas, porque se usa el mismo instrumento para medir o el mismo patrón para calibrar<sup>[9]</sup>, o por alguna otra razón.

Desde el punto de vista estadístico, dos variables son independientes cuando la probabilidad asociada a una de ellas no depende de la otra, esto es, si  $q$  y  $w$  son dos variables aleatorias independientes, la probabilidad conjunta se expresa como el producto de las probabilidades de las variables respectivas<sup>[7]</sup>

$$p(q, w) = p(q) \cdot p(w)$$

Frecuentemente, se encuentran magnitudes de entrada que no son independientes. La independencia lineal de dos variables puede estimarse estadísticamente con el coeficiente de correlación



$$r(q, w) = \frac{u(q, w)}{u(q) \cdot u(w)} \quad \text{Ecuación No. 30}$$

En el denominador aparecen las incertidumbres estándar de las variables aludidas y en el numerador la covarianza de las mismas. <sup>[7]</sup>

La covarianza puede ser estimada por:

a) por medio de las relaciones funcionales entre ambas variables y la tercera que influye sobre ellas,

b) a partir de un conjunto de  $n$  valores de  $q$  y  $w$  según:

$$u(q, w) = \frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q}) \cdot (w_k - \bar{w}) \quad \text{Ecuación No. 31}$$

Un valor de  $r = 0$  indica independencia de  $q$  y  $w$ . Los valores de  $r = +1$  o  $-1$  indican una correlación lineal total.

### IV.3.13. Incertidumbre expandida

La forma de expresar la incertidumbre como parte de los resultados de la medición depende de la conveniencia del usuario. A veces se comunica simplemente como la incertidumbre estándar combinada, otras ocasiones como un cierto número de veces tal incertidumbre, algunos casos requieren se exprese en términos de un nivel de confianza dado, etc. En cualquier caso, es indispensable comunicar sin ambigüedades la manera en que la incertidumbre está expresada. <sup>[7]</sup>

#### IV.3.13.1. Factor de cobertura y nivel de confianza

La incertidumbre estándar  $uc$  tiene un valor igual a la desviación estándar de la función de distribución del mensurando. El intervalo centrado en el mejor estimado



del mensurando contiene el valor verdadero con una probabilidad  $p$  de 68% aproximadamente, bajo la suposición de que los posibles valores del mensurando siguen una distribución normal.

Generalmente se desea una probabilidad mayor de 68%, lo que se obtiene expandiendo este intervalo por un factor  $k$ , llamado factor de cobertura. El resultado se llama incertidumbre expandida  $U$ <sup>[7]</sup>

$$U = k \cdot u_c \quad \text{Ecuación No. 32}$$

La incertidumbre expandida  $U$  indica entonces un intervalo, llamado *intervalo de confianza*, que representa una fracción  $p$  de los valores que puede probablemente tomar el mensurando. El valor de  $p$  es llamado el nivel de confianza y puede ser elegido a conveniencia.<sup>[7]</sup>

En el medio industrial, a menudo se elige el nivel de confianza de manera tal que corresponda a un factor de cobertura como un número entero de desviaciones estándar en una distribución normal. Por ejemplo,  $k = 1$  corresponde a  $p = 68,27\%$ ,  $k = 2$  corresponde a  $p = 95,45\%$  y  $k = 3$  a  $p = 99,73\%$ .

La relación entre el factor de cobertura  $k$  y el nivel de confianza  $p$  depende de la distribución de probabilidad del mensurando.

#### **IV.3.13.2. Distribución t de Student**

Frecuentemente, los valores del mensurando siguen una distribución normal. Sin embargo, el mejor estimado del mensurando, la media (obtenida por muestreos de  $n$  mediciones repetidas) dividida entre su desviación estándar, sigue una distribución llamada t de Student

<sup>[10]</sup>, la cual refleja las limitaciones de la información disponible debidas al número finito de mediciones. Esta distribución coincide con la distribución normal en el



límite cuando  $n$  tiende a infinito, pero difiere considerablemente de ella cuando  $n$  es pequeño.

La distribución  $t$  de Student es caracterizada por un parámetro  $v$  llamado número de grados de libertad.<sup>[7]</sup>

Por lo anterior, el intervalo correspondiente al nivel de confianza  $p$ , antes mencionado, se calcula ahora por

$$U = t_p(v) \cdot u_c \quad \text{Ecuación No. 33}$$

El factor  $t_p(v)$  indica los límites del intervalo correspondiente al nivel de confianza  $p$  de la distribución y su valor siempre es mayor o igual que el factor  $k$  (tomado de la distribución normal). Sus valores se encuentran en tablas.

Cuando se combinan las fuentes de incertidumbre con sus respectivas distribuciones para obtener la incertidumbre combinada  $u_c$  del mensurando, el Teorema del Límite Central permite aproximar la distribución resultante por una distribución normal.

La aproximación será mejor mientras más grande sea el número de fuentes de incertidumbre y sus contribuciones sean similares, independientemente de la forma particular de sus distribuciones.

Nuevamente, la disponibilidad limitada de información hace necesario el uso de la distribución  $t$  de Student para determinar la incertidumbre expandida de manera rigurosa (con la suposición de que los valores del mensurando obedecen una distribución normal).

El número efectivo de grados de libertad  $vef$  para esta situación se discute en la siguiente sección.<sup>[7]</sup>

#### IV.3.13.3. Grados de libertad

De cierta manera el número  $v$  de grados de libertad asociado a una distribución de una magnitud ( $X_i$  o  $Y$ ) puede considerarse una medida de incertidumbre de la



incertidumbre de esa magnitud. Entre mayor sea  $v$  la estimación de la incertidumbre será más confiable.

El número efectivo de grados de libertad  $vef$  del mensurando considera el número de grados de libertad  $vi$  de cada fuente de incertidumbre.<sup>[7]</sup>

En la estimación de incertidumbres por el método tipo A,  $vi$  depende directamente del número de datos considerados y disminuye conforme el número de parámetros estimados a partir de los mismos datos. La repetibilidad de una medición, estimada por la desviación estándar experimental de  $n$  lecturas tiene  $n-1$  grados de libertad. Una regresión lineal de  $M$  puntos mediante una ecuación de  $m$  parámetros tiene  $M-m$  grados de libertad.<sup>[7]</sup>

Si la incertidumbre se estima por un método tipo B, la determinación del número de grados de libertad implica el criterio del metrologo soportado por su experiencia, aun cuando sea subjetiva, para determinar la incertidumbre relativa de la propia incertidumbre, y calcular el número de grados de libertad para esa fuente específica  $i$  con la ecuación:<sup>[7]</sup>

$$v_i \approx \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{u(x_i)}{\Delta u(x_i)} \right]^2 \quad \text{Ecuación No. 34}$$

La cantidad  $\Delta u(x_i)$  es una estimación de la incertidumbre de la incertidumbre  $u(x_i)$  de la fuente  $i$  cuantificada por el metrologo. Es recomendable aproximar el resultado del cálculo con la ecuación anterior al entero cercano más bajo.

Se observa también que un valor mayor de  $u(x_i)$ , al ser una estimación más conservadora, puede traer consigo un menor valor de  $\Delta u(x_i)$  y por consiguiente un mayor número de grados de libertad.

Siguiendo, el número efectivo de grados de libertad se calcula según la ecuación de Welch-Satterthwaite, aun cuando existan observaciones sobre su validez merecedoras de atención<sup>[11]</sup>. Esta ecuación puede escribirse en términos de la



relación entre la contribución de la fuente  $i$  y la incertidumbre combinada como: <sup>[7]</sup>  
[12] [13] [14]

$$\frac{1}{v_{ef}} = \sum_{i=1}^N \frac{\left( \frac{u_i(y)}{u_c(y)} \right)^4}{v_i} \quad \text{Ecuación No. 35}$$

Si el valor de  $v_{ef}$  resultante no es entero, generalmente se considera  $v_{ef}$  como el entero menor más próximo.

Un análisis de la ecuación anterior muestra el dominio de las fuentes con pocos grados de libertad en el cálculo de  $v_{ef}$ , sobre todo de aquellas cuyas contribuciones son grandes a la incertidumbre combinada. De hecho una fuente cuya contribución es alta y con pocos grados de libertad, es determinante del valor de  $v_{ef}$ .<sup>[7]</sup>

#### IV.3.13.4. Incertidumbre expandida

Resumiendo, si la función de distribución de probabilidad del mensurando y es normal, de manera rigurosa la incertidumbre expandida se calcula de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$U = u_c \cdot t_p(v_{ef}) \quad \text{Ecuación No. 36}$$

Donde  $t_p(v_{ef})$  es el factor derivado de la distribución t de Student a un nivel de confianza p y  $v_{ef}$  grados de libertad y obtenido de tablas.

#### IV.3.13.5. Expresión de la incertidumbre

Es difícil asegurar un valor preciso de la incertidumbre debido a las múltiples aproximaciones realizadas durante su estimación. Por ello, generalmente los



valores de  $t_p(v_{ef})$  para  $p = 95\%$  se aproximan por los que corresponden a  $t_p(v_{ef})$  para  $p = 95,45\%$  con el fin de obtener un valor de  $k = 2,00$  en el límite de una distribución normal. [7]

Los valores de  $t_p(v_{ef})$  para  $p=95,45\%$  se muestran en la siguiente tabla:

*Tabla No. 2. Valores de t de student a diferentes grados de libertad*

$\nu$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	$\infty$
$t_p(v_{ef})$	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,32	2,28	2,13	2,05	2,025	2,000

La expresión de la incertidumbre expandida  $U$  incluye su indicación como un intervalo centrado en el mejor estimado y del mensurando, la afirmación de que  $p$  es del 95% (o el valor elegido) aproximadamente y el número efectivo de grados de libertad, cuando sea requerido. Una manera de expresar el resultado de la medición es: [7]

$$Y = y \pm U \quad \text{Ecuación No. 37}$$

El número de cifras significativas en la expresión de la incertidumbre es generalmente uno, o dos cuando la exactitud es alta (si la primera cifra significativa es uno o dos, cabe la posibilidad de usar un dígito más para evitar la pérdida de información útil). Además debe asegurarse que el número de cifras significativas del valor del mensurando sea consistente con el de la incertidumbre. [7]



## V. PARTE EXPERIMENTAL

### V.1. Materiales

- 1) Balanza electrónica sartorius GMBH gottingen.  $d = 0.1$  g
- 2) Pipetas serológica pyrex capacidad:  $10 \pm 0.3$  ml
- 3) Probeta capacidad: 50 ml
- 4) Beakers pyrex: 50 ml
- 5) Embudos de vidrio
- 6) Regla milimetrada 0- 25 cm
- 7) Termómetro de mercurio: resolución  $0.1$  °C
- 8) Cindros de metal de dimensiones diferentes
- 9) Pizetas

### V.2. Reactivos

- 1) Agua destilada ( $H_2O$ )
- 2) Etanol absoluto.

### V.3. Procedimientos

#### V.3.1 Calibración de la Pipeta Serológica de 10 mL de capacidad

- a) Se enjuagó una pipeta serológica de 10 mL con agua destilada. Si se adhieren gotas al interior de la pipeta, es necesario limpiarla con agua y detergente.
- b) Se pesó un beaker de 50 mL utilizando una balanza electrónica Sartorius.
- c) Se llenó otro beaker de 50 mL con agua destilada y se dejó que alcanzara el equilibrio con la temperatura ambiente, para esto se esperaron 30 minutos, a continuación se midió la temperatura del agua utilizando un termómetro de mercurio.



- d) Se enjuagó la pipeta serológica dos veces con el agua contenida en el beaker anterior antes de llenarla a una pulgada de la línea que señala los 10 mL, se secó la parte exterior de la pipeta con papel toalla. A continuación se colocó la punta de la pipeta contra la pared del beaker y se hizo girar, permitiendo que el agua escurra al beaker hasta que la parte inferior del menisco toque apenas la línea que señala los 10 mL de capacidad de la pipeta serológica, a un nivel de los ojos, se aseguró que no existieran burbujas de aire en el interior de la pipeta.
- e) Se colocó la punta de la pipeta contra la pared del beaker de 50 mL previamente pesado y se dejó fluir el agua hasta verter exactamente 1 mL, manteniendo esta posición durante 20 segundos y luego se pesó, este paso se repitió hasta verter el contenido total de la pipeta serológica, de uno en uno hasta llegar a 10 mL.
- f) Se calculó la masa vertida al vacío utilizando la siguiente ecuación:

$$m_{\text{vacío}} = m^* \left[ 1 + d_{\text{aire}} \left( \frac{1}{d_{\text{liq}}} - \frac{1}{d_{\text{pesas}}} \right) \right] \quad \text{Ecuación No. 38}$$

Donde:

$m_{\text{vacío}}$  = es la masa vertida al vacío,

$m^*$  = es la masa del líquido sin corregir,

$d_{\text{xxx}}$  = son las densidades, respectivas, del aire, líquido y de las pesas.

- g) Se obtuvo el valor de la densidad absoluta del agua ( $d_{\text{liq}}$ ) a la temperatura de calibración. La cual a 29 °C es 0.995944.
- h) Se obtuvo el valor de la densidad del aire una vez conocida la presión barométrica y la temperatura del lugar donde se realizó la calibración. El cual fue de 0.00126 a una temperatura de 29 °C y 760 mm Hg.
- i) El valor de la densidad de las pesas reportado fue de 8.0
- j) Se calculó el volumen vertido, el cual se obtiene al dividir la masa vertida al vacío entre la densidad del agua a la temperatura de calibración.



- k) Finalmente se determinó el promedio y la desviación estándar del volumen vertido.

### V.3.2 Calibración de la Probeta de 50 mL de capacidad

- a) Se pesó una probeta vacía limpia y seca de 50 mL utilizando una balanza electrónica Sartorius.
- b) Se llenó una pizeta de 250 mL con agua destilada y se dejó que alcanzara el equilibrio con la temperatura ambiente, para esto se esperaron 30 minutos, a continuación se midió la temperatura del agua utilizando un termómetro de mercurio.
- c) Se colocó la punta de la pizeta contra la pared de la probeta de 50 mL previamente pesado y se dejó fluir el agua hasta que el menisco marque 5 mL dentro de la probeta y se anotó el peso correspondiente a ese volumen, este paso se repitió hasta llenar toda la probeta, de cinco en cinco hasta llegar a 50 mL.
- d) Se calculó la masa vertida al vacío utilizando la siguiente ecuación:

$$m_{\text{vacío}} = m^* \left[ 1 + d_{\text{aire}} \left( \frac{1}{d_{\text{liq}}} - \frac{1}{d_{\text{pesas}}} \right) \right] \quad \text{Ecuación No. 38}$$

Donde:

$m_{\text{vacío}}$  = es la masa vertida al vacío,

$m^*$  = es la masa del líquido sin corregir,

$d_{\text{xxx}}$  = son las densidades, respectivas, del aire, líquido y de las pesas.

- e) Se obtuvo el valor de la densidad absoluta del agua ( $d_{\text{liq}}$ ) a la temperatura de calibración. La cual a 29 °C es 0.995944.
- f) Se obtuvo el valor de la densidad del aire una vez conocida la presión barométrica y la temperatura del lugar donde se realizó la calibración. El cual fue de 0.00126 a una temperatura de 29 °C y 760 mm Hg.



- g) El valor de la densidad de las pesas reportado fue de 8.0
- h) Se calculó el volumen vertido, el cual se obtiene al dividir la masa vertida al vacío entre la densidad del agua a la temperatura de calibración.
- i) Finalmente se determinó el promedio y la desviación estándar del volumen vertido.

### V.3.3 Calibración de la Balanza electrónica Sartorius

- a) Se comprobó que la balanza estuviera limpia y en caso contrario se procedió a su limpieza.
- b) Se comprobó que la balanza estuviera nivelada.
- c) Se verificó que la balanza estuviera enchufada y en caso contrario se procedió a enchufarla.
- d) Se colocó el interruptor en posición ON y se esperó a que se estabilizaran los ceros en la pantalla.
- e) Se efectuó la calibración automática interna.
- f) Se colocó sobre el centro del plato de la balanza una masa de 20 g y se anotó la lectura obtenida. Este paso se repitió diez veces.
- g) Se calculó el promedio y la desviación estándar de las diez observaciones.

### V.3.4 Determinación de la Densidad de un líquido

- a) Se determinó y anotó la masa de un beaker de 50 mL limpio y seco.
- b) Con una pipeta de 10 mL se midieron exactamente 10 mL del líquido.
- c) Se transfirieron los 10 mL del líquido al beaker de 50 mL.
- d) Se determinó y se anotó la masa del beaker más el líquido.
- e) La masa del líquido se determinó restando la masa del beaker más el líquido menos la masa del beaker vacío.
- f) La densidad del líquido se calculó con la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{m}{V}$$

Ecuación No. 39



### V.3.5 Determinación de la Densidad de un sólido (Cilindro de Metal)

- Se determinó y se anotó la masa de un cilindro de metal
- Se determinó el volumen del cilindro de metal midiendo el diámetro y la altura
- Se anotó cada medida en cm y se calculó el volumen con la siguiente ecuación:

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4} \quad \text{Ecuación No. 40}$$

Donde:

d = es el diámetro del cilindro

h = es la altura del cilindro

$\pi = 3.1416$ .

Posteriormente la densidad se calculó utilizando la ecuación No.39

### V.3.6 Determinación de la Densidad de un sólido (Cilindro de Metal) por medio del desplazamiento del líquido

- Se determinó y se anotó la masa de un cilindro de metal
- Se transfirieron exactamente 20 mL de agua a una probeta graduada de 50 mL
- Cuidadosamente se colocó el cilindro de metal en el agua.
- Se anotó el volumen de agua, una vez que el cilindro de metal estuvo completamente sumergido en el agua.
- El volumen del cilindro de metal se obtuvo restando el volumen final del agua menos el volumen inicial de agua (20 mL).
- Este procedimiento se realizó con tres cilindros de metal de diferentes dimensiones.



- g) La densidad del cilindro de metal se determinó haciendo uso de la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{m}{V_f - V_0} \quad \text{Ecuación No. 41}$$

Donde:

m: es la masa del cilindro de metal

$V_0$ : es el volumen inicial de agua en la probeta

$V_f$ : es el volumen final de agua en la probeta, luego de haber introducido el cilindro de metal

### V.3.7 Estimación de la incertidumbre

Se determinaron las densidades de líquidos y sólidos de acuerdo a los procedimientos antes descritos y haciendo uso de los modelos matemáticos correspondientes para cada caso. Para evaluar la incertidumbre primeramente se realizó la deducción del modelo matemático a partir del proceso de determinación de las densidades, posteriormente se identificaron las fuentes de incertidumbres que contribuyen a la incertidumbre global del proceso y se cuantificaron cada uno de estos componentes, seguidamente se calcularon los coeficientes de sensibilidad para cada parámetro del modelo matemático, a continuación se combinaron las incertidumbres y se calculó la incertidumbre combinada la cual al multiplicarla por un factor de cobertura de 2 para un nivel de confianza de 95.45 % se obtuvo la incertidumbre expandida con la cual se reportan nuestros resultados.



## VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### VI.1 Calibración de la Pipeta Serológica de 10 mL de capacidad

El método general de calibración para la cristalería volumétrica, consiste en medir la masa del volumen de agua destilada que el aparato contiene o entrega. A partir de la densidad del agua a la temperatura de medición se calcula el volumen real que el instrumento mide. La diferencia entre el volumen real y el marcado en el instrumento define el error introducido en la medida.

Para llevar a cabo la calibración de la pipeta serológica se llevo a cabo el procedimiento descrito en la sección V.3.1 de los procedimientos. A continuación se muestran los datos obtenidos

Tabla No. 3. Matriz de datos de la calibración de la pipeta serológica de 10 mL

Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
0.00	1.00	1.00	27.9	28.9	0.98	0.98	0.99
1.00	2.00	1.00	28.9	29.9	0.98	0.98	0.98
2.00	3.00	1.00	29.9	30.8	0.95	0.95	0.95
3.00	4.00	1.00	30.8	31.8	0.98	0.98	0.99
4.00	5.00	1.00	31.8	32.8	1.00	1.00	1.00
5.00	6.00	1.00	32.8	33.7	0.96	0.96	0.96
6.00	7.00	1.00	33.7	34.7	0.98	0.98	0.99
7.00	8.00	1.00	34.7	35.7	0.98	0.98	0.98
8.00	9.00	1.00	35.7	36.7	0.97	0.98	0.98
9.00	10.00	1.00	36.7	37.6	0.97	0.97	0.97
Media							0.98
Desvio STD							0.01
%RSD							0.01

Como se puede observar los valores obtenidos correspondientes a las lecturas de 1 mL de agua destilada a lo largo de toda la pipeta presentaron muy buena precisión, obteniéndose un valor de %RSD menor de 0.1%.

Este procedimiento de calibración se realizó tres veces, los resultados se pueden observar en el apartado correspondiente a los Anexos, obteniéndose en todos los casos resultados semejantes.



## VI.2 Calibración de la Probeta de 50 mL de capacidad

El método de calibración de la probeta de 50 mL consistió en medir la masa de 5 mL de agua destilada medidos con la probeta, la determinación de la masa de cada 5 mL se realizaron colocando la probeta conteniendo el agua directamente en una balanza electrónica. Todos los detalles de esta calibración se puede observar en el apartado correspondiente a los procedimientos, sección V.3.2. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

Tabla No. 4. Matriz de datos de la calibración de la probeta graduada de 50 mL

Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
0.00	5.00	5.00	139.5	144.4	4.90	4.91	4.93
5.00	10.00	5.00	144.4	149.3	4.88	4.88	4.90
10.00	15.00	5.00	149.3	154.0	4.74	4.74	4.76
15.00	20.00	5.00	154.0	158.9	4.91	4.92	4.94
20.00	25.00	5.00	158.9	163.9	4.98	4.99	5.01
25.00	30.00	5.00	163.9	168.7	4.79	4.79	4.81
30.00	35.00	5.00	168.7	173.6	4.91	4.91	4.93
35.00	40.00	5.00	173.6	178.5	4.90	4.90	4.92
40.00	45.00	5.00	178.5	183.4	4.87	4.88	4.90
45.00	50.00	5.00	183.4	188.2	4.83	4.84	4.86
Media							4.90
Desvio STD							0.07036
%RSD							0.014

Como se puede observar los valores obtenidos correspondientes a las lecturas de 5 mL de agua destilada a lo largo de toda la probeta presentaron muy buena precisión, obteniéndose un valor de %RSD menor de 0.1%.

Este procedimiento de calibración se realizó tres veces, los resultados se pueden observar en el apartado correspondiente a los Anexos, obteniéndose en todos los casos resultados semejantes.



### VI.3 Calibración de la Balanza electrónica Sartorius

La medida de una masa en una balanza es una de las operaciones más comunes en un laboratorio de análisis. Como cualquier otra medida instrumental, la medida de una masa también está sujeta a un error experimental, error que depende de la propia balanza y de las condiciones en que se lleva a cabo la pesada. Tras la verificación de la trazabilidad de la medida de masa a través del proceso de calibración de la balanza.

El proceso de calibración o verificación interna de la balanza a utilizar se describe en el acápite V.3.3 de los procedimientos.

A continuación se muestran los resultados obtenidos.

*Tabla No. 5. Matriz de datos de la verificación de la calibración de la balanza electrónica, utilizando una masa con valor nominal de 20 gramos.*

Réplicas	Día 1	Día 2
	Peso	Peso
1	19.9	19.9
2	19.3	19.5
3	19.5	19.7
4	19.5	19.8
5	19.8	19.8
6	19.7	19.7
7	19.7	19.7
8	19.7	19.9
9	19.8	19.8
10	19.4	19.4
Media	19.63	19.72
S	0.19	0.16
%RSD	0.010	0.008

Como se puede observar los valores obtenidos correspondientes a las lecturas de la masa de 20 gramos durante estos dos días presentaron muy buena precisión, obteniéndose un valor de %RSD menor de 0.1%.



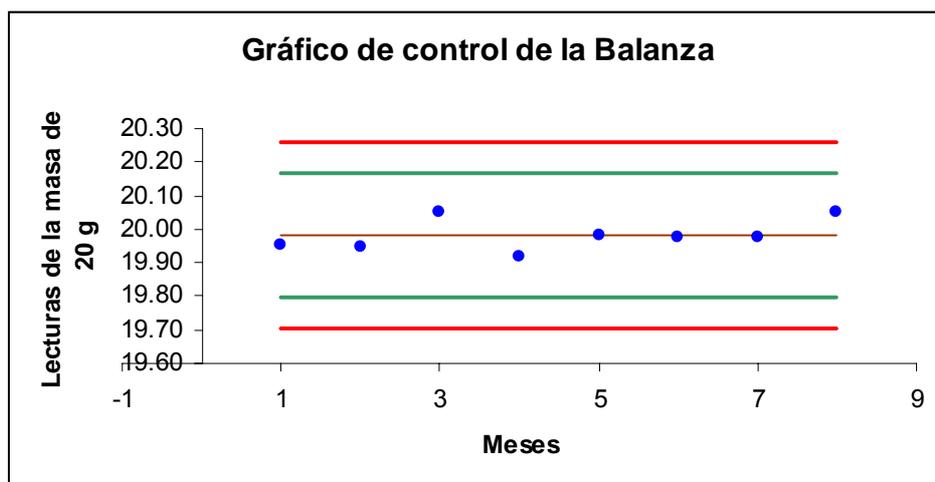
A demás de esta verificación se llevo un control estadístico del estado de calibración de la balanza por medio de un gráfico de control, éste control se realizó durante ocho meses, los datos que se muestran por mes son el resultado de los promedios de una serie de resultados obtenidos durante dicho mes, a continuación se muestran los resultados obtenidos.

Tabla No. 6. Datos del control estadístico del estado de calibración de la balanza

Rèplicas	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE
1	19.9	19.9	20.0	19.9	19.9	20.1	20.0	20
2	20.1	19.9	20.0	19.9	19.9	19.9	19.9	20
3	19.9	20.1	20.1	20.0	20.1	19.8	19.8	20.1
4	20.1	19.8	20.1	19.8	19.9	20.1	20.1	20.1
5	20.0	19.9	20.0	19.9	20.0	19.8	20.1	20.1
6	19.9	20.0	20.1	20.0	20.1	19.8	19.8	20.1
7	19.8	19.9	20.1	19.9	19.9	20.1	20.1	20
8	20.1	19.9	20.0	19.9	20.0	19.9	20.1	20.1
9	19.9	20.0	20.0	20.0	19.9	20.1	19.8	20.1
10	20.0	19.9	20.0	19.8	20.1	20.1	20.0	19.9
11	19.9	20.1	20.1	19.9	20.1	19.9	20.0	20.1
12	19.8	20.0	20.1	20.0	19.9	20.1	20.0	20
Promedio	20.0	20.0	20.1	19.9	20.0	20.0	20.0	20.1
Desv. Est.	0.109	0.090	0.052	0.072	0.094	0.136	0.122	0.067
%RSD	0.005	0.005	0.003	0.004	0.005	0.007	0.006	0.003

Como se puede observar los valores obtenidos correspondientes a las lecturas de la masa de 20 gramos durante todos los meses presentaron muy buena precisión, obteniéndose valores de %RSD menores del 0.1%.

A continuación se muestra el gráfico de control obtenido durante los ocho meses





*Gráfico No.1. Gráfico de control para el estado de calibración de la balanza*

Como se puede observar todos los resultados obtenidos están dentro de los límites de control del gráfico, es decir el estado de calibración de la balanza se mantuvo excelente durante todo el tiempo que duró el estudio.

## **VI.4 Determinación de la Densidad de un líquido (alcohol etílico) y estimación de la incertidumbre asociada.**

### **VI.4.1. Modelo matemático**

A continuación se muestra el modelo matemático empleado para la determinación de la densidad de un líquido.

$$\delta = \frac{m}{V} \quad \text{Ecuación No. 39}$$

Donde:

$\delta$ : es el densidad del líquido

m: es la masa del líquido

v: es el volumen del líquido

A continuación se muestran los resultados obtenidos durante la determinación de la densidad del líquido (Etanol)



Tabla No.7. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del etanol

Réplicas	MASA BEAKER	MASA BEAKER + ALCOHOL	MASA ALCOHOL	VOLUMEN ALCOHOL	VOLUMEN ALCOHOL CORREGIDO	DENSIDAD ALCOHOL
1	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
2	50.7	58.4	7.7	10	10.2	0.75
3	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
4	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
5	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
6	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
7	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
8	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
9	50.7	58.3	7.6	10	10.2	0.74
10	50.6	58.3	7.7	10	10.2	0.75
Promedio	50.69	58.31	7.6	10	10.2	0.75

### VI.4.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre

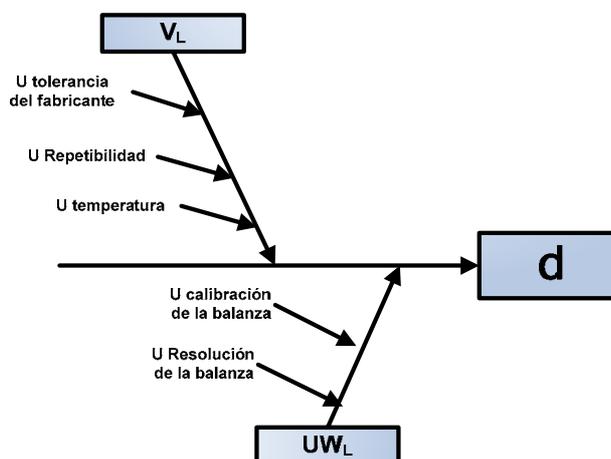


Figura No.2. Identificación de las fuentes de incertidumbres asociadas a la determinación de la densidad de un líquido

### VI.4.3. Cuantificación de los componentes de incertidumbre.

#### Incertidumbre debida a la medición de 10 mL del líquido (Etanol)

##### *U de Repetibilidad*

$$u(r) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.01}{\sqrt{10}} = 0.003 \quad \text{Ec. (40)}$$

**U del Fabricante**

$$u(f) = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{0.03}{\sqrt{6}} = 0.012 \quad \text{Ec. (41)}$$

**U debido a la variación de temperatura**

$$u(\Delta t) = \frac{V\alpha}{\sqrt{3}} \left( \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{10.2 * 2.1 \times 10^{-4} * 3}{2\sqrt{3}} = 0.002 \quad \text{Ec. (42)}$$

**Incertidumbre combinada la medición de 10 mL del líquido (Etanol)**

$$u(V) = \sqrt{\left( \frac{a}{\sqrt{6}} \right)^2 + \frac{s^2}{n} + \left( \frac{V\alpha}{\sqrt{3}} \left( \frac{\Delta t}{2} \right) \right)^2} = 0.013 \quad \text{Ec. (43)}$$

**Incertidumbre debida a la determinación de la masa del volumen del líquido****U de la Resolución de la balanza**

$$UR_b = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{0.1}{2\sqrt{3}} = 0.029 \quad \text{Ec. (44)}$$

**U de la Repetibilidad de la balanza**

$$U_{rep} = \frac{s^2}{n} = \frac{0.18^2}{10} = 0.003 \quad \text{Ec. (45)}$$

**Incertidumbre Combinada para determinación de la masa del volumen del líquido**



$$u_w = \sqrt{\left(\frac{d}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 2\frac{s^2}{n}} = 0.029 \quad \text{Ec. (46)}$$

#### VI.4.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad

##### ***Coefficiente de sensibilidad para la masa del líquido***

$$C_m := \frac{\partial}{\partial m} d; \quad C_m := \frac{1}{v} = 0.098 \quad \text{Ec. (47)}$$

##### ***Coefficiente de sensibilidad para el volumen del líquido***

$$C_v := \frac{\partial}{\partial v} d; \quad C_v := -\frac{m}{v^2} = -0.073 \quad \text{Ec. (48)}$$

#### VI.4.5. Estimación de la incertidumbre combinada asociada al proceso de determinación de densidad de un líquido.

Aplicando la ley de propagación de la incertidumbre al modelo matemático se obtiene la siguiente expresión la cual se aplica para el cálculo de la incertidumbre combinada.

La contribución de cada fuente de incertidumbre se obtiene finalmente multiplicando la incertidumbre estándar con su coeficiente de sensibilidad, la incertidumbre combinada es la suma cuadrática de las contribuciones individuales.

$$U_{cv} := \sqrt{(C_m \cdot U_m)^2 + (C_v \cdot U_v)^2} \quad \text{Ec. (49)}$$



Sustituyendo los valores de los coeficientes de sensibilidad y los valores de las incertidumbres de cada uno de los parámetros que contribuyen con la incertidumbre en la ecuación 51, se obtiene el siguiente resultado.

$$Uc_{(C_X)} = 0.003$$

#### VI.4.6. Estimación de la incertidumbre expandida asociada al proceso de determinación de la densidad de un líquido.

Tomando un factor de cobertura de 2, para un nivel de confianza del 95.45 %. La incertidumbre expandida asociada a la determinación de la densidad del líquido.

$$Ue_{(C_X)} = 2xUc_{(C_X)} = 0.006 \quad \text{Ec. (50)}$$

Tabla No. 8. Resultado obtenido para la determinación de la densidad del etanol

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad experimental	Etanol	0.740	0.006	g / mL
Densidad teorica	etanol	0.789		



## VI.5 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de metal) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada.

### VI.5.1. Modelo matemático para la determinación del cilindro de metal.

A continuación se muestra el modelo matemático empleado para la determinación de la densidad de un líquido.

$$d = \frac{4m}{\pi d^2 h} \quad \text{Ecuación No. 51}$$

Donde:

m = es la masa del cilindro de metal

d = es el diámetro del cilindro

h = es la altura del cilindro

$\pi = 3.1416$ .

A continuación se muestran los resultados obtenidos durante la determinación de la densidad del sólido

Tabla No.9. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del sólido con balanza de poca resolución

Replicas	MASA CILINDRO	DIAMETRO DEL CILINDRO	ALTURA CILINDRO	VOLUMEN CILINDRO	DENSIDAD CILINDRO
1	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
2	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
3	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
4	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
5	49.10	1.60	3.10	6.23	7.88
6	49.10	1.60	3.05	6.13	8.01
7	49.10	1.60	3.05	6.13	8.01
8	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
9	49.10	1.62	3.10	6.39	7.68
10	49.10	1.62	3.05	6.29	7.81
<b>Promedio</b>	<b>49.10</b>	<b>1.60</b>	<b>3.04</b>	<b>6.13</b>	<b>8.009</b>
<b>DESVES</b>	0.00	0.01	0.04	0.12	0.158



### VI.5.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre

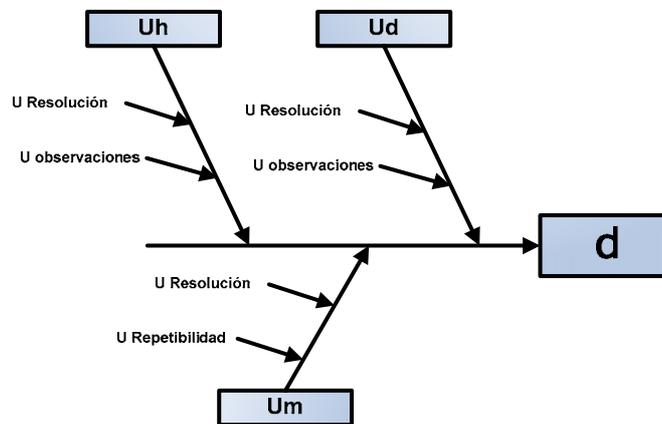


Figura No.3. Identificación de las fuentes de incertidumbres asociadas a la determinación de la densidad del cilindro

### VI.5.3. Cuantificación de los componentes de incertidumbre.

#### Incertidumbre debida a la medición del diámetro del cilindro de metal

##### ***U de Resolución de la Regla***

$$UR_{reg} = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{0.05}{2\sqrt{3}} = 0.0144$$

Ec. (52)

##### ***U de las observaciones***

$$U_{obs} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.01}{\sqrt{10}} = 0.003$$

Ec. (53)

**Incertidumbre combinada la medición del diámetro del cilindro**

$$u(d) = \sqrt{2\left(\frac{R}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{s^2}{n}} = 0.041 \quad \text{Ec. (54)}$$

**Incertidumbre debida a la medición de la altura del cilindro de metal*****U de Resolución de la Regla***

$$UR_{reg} = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{0.05}{2\sqrt{3}} = 0.0144 \quad \text{Ec. (55)}$$

***U de las observaciones***

$$U_{obs} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.04}{\sqrt{10}} = 0.013 \quad \text{Ec. (56)}$$

**Incertidumbre combinada la medición de la altura del cilindro**

$$u(h) = \sqrt{2\left(\frac{R}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{s^2}{n}} = 0.043 \quad \text{Ec. (57)}$$

**Incertidumbre debida a la determinación de la masa del cilindro de metal*****U de la Resolución de la balanza***



$$UR_b = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{0.1}{2\sqrt{3}} = 0.029 \quad \text{Ec. (58)}$$

### ***U de la Repetibilidad de la balanza***

$$U_{rep} = \frac{s^2}{n} = \frac{0.18^2}{10} = 0.003 \quad \text{Ec. (59)}$$

### **Incertidumbre Combinada para determinación de la masa del volumen del líquido**

$$u_w = \sqrt{\left(\frac{d}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 2\frac{s^2}{n}} = 0.029 \quad \text{Ec. (60)}$$

## **VI.5.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad**

### ***Coefficiente de sensibilidad para el diámetro del cilindro de metal***

$$Cd := -\frac{8m}{p d^3 h} = -10.04 \quad \text{Ec. (61)}$$

### ***Coefficiente de sensibilidad para la altura del cilindro de metal***

$$Ch := -\frac{4m}{p d^2 h^2} = -2.64 \quad \text{Ec. (62)}$$

### ***Coefficiente de sensibilidad para la masa del cilindro de metal***

$$Cm := \frac{4}{p d^2 h} = 0.163 \quad \text{Ec. (63)}$$



### VI.5.5. Estimación de la incertidumbre combinada asociada al proceso de determinación de densidad de un sólido (Cilindro de Metal).

Aplicando la ley de propagación de la incertidumbre al modelo matemático se obtiene la siguiente expresión la cual se aplica para el cálculo de la incertidumbre combinada.

La contribución de cada fuente de incertidumbre se obtiene finalmente multiplicando la incertidumbre estándar con su coeficiente de sensibilidad, la incertidumbre combinada es la suma cuadrática de las contribuciones individuales.

$$U_{cdc} := \sqrt{(C_d \cdot U_d)^2 + (C_h \cdot U_h)^2 + (C_m \cdot U_m)^2} \quad \text{Ec. (64)}$$

Sustituyendo los valores de los coeficientes de sensibilidad y los valores de las incertidumbres de cada uno de los parámetros que contribuyen con la incertidumbre en la ecuación 66, se obtiene el siguiente resultado.

$$U_{c(C_x)} = 0.43$$

### VI.5.6. Estimación de la incertidumbre expandida asociada al proceso de determinación de la densidad de un sólido (Cilindro de Metal).

Tomando un factor de cobertura de 2, para un nivel de confianza del 95.45 %. La incertidumbre expandida asociada a la determinación de la densidad del cilindro de metal.

$$U_{e(C_x)} = 2xU_{c(C_x)} = 0.85 \quad \text{Ec. (65)}$$

*Tabla No. 10. Resultado obtenido para la determinación de la densidad del cilindro de metal balanza poca resolución*

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de metal	7.80		g/ml
Densidad experimental	Cilindro de metal	8.03	0.85	g / mL



La tabla No 10 nos muestra que no hay coincidencia en la Densidad teórica con respecto a la determinada experimentalmente

Tabla no 11 .Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de metal con una balanza de poca resolución

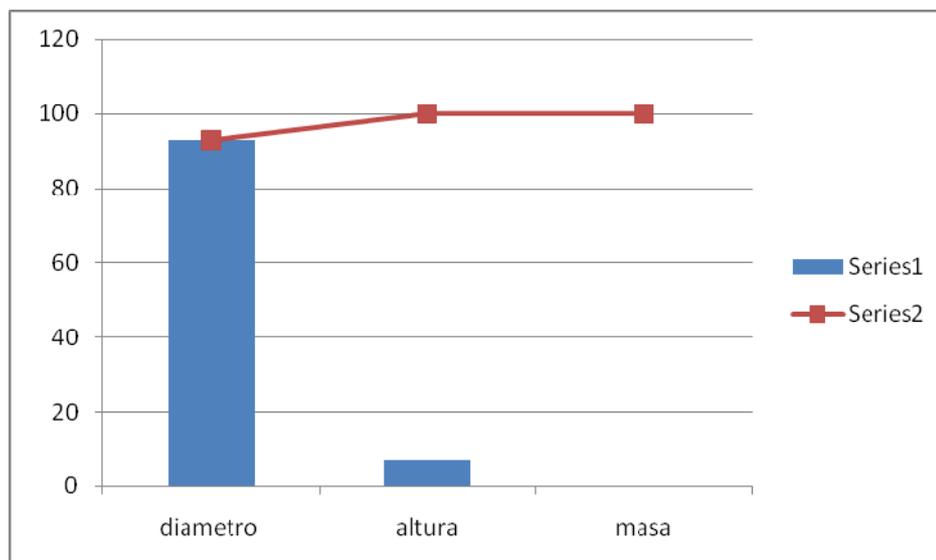
Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
Diámetro	1.60	0.04	-10.04	-0.41	0.16	92.92
Masa	49.10	0.02	0.16	4.72E-3	2.23E-5	0.01
Altura	3.04	0.04	-2.64	-0.11	0.01	7.06
				Suma =	0.18	

La tabla 11 nos muestra que la fuente de incertidumbre que mas contribuyo fue el diámetro.

Para el %Ind se uso la ecuación :

$$\text{Ind \%} = \frac{(CX_i * \mu X_i)^2}{\sum (CX_i * \mu X_i)^2} * 100$$

Grafico 1. Diagrama de pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de plástico.





Para este mismo cilindro de metal también se determina la densidad con incertidumbre utilizando una balanza analítica de mejor resolución. El modelo matemático, la identificación de las fuentes y el cálculo de las incertidumbres asociados como expandida sigue el mismo procedimiento que el anterior, solo se observan cambios en la resolución y en la repetibilidad de la balanza. Los resultados de la masa del cilindro con el cálculo de su densidad se observan en la tabla No 12.

Tabla No.12. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del sólido con balanza de mejor resolución

Replicas	Masa del Cilindro	Diámetro del Cilindro	Altura del Cilindro	Volumen del Cilindro	Densidad del Cilindro
1	49,1778	1,6000	3,0000	6,9440	7,0821
2	49,1781	1,6500	3,1000	7,2909	6,7451
3	49,1772	1,6500	3,1000	7,2909	6,7450
4	49,1770	1,6500	3,1000	7,2909	6,7449
5	49,1770	1,6600	3,1500	7,3824	6,6614
6	49,1770	1,6000	3,1000	7,0080	7,0173
7	49,1771	1,6400	3,1000	7,2340	6,7980
8	49,1771	1,6000	3,1500	7,0400	6,9854
9	49,1781	1,6000	3,1500	7,0400	6,9855
10	49,1781	1,6000	3,1000	7,0080	7,0174
Promedio	49,1775	1,6250	3,1050	7,1529	6,8782
DESV.ESTD	0,0005	0,0268	0,0438	0,1590	0,1527

Tabla No 13. Cuantificando los componentes de la incertidumbre igual que en el caso anterior tenemos los siguientes resultados.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de metal	7.80		g/ml
Densidad	Cilindro de METAL	6.80	0.0073	g / mL

La tabla 13 nos muestra que no hay coincidencia entre el resultado teórico y el experimental en la determinación de la Densidad.



Tabla no 14. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de metal con una balanza de más resolución

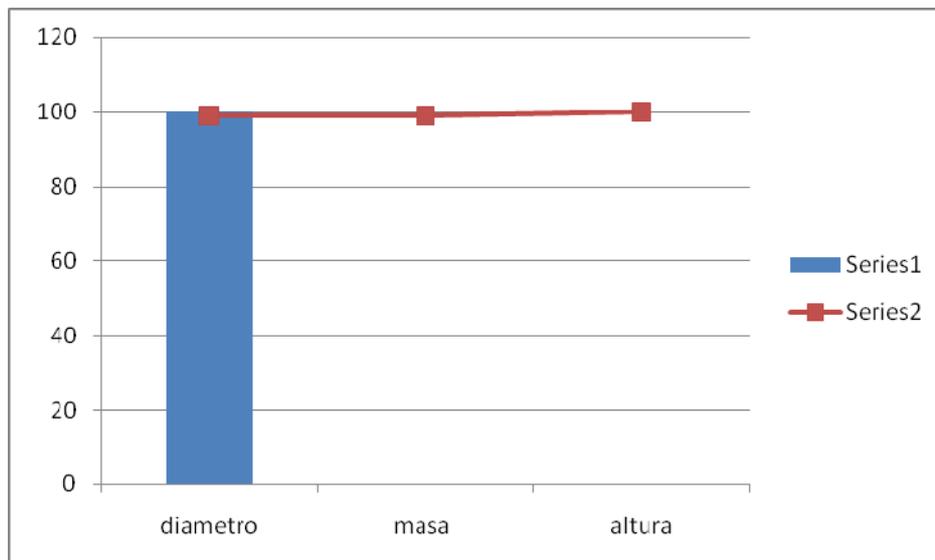
Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu_{Xi}$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CX_i * \mu_{Xi}$	$(CX_i * \mu_{Xi})^2$	Ind %
Diámetro	1.62	3.66E-4	-9.40	6.19E-3	3.84E-5	99.95
Masa	49.17	4.48E-4	0.15	6.96E-5	4.84E-9	0.012
Altura	3.10	4.86E-4	-2.46	1.16E-4	1.35E-8	0.035
				Suma =	3.84E-5	

La tabla 14 nos indica que la fuente que mas contribuyo igual que en el caso anterior fue el diámetro

Para el %Ind se uso la ecuación:

$$\text{Ind \%} = \frac{(CX_i * \mu_{Xi})^2}{\sum (CX_i * \mu_{Xi})^2} * 100$$

Grafico 2. Diagrama de pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de metal.





### VI.5.7 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución.

Tabla no 15. Matriz de datos en la determinación de la densidad del cilindro de plástico utilizando balanza de poca resolución.

Replicas	Masa del Cilindro	Diámetro del Cilindro	Altura del Cilindro	Volumen del Cilindro	Densidad del Cilindro
1	21,1	1,55	7,7	9,49	2,22
2	21,1	1,55	7,8	9,55	2,21
3	21,1	1,6	7,75	9,98	2,11
4	21,1	1,55	7,75	9,52	2,22
5	21,1	1,6	7,8	10,02	2,11
6	21,1	1,55	7,75	9,52	2,22
7	21,1	1,55	7,8	9,55	2,21
8	21,1	1,55	7,75	9,52	2,22
9	21,1	1,55	7,8	9,55	2,21
10	21,1	1,5	7,8	9,10	2,32
Promedio	21,1	1,555	7,77	9,58	2,20
DESV.ESTD	3,74E-15	0,0284	0,0350	0,260	0,0595

Tabla No 16. Cuantificando los componentes de incertidumbre igual que en los casos anteriores tenemos los siguientes resultados.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de plástico	2.4		g/ml
Densidad	Cilindro de plástico	2.2	0.013	g / mL

La tabla 16 nos muestra que en la determinación experimental de la densidad del cilindro de plástico estamos por debajo del valor reportado en la bibliografía.



Tabla no 17. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de plástico

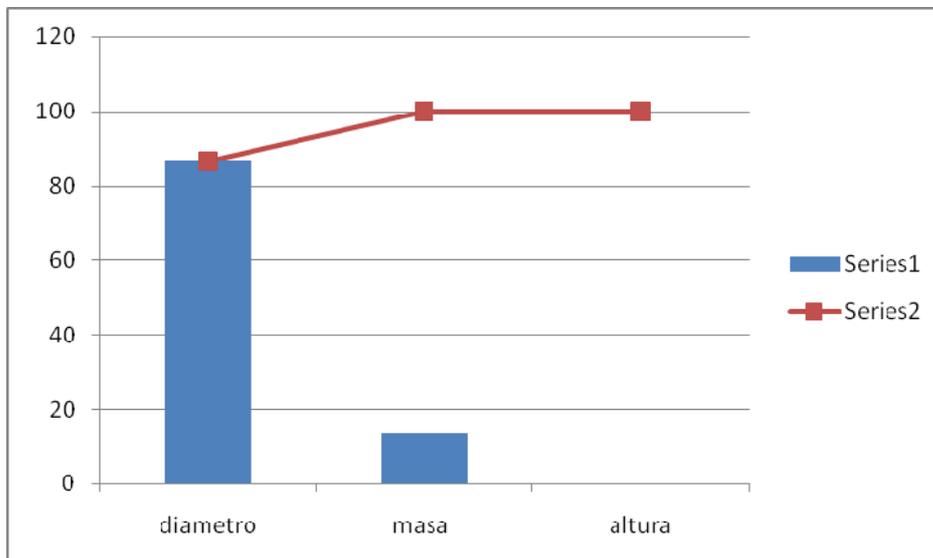
Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
Diámetro	1.55	3.30E-3	-1.840	6.07E-3	3.68E-5	86.5
Masa	21.10	3.53E-2	6.78E-2	2.39E-3	5.73E-6	13.44
Altura	7.77	4.54E-4	-0.18	8.35E-6	6.98E-9	0.016
				Suma =	4.26E-5	

La tabla 17 nos muestra que la fuente de incertidumbre que mas contribuyo fue el diámetro.

Para el %Ind se uso la ecuación :

$$\text{Ind \%} = \frac{(CX_i * \mu X_i)^2}{\sum (CX_i * \mu X_i)^2} * 100$$

Grafico 3. Diagrama de pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de plástico.





### VI.5.8 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución.

Tabla No18. Matriz de datos en la determinación de la densidad del cilindro de plástico utilizando balanza de más resolución

Replicas	Masa del Cilindro	Diámetro del Cilindro	Altura del Cilindro	Volumen del Cilindro	Densidad del Cilindro
1	21,1334	1,5	7,7	9,0413	2,3374
2	21,1336	1,55	7,75	9,5218	2,2195
3	21,1336	1,55	7,8	9,5519	2,2125
4	21,1336	1,55	7,8	9,5519	2,2125
5	21,1336	1,55	7,87	9,5939	2,2028
6	21,1331	1,6	7,7	9,9520	2,1235
7	21,1336	1,55	7,8	9,5519	2,2125
8	21,1334	1,5	7,8	9,0975	2,3230
9	21,1334	1,55	7,8	9,5519	2,2125
10	21,1336	1,55	7,7	9,4918	2,2265
Promedio	21,1335	1,5450	7,7720	9,4906	2,2283
DESV.ESTD	0,0002	0,0284	0,0573	0,2573	0,0611

Tabla No 19. Cuantificando los componentes de la incertidumbre de la misma forma y tenemos.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de plástico	2.40		g/ml
Densidad	Cilindro de plástico	2.23	0.012	g / mL

La tabla 19 nos indica que en la determinación experimental de la densidad del cilindro de plástico utilizando una balanza de mayor resolución estamos por debajo del valor reportado en la bibliografía.



Tabla no 20. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de plástico

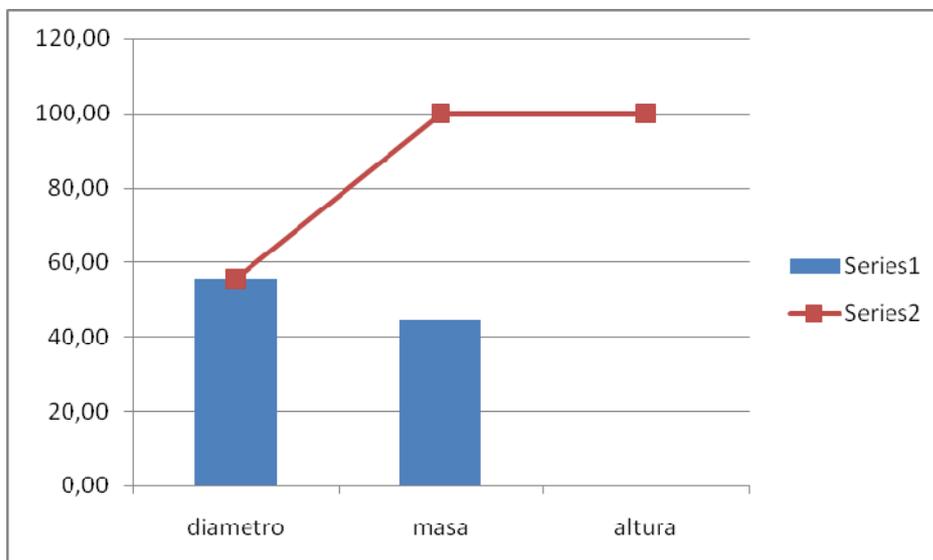
Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
Diámetro	1.54	3.30E-3	-1.87	6.19E-3	3.84E-5	55.52
Masa	21.13	4.48E-4	6.86E-2	3.07E-5	3.07E-5	44.45
Altura	7.77	6.22E-4	-0.18	1.16E-4	1.35E-8	1.95E-2
				Suma =	6.92E-5	

La tabla 20 nos indica que la fuente de incertidumbre que más contribuyó fue el diámetro.

Para el %Ind se usó la ecuación :

$$\text{Ind \%} = \frac{(CX_i * \mu X_i)^2}{\sum (CX_i * \mu X_i)^2} * 100$$

Gráfico 4. Diagrama de Pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de plástico.





### VI.5.9 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución.

Tabla No 21. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del sólido de madera balanza poca resolución

Replicas	Masa del Cilindro	Diámetro del Cilindro	Altura del Cilindro	Volumen del Cilindro	Densidad del Cilindro
1	3,70	1,20	5,20	5,88	0,63
2	3,70	1,20	5,30	5,99	0,62
3	3,70	1,30	5,25	6,97	0,53
4	3,70	1,30	5,20	6,90	0,54
5	3,70	1,30	5,30	7,03	0,53
6	3,70	1,25	5,30	6,50	0,57
7	3,70	1,30	5,30	7,03	0,53
8	3,70	1,20	5,30	5,99	0,62
9	3,70	1,20	5,30	5,99	0,62
10	3,70	1,25	5,25	6,44	0,57
promedio	3,70	1,25	5,27	6,47	0,57
desv.std	0	0,04	0,04	0,46	0,04

Tabla No 22. Cuantificando los componentes de la incertidumbre obtenemos los resultados.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de madera	0.55		g/ml
Densidad	Cilindro de madera	0.57	0.051	g / mL

La tabla 22 nos refleja que en la determinación de la densidad del cilindro de madera estamos por encima del valor reportado en la bibliografía.



Tabla no 23. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de madera.

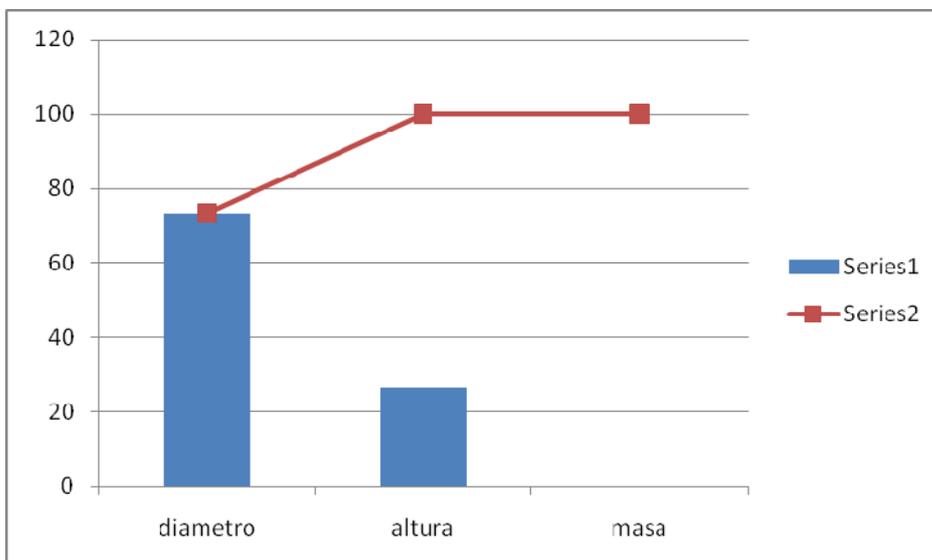
Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
Diámetro	1.25	2.40E-2	-0.91	-2.19E-2	4.82E-4	73.32
Masa	3.70	8.55E-2	0.15	1.32E-2	1.74E-4	26.58
Altura	5.27	6.80E-3	-0.10	-7.37E-4	5.44E-7	0.082
				Suma =	6.58E-4	

La tabla 23 nos señala que la fuente que más contribuyo en la incertidumbre en la determinación de la densidad del cilindro de madera fue el diámetro.

Para el %Ind se uso la ecuación:

$$\text{Ind \%} = \frac{(CX_i * \mu X_i)^2}{\sum (CX_i * \mu X_i)^2} * 100$$

Grafico 5. Diagrama de pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de madera.





### VI.5.10 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio de la medición de sus dimensiones y estimación de la incertidumbre asociada balanza mas resolución.

Tabla No 24. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del solido de madera balanza mas resolución

Replicas	Masa del Cilindro	Diámetro del Cilindro	Altura del Cilindro	Volumen del Cilindro	Densidad del Cilindro
1	3,7059	1,2	5,2	5,8781	0,6305
2	3,7059	1,2	5,3	5,9911	0,6186
3	3,7058	1,3	5,25	6,9649	0,5321
4	3,7058	1,3	5,2	6,8986	0,5372
5	3,7058	1,3	5,3	7,0312	0,5270
6	3,7059	1,25	5,3	6,5008	0,5701
7	3,7059	1,3	5,3	7,0312	0,5271
8	3,7056	1,2	5,3	5,9911	0,6185
9	3,7058	1,2	5,3	5,9911	0,6185
10	3,7058	1,25	5,25	6,4395	0,5755
promedio	3,70582	1,25	5,27	6,47176569	0,57550034
devstd	8,7178E-05	0,04472136	0,04	0,45812749	0,04081285

Tabla No 25. Cuantificando los componentes de la incertidumbre nos da los siguientes resultados

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de madera	0.55		g/ml
Densidad	Cilindro de madera	0.57	0.048	g / mL

En la tabla 25 observamos que el resultado de la determinación practica de la densidad del cilindro de madera esta por encima del valor reportado en la bibliografía.



Tabla no 26. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de madera.

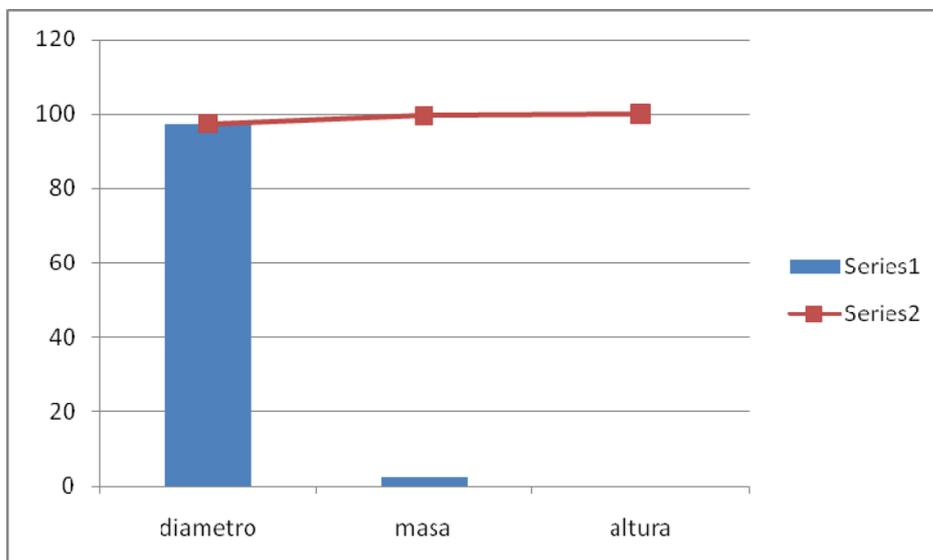
Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu_{Xi}$	Coefficiente de sensibilidad $CX_i$	$CX_i * \mu_{Xi}$	$(CX_i * \mu_{Xi})^2$	Ind %
Diámetro	1.25	3.20E-2	-0.74	-2.39E-2	5.71E-4	97.23
Masa	3.70	2.89E-2	0.12	3.64	1.32E-5	2.25
Altura	5.27	2.40E-2	-7.21E-2	1.73E-3	2.99E-6	5.10E-3
				Suma =	5.87E-4	

La tabla 26 nos muestra que la mayor fuente de incertidumbre en la determinación del cilindro de madera utilizando una balanza de mayor resolución fue el diámetro.

Para el %Ind se uso la ecuación :

$$\text{Ind \%} = \frac{(CX_i * \mu_{Xi})^2}{\sum (CX_i * \mu_{Xi})^2} * 100$$

Grafico 6. Diagrama de Pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de madera.





## V.6. Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de metal) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada

### VI.6.1. Modelo matemático

A continuación se muestra el modelo matemático empleado para la determinación de la densidad de un líquido.

$$\delta = \frac{m}{V_f - V_0} \quad \text{Ecuación No. 66}$$

Donde:

m: es la masa del cilindro de metal

$V_0$ : es el volumen inicial de agua en la probeta

$V_f$ : es el volumen final de agua en la probeta, luego de haber introducido el cilindro de metal.

Tabla No.27. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del cilindro de metal usando balanza poca resolución.

Replicas	Masa del cilindro	$V_0$	$V_0$ corregido	$V_f$	$V_f$ real	V sólido	Densidad
1	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
2	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
3	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
4	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
5	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
6	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
7	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
8	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
9	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
10	49,1	20	21,04	27	28,04	7	7,01
Promedio	49,1000	20,0000	21,0400	27,0000	28,0400	7,0000	7,0143
desvstd	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

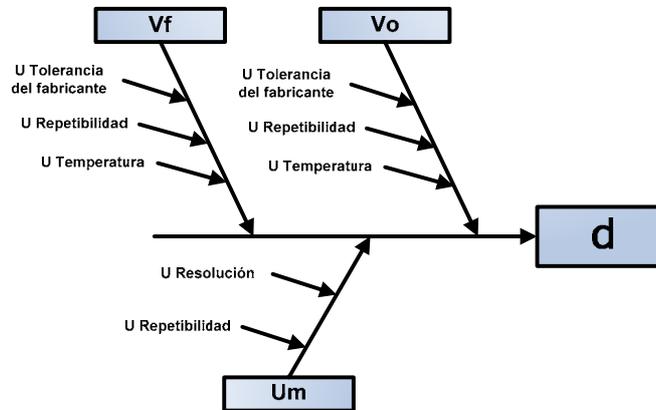
**VI.6.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre**

Figura No.4. Identificación de las fuentes de incertidumbres asociadas a la determinación de la densidad del cilindro de metal por medio del principio de Arquímedes.

**VI.6.3. Cuantificación de los componentes de incertidumbre.****Incertidumbre debida a la medición del volumen inicial (20 mL)*****U de Repetibilidad de la probeta***

$$u(r) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.07}{\sqrt{10}} = 0.022 \quad \text{Ec. (67)}$$

***U del Fabricante de la probeta***

$$u(f) = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{0.5}{\sqrt{6}} = 0.204 \quad \text{Ec. (68)}$$

***U debido a la variación de temperatura***

$$u(\Delta t) = \frac{V\alpha}{\sqrt{3}} \left( \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{21.04 * 2.1 \times 10^{-4} * 3}{2\sqrt{3}} = 3.826e-3 \quad \text{Ec. (69)}$$

**Incertidumbre combinada la medición del volumen inicial en la probeta**

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{6}}\right)^2 + \frac{s^2}{n} + \left(\frac{V\alpha}{\sqrt{3}}\left(\frac{\Delta t}{2}\right)\right)^2} = 0.21 \quad \text{Ec. (70)}$$

**Incertidumbre debida a la medición del volumen final*****U de Repetibilidad de la probeta***

$$u(r) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.07}{\sqrt{10}} = 0.022 \quad \text{Ec. (71)}$$

***U del Fabricante de la probeta***

$$u(f) = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{0.5}{\sqrt{6}} = 0.204 \quad \text{Ec. (72)}$$

***U debido a la variación de temperatura***

$$u(\Delta t) = \frac{V\alpha}{\sqrt{3}}\left(\frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{28.04 * 2.1 \times 10^{-4} * 3}{2\sqrt{3}} = 0.005 \quad \text{Ec. (73)}$$

**Incertidumbre combinada la medición del volumen final en la probeta**

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{6}}\right)^2 + \frac{s^2}{n} + \left(\frac{V\alpha}{\sqrt{3}}\left(\frac{\Delta t}{2}\right)\right)^2} = 0.21 \quad \text{Ec. (74)}$$

**Incertidumbre debida a la determinación de la masa del cilindro de metal*****U de la Resolución de la balanza***

$$UR_b = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{0.1}{2\sqrt{3}} = 0.029 \quad \text{Ec. (75)}$$

***U de la Repetibilidad de la balanza***

$$U_{rep} = \frac{s^2}{n} = \frac{0.18^2}{10} = 0.003 \quad \text{Ec. (76)}$$

**Incertidumbre Combinada para determinación de la masa del volumen del líquido**

$$u_w = \sqrt{\left(\frac{d}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 2\frac{s^2}{n}} = 0.083 \quad \text{Ec. (77)}$$

**VI.6.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad*****Coefficiente de sensibilidad para el volumen inicial en la probeta***

$$CV_0 := \frac{m}{(V_f - V_0)^2} = 1.002 \quad \text{Ec. (78)}$$

***Coefficiente de sensibilidad para el volumen final en la probeta***

$$CV_f := -\frac{m}{(V_f - V_0)^2} = -1.002 \quad \text{Ec. (79)}$$

**Coeficiente de sensibilidad para la masa del cilindro de metal**

$$C_m := \frac{1}{V_f - V_0} = 0.14 \quad \text{Ec. (80)}$$

**VI.6.5. Estimación de la incertidumbre combinada asociada al proceso de determinación de densidad del cilindro de metal por medio del desplazamiento del líquido.**

Aplicando la ley de propagación de la incertidumbre al modelo matemático se obtiene la siguiente expresión la cual se aplica para el cálculo de la incertidumbre combinada.

La contribución de cada fuente de incertidumbre se obtiene finalmente multiplicando la incertidumbre estándar con su coeficiente de sensibilidad, la incertidumbre combinada es la suma cuadrática de las contribuciones individuales.

$$U_{cdc} := \sqrt{(C_m \cdot U_m)^2 + (CV_0 \cdot UV_0)^2 + (CV_f \cdot UV_f)^2} \quad \text{Ec. (81)}$$

Sustituyendo los valores de los coeficientes de sensibilidad y los valores de las incertidumbres de cada uno de los parámetros que contribuyen con la incertidumbre en la ecuación 51, se obtiene el siguiente resultado.

$$U_{c(C_x)} = 0.31$$

**VI.6.6. Estimación de la incertidumbre expandida asociada al proceso de determinación de la densidad de un sólido (cilindro de metal).**

Tomando un factor de cobertura de 2, para un nivel de confianza del 95.45 %. La incertidumbre expandida asociada a la determinación de la densidad del líquido.

$$U_{e(C_x)} = 2xU_{c(C_x)} = 0.62 \quad \text{Ec. (82)}$$



Tabla No. 28. Resultado obtenido para la determinación de la densidad del cilindro de metal por medio del principio de Arquímedes.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de metal	7.80		g/ml
Densidad	Cilindro de metal	6.54	0.62	g / mL

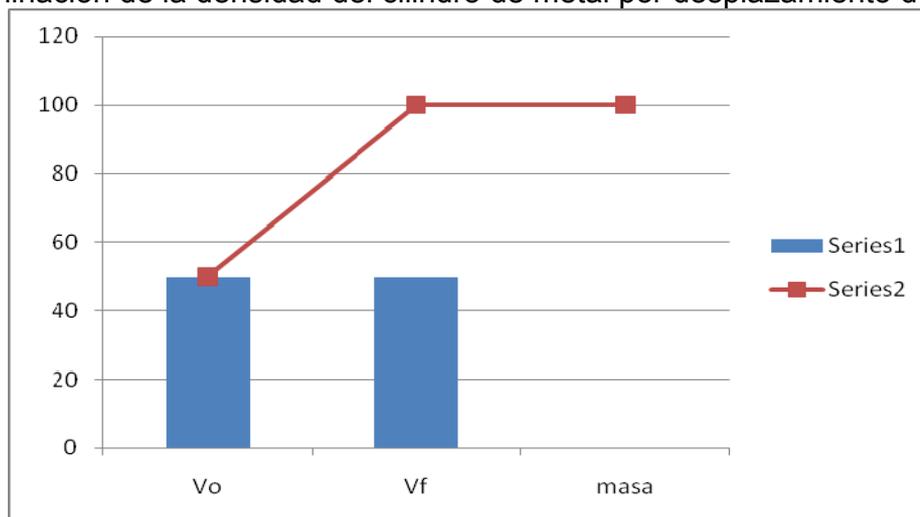
La tabla 28 nos indica que en la determinación de la densidad experimental del cilindro de metal utilizando el principio de Arquímedes el valor obtenido esta por debajo del reportado en la bibliografía.

Tabla no 29. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de metal utilizando el principio de Arquímedes.

Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu Xi$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CXi * \mu Xi$	$(CXi * \mu Xi)^2$	Ind %
Vo	21.04	0.21	1.002	0.21	4.42E-2	49.92
Vf	28.04	0.21	-1.002	-0.21	4.42E-2	49.92
Masa	49.1	8.30E-2	0.14	1.16E-2	1.35E-2	0.15
				Suma =	8.86E-2	

La tabla 29 nos indica que las fuentes de incertidumbre que más contribuyeron por igual fueron el volumen inicial y final

Grafico 7. Diagrama de Pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de metal por desplazamiento de agua.





### VI.6.7 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de metal) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución

Tabla No.30. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del cilindro de metal usando balanza de más resolución

Replicas	Masa del cilindro	Vo	Vo corregido	Vf	Vf real	V solido	Densidad
1	49,1778	20	21,04	27	28,04	7	7,03
2	49,1789	20	21,04	27	28,04	7	7,03
3	49,1772	20	21,04	27	28,04	7	7,03
4	49,177	20	21,04	27	28,04	7	7,03
5	49,177	20	21,04	27	28,04	7	7,03
6	49,177	20	21,04	27	28,04	7	7,03
7	49,1771	20	21,04	27	28,04	7	7,03
8	49,1771	20	21,04	27	28,04	7	7,03
9	49,1781	20	21,04	27	28,04	7	7,03
10	49,1781	20	21,04	27	28,04	7	7,03
Promedio	49,1775	20,0000	21,0400	27,0000	28,0400	7,0000	7,0254
desvstd	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

Tabla NO 31. Cuantificando los componentes de la incertidumbre nos da el siguiente resultado.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de metal	7.80		g/ml
Densidad	Cilindro de metal	6.54	0.58	g / mL

La tabla 31 nos indica que el valor experimental de la densidad del cilindro de metal con una balanza de mayor resolución esta por debajo del valor reportado en la bibliografía.

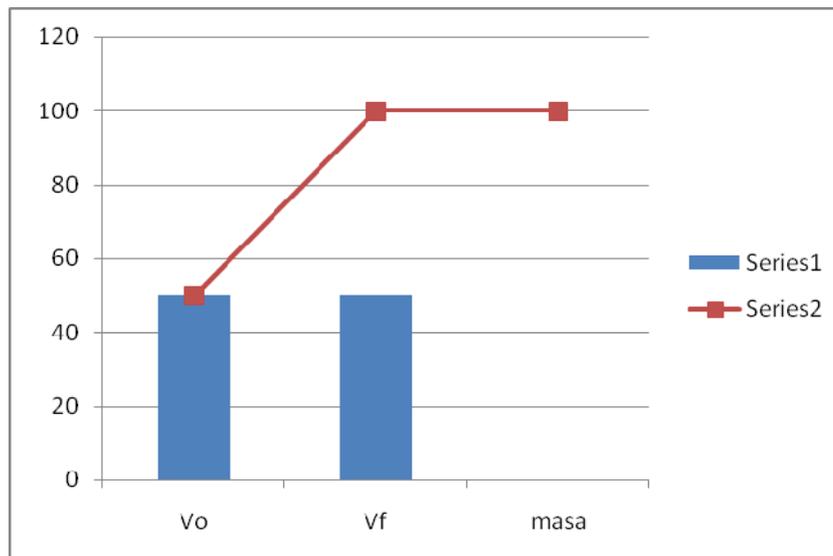


Tabla no 32. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de metal utilizando el principio de Arquímedes

Fuente de incertidumbre	Valor de $X_i$	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad $CX_i$	$CX_i \cdot \mu X_i$	$(CX_i \cdot \mu X_i)^2$	Ind %
$V_o$	21,04	0.21	1.004	0.21	4.44E-2	49.92
$V_f$	28,04	0.21	-1.004	-0.21	4.44E-2	49.92
Masa	49,17	8.30E-2	0.14	1.16E-2	1.35E-2	0.15
				Suma =	8.90E-2	

La tabla 32 nos muestra que las mayores de fuentes de incertidumbre fueron el volumen inicial y final.

Gráfico 8. Diagrama de Pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de metal por desplazamiento de agua





### VI.6.8 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución

Tabla No.33. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del cilindro de plástico usando balanza de poca resolución

Replicas	Masa del cilindro	Vo	Vo corregido	Vf	Vf real	V sólido	Densidad
1	21,1	20	21,04	34	35,04	14	1,51
2	21,1	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,56
3	21,1	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,56
4	21,1	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,56
5	21,1	20	21,04	34	35,04	14	1,51
6	21,1	20	21,04	34	35,04	14	1,51
7	21,1	20	21,04	34	35,04	14	1,51
8	21,1	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,56
9	21,1	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,56
10	21,1	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,56
Promedio	21,1	20	21,04	33,7	34,74	13,7	1,54
devstd	3,74489E-15	0	3,74489E-15	0,2582	0,2581989	0,2582	0,02582

Tabla no 34. Cuantificando los componentes de la incertidumbre nos da el siguiente resultado.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de plástico	2.4		g/ml
Densidad	Cilindro de plástico	1.54	0.066	g / mL

En la tabla 34 observamos que en la determinación experimental estamos por debajo del valor reportado en la bibliografía.

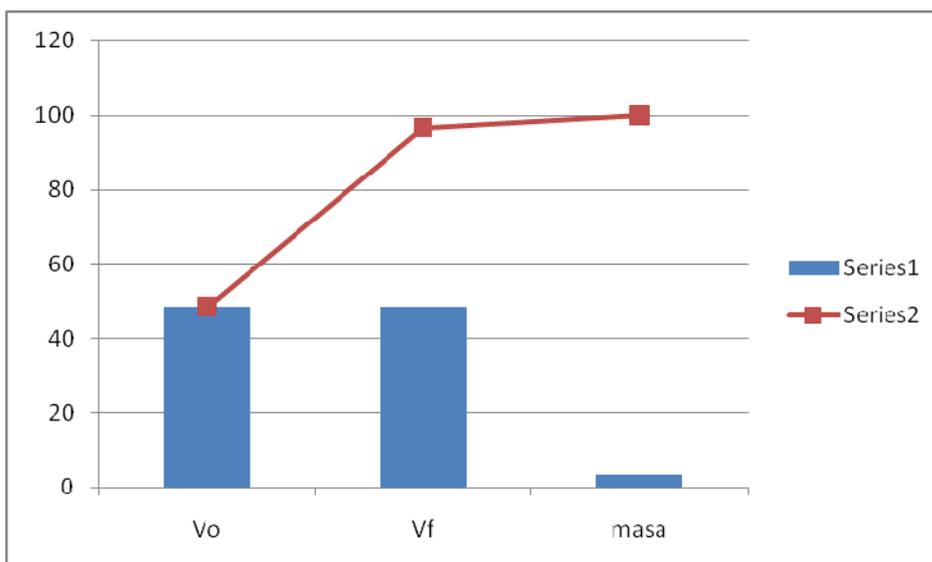


Tabla no 35. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de plástico utilizando el principio de Arquímedes

Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu_{Xi}$	Coefficiente de sensibilidad $C_{Xi}$	$C_{Xi} \cdot \mu_{Xi}$	$(C_{Xi} \cdot \mu_{Xi})^2$	Ind %
Vo	21.04	0.21	0.11	2.31E-2	5.33E-4	48.33
Vf	34.74	0.21	-0.11	-2.31E-2	5.33E-4	48.33
Masa	21.10	8.30E-2	7.30E-2	6.05E-3	3.67E-05	3.32
				Suma =	1.10E-3	

La tabla 35 nos dice que el volumen inicial y final fueron las mayores fuentes de incertidumbre en la determinación de la densidad del cilindro de plástico.

Gráfico 9. Diagrama de Pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de plástico por desplazamiento de agua





### VI.6.9 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de plástico) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución

Tabla No.36. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del cilindro de plástico usando balanza de más resolución

Replicas	Masa del cilindro	Vo	Vo corregido	Vf	Vf real	V sólido	Densidad
1	21,1334	20	21,04	34	35,04	14	1,51
2	21,1336	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,57
3	21,1336	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,57
4	21,1336	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,57
5	21,1336	20	21,04	34	35,04	14	1,51
6	21,1331	20	21,04	34	35,04	14	1,51
7	21,1336	20	21,04	34	35,04	14	1,51
8	21,1334	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,57
9	21,1334	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,57
10	21,1336	20	21,04	33,5	34,54	13,5	1,57
Promedio	21,1335	20	21,04	33,7	34,74	13,7	1,54
desvstd	0,000166333	0	3,74489E-15	0,2582	0,2581989	0,2582	0,028875

Tabla No 37. Cuantificando los componentes de la incertidumbre obtenemos los siguientes resultados.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de plástico	2.4		g/ml
Densidad	Cilindro de plástico	1.54	0.065	g / mL

La tabla 37 nos indica que estamos con el valor experimental por debajo del valor reportado en la bibliografía

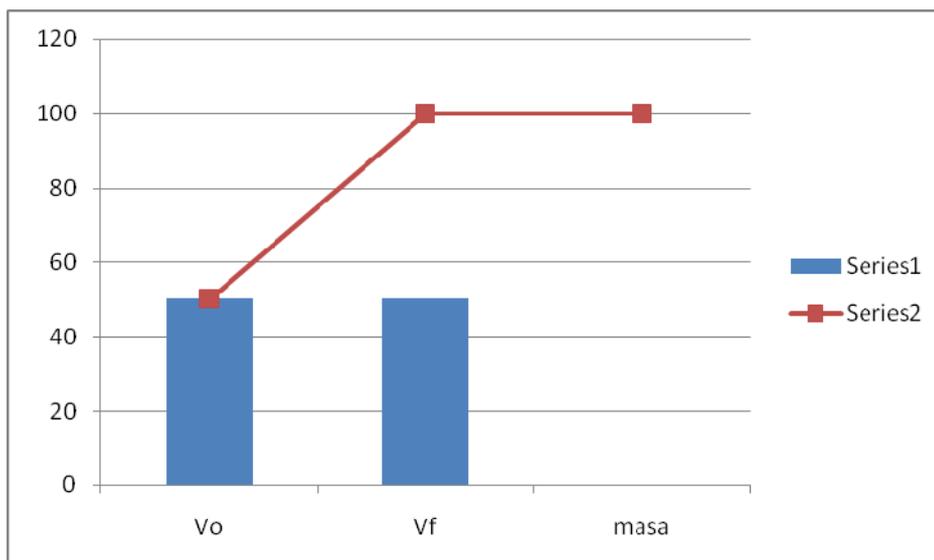


Tabla no 38. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de plástico utilizando el principio de Arquímedes

Fuente de incertidumbre	Valor de $X_i$	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad $CX_i$	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
$V_o$	21.04	0.21	0.11	2.31E-2	5.33E-4	49.99
$V_f$	34.74	0.21	-0.11	-2.31E-2	5.33E-4	49.99
Masa	21.13	4.48E-4	7.30E-2	3.27E-5	1.06E-09	1.002E-4
				Suma =	1.06E-3	

En la tabla 38 observamos que las mayores contribuciones a la incertidumbre fueron dadas por el volumen inicial y final.

Grafico 10. Diagrama de Pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de plástico por desplazamiento de agua





### VI.6.10 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza poca resolución

Tabla No 39. Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del cilindro de madera usando balanza de poca resolución.

Replicas	Masa del cilindro	Vo	Vo corregido	Vf	Vf real	V solido	Densidad
1	3,7	20	21,04	26	27,04	6	0,62
2	3,7	20	21,04	26	27,04	6	0,62
3	3,7	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
4	3,7	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
5	3,7	20	21,04	26	27,04	6	0,62
6	3,7	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
7	3,7	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
8	3,7	20	21,04	26	27,04	6	0,62
9	3,7	20	21,04	26	27,04	6	0,62
10	3,7	20	21,04	26	27,04	6	0,62
Promedio	3,7	20	21,04	26,2	27,24	6,2	0,6
devstd	0,00E+00	0,00E+00	3,74E-15	2,58E-01	2,58E-01	2,58E-01	2,58E-02

Tabla No 40. Cuantificando los componentes de la incertidumbre obtenemos los siguientes resultados.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de madera	0.55		g/ml
Densidad	Cilindro de madera	0.60	0.062	g / mL

La tabla 40 nos indica que en la determinación experimental de la densidad del cilindro de madera estamos por encima del valor reportado en la bibliografía.

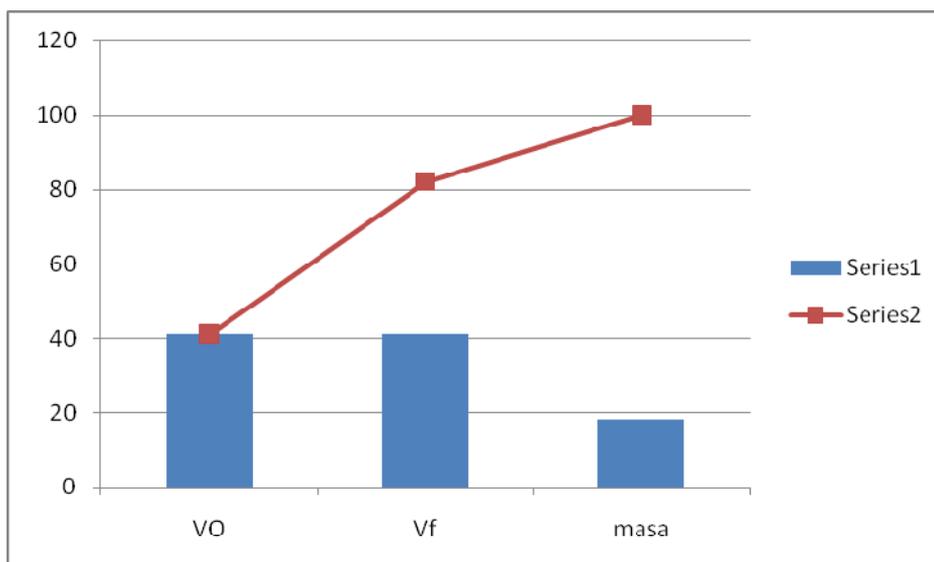


Tabla no 41. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de madera utilizando el principio de Arquímedes balanza de menos resolución

Fuente de incertidumbre	Valor de $X_i$	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad $CX_i$	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
Vo	21.04	0.21	9.63E-2	2.02E-2	4.08E-4	40.99
Vf	27.24	0.21	-9.63E-2	-2.02E-2	4.08E-4	41.03
Masa	3.70	8.30E-2	1.61E-2	1.33E-2	1.79E-4	17.98
				Suma =	9.96E-4	

La tabla 41 nos indica que la mayor fuente de incertidumbre en la determinación de la densidad fue el volumen inicial.

Grafico 11. Diagrama de pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de madera por desplazamiento de agua.





### VI.6.11 Determinación de la Densidad de un sólido (cilindro de madera) por medio del desplazamiento del líquido (principio de Arquímedes) y estimación de la incertidumbre asociada balanza más resolución

Tabla No 42 *Matriz de datos de los resultados de la determinación de la densidad del cilindro de plástico usando balanza de más resolución.*

Replicas	Masa del cilindro	Vo	Vo corregido	Vf	Vf real	V solido	Densidad
1	3,7059	20	21,04	26	27,04	6	0,62
2	3,7059	20	21,04	26	27,04	6	0,62
3	3,7058	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
4	3,7058	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
5	3,7058	20	21,04	26	27,04	6	0,62
6	3,7059	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
7	3,7059	20	21,04	26,5	27,54	6,5	0,57
8	3,7056	20	21,04	26	27,04	6	0,62
9	3,7058	20	21,04	26	27,04	6	0,62
10	3,7058	20	21,04	26	27,04	6	0,62
Promedio	3,70582	20	21,04	26,2	27,24	6,2	0,6
desvstd	9,19E-05	0,00E+00	3,74E-15	2,58E-01	2,58E-01	2,58E-01	2,58E-02

Tabla No 43. Cuantificando los componentes de la incertidumbre obtenemos los siguientes resultados.

Determinación	Analito	Valor de la Densidad	Incertidumbre K = 2	Unidades
Densidad teórica	Cilindro de madera	0.55		g/ml
Densidad	Cilindro de madera	0.60	0.057	g / mL

La tabla 43 nos indica que el valor de la densidad experimental esta por encima del valor teórico reportado en la bibliografía.

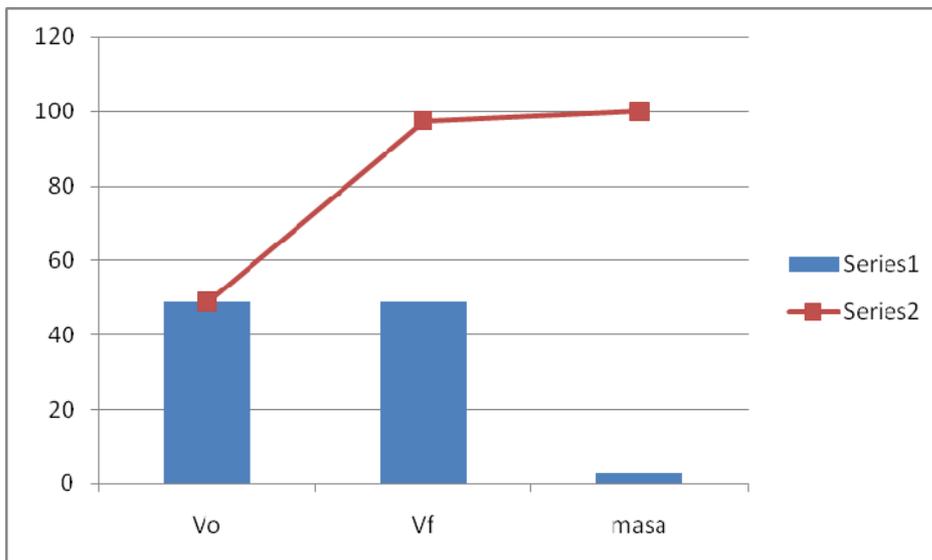


Tabla no 44. Balance de las incertidumbres en la medición de la densidad del cilindro de madera utilizando el principio de arquimides balanza de menos resolución

Fuente de incertidumbre	Valor de Xi	$\mu X_i$	Coefficiente de sensibilidad CXi	$CX_i * \mu X_i$	$(CX_i * \mu X_i)^2$	Ind %
Vo	21.04	0.21	9.64E-2	2.02E-2	4.09E-4	48.71
Vf	27.24	0.21	-9.64E-2	-2.02E-2	4.09E-4	48.71
Masa	3.70	2.89E-2	0.16	4.66E-3	2.17E-05	2.58
				Suma =	8.41E-4	

La tabla 44 nos indica que la mayor fuente de incertidumbre es por igual el volumen inicial y final.

Grafico 12. Diagrama de pareto indicando la contribución de las incertidumbres en la determinación de la densidad del cilindro de madera por desplazamiento de agua .Mas resolución.





## VII. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se establecieron una serie de mecanismos para estimar la incertidumbre utilizando para ello tres experimentos sencillos utilizados por los estudiantes del año de estudios generales de la UNAN – León en una de sus prácticas de laboratorio, estos experimentos consisten en determinar las densidades de líquidos y sólidos, como primer paso para estimar la incertidumbre uno de los aspectos muy importantes a tomar en cuenta es la calibración de todos los materiales volumétricos y equipos de medición a utilizar, es preferible que los materiales volumétricos y equipos estén calibrados por un laboratorio acreditado para tales fines, ya que se minimiza el trabajo de la persona que realizará el trabajo de estimar la incertidumbre asociada a la determinación (el metrólogo) y además de que el certificado de calibración proporciona una mayor confiabilidad de los resultados de calibración al provenir de un laboratorio de metrología acreditado.

La metodología utilizada para estimar la incertidumbre asociada a la determinación de las densidades de líquidos y sólidos está basada en la guía para la expresión de la incertidumbre de medición ISO GUM de 1995 en primer lugar se dedujo el modelo matemático partiendo de la definición de densidad, seguidamente se identificaron los componentes de las incertidumbres, para lo cual se utilizó el diagrama Causa-Efecto, a continuación se evaluaron cada uno de los componentes de las incertidumbres aplicando la ley de propagación de la incertidumbre. Al mismo tiempo que se utilizó el modelo matemático para determinar las densidades de líquidos y sólidos.



### VIII RECOMENDACIONES

- Utilizar material volumétrico calibrado por un laboratorio de metrología.
- Utilizar balanza de mayor precisión y calibrada por un laboratorio de metrología.
- Utilizar para la verificación del estado de calibración de la balanza, masas certificadas.
- Todo instrumento de medición debe ser calibrado periódicamente, ya que de otra forma no se puede asegurar si las lecturas proporcionadas por el mismo son o no correctas.



## IX BIBLIOGRAFÍA

1. La Densidad. Revisado en Línea. Fecha de acceso: febrero del 2009, URL disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos4/ladensidad/ladensidad.shtml>, correo electrónico del autor: [3ppp@correoweb.com](mailto:3ppp@correoweb.com).
2. Jean Carlo Jonathan, Ramón Paredes. Densidad, Presión y Temperatura. Ciencia Tecnología y Ambiente – Química. Institución Educativa Internacional.
3. BARNETT, Raymond A. “Enciclopedia Temática Ilustrada”, cuarta edición, Estocolmo, Suecia, Editorial LA Karton AB, 1996.
4. WILSON, Jerry D. “Física”, segunda edición, Ciudad de México, México, Editorial Mc Graw Hill, 1996.
5. VALERO, Michel, “Física Fundamental”, segunda edición, Santa fe de Bogotá, Colombia, Editorial Norma, 1996.
6. ALONSO, Marcelo, “Física”, primera edición, Ciudad de México, México, Fondo Educativo Interamericano S.A, 1982.
7. Guía para expresar la incertidumbre de medición. Centro Nacional de Metrología CENAM. Wolfgang A. Schmid y Ruben J. Lazos Martínez. Revisión 1. El Marqués, Qro., México, abril de 2004.
8. International Vocabulary of Fundamental and General Terms in Metrology, BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAP, IUPAC, OIML (1993).
9. d’Saverio, E. et al, XIV IMEKO World Congress, Tampere, Fin., Vol V, (Jun 1997)
10. Hoel, P. G., Introduction to Mathematical Statistics , J. Wiley & Sons (1971).



11. Eberhardt, Memorias de Workshop on Statistics in Intercomparisons, Londres, (1999).
12. Alicia Maroto Sánchez, “Incertidumbre en Métodos Analíticos de Rutina”. Tesis Doctoral, Universitat Rovira Virgili, Facultat de Química, Tarragona, 2002.
13. G-ENAC-09, “Guía para la expresión de la incertidumbre en los ensayos cuantitativos”, Rev. 1 julio de 2005.
14. EURACHEM/CITAC Guide CG4, “Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement”. Second Edition, 2000.
15. BIMP, IEC, IFCC, IUPAC, OIML (1995). “Guide for the Expression of Uncertainty in Measurement” (GUM), ISO, Ginebra.
16. NIST (1993). “Guidelines for evaluation and expressing the uncertainty of NIST measurements results”, Gaithersbur, USA.
17. SCHID, W.A. y LAZOS, R.J. (2000), “Guía para estimar la incertidumbre de la medición”, CENAM, México.
18. DELGADO M, VANEGAS M, DELGADO G. (2007), “Metrología Química I: Calibración de un pH-metro y control de calidad”, UNIVERSITAS UNAN-León, 1, 14-20.
19. DELGADO M, VANEGAS M, DELGADO G. (2007), “Metrología Química II: Estimación de la Incertidumbre en la medición de pH en aguas”, UNIVERSITAS UNAN-León, 2, 8 - 18.



20. BERTRAM N, DELGADO G. (2008), “Un experimento sencillo para evaluar la incertidumbre siguiendo la guía GUM ISO 1995 y utilizando el cálculo simbólico MAPLE 11.0”, UNIVERSITAS UNAN-León, 2, 19 - 26.
  
21. FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA, DEPARTAMENTO DE QUÍMICA, “Experimentos de Química General – 1 ”, Cuarta Edición, Año 2009.



## X. ANEXOS

## X.1. Resultados de las calibraciones de la pipeta serológica de 10 mL

temperatura oC	Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
29	0.00	1.00	1.00	27.9	28.9	0.98	0.98	0.99
29	1.00	2.00	1.00	28.9	29.9	0.98	0.98	0.98
29	2.00	3.00	1.00	29.9	30.8	0.95	0.95	0.95
29	3.00	4.00	1.00	30.8	31.8	0.98	0.98	0.99
29	4.00	5.00	1.00	31.8	32.8	1.00	1.00	1.00
29	5.00	6.00	1.00	32.8	33.7	0.96	0.96	0.96
29	6.00	7.00	1.00	33.7	34.7	0.98	0.98	0.99
29	7.00	8.00	1.00	34.7	35.7	0.98	0.98	0.98
29	8.00	9.00	1.00	35.7	36.7	0.97	0.98	0.98
29	9.00	10.00	1.00	36.7	37.6	0.97	0.97	0.97
Media								0.98
Desvio STD								0.01
%RSD								0.01

temperatura oC	Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
29	0.00	1.00	1.00	27.1	28.1	1.00	1.00	1.00
29	1.00	2.00	1.00	28.1	29.1	0.98	0.98	0.99
29	2.00	3.00	1.00	29.1	30.0	0.98	0.99	0.99
29	3.00	4.00	1.00	30.0	31.0	0.98	0.98	0.98
29	4.00	5.00	1.00	31.0	32.0	0.99	0.99	1.00
29	5.00	6.00	1.00	32.0	33.0	0.96	0.96	0.96
29	6.00	7.00	1.00	33.0	34.0	1.00	1.01	1.01
29	7.00	8.00	1.00	34.0	34.9	0.94	0.94	0.95
29	8.00	9.00	1.00	34.9	35.9	0.99	0.99	0.99
29	9.00	10.00	1.00	35.9	36.9	0.96	0.96	0.96
Media								0.98
Desvio STD								0.02

temperatura oC	Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
29	0.00	1.00	1.00	27.9	28.9	0.99	0.99	0.99
29	1.00	2.00	1.00	28.9	29.9	0.99	0.99	0.99
29	2.00	3.00	1.00	29.9	30.9	0.98	0.98	0.99
29	3.00	4.00	1.00	30.9	31.8	0.97	0.98	0.98
29	4.00	5.00	1.00	31.8	32.8	0.99	0.99	0.99
29	5.00	6.00	1.00	32.8	33.8	0.99	0.99	0.99
29	6.00	7.00	1.00	33.8	34.8	0.98	0.98	0.99
29	7.00	8.00	1.00	34.8	35.8	0.96	0.96	0.96
29	8.00	9.00	1.00	35.8	36.7	0.98	0.99	0.99
29	9.00	10.00	1.00	36.7	37.7	0.98	0.98	0.99
Media								0.99
Desvio STD								0.01



**X.2. Resultados de las calibraciones de la probeta graduada de 50 mL**

Temperatura oC	Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
29	0.00	5.00	5.00	139.5	144.4	4.90	4.91	4.93
29	5.00	10.00	5.00	144.4	149.3	4.88	4.88	4.90
29	10.00	15.00	5.00	149.3	154.0	4.74	4.74	4.76
29	15.00	20.00	5.00	154.0	158.9	4.91	4.92	4.94
29	20.00	25.00	5.00	158.9	163.9	4.98	4.99	5.01
29	25.00	30.00	5.00	163.9	168.7	4.79	4.79	4.81
29	30.00	35.00	5.00	168.7	173.6	4.91	4.91	4.93
29	35.00	40.00	5.00	173.6	178.5	4.90	4.90	4.92
29	40.00	45.00	5.00	178.5	183.4	4.87	4.88	4.90
29	45.00	50.00	5.00	183.4	188.2	4.83	4.84	4.86
							Media	4.90
							Desvio STD	0.07036
							%RSD	0.014

Temperatura oC	Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
29	0.00	5.00	5.00	135.4	140.4	4.99	4.99	5.01
29	5.00	10.00	5.00	140.4	145.3	4.90	4.91	4.93
29	10.00	15.00	5.00	145.3	150.2	4.92	4.93	4.95
29	15.00	20.00	5.00	150.2	155.1	4.88	4.89	4.91
29	20.00	25.00	5.00	155.1	160.1	4.96	4.97	4.99
29	25.00	30.00	5.00	160.1	164.9	4.79	4.80	4.82
29	30.00	35.00	5.00	164.9	169.9	5.02	5.03	5.05
29	35.00	40.00	5.00	169.9	174.6	4.71	4.71	4.73
29	40.00	45.00	5.00	174.6	179.5	4.94	4.94	4.96
29	45.00	50.00	5.00	179.5	184.3	4.79	4.79	4.81
							Media	4.92
							Desvio STD	0.10

Temperatura oC	Lectura inicial	Lectura final	Volumen nominal	Masa inicial	Masa final	Masa vertida (aparente)	Masa vertida (al vacío)	Volumen vertido
29	0.00	5.00	5.00	139.5	144.5	4.94	4.94	4.96
29	5.00	10.00	5.00	144.5	149.4	4.93	4.94	4.96
29	10.00	15.00	5.00	149.4	154.3	4.91	4.92	4.94
29	15.00	20.00	5.00	154.3	159.2	4.87	4.88	4.90
29	20.00	25.00	5.00	159.2	164.1	4.93	4.94	4.96
29	25.00	30.00	5.00	164.1	169.1	4.95	4.95	4.97
29	30.00	35.00	5.00	169.1	174.0	4.91	4.92	4.94
29	35.00	40.00	5.00	174.0	178.8	4.80	4.80	4.82
29	40.00	45.00	5.00	178.8	183.7	4.92	4.93	4.95
29	45.00	50.00	5.00	183.7	188.6	4.90	4.91	4.93
							Media	4.93
							Desvio STD	0.04



**X.3. Formatos de los gráficos de control de la balanza electrónica, utilizado para llevar un grafico de control manual inmediato (no en formato electrónico).**

DIAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X+3S (20,43)												
X+2S (20,18)												
X(19,68)												
X-2S (19,17)												
X-3S (18,92)												



#### X.4. Resultados de las densidades obtenidas para tres cilindros de diferentes dimensiones por medio del diámetro y la altura.

CILINDRO 1

Replicas	MASA CILINDRO	DIAMETRO DEL CILINDRO	ALTURA CILINDRO	VOLUMEN CILINDRO	DENSIDAD CILINDRO
1	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
2	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
3	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
4	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
5	49.10	1.60	3.10	6.23	7.88
6	49.10	1.60	3.05	6.13	8.01
7	49.10	1.60	3.05	6.13	8.01
8	49.10	1.60	3.00	6.03	8.14
9	49.10	1.62	3.10	6.39	7.68
10	49.10	1.62	3.05	6.29	7.81
<b>Promedio</b>	<b>49.10</b>	<b>1.60</b>	<b>3.04</b>	<b>6.13</b>	<b>8.009</b>
<b>DESVES</b>	0.00	0.01	0.04	0.12	0.158

#### X.5. Resultados de las densidades obtenidas para tres cilindros de diferentes dimensiones por medio del desplazamiento del líquido.

CILINDRO 1

Replicas	MASA CILINDRO	VOLUMEN INICIAL	VOLUMEN CORREGIDO	VOLUMEN FINAL	VOLUMEN FINAL REAL	VOLUMEN SOLIDO	DENSIDAD SOLIDO
1	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
2	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
3	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
4	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
5	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
6	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
7	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
8	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
9	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
10	49.10	20.00	20.45	27.00	27.61	7.16	6.86
<b>Promedio</b>	<b>49.10</b>	<b>20.00</b>	<b>20.45</b>	<b>27.00</b>	<b>27.61</b>	<b>7.16</b>	<b>6.86</b>
<b>DESVES</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

